

O PAPEL ESTRUTURANTE DA MATEMÁTICA NA TEORIA ELETROMAGNÉTICA: UM ESTUDO HISTÓRICO E SUAS IMPLICAÇÕES DIDÁTICAS

Cibelle Celestino Silva – cibelle@ifi.unicamp.br

*Grupo de História e Teoria das Ciências, DRCC, Instituto de Física “Gleb Wataghin”,
Unicamp. Caixa Postal 6165, UNICAMP, 13083-970 Campinas, SP.*

Maurício Pietrocola – mpietro@usp.br

Departamento de Metodologia do Ensino, Faculdade de Educação, USP, São Paulo, SP.

Resumo

No ensino de Física, a linguagem matemática é muitas vezes considerada pelos professores como a principal barreira para o aprendizado dos conceitos. É comum a ideia de que os estudantes não aprendem física devido a seus frágeis conhecimentos matemáticos. Para muitos professores, um bom conhecimento matemático é uma premissa para a aprendizagem de física. Este artigo discute alguns aspectos deste tipo de afirmativa dentro de uma perspectiva histórico-filosófica, analisando como exemplo o uso da linguagem matemática no desenvolvimento da teoria eletromagnética.

1. Introdução

Normalmente, as leis físicas são expressas através da linguagem matemática. Devido a uma precária discussão sobre o papel da Matemática na Física, os estudantes normalmente vêm as equações como meras fórmulas, sem notarem que elas são funções relacionadas com modelos particulares para a descrição de certos aspectos do mundo empírico. Por outro lado, muitos professores ainda têm a concepção ingênua de que, devido a sua precisão e universalidade asseguradas por sua estrutura formal, a Matemática é apenas uma ferramenta a mais utilizada pelo método empírico-indutivo.

Se olharmos para a Matemática como a linguagem da Física, devemos considerá-la como a expressão de nossos próprios pensamentos e interpretações acerca do mundo natural, e não apenas como um mero instrumento de comunicação. Sob este olhar, a Matemática estrutura nossas ideias sobre o mundo físico. Neste processo, empresta sua estrutura para o pensamento científico no processo de construção de modelos explicativos acerca dos fenômenos naturais.¹ Portanto, vamos analisar o papel desempenhado pela Matemática na estruturação do conhecimento físico. Em particular, vamos discutir o papel estruturante da matemática na teoria eletromagnética, enfatizando o desenvolvimento histórico de suas equações e sua relação com os diversos modelos de éter existentes no século XIX.

Como a Matemática é um dos componentes essenciais dos modelos e teorias físicas, a compreensão de seu papel na estruturação do pensamento físico é importante para a construção do conhecimento físico. Como veremos, o enfoque histórico-filosófico é uma forma interessante de tornar claro o papel da Matemática no ensino da Física.

¹ PIETROCOLA 2002.

2. O papel estruturante da matemática no conhecimento físico

Do ponto de vista do ensino, a compreensão superficial do papel desempenhado pela matemática na estruturação do conhecimento se constitui em um tipo de “obstáculo pedagógico” a ser superado pela educação científica. Pois se por um lado, a Física se constitui de idéias elaboradas, testadas e organizadas ao longo do processo histórico, por outro lado ela se relaciona ao mundo real. A relação entre idéias e realidade é um dos pontos mais complexos na tentativa de entendimento do processo de produção de conhecimento. Segundo Mario Bunge, a possibilidade de interpretações matemáticas do mundo deve ser entendida como uma revelação histórica das mais importantes para o desenvolvimento da humanidade. Pois não é natural que nossas idéias sobre o mundo, organizadas na forma de teorias, modelos e leis sejam capazes de simular o comportamento dos fenômenos reais. E claramente, o desenvolvimento da ciência teria sido totalmente outro, se por acaso, a formulação de modelos teóricos sobre o mundo não pudesse ser elaborada matematicamente.

Nesse sentido, levar os estudantes a compreender o papel estruturador da Matemática no contexto das ciências experimentais em geral é objetivo dos mais importantes na perspectiva de uma educação científica. No entanto, o que se verifica na prática, é que a relação entre Física e Matemática é apresentada na antiga tradição empiricista. A posição expressa por vários autores de livros didáticos tradicionais de Física parece apontar para uma simplificação, que pretende identificar como *natural* que as leis físicas sejam expressas matematicamente.² Quando procuramos entender a forma como a maioria destes autores concebe os modos de produção do conhecimento físico, torna-se mais fácil entender o papel atribuído por eles à Matemática: conceitos e leis seriam *descobertos*, através de um refinado processo experimental e, a seguir, descritos por equações matemáticas. Isso reflete um posicionamento epistemológico ingênuo - acaba-se por atribuir à Matemática função de *instrumento* da Física! Acredita-se na existência de uma estrutura real para além do que é percebido pelos nossos sentidos, estes capazes apenas de atingir as aparências. Esta estrutura seria a realidade última do mundo, sendo os conhecimentos verdadeiros aqueles que se referem a ela. O papel do cientista seria desvendar esta estrutura, formulando leis que se diferenciariam das demais leis possíveis de serem formuladas sobre o mundo, por se apoiarem num método seguro - experimentos e Matemática. No caso do desenvolvimento da teoria eletromagnética discutido a seguir, veremos claramente que essa concepção ingênua não se sustenta, pois grande parte dos resultados da teoria foram desenvolvidos por meio de raciocínio analógico, utilizando a semelhança matemática entre equações relacionadas a fenômenos totalmente independentes entre si.

Ao dizermos que a Matemática se constitui na linguagem da Física, devemos entender que ela é expressão do próprio pensamento, e não apenas um instrumento de comunicação. A Matemática é a maneira de estruturarmos nossas idéias sobre o mundo físico. Embora possa, em determinados momentos, se assemelhar a uma simples descrição de objetos. Apesar de sua maior importância residir em seu papel *estruturante*, seu aspecto descritivo é o mais enfatizado nos processos de ensino-aprendizagem. Devido a seu caráter estruturante, a Matemática participa do processo de produção de objetos-conceituais que constituirão os modelos que compõem o mundo físico.

O trabalho do cientista é melhor entendido como o de elaboração de estruturas conceituais adequadas para representar a realidade. Se pudermos comprovar, por meio de experiências, a adequação de uma estrutura conceitual, então estamos de posse de conhecimentos *seguros* sobre o mundo e em condições de discorrer sobre sua realidade. Reavaliações são sempre necessárias, pois a adequação de tais estruturas é sempre parcial. As

² PIETROCOLA 2002.

insuficiências das estruturas conceituais criadas pela ciência se configuram como projetos de pesquisa a serem executados.

Neste processo, a Matemática, enquanto linguagem, empresta sua própria estruturação ao pensamento científico para compor os modelos físicos sobre o mundo. Estas são em última instância, estruturas conceituais que se relacionam ao mundo, mediadas pela experimentação.³ A escolha da Matemática enquanto veículo estruturador da ciência reside, entre outras coisas, nas suas características de **precisão, universalidade** e principalmente **lógica dedutiva** (possibilidade de previsibilidade). Bachelard já afirmava que a força da Matemática reside no fato dela ser "um pensamento seguro de sua linguagem"⁴.

3. Modelos e teorias

O grande salto na ciência em termos epistemológicos se deu com a certeza de que as idéias sozinhas não conseguem abarcar a complexidade do mundo. O valor de um pensamento conceitual reside no fato de suas idéias poderem ser articuladas entre si formando teorias.⁵ Da mesma forma, a linguagem constitui-se justamente na capacidade de inter-relacionar idéias, atribuindo-lhes significados individuais muito precisos. A linguagem permite que, ao nos depararmos com determinada situação do mundo, possamos produzir um entendimento sobre elas através do bom uso das idéias. Neste sentido, toda linguagem é um conjunto articulado de idéias. Para Bunge, a racionalidade da ciência consiste no fato de o saber científico ser formado por um conjunto logicamente articulado de idéias. A maior articulação é produzida no interior das teorias, o "sistema nervoso" da ciência para o nosso autor.

Em segundo lugar, as teorias oferecem uma representação do setor da realidade a que se referem e permitem explicar os fatos do respectivo domínio. Ademais, elas aumentam o conhecimento, porque têm o poder preditivo com base no saber sistematizado. Por tudo isso, as teorias orientam a pesquisa, propondo ou reformulando problemas, sugerindo novos dados, inspirando novas linhas de indagação. Algumas vezes, as teorias fazem ainda mais do que isso: reorientam completamente o curso da ciência (teorias revolucionárias).

Para entendermos o tipo de representação da realidade que as teorias oferecem, devemos reparar que toda teoria factual enfoca tão somente *alguns aspectos* da realidade, considera unicamente *algumas variáveis* e introduz apenas *algumas relações* entre elas. Vale dizer que toda teoria investiga o mundo *esquemáticamente*, referindo-se a um *modelo* e não à realidade em toda a sua riqueza e complexidade (o que seria impossível). A teorização supõe a criação de um "objeto-modelo", ou seja, uma representação idealizada do setor da realidade em estudo. A teoria não "retrata" a realidade, nem se refere imediatamente a ela. A teoria trata, por assim dizer, do "objeto-modelo", que constitui uma representação *convencional* (embora não arbitrária) e *aproximada* da realidade.⁶ Essa representação, denominada relação de "modelagem", pode ser figurativa (como um desenho ou um diagrama), ou conceptual (como um sistema de enunciados ou equações). Atualmente a teoria eletromagnética é ensinada, em muitos casos, sem nenhuma discussão sobre os modelos sobre os quais foi construída, ficando a visão de que ela foi construída a partir de um conhecimento empírico da natureza.

Os conceitos e esboços da teoria eletromagnética (e de qualquer outra) se afinam mediante a sua tradução matemática, que tem como meta a construção de um modelo, entendido como "um conjunto de relações *determinadas* entre variáveis *determinadas*". Esse

³ BUNGE 1974

⁴ Citado por PATY 1989, p. 236, nota 17.

⁵ BUNGE 1974.

⁶ BUNGE 1974, pp. 25-35.

modelo implicará forçosamente ao começo uma grande simplificação, tornando-se pouco a pouco mais complexo para melhor representar a realidade. Isto pode ser claramente percebido ao analisarmos os modelos utilizados por Maxwell: inicialmente partiu de analogias com o movimento de fluidos para chegar a modelos mais complexos, como o modelo de vórtices para o éter, discutidos abaixo.

4. As analogias e modelos no eletromagnetismo do século XIX

Na segunda metade do século XIX, surgiu uma nova maneira de interpretar as relações entre modelos físicos e modelos matemáticos, produzindo um interessante enfoque para o desenvolvimento de explicações para fenômenos físicos, tais como os fenômenos elétrico e magnético. A relação entre modelos e a realidade física era uma grande preocupação entre os físicos do século XIX.

Nesta época, a mecânica e suas aplicações era um campo de pesquisa bastante desenvolvido. Os físicos buscavam explicações mecânicas para uma grande variedade de fenômenos, inclusive para os fenômenos eletromagnéticos, baseados em conceitos como força, velocidade, aceleração e nas leis de Newton. Um dos métodos utilizados para desenvolver modelos capazes de descrever os fenômenos eletromagnéticos foi o uso de analogias com sistemas físicos já conhecidos e bem estudados, como por exemplo, propagação de calor, movimento de fluidos e estudo de corpos sólidos elásticos, entre outros. Estas analogias tinham um forte caráter matemático, mas também uma preocupação em permitir a formação de uma imagem mental dos fenômenos eletromagnéticos.

Segundo Mary Hesse, a relação entre modelo e fenômeno modelado geralmente é uma relação de analogia. Ela diferencia entre dois tipos de analogia: a analogia formal e a analogia material. No primeiro caso, as mesmas relações axiomáticas e dedutivas relacionam sujeitos e predicados de sistemas análogos, que são descritos por equações semelhantes. Por exemplo, um pêndulo e um circuito elétrico oscilante são formalmente análogos entre si pois ambos podem ser descritos por uma mesma equação diferencial. Em uma analogia formal não há necessariamente semelhança entre os sujeitos e predicados de dois sistemas. No caso de uma analogia material, há também semelhanças físicas entre os sistemas, como por exemplo, na teoria cinética dos gases que considera um gás como um conjunto de pequenas esferas.⁷ A relação analógica, seja ela formal ou material, geralmente implica em diferenças e semelhanças, além disso, dois sistemas podem ter apenas uma analogia formal entre si, sem que haja analogia material, por exemplo os vários modelos mecânicos desenvolvidos no século XIX e os fenômenos eletromagnéticos discutidos neste artigo.

Maxwell, Thomson e outros desenvolveram modelos e analogias para explicar os fenômenos elétricos e magnéticos baseadas na existência do éter. As equações que obtiveram pelo método analógico são utilizadas – e ensinadas – até os dias de hoje apesar de não supormos mais a existência de um meio material como o éter permeando todo o espaço.

4.1 Michael Faraday e as linhas de força

A filosofia natural britânica era uma filosofia mecânica que buscava explicações para os fenômenos físicos em termos de matéria, movimento e forças baseadas nas leis de Newton. Dentro deste espírito, o éter seria considerado como base para todos os fenômenos físicos, interpretados como alterações mecânicas do éter. Além de ser o meio que sustentaria a propagação da luz, o éter tinha outras funções, tais como explicar os fenômenos elétricos e magnéticos como “campos” existentes no éter. Assim, a idéia de um éter eletromagnético foi

⁷ HESSE 1972.

gradualmente ganhando espaço durante o século XIX, dando origem ao conceito de campos elétrico e magnético como estruturas físicas desse éter.

Michael Faraday (1791-1867) foi um dos primeiros a tentar explicar os fenômenos eletromagnéticos como um efeito que se propagaria através de um meio. Propôs uma nova forma de representar o estado do campo magnético para discutir o fenômeno de indução de correntes. Na época, já era costume visualizar o campo magnético através da distribuição das curvas formadas por limalha de ferro espalhadas na região onde havia um campo magnético⁸. Essas curvas sugeriram a Faraday a idéia de “linhas de força magnética”, ou curvas cujas direções em cada ponto coincidem com a direção da força magnética. O espaçamento entre as linhas indicaria sua intensidade ou magnitude. Faraday imaginou que todo o espaço estaria permeado por essas linhas de força. Ele não tentou explicar o que eram realmente as linhas de força, pois acreditava que a natureza microscópica da ação entre as partículas estava além do alcance dos experimentos. Evitou essa discussão definindo apenas que a ação entre as partículas seria uma ação que se propaga de uma porção do meio para todas as outras porções vizinhas.

Nesta abordagem, não havia necessidade de matéria comum para explicar a existência das linhas de força. No entanto, as linhas de força eram interpretadas como estruturas físicas, mas estruturas do quê? A resposta a essa pergunta foi sendo construída ao longo do século XIX.

As linhas de campo de Faraday apresentadas acima são o primeiro conceito preciso da idéia de campo. Faraday discutiu aspectos qualitativos relacionados às linhas de campo, sem se dedicar a uma formulação matemática deste modelo. Thomson foi o primeiro a introduzir em 1847 o conceito de campo acompanhado por um formalismo matemático e procurar sua fundamentação em uma teoria dinâmica do éter, como veremos a seguir.

4.2 A analogia entre eletricidade e o fluxo de calor de William Thomson

Ao contrário de Faraday (que era principalmente um experimental), William Thomson (1824–1907) era um matemático com profundos conhecimentos de mecânica analítica. O jovem Thomson estava em perfeitas condições para apreciar e desenvolver os trabalhos matemáticos franceses, tanto que estudou o *Théorie analytique de la chaleur* de Fourier em duas semanas, aos dezesseis anos de idade.⁹

Os trabalhos de Fourier sobre calor chamaram a atenção dos filósofos naturais britânicos por não especular sobre a natureza do calor e da matéria e por seu forte aspecto geométrico. Suas equações básicas tinham um significado empírico direto e atribuíram um papel central ao conceito de fluxo de calor através de uma superfície. Fourier enfatizou a relação entre a quantidade de calor que atravessa uma superfície por unidade de tempo com a taxa de variação de temperatura através da superfície. Em linguagem moderna, na teoria de Fourier, o gradiente de temperatura seria responsável pelo fluxo de calor através de uma superfície.

Em 1842 Thomson começou a explorar mais os processos formais empregados na física utilizando o método analógico. Inicialmente, dedicou-se a desenvolver analogias formais entre eletrostática e fluxo de calor, sem dedicar-se a entender fisicamente o que ocorre no espaço entre os condutores, mas sim encontrar relações entre as equações que descrevem ambos os fenômenos. O mesmo vale para sua analogia entre hidrodinâmica e magnetismo.¹⁰ Segundo Thomson, estas analogias matemáticas poderiam ser consideradas

⁸ O termo *linhas de força* foi usado pelos filósofos escolásticos que o associaram ao magnetismo, por exemplo Niccolo Cabeo. Entre os escritores do século XVIII, La Hire menciona o uso de limalha de ferro

⁹ DARRIGOL 2000, p. 114.

¹⁰ DARRIGOL 2000, p. 136.

como pontos de partida em direção a analogias mecânicas mais verdadeiras que poderiam resultar em uma teoria física para a propagação das forças elétrica e magnética.¹¹

Utilizando essas idéias, Thomson estudou fenômenos físicos totalmente diferentes entre si, como problemas de fluxo de calor, atração eletrostática e atração gravitacional. Isso foi possível justamente pela força do uso de analogias formais. Thomson notou que tais fenômenos poderiam ser descritos por equações do mesmo tipo, bastando atribuir os significados próprios a cada símbolo nelas utilizado.

Como exemplo, vejamos o caso da lei de Gauss aplicada ao caso da distribuição de temperatura. Thomson superpôs as fontes puntiformes em uma superfície dS com densidade σ para chegar na seguinte expressão para a temperatura θ a uma distância r das fontes:

$$\theta = \iint \frac{\sigma dS}{r}$$

que é idêntica à expressão do potencial elétrico correspondente a uma densidade

de cargas elétricas a uma distância r . Vemos claramente que em sua analogia entre eletrostática e condução de calor, Thomson identificou, em linguagem moderna, calor com eletricidade, temperatura com potencial e as fontes de calor com as cargas elétricas.

Em seu raciocínio, ele foi de uma teoria para outra várias vezes, transpondo conceitos e teoremas de uma para outra. O ponto inicial de uma teoria (lei de Coulomb) tornou-se resultado da outra (distribuição de temperatura de fontes puntiformes). Uma consequência óbvia de uma teoria (transferência local de calor na teoria de Fourier) tornou-se um teorema essencial da outra (fluxo do campo através de uma superfície).

Seguindo a distinção entre analogia formal e analogia material de Mary Hesse descrita anteriormente, a analogia desenvolvida por Thomson entre calor e eletricidade é uma analogia do tipo formal. Ele considera que apenas as equações que descrevem os dois fenômenos são análogas mas não os fenômenos em si – a analogia pode ser construída pela atribuição de significados próprios de cada teoria aos símbolos das equações. Para ele, seria possível desenvolver novas idéias na eletricidade a partir do estudo das equações que descrevem o fenômeno de condução de calor (e vice-versa), uma vez que suas equações são análogas.

4.3 A analogia com um meio elástico

A analogia entre eletrostática e propagação de calor discutida anteriormente é do tipo formal – não se preocupa em criar um objeto-modelo para explicar os fenômenos, apenas descreve-os matematicamente através de uma estrutura matemática “emprestada” de outra teoria. Esse processo analógico inicialmente formal foi capaz de fornecer um suporte provisório ao pensamento visando apreender conceitualmente a nova área de investigação. De alguma maneira, a imaturidade conceitual da abordagem da eletricidade e do magnetismo adquiriu significados precisos com a estruturação matemática obtida a partir da analogia utilizada. No entanto, era preciso avançar na direção de uma estruturação conceitual própria ao domínio eletromagnético. Para tentar criar uma imagem mental dos fenômenos elétrico e magnético, Thomson desenvolveu um outro tipo de analogia: a analogia com movimentos em um meio elástico. Novamente, seguindo a definição de Mary Hesse, esta seria uma analogia do tipo material.

Faraday acreditava que as forças elétrica e magnética se propagavam por meio de tensões em um meio elástico, mas não tentou explicar essas tensões em termos de tensões mecânicas específicas pois achava que a dinâmica matemática não era capaz de explicar os conceitos de força e poder em que sua física estava baseada. Thomson pensava de forma diferente. Acreditava que as forças elétrica e magnética se propagavam de forma análoga a tensões em um meio elástico. Coincidentemente, George Gabriel Stokes havia acabado um

¹¹ DARRIGOL 2000, p. 127.

elegante estudo sobre sólidos elásticos na época, proporcionando um novo enfoque sobre a dinâmica dos meios contínuos.¹²

Stokes estudou matematicamente o movimento mais geral de um elemento de fluido, decompondo o movimento de um elemento do fluido em três dilatações ou contrações em torno de três eixos ortogonais e uma rotação. Com essas hipóteses Stokes deduziu as equações de movimento de um sistema de tensões agindo sobre um elemento de superfície arbitrário.¹³

Thomson aplicou as idéias de Stokes e interpretou os três tipos simples de soluções para as equações de equilíbrio de um sólido incompressível como análogas aos campos de uma carga puntiforme, de um dipolo magnético e de um elemento de corrente. Observando as equações que descrevem estes fenômenos e comparando-as com as que descrevem o movimento geral (translações e rotação) de um elemento de sólido elástico, notou que a analogia deveria ser entre força elétrica e deslocamento elástico e que as forças magnética e eletromagnética seriam análogas a rotações. Os resultados de Thomson mostravam uma imagem da propagação da força elétrica ou magnética como sendo equivalente à forma como mudanças no deslocamento elástico se propagam através de um sólido elástico. A importância desta analogia está no fato de que ela sugere explicitamente a propagação das forças elétrica e magnética por processos mecânicos no éter (deslocamentos, rotações, forças e outras grandezas mecânicas). Essa abordagem de Thomson para tratar problemas de eletromagnetismo através de analogias influenciou bastante o jovem Maxwell.

A introdução do éter como objeto-modelo configura-se como um passo importante na produção de uma interpretação própria ao domínio eletromagnético. Através dele, foi possível produzir representações adequadas dos fenômenos. Estava em curso o processo de produção de modelos teóricos, e coube a Maxwell o papel histórico de desenvolver grande parte desses modelos.

4.4 As analogias e modelos mecânicos no trabalho de Maxwell

Em seus trabalhos, Maxwell fez grande uso de modelos mecânicos desenvolvidos por Faraday e Thomson para representar os fenômenos eletromagnéticos, seguindo a tradição da física matemática de Cambridge no século XIX. Mas até que ponto essas imagens eram uma representação literal da realidade?

Maxwell não tomava as equações de campo como a única coisa importante. Ele pensava ter construído uma teoria mecânica do campo eletromagnético, na qual o campo seria um meio material e contínuo. Para obter suas equações, usou o tratamento formal de meios materiais contínuos que aprendeu principalmente com Thomson. Para Maxwell, relacionar eletromagnetismo com uma teoria de éter era importante pois lhe parecia fundamental a existência de modelos mecânicos adequados para explicar os fenômenos físicos e que, ao mesmo tempo, permitissem formar uma imagem mental destes fenômenos.

O artigo *Sobre as linhas de força de Faraday*¹⁴ publicado em 1856 foi uma tentativa de unir as idéias de Faraday com as analogias matemáticas desenvolvidas por Thomson e com isso obter uma teoria matemática para descrever as linhas de força. Seu objetivo era produzir um método que “exigisse atenção e imaginação, mas não cálculos”.¹⁵ Neste trabalho, partiu de uma analogia formal com o movimento de um fluido incompressível para chegar a uma analogia material. Inicialmente, chegou às seguintes expressões para a velocidade e a pressão do fluido a uma distância r da fonte¹⁶

¹² DARRIGOL 2000, pp. 126-128.

¹³ STOKES 1966, pp. 75-129.

¹⁴ MAXWELL 1965, vol. 1, pp. 155-229.

¹⁵ MAXWELL 1965, vol. 1, pp. 155-229.

¹⁶ MAXWELL 1965, vol. 1, pp. 160-67.

$$v = \frac{1}{4\pi r^2} \quad \text{e} \quad p = \frac{1}{4\pi r}.$$

Essas equações são do mesmo tipo que as equações do campo e potencial. Devido a essa igualdade, Maxwell pensou que as idéias de linha de força como um movimento de um fluido “podem ser modificadas para serem aplicadas às ciências de eletricidade estática, magnetismo permanente, magnetismo de indução e correntes galvânicas uniformes, deixando as leis do eletromagnetismo para uma consideração especial”.¹⁷ Vemos aqui, o uso de analogias materiais por Maxwell, que permitem a construção de imagens mentais e explicações concretas para os fenômenos eletromagnéticos a partir de um fenômeno mais familiar, o movimento de um fluido.

Neste artigo, apesar de Maxwell aplicar a idéia de linhas de força para vários casos (eletrostática, magnetismo, eletrodinâmica), não há um modelo unificado que permita formar uma idéia clara dos mecanismos que explicariam os fenômenos elétricos e magnéticos pois cada fenômeno é explicado de uma forma diferente e independente dos outros.

O próximo artigo sobre o assunto foi *Sobre as linhas físicas de força*, publicado em duas partes, em 1861 e 1862. Seguindo Thomson, Maxwell desenvolveu a analogia entre fenômenos eletromagnéticos e movimentos das partículas de um sólido elástico tensionado (o éter), de modo que o deslocamento angular (rotação) seria proporcional à força magnética e o deslocamento relativo das partículas vizinhas corresponderia em magnitude e direção à quantidade de corrente elétrica passando pelo ponto correspondente do campo eletromagnético.¹⁸

Analisando matematicamente este problema,¹⁹ Maxwell notou que suas equações eram análogas as que representavam a relação entre corrente elétrica e campo magnético (como, por exemplo, na experiência de Ørsted) pois essa também é uma relação entre algo que se desloca linearmente (corrente) com algo que gira (campo magnético). Concluiu que uma corrente elétrica de intensidade r fluindo na direção z através de uma área unitária pode ser calculada a partir das “componentes da força que age sobre uma extremidade de uma barra magnética unitária” \mathbf{a} , \mathbf{b} , \mathbf{g} da seguinte forma:²⁰

$$r = \frac{1}{4\pi} \left(\frac{d\beta}{dx} - \frac{d\alpha}{dy} \right)$$

Esse resultado pode ser estendido para as outras direções do espaço:

¹⁷ MAXWELL 1965, vol. 1, p. 175-77.

¹⁸ MAXWELL 1861a, p. 163.

¹⁹ Não vamos apresentar todos os cálculos de Maxwell pois isto estaria além das intenções deste trabalho. Para mais detalhes, veja MAXWELL 1861a, pp. 165-75.

²⁰ O cálculo vetorial ainda não existia na época. Como era costume, Maxwell usava o formalismo de componentes para representar as grandezas vetoriais. Neste formalismo uma grandeza vetorial é representada por suas três componentes e são usadas três letras diferentes para representar cada componente (ou seja, não eram usados símbolos como E_x , E_y , E_z usados atualmente e sim F , G , H). Sobre o desenvolvimento do cálculo vetorial, veja SILVA 2002.

$$\frac{1}{4\pi} \left(\frac{d\gamma}{dy} - \frac{d\beta}{dz} \right) = p,$$

$$\frac{1}{4\pi} \left(\frac{d\alpha}{dz} - \frac{d\gamma}{dx} \right) = q,$$

$$\frac{1}{4\pi} \left(\frac{d\beta}{dx} - \frac{d\alpha}{dy} \right) = r$$

onde p , q , r são as quantidades de corrente por unidade de área perpendiculares aos eixos x , y , z respectivamente. Atualmente, dizemos que as três expressões acima constituem a Lei de Ampère para o eletromagnetismo.

Neste mesmo trabalho, elaborou um novo modelo mecânico mais sofisticado que os anteriores, baseado no movimento de vórtices. Considerou o éter formado por vórtices rígidos em rotação, entre os quais haveria pequenas esferas que transmitiriam o movimento de um vórtice para outro, mostrado na figura 1.²¹ Maxwell imaginou que os sistemas de vórtices agiriam como um mecanismo conectado capaz de transferir movimento elétrico de um condutor para outro.

Maxwell estudou cuidadosamente os aspectos relacionados com o movimento conjunto dos vórtices e das esferas. Através de uma análise analógica, relacionou as grandezas mecânicas envolvidas no movimento do sistema com as grandezas eletromagnéticas. Interpretou a força tangencial das partículas como análoga ao campo elétrico; o momento angular do vórtice como análogo à intensidade do campo magnético e o movimento das partículas como análogo à corrente elétrica.

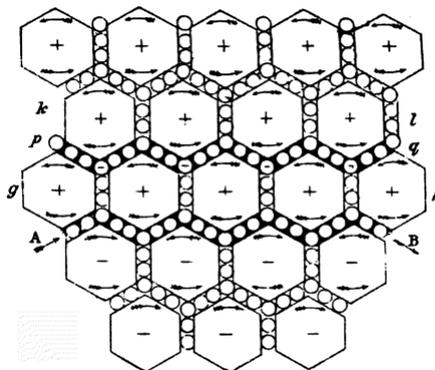


Figura 1. Neste modelo, o movimento dos vórtices representa o campo magnético e o das esferas a corrente.

Além de discutir questões físicas, Maxwell também fez comentários filosóficos sobre o uso de analogias no artigo *Sobre as linhas de força de Faraday*. Para ele, as analogias físicas proporcionam um método de investigação que permite visualizar cada passo até se atingir uma concepção física clara, sem a necessidade de hipóteses baseadas em outras teorias físicas. Por exemplo, a analogia do fluido se aplica de maneira indiferente para as partes separadas do eletromagnetismo (eletrostática, magnetostática, eletrodinâmica) sem considerar forças mecânicas entre corpos carregados ou ímãs. Ela considera que a ação entre os corpos se propaga através de um “campo de forças” analogamente ao movimento de um fluido. Segundo o próprio Maxwell, ele esperava descobrir um método para formar uma concepção

²¹ MAXWELL 1861b, p. 282-83.

mecânica do eletromagnetismo através do estudo das leis usadas para tratar um sólido elástico e o movimento de fluido viscoso.²²

5. Conclusão

Como vimos na análise do desenvolvimento da teoria eletromagnética, a matematização não é uma mera tradução da teoria para a linguagem matemática: a matematização é uma etapa integrante do processo de construção da teoria. Thomson e Maxwell utilizaram a linguagem matemática como elementos *estruturantes* da teoria eletromagnética e não como mera descrição de aspectos empíricos. Na discussão histórica apresentada, a matematização do domínio eletromagnético foi obtida às custas de um processo que inicialmente envolveu analogias formais. Os objetos conceituais próprios da teoria só apareceram depois. Nesse caso, a analogia formal só foi possível devido a crença de Thomson, Maxwell e outros de que havia motivos para se pensar a eletricidade e o magnetismo através de uma estrutura matemática semelhante a da teoria do calor e dos fluidos. Essa estratégia de uso de analogias formais, utilizada em diversos episódios da História da Ciência, parece demonstrar o papel estruturante que a Matemática desempenha no pensamento do mundo, ou pelo menos da porção dita “natural” do mundo. De outro forma, como entender a função heurística que analogia formal desempenhou neste episódio da estruturação da teoria eletromagnética? O próprio desenvolvimento posterior dessa teoria, em particular com o abandono do éter no início do século XX, parece indicar que houve um processo de estruturação gradativa, que acabou por gerar conhecimento próprio a essa área, na forma de conceitos, leis, princípios e etc. Esse processo se valeu amplamente das possibilidades organizativas que a linguagem matemática oferecia. Inicialmente, com Thomson e Maxwell, a Matemática utilizada fora “emprestada” de outras teorias – na seqüência, uma estruturação matemática própria foi desenvolvida.

Por trás de uma teoria, por assim dizer, formulada na linguagem vulgar ou semi-científica, pode haver muitas teorias precisas. Por outro lado, falar de matematização não significa unicamente quantificar, porque na formulação da teoria eletromagnética (e de várias outras) utilizam-se também ferramentas matemáticas como cálculo vetorial, cálculo diferencial integral e outros, dependendo da teoria, que estão intimamente relacionadas com os aspectos conceituais da própria teoria. O fato de existirem grandezas relacionadas a deslocamentos lineares (como campo elétrico) e grandezas relacionadas a rotações (como o campo magnético) é um exemplo dessa intimidade, e isso foi decisivo na elaboração da teoria eletromagnética.

Em todo caso, as vantagens da matematização não se limitam à máxima precisão. Ela aumenta a potência dedutiva da teoria (ou seja, a capacidade de deduzir novos enunciados); permite constatações empíricas mais finas; facilita a identificação de defeitos e inconsistências e a comparação da teoria com outras rivais.

Por estas e outras razões (não discutidas neste artigo), é fundamental discutir o papel desempenhado pela Matemática no conhecimento físico. Isso, aliado a outras discussões, permite ao estudante formar uma idéia sobre o conhecimento científico mais próxima do conhecimento filosófico atual.

6. Bibliografia

²² MAXWELL 1965, vol. 1, p. 188.

- BUNGE, Mario. *Teoria e Realidade*. São Paulo: Perspectiva, 1974.
- HESSE, Mary. Models and analogy in science. In EDWARDS, Paul (ed.). *The encyclopedia of philosophy*. New York: MacMillan, 1972. Vol. 5, pp. 354-359.
- DARRIGOL, Olivier. *Electrodynamics from Ampère to Einstein*. New York: Oxford University Press, 2000.
- MAXWELL, James C. On physical lines of force, part I. *Philosophical Magazine* [série XX] **21**: 161-75, 1861 (a).
- MAXWELL, James C. On physical lines of force, part II. *Philosophical Magazine* [série XX] **22**: 281-91, 1861 (b).
- MAXWELL, James C. *Scientific papers*. Edited by William Davidson Niven. New York: Dover, 1965.
- MAXWELL, James C. *Treatise on electricity and magnetism*. New York: Dover, 1954.
- MAXWELL, James C., JENKIN, F. Report on the 33rd meeting of the British Association on Standards of Electrical Resistance, Appendix C, pp. 130-163, 1863.
- PATY, Michel. *Matéria roubada*. São Paulo: Edusp, 1989.
- PIETROCOLA, M. A Matemática como estruturante do pensamento físico. *Caderno Brasileiro de Ensino de Física* **19 (1)**: 93-114, 2002.
- SILVA, Cibelle C. *Da força ao tensor: evolução do conceito físico e representação matemática do campo eletromagnético*. Tese (doutorado), Campinas, SP: Universidade Estadual de Campinas. Instituto de Física “Gleb Wataghin”, 2002.
- STOKES, George Gabriel. On the theories of the internal friction of fluids in motion, and the equilibrium and motion of elastic solids em *Mathematical and Physical Papers of George Gabriel Stokes*. London: Johnson Reprint Corporation, 1966, vol. 1, pp. 75-129.
- THOMSON, William. On the uniform motion of heat in homogeneous solid bodies and its connection with mathematical theory of electricity em THOMSON, William. *Reprint of Papers on Electrostatic and magnetism*. London: MacMillan & Co, 1872, pp. 1-14.