

Universidade de São Paulo
Instituto de Astronomia, Geofísica e Ciências Atmosféricas
Departamento de Astronomia

Luciana Andrade Dourado

**Difusão e aceleração de raios cósmicos em
simulações de plasmas astrofísicos**

São Paulo

2020

Luciana Andrade Dourado

Difusão e aceleração de raios cósmicos em simulações de plasmas astrofísicos

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado
ao Instituto de Astronomia, Geofísica e Ciências
Atmosféricas da Universidade de São Paulo
como requisito parcial para a obtenção do título
de Bacharel em Astronomia.

Vertente: Pesquisa Básica

Orientadores: Prof. Dr. Reinaldo Santos de
Lima; Prof.^a Dr.^a Elisabete Maria de Gouveia
Dal Pino

São Paulo

2020

Resumo

Raios cósmicos (RCs) são partículas relativísticas carregadas, como prótons, núcleos, elétrons e pósitrons, que estão distribuídos por uma lei de potência em energia e observados da Terra. Como são defletidos pelos campos magnéticos da Galáxia, sua origem não é totalmente conhecida, porém acredita-se que para RCs de até 10^{15} eV a origem é galáctica, gerados em choques de remanescentes de supernovas por aceleração Fermi de primeira ordem. Por essa razão, pesquisadores estudam a física do processo de aceleração por meio de teoria e simulação numérica, já que entender tanto a propagação quanto a aceleração dos RCs é saber como eles interagem com as flutuações magnéticas, que é o que controla seu confinamento ou o quanto difundem. No caso, para os RCs serem acelerados, é necessário estar confinados na região de choque por um certo tempo. Apesar de existirem simulações de aceleração de partículas em choques, os resultados possuem um caráter mais qualitativo e, para comparar com a teoria, é necessário extrair uma informação mais quantitativa. As quantidades desejáveis para se obter nas simulações são os coeficientes da equação de transporte dos raios cósmicos, pois mostram como eles difundem no espaço e a qual taxa são acelerados. Este projeto de pesquisa consiste no estudo de como a turbulência magneto-hidrodinâmica regula o transporte e a aceleração dos raios cósmicos na Galáxia. Dessa maneira, é utilizado um integrador de órbitas para simular numericamente a propagação de raios cósmicos em um ambiente turbulento e, assim, obter por meio de análises estatísticas as taxas de difusão e aceleração sofridas pelos raios cósmicos de diferentes energias.

Abstract

Cosmic rays (CRs) are charged relativistic particles, such as protons, nuclei, electrons and positrons, which are distributed by a power law in energy and observed from Earth. Since they are deflected by the magnetic fields of the Galaxy, their origin is not fully known, but it is believed that the origin is galactic for CRs of up to 10^{15} *meV*, generated in shocks of supernova remnants by First order Fermi acceleration. Therefore researchers study the physics of the acceleration process through theory and numerical simulation, because understanding both the propagation and acceleration of CRs is knowing how they interact with magnetic fluctuations, which control their confinement or how much they spread. In this case, for CRs to be accelerated, it is necessary to be confined in the shock region for a certain time. Although there are simulations of particle acceleration in shocks, the results have a more qualitative character and, to compare with the theory, it is necessary to extract more quantitative information. The desirable quantities to be obtained in the simulations are the coefficients of the cosmic ray transport equation, which show how they diffuse in space and at what rate they are accelerated. This research project consists of studying how the magneto-hydrodynamic turbulence regulates the transport and acceleration of cosmic rays in the Galaxy. In this way, an orbital integrator is used to numerically simulate the propagation of cosmic rays in a turbulent environment and, thus, obtain through statistical analysis the rates of diffusion and acceleration suffered by cosmic rays of different energies.

Lista de Figuras

2.1	Evolução temporal do cosseno do <i>pitch angle</i> de quatro partículas aleatórias para a simulação de energia cinética inicial de 1 GeV e tempo de integração de 10 períodos de Larmor.	22
2.2	Evolução temporal do cosseno do <i>pitch angle</i> de quatro partículas aleatórias para a simulação de energia cinética inicial de 10 GeV e tempo de integração de 10 períodos de Larmor.	23
2.3	Evolução temporal do cosseno do <i>pitch angle</i> de quatro partículas aleatórias para a simulação de energia cinética inicial de 100 GeV e tempo de integração de 10 períodos de Larmor.	24
2.4	Comparação entre a difusão espacial do cosseno <i>pitch angle</i> μ em função da energia para o modelo analítico e a simulação numérica. As linhas vermelha e laranja representam as curvas do modelo aproximado para as amplitudes das flutuações magnéticas de 0.5×10^{-7} e 10^{-7} , respectivamente. Já os pontos azuis e verdes são os resultados numéricos para de 0.5×10^{-7} e 10^{-7} , nessa ordem. Esses resultados foram obtidas em simulações de $t = 10T$ para as energias de 1 GeV e 10 GeV e de $t = 3T$ para 100 GeV	26
2.5	Evolução temporal da energia cinética de quatro partículas aleatórias para a simulação de energia cinética inicial de 1 GeV e tempo de integração de 10 períodos de Larmor.	27
2.6	Evolução temporal da energia cinética de quatro partículas aleatórias para a simulação de energia cinética inicial de 10 GeV e tempo de integração de 10 períodos de Larmor.	28

2.7	Evolução temporal da energia cinética de quatro partículas aleatórias para a simulação de energia cinética inicial de 100 GeV e tempo de integração de 10 períodos de Larmor.	29
2.8	Evolução temporal da energia cinética de quatro partículas aleatórias para a simulação de energia cinética inicial de 1 GeV e tempo de integração de 1000 períodos de Larmor.	30
2.9	Evolução temporal da energia cinética de quatro partículas aleatórias para a simulação de energia cinética inicial de 10 GeV e tempo de integração de 1000 períodos de Larmor.	31
2.10	Evolução temporal da energia cinética de quatro partículas aleatórias para a simulação de energia cinética inicial de 100 GeV e tempo de integração de 1000 períodos de Larmor.	32
2.11	Taxa da variação de energia em função da energia para simulações com tempo de integração de 1000 períodos de Larmor.	34
2.12	Taxa da variação de energia ao quadrado em função da energia para simulações com tempo de integração de 1000 períodos de Larmor. A curva laranja representa a primeira aproximação dada pela Equação (2.12), enquanto que os pontos azuis são os resultados numéricos.	35
3.1	Topologia do campo magnético no cenário de reconexão em duas dimensões.	39
3.2	Topologia do campo de velocidades na direção x no cenário de reconexão em duas dimensões.	39
3.3	Difusão do cosseno do <i>pitch angle</i> em função da posição x para diferentes valores de energia das partículas.	41
3.4	Difusão da energia em função da posição x para diferentes valores de energia das partículas.	41
3.5	Derivada da energia em função da posição x para diferentes valores de energia das partículas.	42
3.6	Mapa da difusão do cosseno do <i>pitch angle</i> para as partículas de 1 GeV . . .	43
3.7	Mapa da difusão da energia para as partículas de 1 GeV	43
3.8	Mapa da derivada da energia para as partículas de 1 GeV	44

Lista de Tabelas

2.1	Condições iniciais constantes utilizadas nas simulações numéricas magneto-hidrodinâmicas.	17
2.2	Fator de Lorentz γ e velocidade relativística das partículas γv para cada valor energia cinética inicial.	19
2.3	Comprimento de onda ressonante λ para cada valor energia cinética inicial.	20
2.4	Período de Larmor das partículas para cada valor energia cinética inicial.	21
3.1	Tamanho da caixa nas direções x e y e tempo de integração para diferentes energias.	38

Sumário

1. Introdução	13
2. Simulações numéricas em uma dimensão	17
2.1 Condições iniciais para as simulações	17
2.2 Resultados das simulações numéricas	20
2.2.1 Difusão espacial do <i>pitch angle</i>	21
2.2.2 Derivada da energia em função do tempo	26
3. Simulações numéricas em cenário de reconexão magnética	37
3.1 Condições iniciais	37
3.2 Análises qualitativas da difusão e da aceleração	40
4. Conclusões e perspectivas	45
Referências	47
Apêndice	49
A. O código PIC-MHD BERLIN	51

Introdução

A origem dos raios cósmicos é uma das grandes questões ainda em aberto na astrofísica de altas energias, sendo uma área de pesquisa extremamente interdisciplinar que atrai o interesse de um grande número de pesquisadores teóricos e observacionais.

É geralmente aceito que os raios cósmicos (RCs) com energias de até $\sim 10^{15} eV$, o *knee* no espectro de energias observado tenham origem predominantemente na Galáxia, sendo a principal fonte de aceleração atribuída a choques produzidos por remanescentes de supernova (RSNs), por meio do mecanismo Fermi de primeira ordem (Bell 1978, LO' C 1984). Do ponto de vista teórico, o mecanismo de aceleração tem ainda muitas questões em aberto, por exemplo a energia máxima que os prótons podem alcançar, e o mecanismo de escape das partículas da região de aceleração. No caso de *diffusive shock acceleration* (DSA), a eficiência da aceleração é inversamente proporcional aos coeficientes de difusão dos RCs, que teoricamente são sensíveis ao cenário de turbulência magneto-hidrodinâmica (MHD) em que o choque se propaga.

Do ponto de vista observacional, enquanto que a detecção de raios X e raios gama não térmicos nos RSNs permite inferir a presença de elétrons com energias de até $\sim TeV$ (emitindo radiação síncrotron e compton inverso), é muito mais difícil detectar a presença de prótons de altas energias nesses sítios. A presença de nuvens moleculares (NM) próximas a RSNs oferece uma forma de se obter informação do espectro de prótons acelerados. Estas nuvens funcionam como alvos para os RCs escapando do remanescente: o decaimento de píons ($\pi^0 s$) produzidos pelas interações próton-próton entre os RCs e os prótons da NM produzem fótons gama, que por sua vez podem ser observados por detectores Cherenkov de raios gama, como os observatórios *MAGIC* e *H.E.S.S.* em operação, e o futuro *CTA*. De fato, os fluxos de raios gama observados de NMs associadas a RSNs são 1-2 ordens

de magnitude mais intensos quando comparados a NMs isoladas no meio interestelar, que são “alvos” dos RCs de fundo. No entanto, a interpretação dos dados observacionais das associações RSN/NM requer um modelo de transporte de RCs após o escape das zonas de acelerações durante sua penetração na NM.

Aceleração Fermi de primeira ordem atrás de choques é normalmente considerada o mecanismo dominante para energizar partículas em sistemas astrofísicos. Mais recentemente, um mecanismo de aceleração Fermi alternativo, dentro os sítios de reconexão magnética, foi apontado por de Gouveia Dal Pino e Lazarian (2005), e tem atraído a atenção de diversos outros grupos de pesquisa por seu potencial de operação para energizar RCs em objetos altamente magnetizados, como núcleos ativos de galáxias (AGNs), sistemas binários com buracos negros (BHs), e *gamma-ray bursts*, e até mesmo em meios difusos, como o meio interestelar e intra-aglomerado de galáxias. Reconexão magnética ocorre quando duas porções de plasma carregando campos magnéticos com polaridades opostas se encontram, levando à aniquilação resistiva (ôhmica) de fluxo magnético e resultando em liberação de energia magnética em energia mecânica, aceleração de partículas, aquecimento do plasmas, e mudança na topologia do campo magnético. Eventos de reconexão podem ser explosivos, com a energia liberada produzindo emissão em flares e aceleração de partículas, a exemplo do que ocorre durante explosões solares.

Como a turbulência é onipresente em plasmas astrofísicos (devido aos altos números de Reynolds dos escoamentos do plasma nestes ambientes), os eventos de reconexão provavelmente ocorrem em ambientes turbulentos. de fato, é conhecido que a turbulência induz reconexão rápida (em que rápida significa que a taxa do processo não está limitada pela resistividade microscópica do plasma, como ocorre quando o processo é laminar, mas tem sua taxa controlada pelos parâmetros da turbulência), e há evidências de que a reconexão turbulenta pode se auto-sustentar. A teoria de reconexão rápida induzida por turbulência pré-existente no meio ou forçada externamente foi testada com sucesso no caso não relativístico e mais recentemente em simulações numéricas MHD relativísticas.

Experimentos numéricos de aceleração de raios cósmicos (RCs) em choques de supernova ou em sítios de reconexão magnética são ferramentas poderosas para se testar a eficiência (ou ainda a validade) dos diversos modelos teóricos propostos. Normalmente a eficiência da aceleração está relacionada com a eficiência do confinamento dos RCs no sítio de aceleração. Para o cenário DSA, o confinamento se dá pelo espalhamento ressonante

dos RCs pelas irregularidades magnéticas (ondas Alfvén). No caso de choque propagando na direção quase perpendicular ao campo magnético, no entanto, a eficiência da aceleração pode ser comprometida se mecanismos que permitam aos RCs propagarem através do choque não se desenvolverem.

Como no caso da aceleração em choques, o modelo de aceleração em reconexão magnética ainda requer muita investigação para se entender seus detalhes e aplicações. Embora recentes simulações numéricas na aproximação de partículas teste ou simulações cinéticas de plasmas (*particle-in-cell*) têm fornecido valiosas informações acerca destes processos, seria desejável uma análise mais quantitativa dos resultados para um maior avanço na compreensão dos detalhes da física envolvida. Uma análise deste tipo seria o mapeamento das taxas de difusão e aceleração dos RCs nos ambientes estudados. Esta análise permitiria extrair dos estudos numéricos mencionados a dependência das taxas dos fenômenos “micro-físicos” com os parâmetros do sistema, permitindo ainda a inclusão de efeitos de RCs em estudos de escalas “globais”, em que não é possível resolver os fenômenos cinéticos relevantes.

Simulações numéricas em uma dimensão

2.1 Condições iniciais para as simulações

Com o objetivo de estudar a difusão e a aceleração de partículas testes em um domínio cartesiano, a princípio simplificou-se o problema para uma dimensão, em que o campo magnético médio é inserido em apenas uma direção, $\vec{B} = B_0 \hat{x}$. Em particular, utilizou-se nas simulações o valor de $B_0 = 1 \mu G$, pois se trata da intensidade média no meio interestelar (Schlickeiser, 2013).

Sobreposto ao campo magnético uniforme na direção \hat{x} , gerou-se um espectro de ondas Alfvén com fase aleatória e cuja amplitude do campo magnético é de $0.5 \times 10^{-7} G$, para atuar como flutuações magnéticas. Foram escolhidas ondas com polarização circular, que são particularmente interessantes já que ondas Alfvén geradas por instabilidades ressonantes dos próprios raios cósmicos também possuem essa polarização. Vale mencionar que as quatro possibilidades de propagação foram inseridas nas simulações, que consistem nas ondas se propagando e rotacionando em ambos os sentidos.

Nas condições iniciais, o espectro de ondas obedece uma lei de potência na amplitude, que é o que se espera de um espectro gerado por turbulência no meio ou por ondas geradas mediante instabilidades de raios cósmicos com uma distribuição na energia em lei de potência. No caso, o expoente conhecido para essa potência e utilizado nas simulações é de $-5/3$ (Armstrong et al., 1981).

Tabela 2.1 - Condições iniciais constantes utilizadas nas simulações numéricas magneto-hidrodinâmicas.

Parâmetro	Notação	Valor
Densidade	ρ	$10^{-24} g/cm^3$
Campo magnético	B_0	$1 \mu G$

Os valores das constantes das simulações estão mostrados na Tabela 2.1. Como as perturbações produzidas pelas ondas Alfvén são transversais à direção do campo magnético, não há influência do parâmetro da pressão nessas ondas, diferentemente do que acontece com as ondas magneto-sônicas. Ademais, quanto maior a velocidade Alfvén do meio, dada por

$$v_A = \frac{B}{\sqrt{4\pi\rho}}, \quad (2.1)$$

mais rapidamente ocorre a aceleração das partículas. Por essa razão, adotou-se um valor pequeno de ρ para evidenciar a aceleração das partículas simuladas. Vale dizer que o valor de ρ também é razoável para o meio interestelar ionizado ou quente.

Foram realizadas simulações para três valores de energia cinética inicial das partículas, 1 GeV , 10 GeV e 100 GeV . A partir da expressão da energia cinética relativística, é possível determinar o fator de Lorentz γ para cada conjunto de partículas:

$$K = (\gamma - 1)mc^2,$$

$$\gamma = \frac{K}{mc^2} + 1. \quad (2.2)$$

Com os valores de γ obtidos pela Equação (2.2) e a expressão original desse parâmetro pela Equação (2.3), determina-se a velocidade relativística das partículas por

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}, \quad (2.3)$$

$$v^2 = (1 - \gamma^{-2})c^2,$$

$$\gamma v = c[(\gamma^2 - 1)]^{1/2}, \quad (2.4)$$

já que γv é um parâmetro de entrada do código. A Tabela 2.2 mostra os valores obtidos para essas grandezas mencionadas.

Tabela 2.2 - Fator de Lorentz γ e velocidade relativística das partículas γv para cada valor energia cinética inicial.

$K [GeV]$	γ	$\gamma v [cm/s]$
1	2.07	5.42×10^{10}
10	11.66	3.48×10^{11}
100	107.61	3.23×10^{12}

Para representar bem os comprimentos de onda ressonantes das ondas Alfvén, é necessário que o tamanho do domínio seja pelo menos o dobro do maior comprimento de onda e que haja no mínimo 16 pontos de grade para constituir a onda menor. A frequência angular de Larmor no limite não-relativístico é

$$\omega_0 = \frac{q|\vec{B}|}{mc} \quad (2.5)$$

e, assim,

$$r = \frac{\gamma v}{\omega_0}, \quad (2.6)$$

em que r é o raio de Larmor relativístico da partícula e γv e ω_0 foram definidos pela Equação (2.4) e (2.5), respectivamente. Vale ressaltar que aproximou-se $v_{\perp} \sim v$. A condição de giro-ressonância para $n = 1$ é

$$kv_{\parallel} = \pm\omega,$$

em que k é o número de onda e ω é a frequência angular relativística dada por

$$\omega = \frac{q|\vec{B}|}{\gamma mc}.$$

Dessa maneira, o comprimento de onda ressonante é

$$\lambda = 2\pi r,$$

em que r e, portanto, λ dependem da energia da partícula conforme a Equação (2.6). Na Tabela 2.3, encontram-se os valores dos comprimentos de onda ressonantes das partículas.

Tabela 2.3 - Comprimento de onda ressonante λ para cada valor energia cinética inicial.

$K [GeV]$	$\lambda [cm]$
1	3.56×10^{13}
10	2.28×10^{14}
100	2.12×10^{15}

Portanto, o domínio computacional das simulações é uma caixa em coordenadas cartesianas de $5 \times 10^{15} cm$ de lado com resolução de 16384, que corresponde a uma distância entre pontos da grade de $3.05 \times 10^{11} cm$. Para manter o número de partículas constante ao longo da simulação, utilizou-se fronteiras periódicas nos limites inferior e superior da dimensão x . Além disso, foram distribuídas mil partículas uniformemente no espaço, que representam prótons.

2.2 Resultados das simulações numéricas

Para os três valores diferentes de energia, foram utilizados tempos finais de integração de três, dez e mil vezes o período de Larmor. Também modificou-se as amplitudes do campo magnético das ondas magneto-hidrodinâmicas (originalmente de $0.5 \times 10^{-7} G$) para $10^{-7} G$, a fim de verificar a dependência da difusão do *pitch angle* θ com o quadrado da amplitude das flutuações magnéticas.

Além disso, os arquivos de saída com os parâmetros de algumas partículas individuais foram escritos a cada passo de integração numérica, com exceção da simulação para energia de $100 GeV$ e tempo final de $t = 1000T$, que foi escrito a cada 10 passos devido ao custo computacional. Esses arquivos em questão foram feitos apenas para quatro partículas aleatórias dentre as mil impostas nas simulações.

Para partículas em regimes relativísticos, a frequência de Larmor depende do fator de Lorentz e, assim, cada conjunto de energia possui um período de Larmor diferente, de acordo com a Equação (2.7). A Tabela 2.4 apresenta para cada energia simulada o período de Larmor da partícula, dada pela Equação (2.7),

$$T = \frac{2\pi}{\omega}. \quad (2.7)$$

Tabela 2.4 - Período de Larmor das partículas para cada valor energia cinética inicial.

$K [GeV]$	$T [s]$
1	1.36×10^3
10	7.65×10^3
100	7.06×10^4

2.2.1 Difusão espacial do *pitch angle*

As Figuras 2.1, 2.2 e 2.3 mostram a evolução temporal do cosseno do *pitch angle* θ , ângulo formado entre os vetores \vec{v} e \vec{B} , de quatro partículas do domínio para as simulações de cada energia com um tempo final de $t = 10T$. Pode-se perceber visualmente nos gráficos que o valor de $\cos \theta$ oscila de forma randômica, ora aumentando ora diminuindo, o que é um indício de que esta variável está no regime difusivo. Neste regime, espera-se uma variação quadrática da grandeza proporcional ao tempo característico do *random walk*, diferentemente do regime balístico em que essa variação é proporcional ao tempo ao quadrado, visto que o movimento é aproximadamente linear na ausência de colisões.

Para tempos de integração muito curtos, se a partícula não sofre muitas colisões com as ondas ou se elas são muito fracas, o valor de $\cos \theta$ provavelmente oscilaria muito regularmente no tempo. Contudo, foi necessário usar um tempo final relativamente curto para que também a variação não fosse da ordem de 1. Como o cosseno do *pitch angle* μ possui valores entre -1 e 1 , há uma fronteira no espaço desta variável. Dessa maneira, para tempos de integração muito longos, a variação de $\cos \theta$ sempre se manteria da ordem de 1, independente do intervalo de tempo dt usado para analisar os dados. A escolha de dt , por sua vez, também depende da taxa e força das colisões.

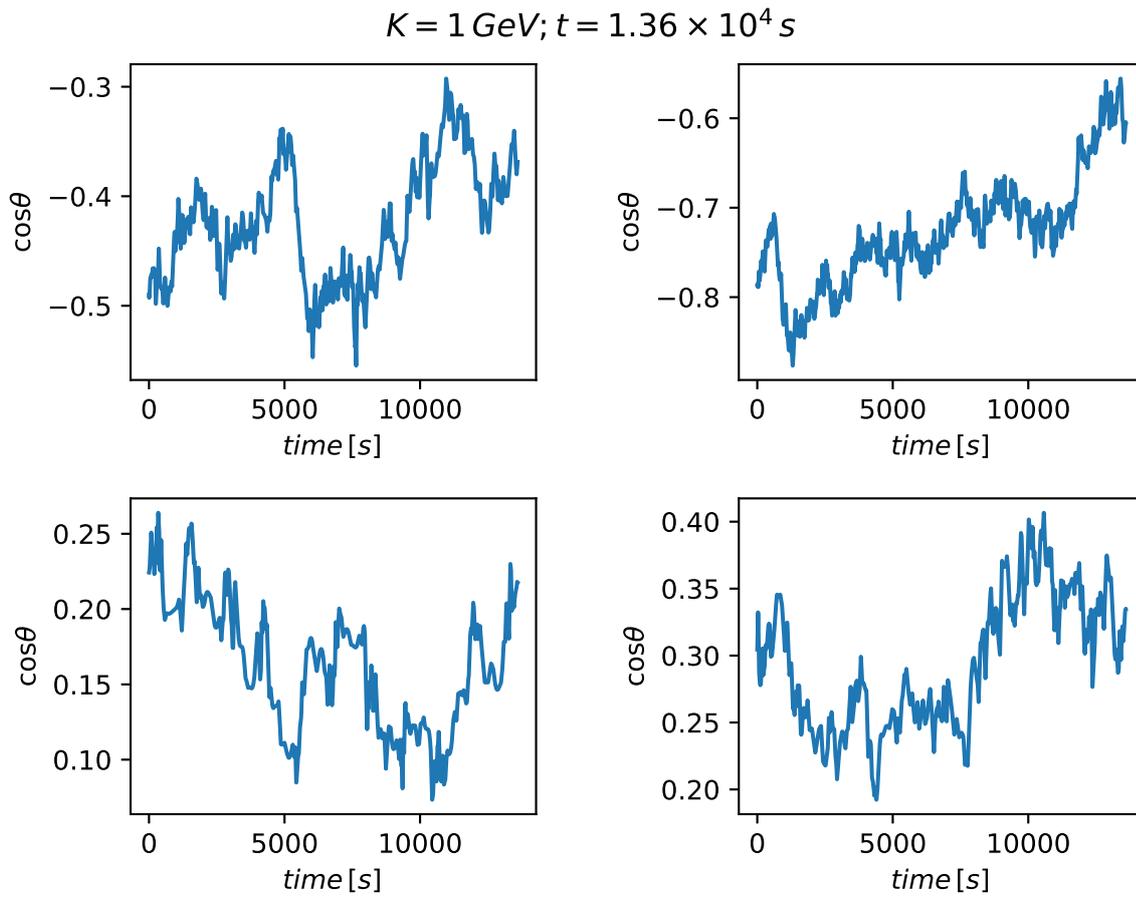


Figura 2.1: Evolução temporal do cosseno do *pitch angle* de quatro partículas aleatórias para a simulação de energia cinética inicial de 1 GeV e tempo de integração de 10 períodos de Larmor.

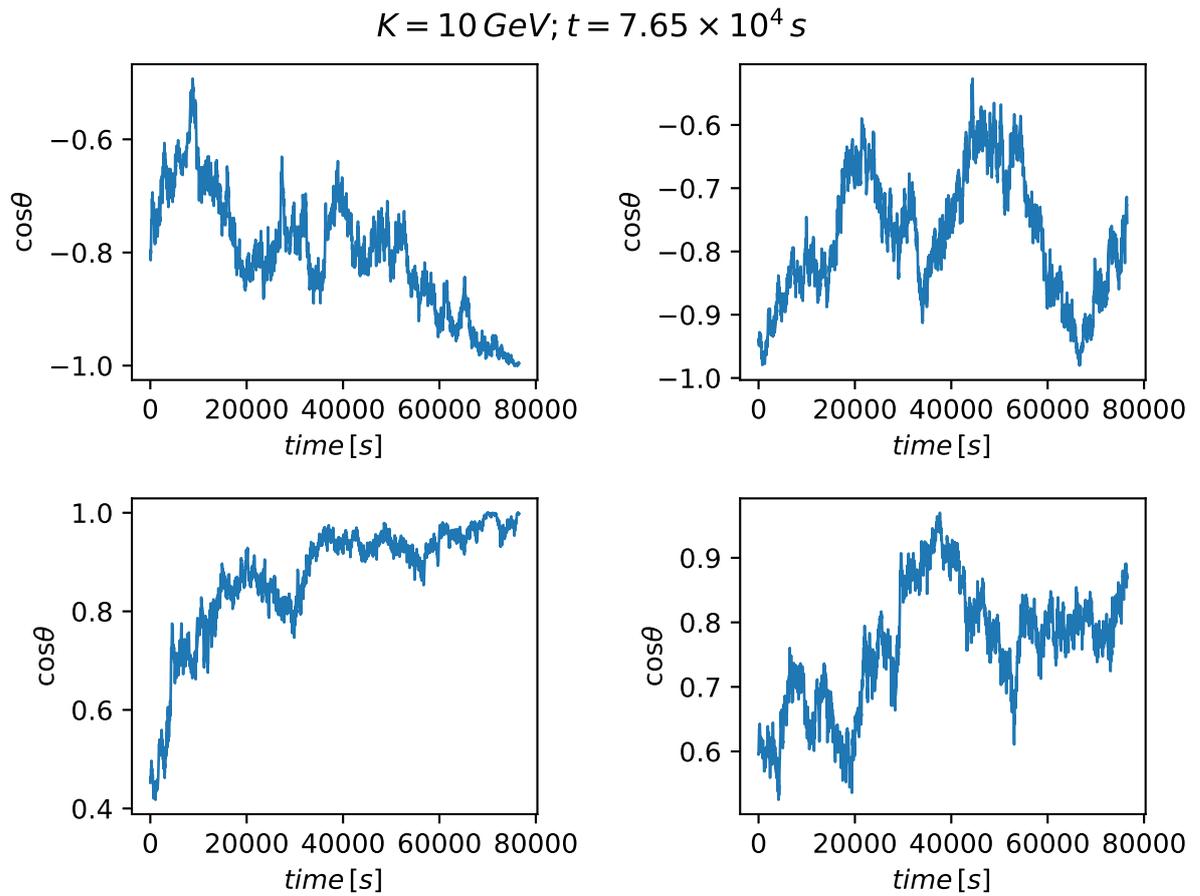


Figura 2.2: Evolução temporal do cosseno do *pitch angle* de quatro partículas aleatórias para a simulação de energia cinética inicial de 10 GeV e tempo de integração de 10 períodos de Larmor.

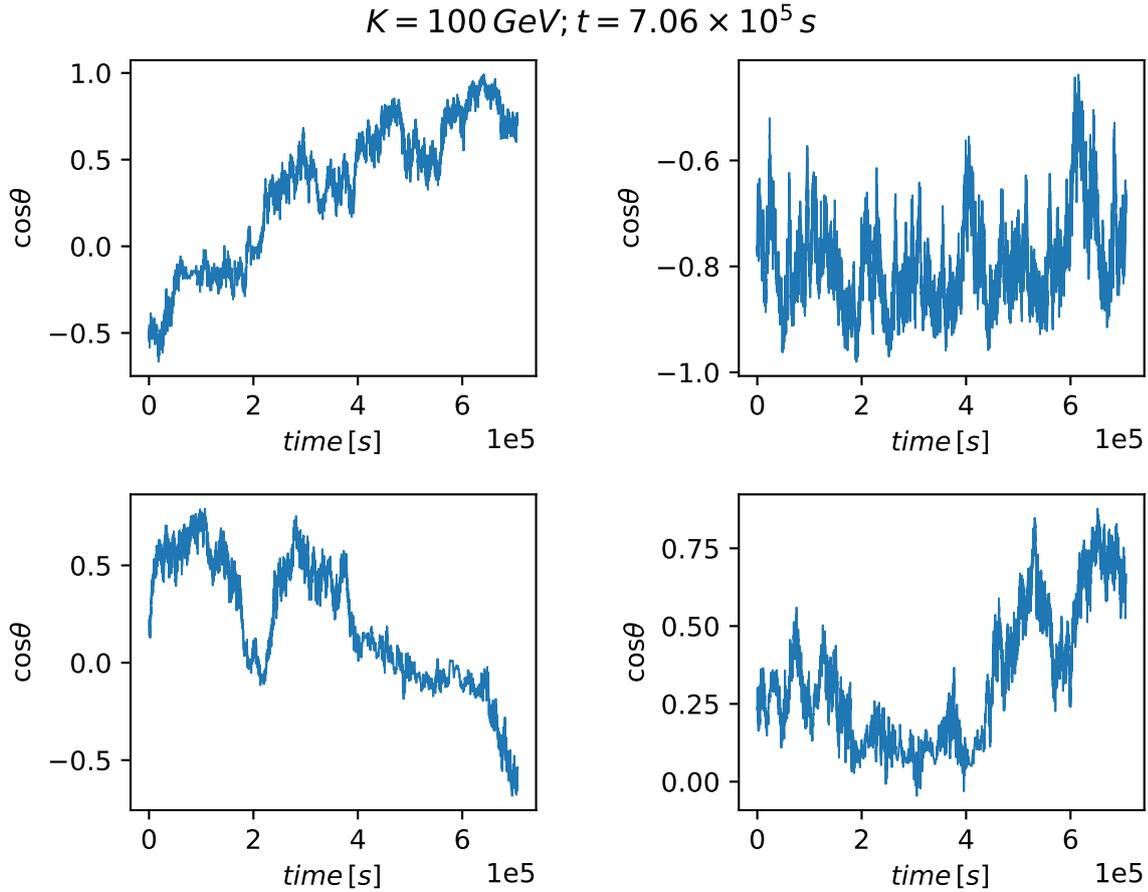


Figura 2.3: Evolução temporal do cosseno do *pitch angle* de quatro partículas aleatórias para a simulação de energia cinética inicial de 100 GeV e tempo de integração de 10 períodos de Larmor.

Como as quantidades de interesse deste trabalho são as taxas de difusão de várias variáveis, utilizou-se mil partículas para calcular a difusão espacial do *pitch angle* $D_{\mu\mu}$ como a média de $\frac{d\mu^2}{dt}$, em que dt é o tempo final menos o inicial das simulações.

A Equação 2.8,

$$D_{\mu\mu} \sim \Omega_0 \frac{\delta B^2(L/2)}{B_0^2} \times \left[\left(\frac{2\pi c}{\Omega_0} \right) \times \left(\frac{L}{2} \right)^{-1} \right]^{-2\alpha-1} \times \left(\frac{E_K}{m_p c^2} + 1 \right)^{-2\alpha-2}, \quad (2.8)$$

representa uma primeira aproximação para a expressão da difusão espacial do cosseno do *pitch angle*, em que o termo dependente da energia $\left(\frac{E_K}{m_p c^2} + 1 \right)$ está elevado a -3.67 para $\alpha = -0.835$, conforme a lei de potência inserida nas simulações. Além disso, também há uma dependência com a amplitude ao quadrado das flutuações magnéticas pelo termo $\delta B^2(L/2)$. Portanto, para o dobro deste valor de amplitude, as curvas de difusão de μ pela energia se diferenciam por um fator de 4, o que pode ser visto na Figura 2.4.

Esta figura apresenta a taxa média de variação do cosseno do *pitch angle* para todas

as partículas do domínio das simulações e para um intervalo de tempo dt igual ao tempo final de integração. Pelo gráfico, pode-se observar que as curvas teóricas previstas como primeira aproximação da difusão de μ foram subestimadas em relação aos resultados numéricos. De qualquer forma, quando se dobrou a amplitude das flutuações magnéticas, os valores de $\left\langle \frac{d\mu^2}{dt} \right\rangle$ para os pontos de $1 GeV$ e $100 GeV$ aumentaram dentro da incerteza por um fator 4, como era o esperado.

A princípio, havia sido utilizados apenas os resultados das simulações de $t = 10T$. Entretanto, para ambos os pontos de $100 GeV$, percebeu-se que os valores de $\left\langle \frac{d\mu^2}{dt} \right\rangle$ ficaram bem abaixo em relação à inclinação das curvas teóricas e à tendência dos outros pontos de mesma amplitude. Dessa maneira, acredita-se que, mesmo para um tempo final de integração de dez períodos de Larmor, em que os gráficos de evolução temporal de $\cos \theta$ aparentam ser randômicos, é provável que o intervalo não foi curto o suficiente para evitar o problema do confinamento da variável entre valores fixos de -1 a 1 e, por isso, a distância percorrida no espaço do cosseno do *pitch angle* deve ter sido menor do que realmente foi. Esse cenário pode ser observado de certa forma para o gráfico superior direito da Figura 2.3, em que há a limitação inferior do valor dessa grandeza.

Por essa razão, foram substituídos no gráfico os pontos de $100 GeV$ de $t = 10T$ para os de $t = 3T$, justamente porque a aproximação teórica não depende do valor de dt da derivada numérica. No caso, este problema não ocorreu para outras energias visto que as partículas estão em um regime relativístico e, então, o valor do período de Larmor depende da energia cinética inicial, conforme a Tabela 2.4.

Pode-se considerar que o quadrado da variação média do cosseno do *pitch angle* para o intervalo de $10T$ seja da ordem deste período multiplicado pelo coeficiente de difusão. Para $10 GeV$, o valor de $10T$ é muito menor do que $10T$ para $100 GeV$, pois o período de Larmor cresce com o fator de Lorentz, conforme a Equação (2.7). Dessa maneira, a variação de $\cos \theta$ é da ordem do intervalo possível de variações dessa grandeza, de forma que a variação para de crescer com o tempo devido à limitação entre -1 e 1 . No caso de $10 GeV$, esta variação média é menor e não ultrapassa os limites de variação da variável e, logo, o problema aparece para o caso de $100 GeV$, porém não para $10 GeV$ ou menos.

Uma análise mais quantitativa poderia mostrar como a média do $d\mu^2$ de um número grande de partículas varia com respeito ao intervalo de tempo considerado para, assim, relevar o intervalo dt em que o regime é difusivo.

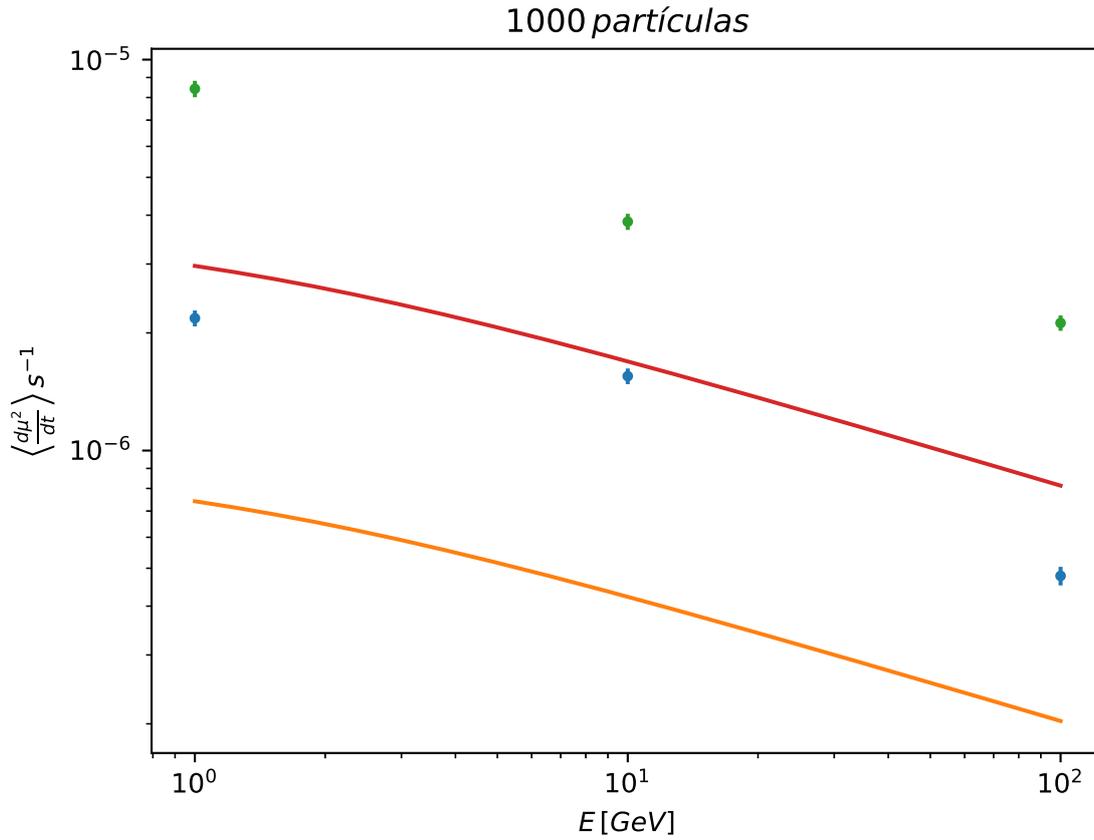


Figura 2.4: Comparação entre a difusão espacial do cosseno *pitch angle* μ em função da energia para o modelo analítico e a simulação numérica. As linhas vermelha e laranja representam as curvas do modelo aproximado para as amplitudes das flutuações magnéticas de 0.5×10^{-7} e 10^{-7} , respectivamente. Já os pontos azuis e verdes são os resultados numéricos para de 0.5×10^{-7} e 10^{-7} , nessa ordem. Esses resultados foram obtidas em simulações de $t = 10T$ para as energias de $1 GeV$ e $10 GeV$ e de $t = 3T$ para $100 GeV$.

2.2.2 Derivada da energia em função do tempo

As Figuras 2.5, 2.6 e 2.7 mostram a evolução temporal da energia cinética de quatro partículas do domínio para as simulações de cada energia com um tempo final de $t = 10T$. Neste caso, a energia não entrou no regime difusivo, pois esse parâmetro está ou oscilando mais regularmente ou só aumentando ou diminuindo de forma geral.

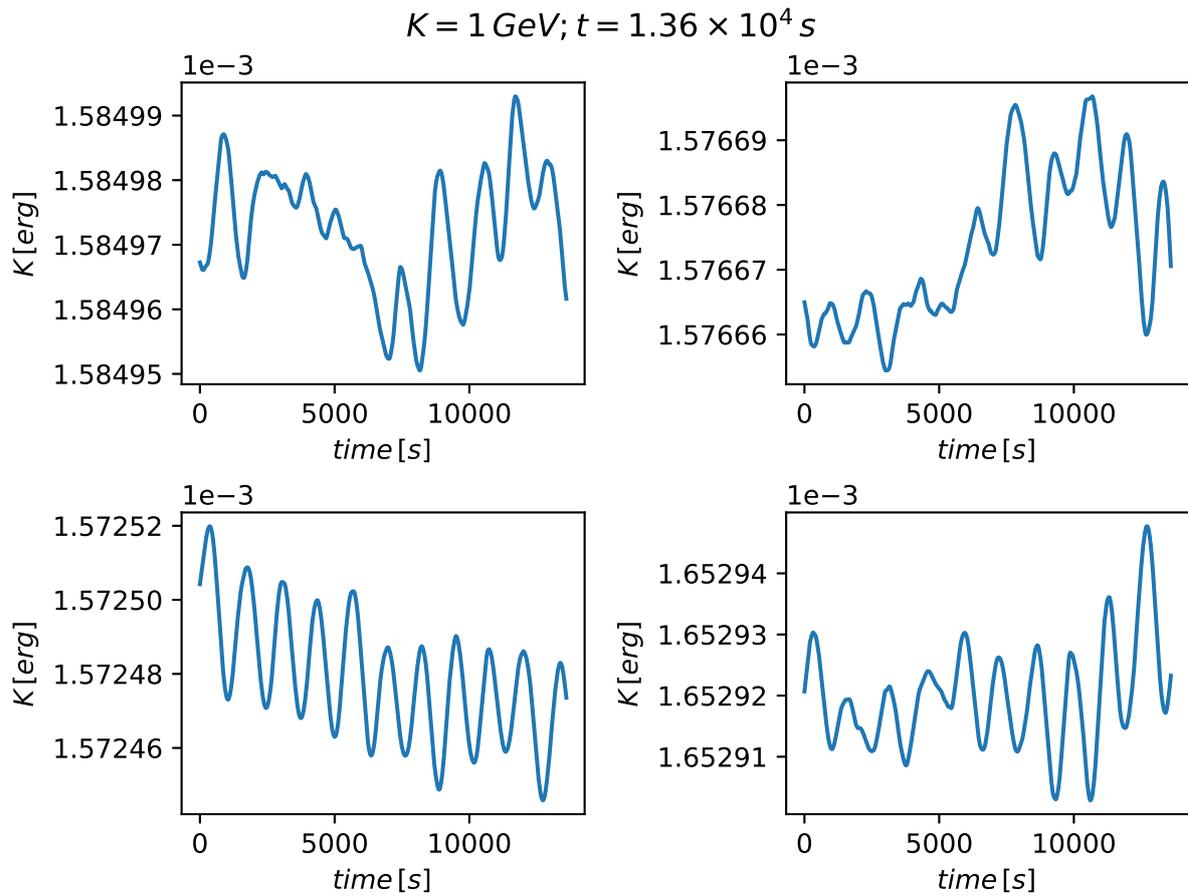


Figura 2.5: Evolução temporal da energia cinética de quatro partículas aleatórias para a simulação de energia cinética inicial de 1 GeV e tempo de integração de 10 períodos de Larmor.

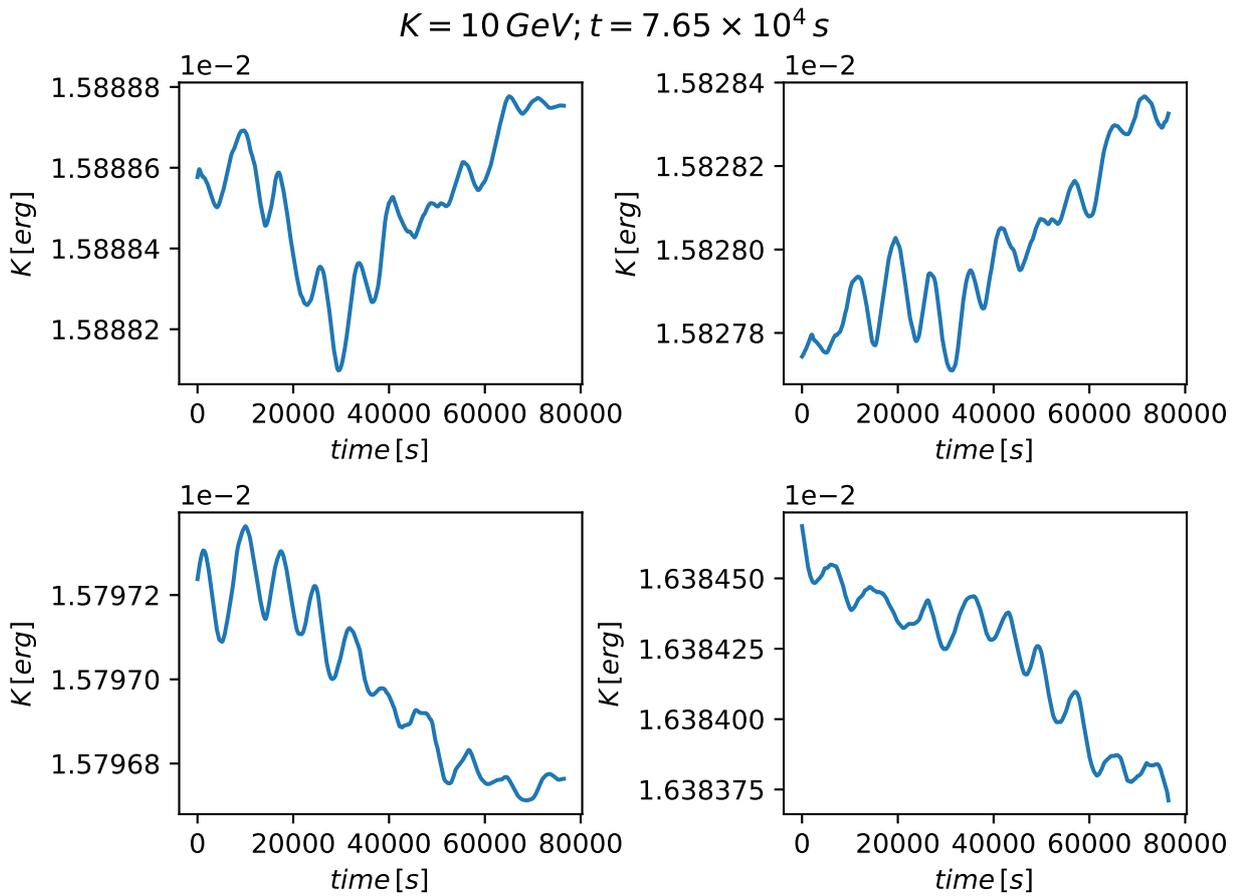


Figura 2.6: Evolução temporal da energia cinética de quatro partículas aleatórias para a simulação de energia cinética inicial de 10 GeV e tempo de integração de 10 períodos de Larmor.

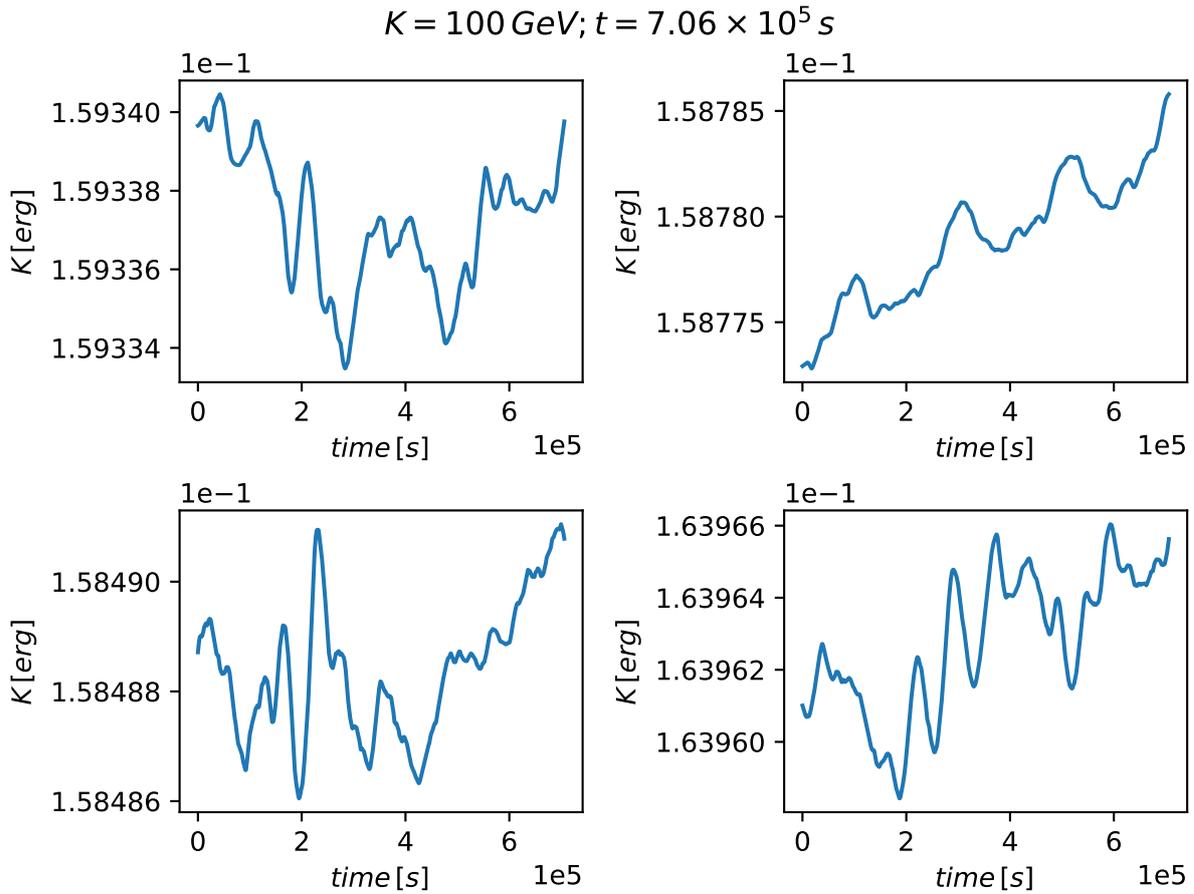


Figura 2.7: Evolução temporal da energia cinética de quatro partículas aleatórias para a simulação de energia cinética inicial de 100 GeV e tempo de integração de 10 períodos de Larmor.

Já para as Figuras 2.8, 2.9, 2.10 que consistem nas simulações com 1000 períodos de Larmor, a energia aparenta aumentar e diminuir de maneira errática, o que provavelmente significa que a energia entrou no regime difusivo. Poderia-se, assim, extrair as taxas de evolução dela, pois os valores de $\left\langle \frac{dE}{dt} \right\rangle$ e $\left\langle \frac{dE^2}{dt} \right\rangle$ seriam a princípio mais significativos. Contudo, conforme a Figura 2.11 e a Figura 2.12, a taxa de variação da energia possui um erro estatístico grande, mesmo para $t = 1000T$ e, por essa razão, a análise será repetida para um número maior de partículas no futuro. De qualquer forma, vale ressaltar que, diferentemente de μ , nunca há intervalos de tempo muito grandes para a análise de taxa de difusão da energia, pois não há um limite para essa grandeza.

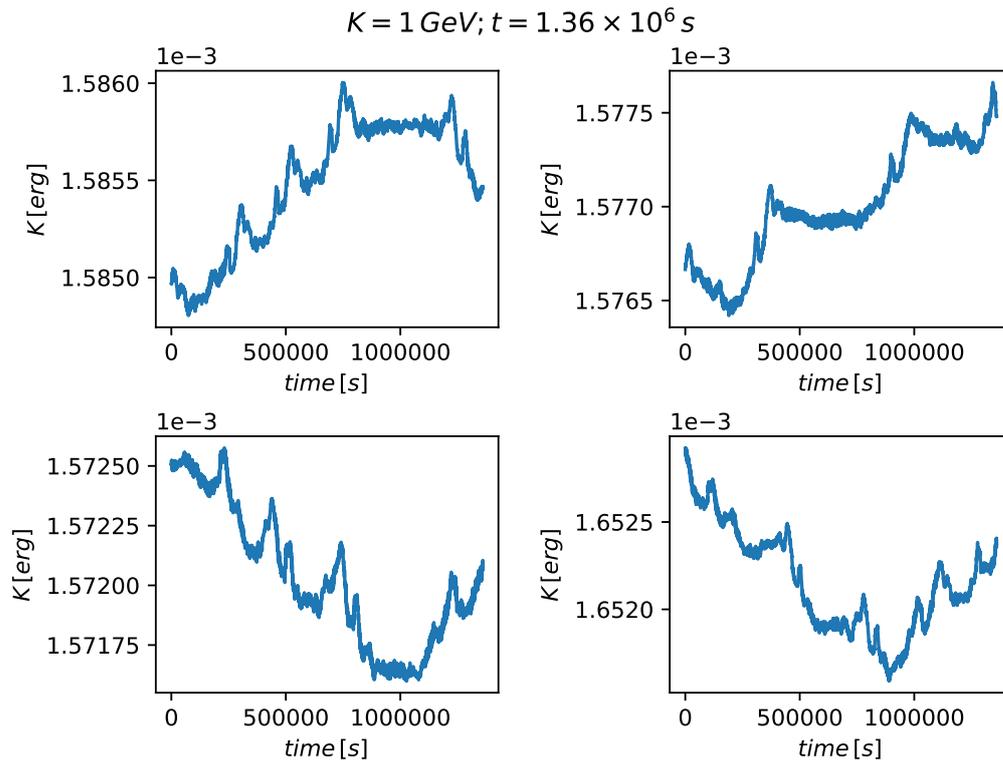


Figura 2.8: Evolução temporal da energia cinética de quatro partículas aleatórias para a simulação de energia cinética inicial de 1 GeV e tempo de integração de 1000 períodos de Larmor.

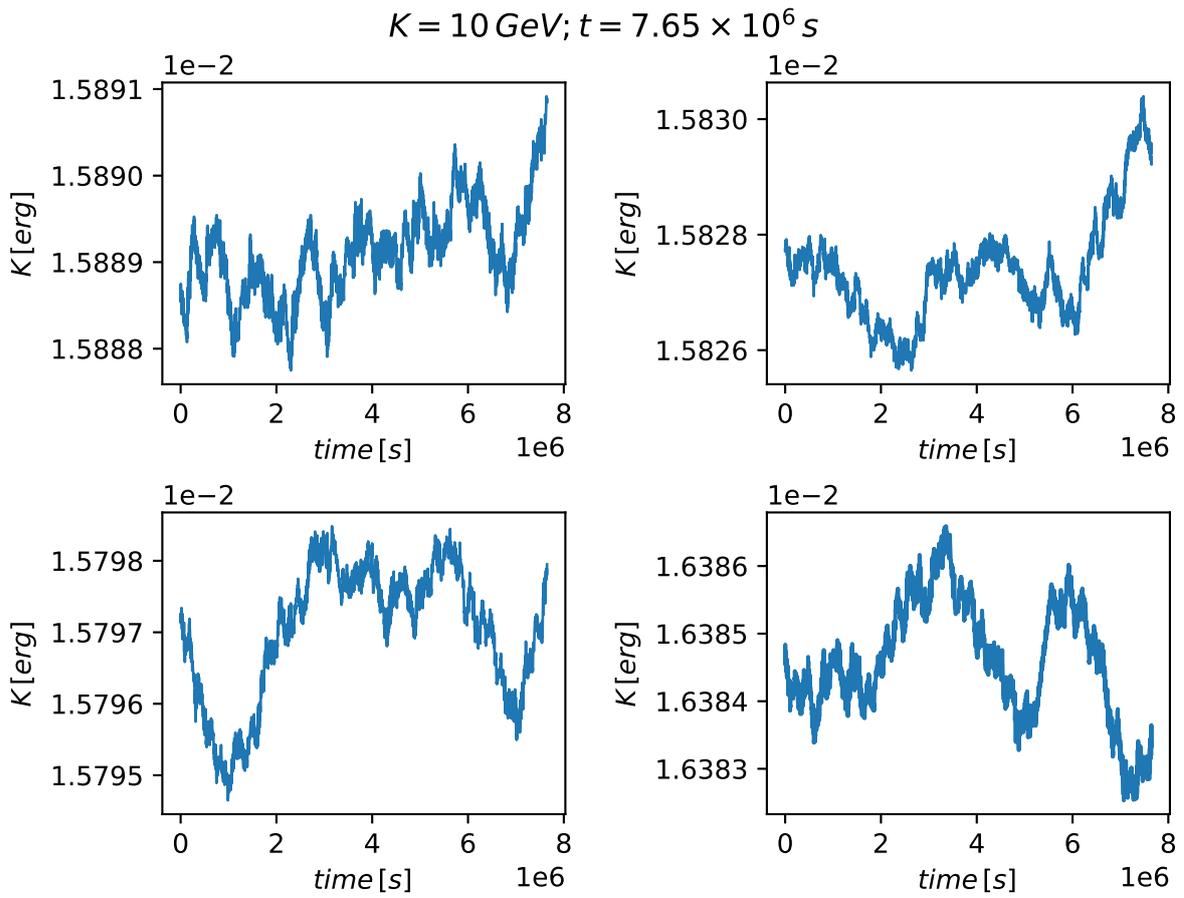


Figura 2.9: Evolução temporal da energia cinética de quatro partículas aleatórias para a simulação de energia cinética inicial de 10 GeV e tempo de integração de 1000 períodos de Larmor.

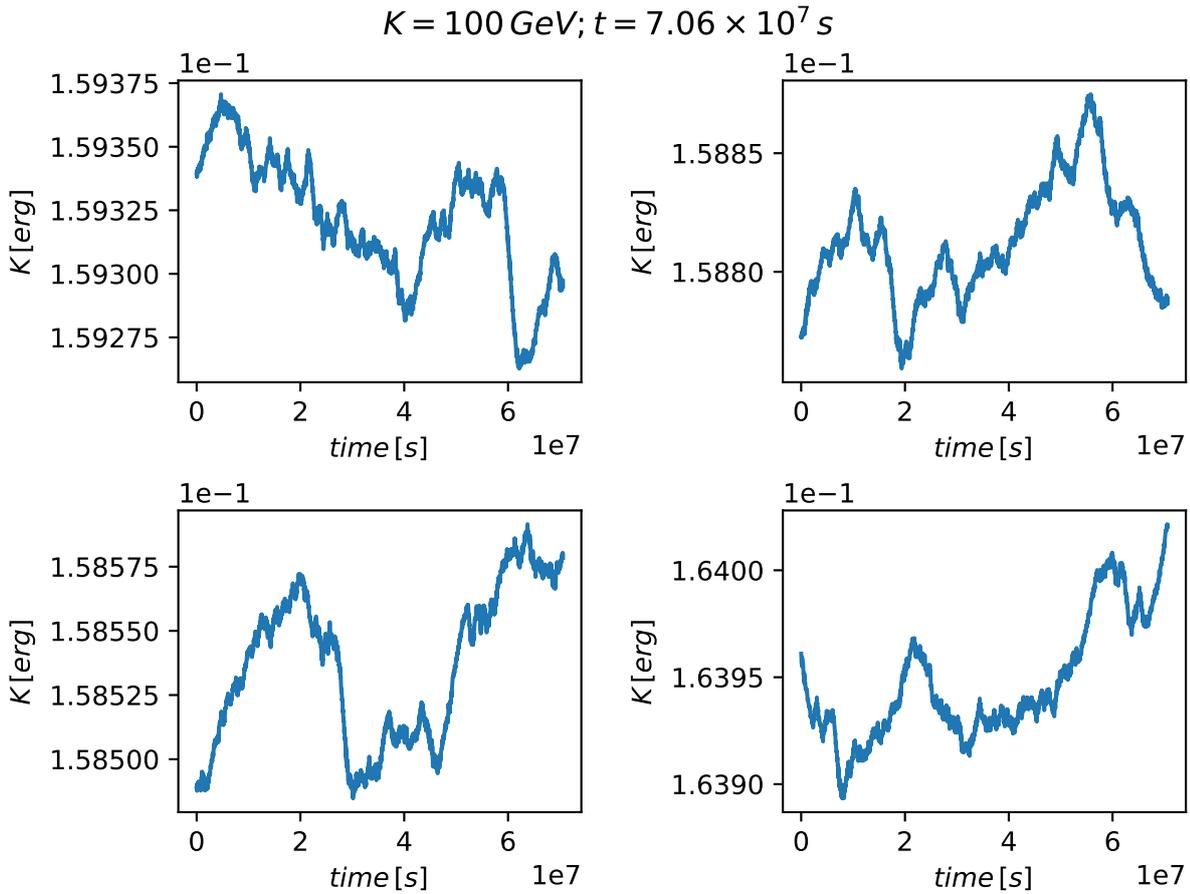


Figura 2.10: Evolução temporal da energia cinética de quatro partículas aleatórias para a simulação de energia cinética inicial de 100 GeV e tempo de integração de 1000 períodos de Larmor.

Para essas simulações, as partículas estão sendo aceleradas pelo mecanismo de Fermi de segunda ordem, que se trata de uma aceleração estocástica. No caso, os agentes que estão colidindo com as partículas ora fornecem ora retiram energia delas. A Equação 2.9 é uma primeira aproximação para os valores da taxa média de aumento da energia (Longair, 2011), em que V é a velocidade do agente espalhador, c a velocidade da luz, L a distância entre as colisões e E a energia cinética da partícula.

$$\frac{dE}{dt} = \frac{4V^2}{3cL}E \quad (2.9)$$

Neste caso, V é a velocidade Alfvén dada pela Equação (2.1) e L será considerada como o caminho livre médio das partículas. $D_{\mu\mu}$ reflete no número de colisões que a partícula sofre por unidade de tempo. Quanto maior o número de colisões, mais elas ficam confinadas e, portanto, menor é o avanço delas no meio já que estão sendo defletidas com uma alta frequência. Sem nenhuma colisão ($D_{\mu\mu}$ igual a zero), a partícula poderia avançar

livremente e a difusão espacial seria infinita, porém isso já não faria mais sentido físico pois a partícula não estaria no regime de difusão.

Para um cálculo estatístico, se a partícula está no regime difusivo (realizando um *random walk*), a variação quadrática média de sua posição em um intervalo de tempo dt em que ela sofre N colisões é

$$dx^2 \sim NL^2$$

em que L é o tamanho do “passo” dela ou caminho livre médio. O número de “passos” no intervalo de tempo dt tem que ser o quanto ela avança em linha reta dividido pelo comprimento do passo, $N \sim \frac{v}{L}dt$, em que v é a velocidade da partícula. Portanto

$$dx^2 \sim vLdt$$

Porém, $\frac{dx^2}{dt}$ é exatamente a difusão espacial da partícula:

$$D_{xx} \sim \frac{dx^2}{dt} \sim vL \quad (2.10)$$

Se a partícula sofre pequenas sucessivas colisões, por sua vez, define-se seu caminho livre médio como o caminho que ela percorre até que sua direção é defletida por um ângulo considerável ou que o cosseno do *pitch angle* mude por um valor da ordem de 1. Será encontrado o valor L , que é o quanto ela avança no período dt que leva para ela ser defletida por $d\mu \sim 1$.

$$D_{\mu\mu} \sim \frac{d\mu^2}{dt} \sim \frac{1}{(L/v)}$$

Portanto,

$$L \sim \frac{v}{D_{\mu\mu}} \quad (2.11)$$

Pela aproximação de $v \sim c$ para partículas relativísticas e substituindo a Equação (2.10) na Equação (2.11):

$$D_{xx} \sim cL$$

$$L \sim \frac{c}{D_{\mu\mu}}$$

$$D_{\parallel} \sim \frac{c^2}{D_{\mu\mu}}$$

A Equação (2.9) é então reescrita com uma dependência mais uma dependência na energia, dessa vez no L que depende de E por meio da expressão de $D_{\mu\mu}$ dada pela Equação (2.8).

$$\frac{dE}{dt} = \frac{4}{3} \frac{V^2 D_{\mu\mu}}{c^2} E$$

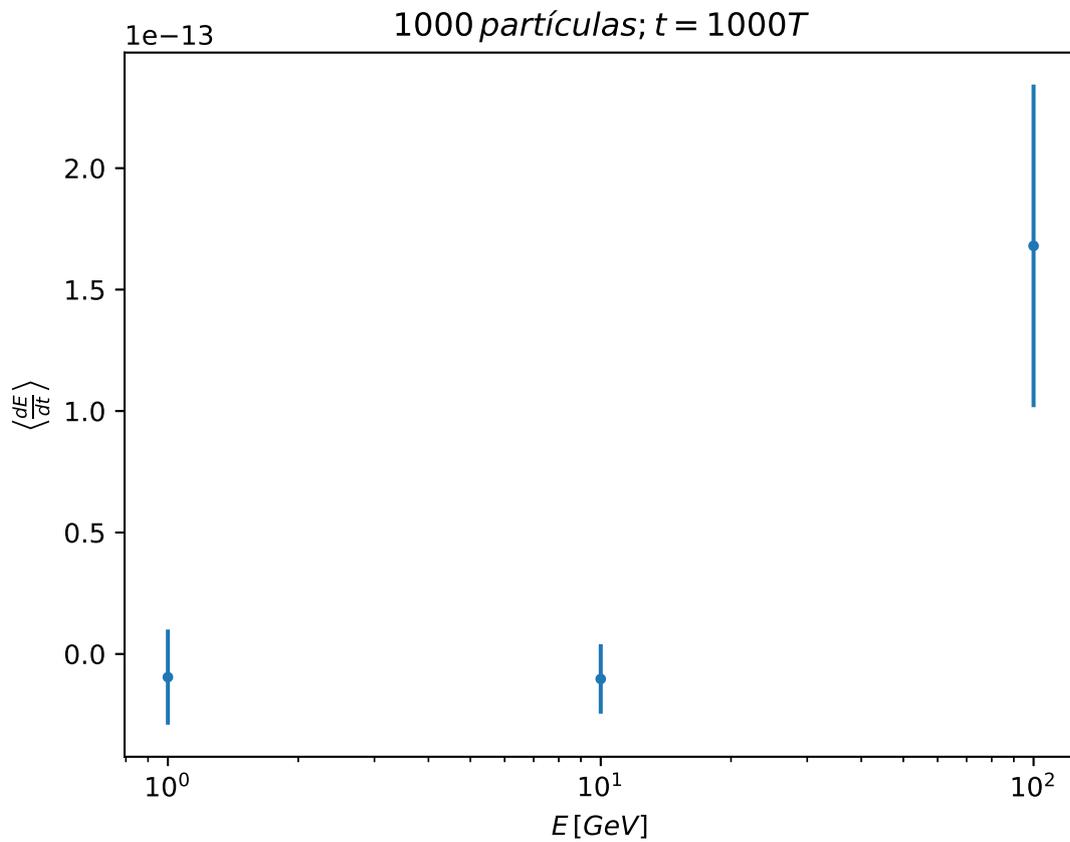


Figura 2.11: Taxa da variação de energia em função da energia para simulações com tempo de integração de 1000 períodos de Larmor.

Já a taxa de variação da energia ao quadrado é dada por (Longair, 2011)

$$\frac{dE^2}{dt} \sim \frac{dE}{dt} E \quad (2.12)$$

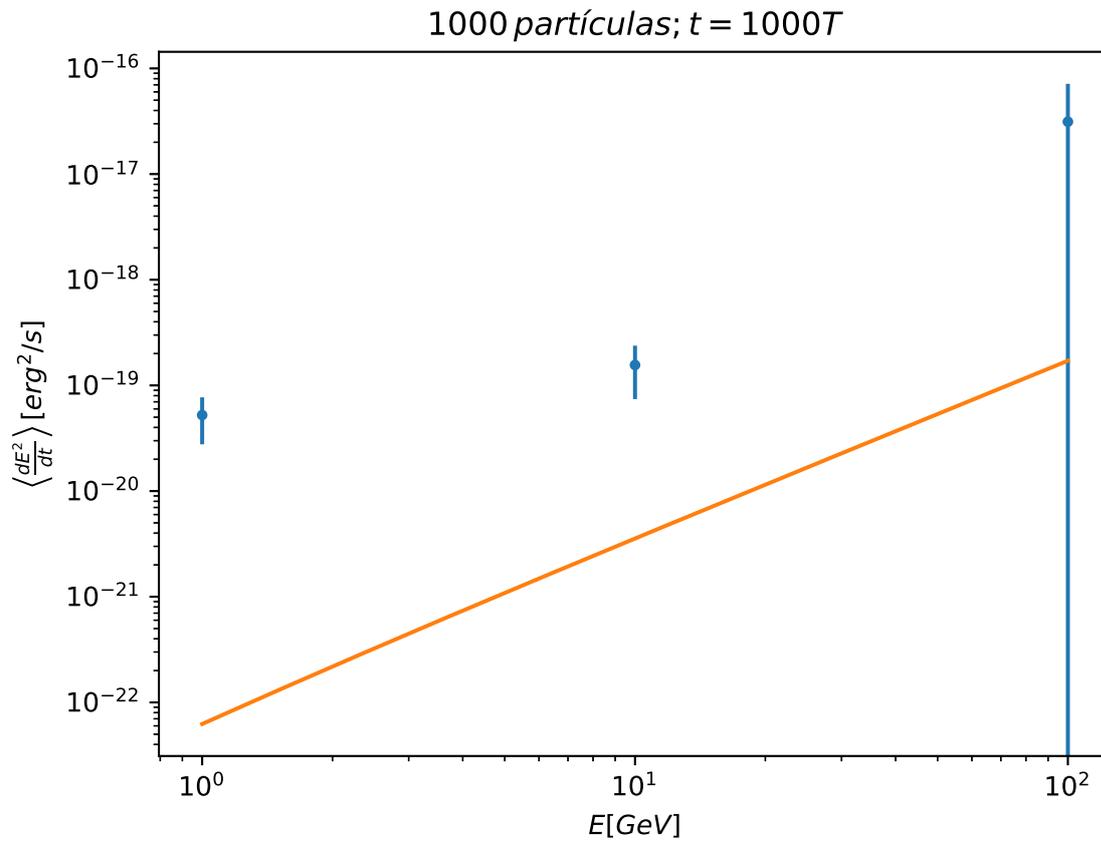


Figura 2.12: Taxa da variação de energia ao quadrado em função da energia para simulações com tempo de integração de 1000 períodos de Larmor. A curva laranja representa a primeira aproximação dada pela Equação (2.12), enquanto que os pontos azuis são os resultados numéricos.

Simulações numéricas em cenário de reconexão magnética

3.1 Condições iniciais

Além do ambiente turbulento em uma dimensão, foi estudada a difusão e aceleração de partículas em um cenário de reconexão magnética em duas dimensões. Foram utilizados os códigos PLUTO¹ para a construção deste cenário e o PIC-MHD BERLIN (Apêndice A) para a inserção das partículas a serem analisadas. Foram considerados seis valores de energia igualmente espaçados de 1 GeV a 100 TeV e, para cada um destes valores, a caixa obtida pelo PLUTO foi reescalada em unidades físicas, conforme mostra a Tabela 3.1. Em termos de unidades do código, para caixas não-reescaladas para diferentes energias, as Figuras 3.1 e 3.2 apresentam a topologia do campo magnético e campo de velocidades na direção x.

O cenário de reconexão magnética no PLUTO foi construído a partir da fusão de dois *loops* magnéticos de raios relativamente grandes ao ponto de não ser possível visualizar a curvatura das duas estruturas e ver apenas a região de reconexão. O cenário foi evoluído ao longo do tempo e escolheu-se um dos *frames* da simulação do PLUTO para que o campo magnético e o campo de velocidades fossem utilizados nas simulações com as partículas no PIC-MHD BERLIN. Em particular, foi selecionado um *frame* com a presença de uma ilha magnética e, no caso, as simulações finais possuem cenário estacionário (os campos não evoluem com o tempo). Em seguida, este cenário foi espelhado tanto verticalmente quanto horizontalmente para compor um cenário maior e tentar evitar problemas de fronteiras relacionadas à manutenção da divergência nula do campo magnético. Dessa maneira, é

¹ <http://plutocode.ph.unito.it/>

possível perceber as simetrias envolvidas na configuração final utilizada (Figuras 3.1 e 3.2) sendo possível perceber as simetrias existentes na configuração. No entanto, com este procedimento, o *current sheet* – região de altos valores de corrente localizados entre campos magnéticos de polaridade oposta – do lado direito não apresenta uma configuração de reconexão magnética, uma vez que o vetor velocidade na direção x (Figura 3.2) de ambos os lados da região do *current sheet* possuem direção oposta que se afastam um do outro, o que faz na verdade que as partículas ali confinadas percam energia ao invés de ganhá-la. Por essa razão, a inserção de partículas no cenário de reconexão magnética ocorreu apenas do esquerdo da caixa, em que de fato possui uma região de reconexão ao longo da posição $x = 256$ não reescalada. É possível ver na Figura 3.2 que os vetores velocidade se aproximam um do outro de ambos os lados do *current sheet* em $x \sim 256$, enquanto que em $x = 768$ os vetores velocidade se afastam um do outro. Apesar do lado direito da caixa não apresentar uma configuração de reconexão magnética das partículas, as partículas possuem uma fronteira periódicas e nenhuma partícula, mesmo as que atravessam para o lado direito da caixa, foram consideradas na análise. De qualquer forma, verificou-se que a posição final das partículas não está próxima da região de $x \sim 768$. Por fim, o tempo de integração para cada simulação foi de 10 períodos de Larmor para cada energia e a resolução utilizada foi de 1024. Foram utilizadas 100 000 partículas que representam prótons uniformemente distribuídas no lado esquerdo da caixa.

Tabela 3.1 - Tamanho da caixa nas direções x e y e tempo de integração para diferentes energias.

Energia	Tamanho da caixa	Tempo de integração
1 GeV	4×10^{14} cm	1.36×10^4 s
10 GeV	4×10^{15} cm	7.65×10^5 s
100 GeV	4×10^{16} cm	7.06×10^6 s
1 TeV	4×10^{17} cm	7.00×10^7 s
10 TeV	4×10^{18} cm	6.99×10^8 s
100 TeV	4×10^{19} cm	6.99×10^9 s

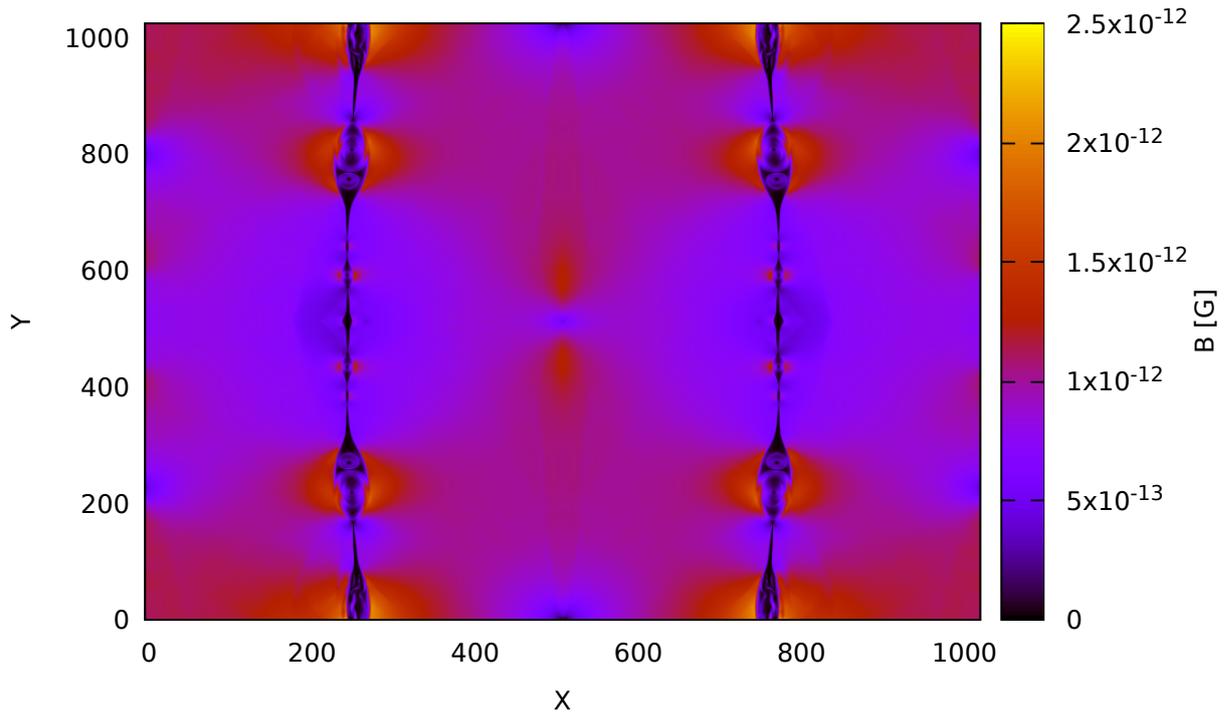


Figura 3.1: Topologia do campo magnético no cenário de reconexão em duas dimensões.

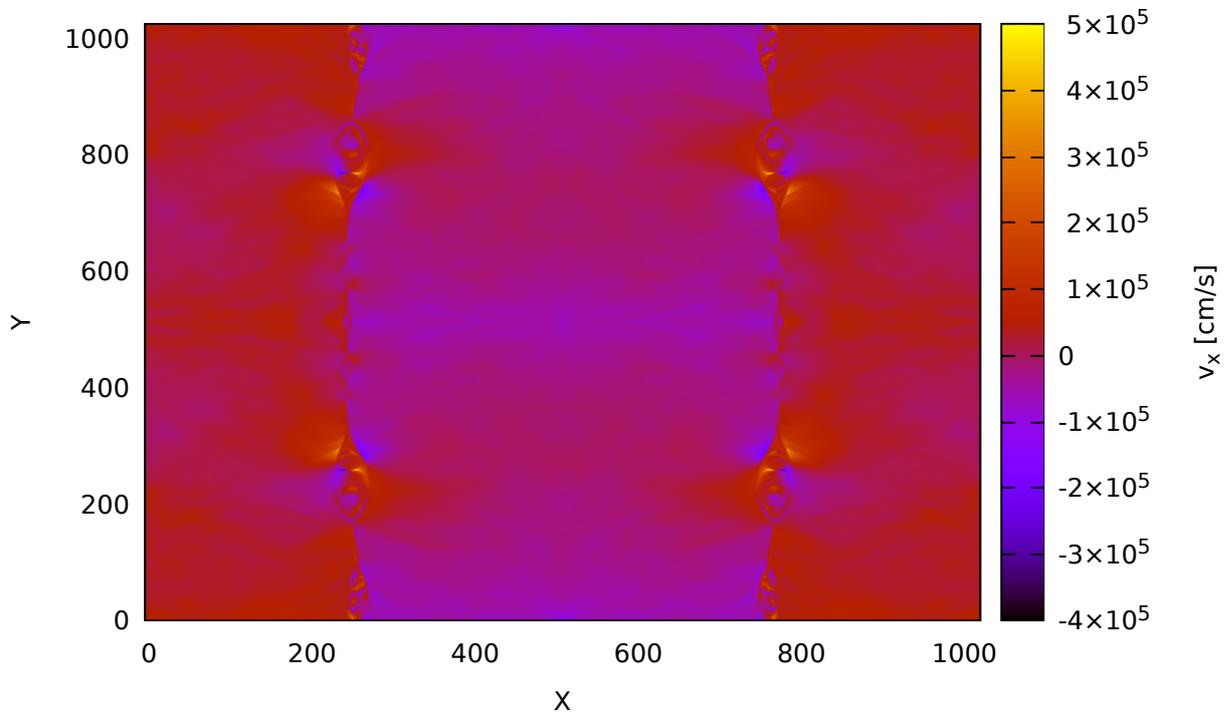


Figura 3.2: Topologia do campo de velocidades na direção x no cenário de reconexão em duas dimensões.

3.2 Análises qualitativas da difusão e da aceleração

Diferentemente das análises anteriores, o cenário não apresenta simetria na direção x justamente devido à presença da região de reconexão magnética e, portanto, ao invés de considerar as médias de todas as partículas dos cenários para as grandezas de difusão do cosseno do *pitch angle*, difusão da energia e derivada da energia da energia, a caixa foi dividida em 20 *bins* primeiramente na direção x , a fim de comparar como estas grandezas variam neste eixo para cada valor de energia, conforme as Figuras 3.3, 3.4 e 3.5. Para comparar as diferentes energias em um só gráfico, utilizou-se as unidades de código no eixo x ao invés das unidades físicas. Apesar das tentativas em minimizar os efeitos de fronteira no cenário, é possível perceber na Figura 3.3 que existe um aumento não esperado do valor da difusão do *pitch angle* próximo ao meio da caixa $x \sim 512$ (que representa o final do gráfico), em que houve a reflexão do cenário inicialmente construído no PLUTO. Considerou-se, no caso, que isto é apenas um efeito de fronteira que não foi possível de ser removido. Por se tratar do ângulo entre o vetor campo magnético e o vetor velocidade da partículas, a difusão do cosseno do *pitch angle* indica o quanto uma partícula está confinada em uma determinada região, visto que grandes quantidades de difusão neste espaço de parâmetros indicam uma grande variação desta grandeza e, portanto, a partícula não segue uma trajetória mais voltada ao linear. Percebe-se nos gráficos que existe um pico das três grandezas no valor de $x \sim 256$, que é justamente onde se encontra o *current sheet*. Isso mostra justamente que é nesta região que as partículas conseguem ficar confinadas e ganhar energia e, portanto, são aceleradas. De qualquer forma, percebe-se que independentemente do valor de energia do conjunto de partículas, a quantidade de energia ganhada é aproximadamente equivalente, o que fornece indícios do processo pelo qual as partículas estão acelerando. Vale ressaltar que em todos os resultados desta seção, considerou-se até o valor de $x = 512$ em unidades de código, pois o outro lado da caixa contém a região de “anti-reconexão”.

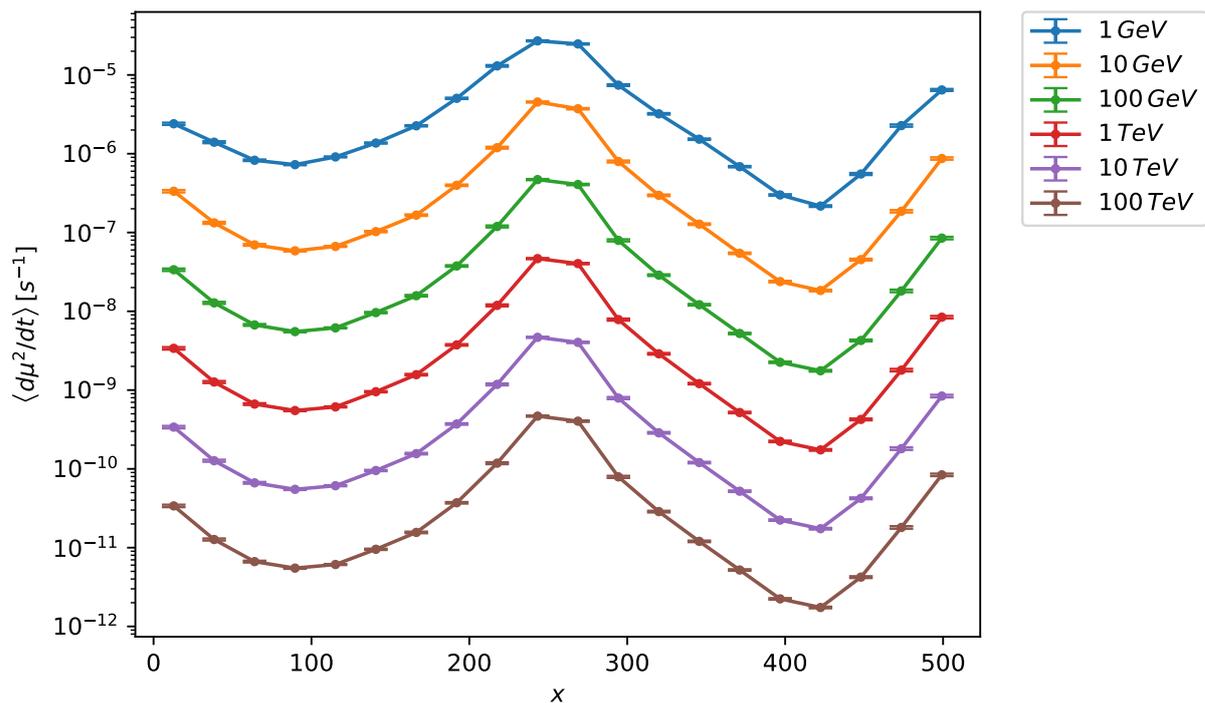


Figura 3.3: Difusão do cosseno do *pitch angle* em função da posição x para diferentes valores de energia das partículas.

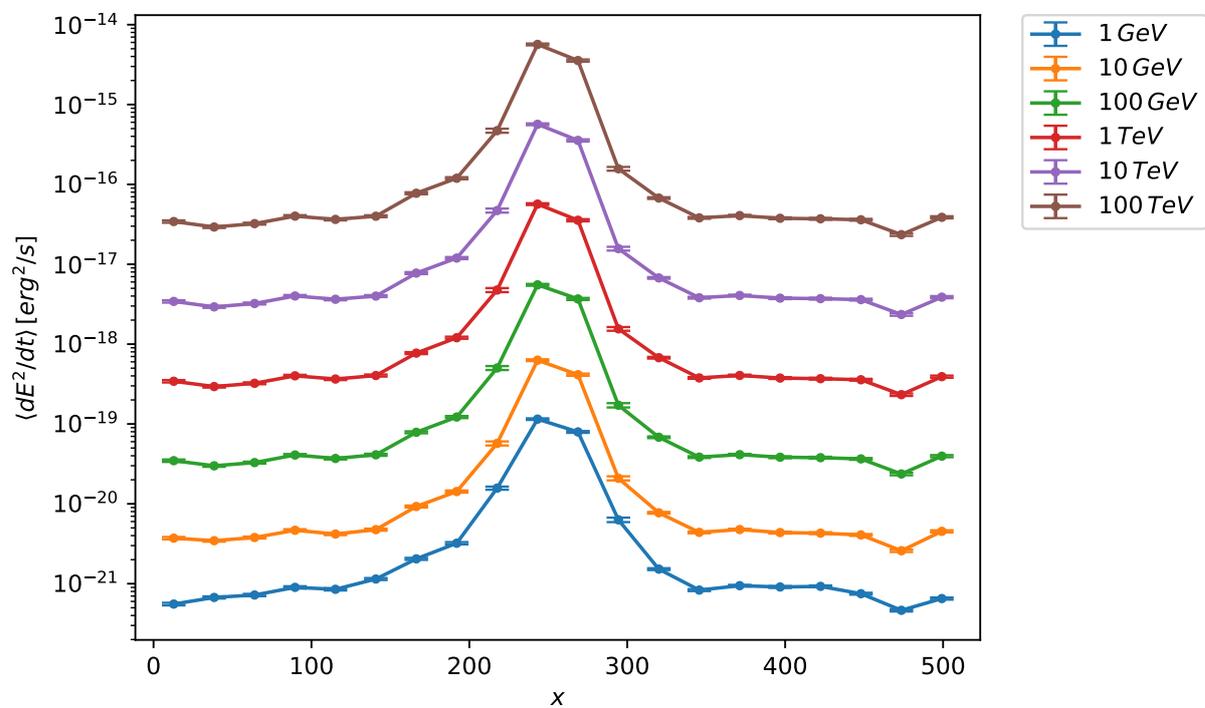


Figura 3.4: Difusão da energia em função da posição x para diferentes valores de energia das partículas.

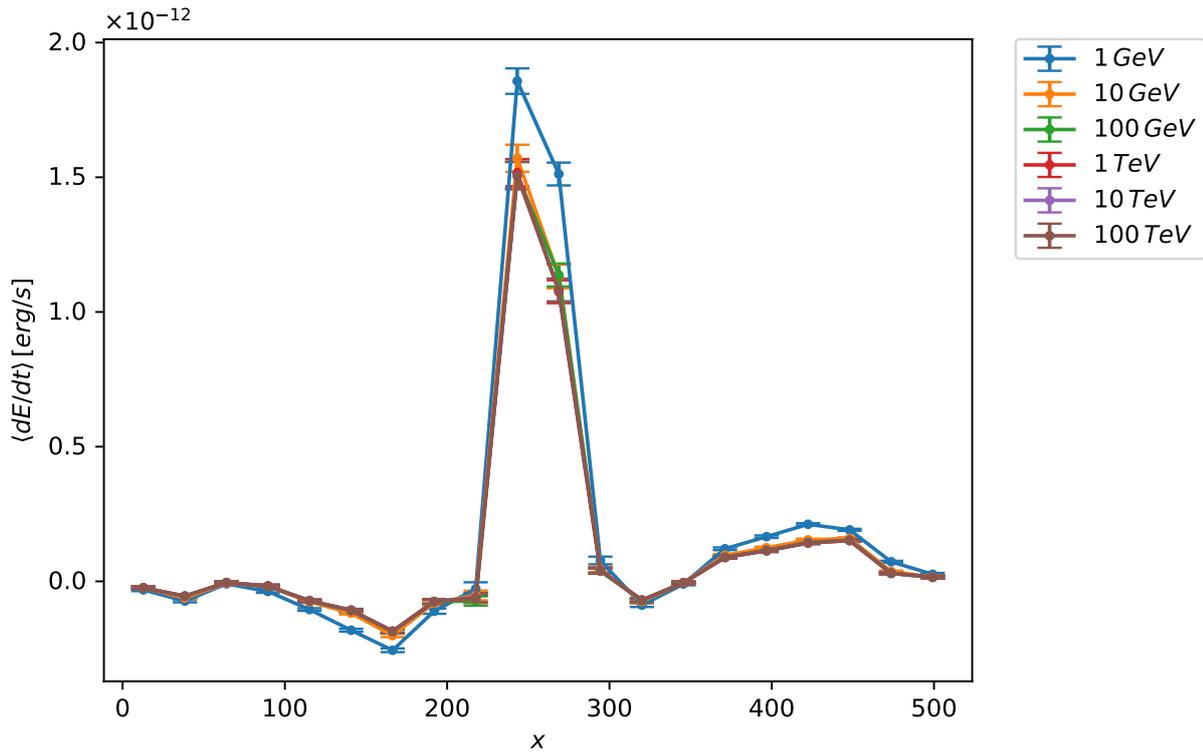


Figura 3.5: Derivada da energia em função da posição x para diferentes valores de energia das partículas.

Em seguida, foram feitos mapas individuais destas grandezas para a energia de 1 GeV, porém adotando o valor de 80 *bins* em cada direção. Sabe-se que quanto maior o número de *bins*, menos partículas em cada um deles, o que deve ser levado em conta para não diminuir de forma significativa a estatística das partículas. Como foram inseridas no cenário 100 000 partículas distribuídas de forma uniforme, a divisão de 80×80 implica aproximadamente 15 partículas para cada *bin*. Utilizou-se a média das posições iniciais e finais de cada partícula para determinar em qual *bin* que a partícula se encaixava e, a partir desta seleção, foram feitas as médias para cada *bin*. No caso, a inclusão do eixo y para a construção dos mapas permite inferir as regiões do cenário em que as partículas ficam confinadas e se aceleram, em particular as ilhas magnéticas.

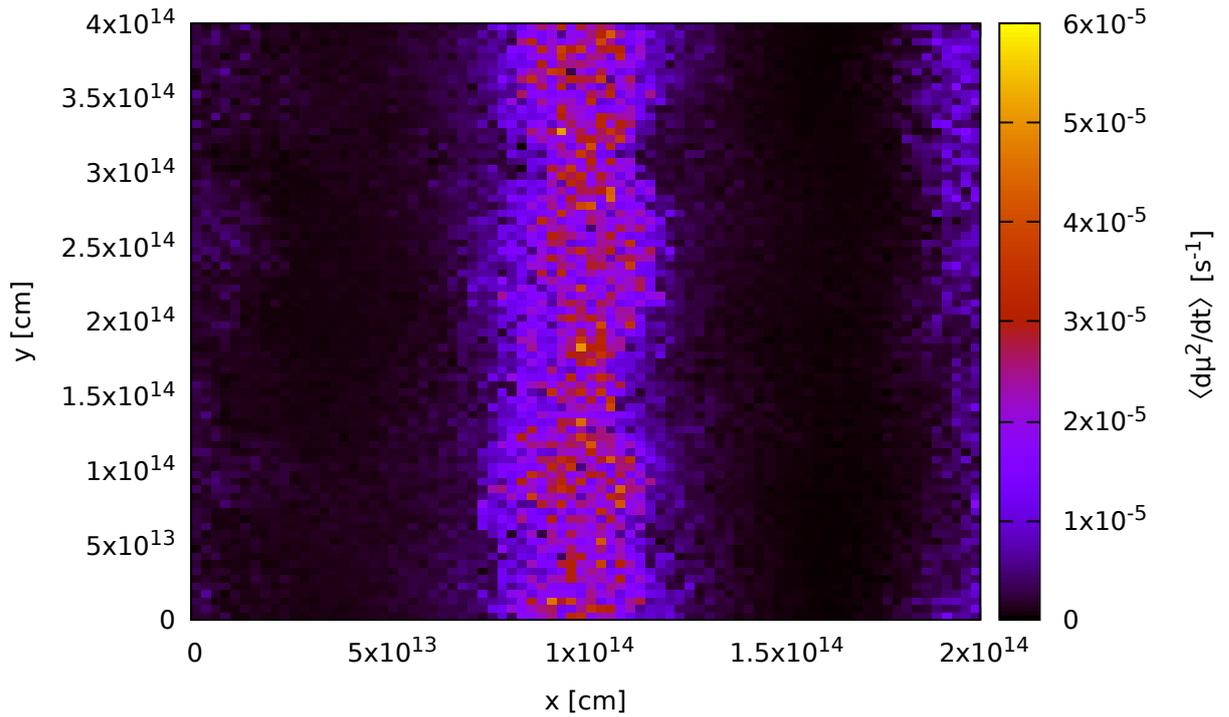


Figura 3.6: Mapa da difusão do cosseno do *pitch angle* para as partículas de 1 GeV.

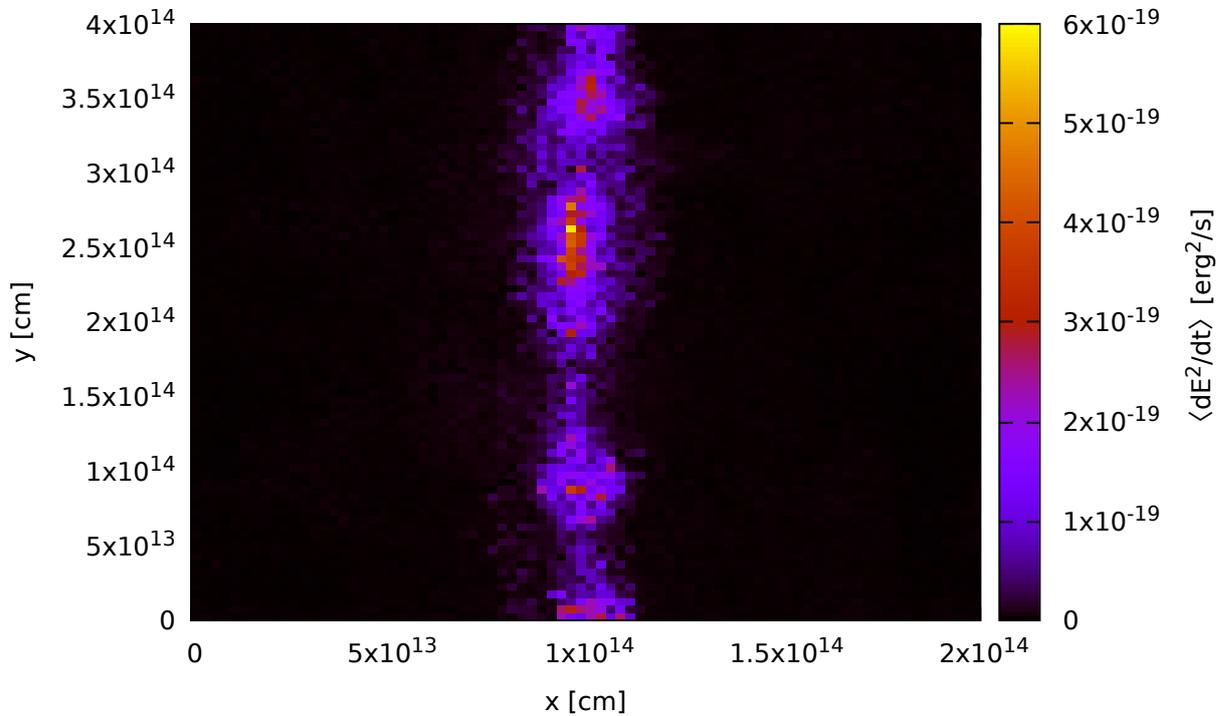


Figura 3.7: Mapa da difusão da energia para as partículas de 1 GeV.

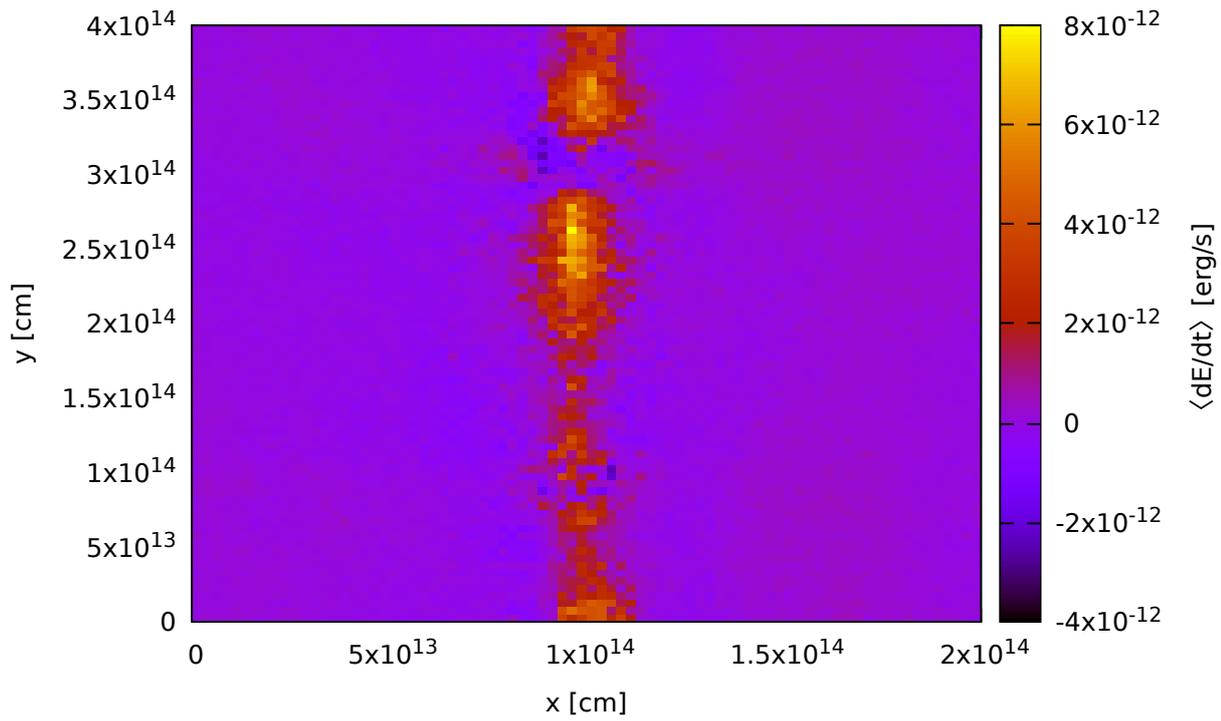


Figura 3.8: Mapa da derivada da energia para as partículas de 1 GeV.

Conclusões e perspectivas

No final do projeto, foram medidas em dois cenários distintos (com turbulência e de reconexão) as quantidades de taxas de difusão do cosseno do *pitch angle* e da energia e de aceleração. Para o cenário turbulento em uma dimensão, percebe-se que, mesmo as partículas se difundindo no espaço do *pitch angle*, as eventuais colisões com as flutuações magnéticas não são suficientes para acelerar as partículas. Para o período de integração menor, as partículas nem sequer evoluem randomicamente no tempo para a energia. De qualquer forma, notou-se que a difusão do *pitch angle* é diretamente proporcional à amplitude da flutuação magnética, o que importante, pois a variação desta grandeza está relacionada à aceleração.

Já para o cenário de reconexão magnética, foi possível medir em função das diferentes posições da configuração. Dessa maneira, é possível entender exatamente onde as partículas são realmente aceleradas e onde elas estão mais confinadas nessas simulações. É possível ainda extrapolar os resultados para energias que não podem ser exatamente estudadas por partículas teste, como os elétrons, porque o raio de Larmor seria muito pequeno em relação à resolução e não poderia-se capturar as interações partícula-onda. Com a distribuição espacial e em energia destes coeficientes, pretende-se posteriormente resolver a equação de transporte de raios cósmicos com a adição de processos de resfriamento por emissão, por exemplo, e entender a eficiência da aceleração e o transporte de uma distribuição de raios cósmicos, testar teorias e fazer previsões para observações.

Referências Bibliográficas

- Armstrong J., Cordes J., Rickett B., Density power spectrum in the local interstellar medium, *Nature*, 1981, vol. 291, p. 561
- Bell A., The acceleration of cosmic rays in shock fronts–I, *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, 1978, vol. 182, p. 147
- de Gouveia Dal Pino E., Lazarian A., Production of the large scale superluminal ejections of the microquasar GRS 1915+ 105 by violent magnetic reconnection, *A&A*, 2005, vol. 441, p. 845
- Lebiga O., Santos-Lima R., Yan H., Kinetic–MHD simulations of gyroresonance instability driven by CR pressure anisotropy, *MNRAS*, 2018, vol. 476, p. 2779
- LO’C D., Reaction effects in diffusive shock acceleration, *Advances in Space Research*, 1984, vol. 4, p. 185
- Longair M. S., *High Energy Astrophysics*. Cambridge University Press, 2011
- Schlickeiser R., *Cosmic Ray Astrophysics*. Springer Science & Business Media, 2013

Apêndice

O código *PIC-MHD BERLIN*

Neste trabalho utilizou-se o código *PIC-MHD BERLIN* (Lebiga et al., 2018), para a simulação de prótons em certas configurações de campos eletromagnéticos \vec{E} e \vec{B} . As equações que descrevem a evolução do sistema e que são integradas pelo código são as equações relativísticas de movimento das partículas, dadas por

$$m \frac{d\vec{u}}{dt} = \frac{q}{c} (\vec{E} + \vec{v} \times \vec{B})$$

e

$$\frac{d\vec{x}}{dt} = \vec{v},$$

em que $\vec{u} = \gamma\vec{v}$ é o vetor momento relativístico dividido pela massa de repouso m , $\gamma = \frac{1}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}$ é o fator de Lorentz, v a velocidade, q a carga e x a posição da partícula.

No caso, o código utiliza a fórmula de diferenças centrais da equação de movimento de Newton-Lorentz, que consiste na aproximação de uma derivada em um determinado ponto do domínio computacional por meio da diferença entre os valores simetricamente deslocados. Na verdade, é uma expansão de Taylor a partir do ponto central. O termo magnético é centrado pelo cálculo da média de $\vec{v}_{t+\Delta t/2}$ e $\vec{v}_{t-\Delta t/2}$:

$$\frac{\vec{v}_{t+\Delta t/2} - \vec{v}_{t-\Delta t/2}}{\Delta t} = \frac{q}{m} \left[\vec{E} + \frac{\vec{v}_{t+\Delta t/2} + \vec{v}_{t-\Delta t/2}}{2} \times \vec{B} \right].$$