

Universidade de São Paulo
Instituto de Astronomia, Geofísica e Ciências Atmosféricas
Departamento de Astronomia

Abhner P. de Almeida

**Evolução Dinâmica de Galáxias em
Aglomerados: o Papel da Fricção
Dinâmica**

São Paulo

2020

Abhner P. de Almeida

Evolução Dinâmica de Galáxias em Aglomerados: o Papel da Fricção Dinâmica

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado ao Instituto de Astronomia, Geofísica e Ciências Atmosféricas da Universidade de São Paulo como requisito parcial para a obtenção do título de Bacharel em Astronomia.

Vertente: Pesquisa Básica

Orientador: Prof. Dr. Gastão B. Lima Neto (IAG/USP).

São Paulo

2020

Resumo

A evolução dinâmica de galáxias devido ao ambiente em que elas estão inseridas pode ser responsável por mudanças em suas órbitas por conta do fenômeno conhecido como fricção dinâmica ([Chandrasekhar 1943a,b,c](#)), que contribui, por exemplo, para a formação das galáxias cD no centro de aglomerados ([De Lucia & Blaizot 2007](#)). O objetivo deste trabalho é estudar o papel da fricção dinâmica na evolução de galáxias que estão em órbita dentro destas estruturas, tanto com abordagens semi-analíticas como numéricas (simulação de N -corpos). Com estas duas metodologias foi determinado que a posição e velocidade iniciais são, respectivamente, inversamente proporcionais à frequência e à atenuação da órbita; a massa da galáxia é inversamente proporcional à frequência da oscilação e diretamente à taxa de atenuação; e o ângulo de incidência é proporcional à taxa de atenuação. Também, quanto maior a velocidade e posição inicial e menor a razão entre as massas da galáxia e do aglomerado, menor será a dependência da órbita com o logaritmo de Coulomb. Por fim, embora os ajustes da simulação numérica pelo modelo analítico não foram muito adequados, foi possível determinar a relação entre o logaritmo de Coulomb e os demais parâmetros: ele tende a ser menor para maiores razões de massa e menor valor de energia, momento angular, distância e velocidade iniciais. As dificuldades para este ajuste podem indicar tanto imper-

feições no modelo adotado, quanto problemas com erros acumulados no ajuste e na própria simulação numérica.

Abstract

The dynamical evolution of galaxies due to the environment where they are inserted can be the reason for changes in their orbits caused by the phenomenon known as dynamic friction ([Chandrasekhar 1943a,b,c](#)), that contributes, for example, in the formation of cD galaxies in the center of clusters ([De Lucia & Blaizot 2007](#)). This project aims to study the role of dynamic friction on the evolution of galaxies that are in orbit inside these structures, with both semi-analytical and numerical approaches (N -body simulations). With this methodology, we determined that the initial position and velocity are, respectively, inversely proportional to the frequency of the oscillation and to the rate of attenuation; the mass of the galaxy is proportional to the rate of attenuation and inversely proportional to the frequency of the oscillation; and the incidence angle is proportional to the rate of attenuation. Besides, for high initial velocity and position and lower ratio between the masses of the galaxy and the cluster, the dependence of the orbit with the Coulomb logarithm is small. Finally, although the fitting of the numerical simulation by the analytical model were not very adequate, it was possible to determine the relation between the Coulomb logarithm and other parameters: it tends to be lower for high mass ratio and lower initial energy, angular momentum, distance and velocity. The difficulties for this fitting can indicate both imperfection in the

model and problems with accumulated errors in the fitting and in the numerical simulation.

Lista de Tabelas

1.1	Condições Iniciais para a simulação dos aglomerados.	18
1.2	Condições Iniciais para a simulação das galáxias	19
A.1	Condições iniciais para a simulação das galáxias	44
A.2	Condições iniciais para a simulação dos aglomerados	44
A.3	Condições iniciais para posições e velocidades	44

Lista de Figuras

1.1	Ilustração do efeito da fricção dinâmica	14
2.1	Trajetórias da galáxia em queda dentro de um aglomerado com diferentes razões de massa e distâncias iniciais, obtidas da simulação analítica	22
2.2	Trajetórias da galáxia em queda dentro de um aglomerado com diferentes velocidades iniciais, ângulos de incidência e logaritmos de Coulomb, obtidas da simulação analítica	23
2.3	Trajetórias da galáxia em queda dentro de um aglomerado variando o logaritmo de Coulomb, obtidas da simulação analítica	25
2.4	Trajetória da galáxia em queda dentro de um aglomerado variando o logaritmo de Coulomb, obtida da simulação analítica	26
2.5	Trajetórias da galáxia em queda dentro de um aglomerado com diferentes distâncias e velocidades iniciais, obtidas da simulação de N -corpos	27
2.6	Trajetórias da galáxia em queda dentro de um aglomerado com diferentes razões das massas e ângulos de incidência, obtidas da simulação de N -corpos	28
3.1	Trajetória da galáxia em queda dentro de um aglomerado	30

3.2	Ajuste da trajetória de uma galáxia em queda dentro de um aglomerado	31
3.3	χ^2 em função do logaritmo de Coulomb	33
3.4	Logaritmo de Coulomb em função da distância e da velocidade inicial	33
3.5	Logaritmo de Coulomb em função da energia e do momento inicial .	35

Sumário

1. <i>Introdução</i>	13
1.1 Fricção Dinâmica	14
1.2 Equação do Movimento	15
1.3 Condições iniciais	17
2. <i>Simulações</i>	21
2.1 Simulações Analíticas	21
2.2 Simulações Numéricas	26
3. <i>Ajuste das Simulações Numéricas</i>	29
3.1 Determinação da trajetória	29
3.2 Ajuste da trajetória	30
4. <i>Conclusões</i>	37
<i>Referências</i>	39
<i>Apêndice</i>	41
A. <i>Simulações anteriores</i>	43

Introdução

Galáxias evoluem em diferentes aspectos. Entre eles tem-se a evolução dinâmica que se caracteriza por variações do potencial gravitacional dela ou do ambiente onde ela está inserida. Além de poder alterar sua aparência (colisões, formação de braços, efeito de maré) também ocorre a mudança em sua órbita como, por exemplo, dentro de aglomerados de galáxias, contribuindo para a queda de matéria em direção ao centro do poço gravitacional destas estruturas.

Esta queda se dá devido à transferência da energia da órbita para o movimento aleatório de corpos menores presentes no halo do aglomerado. Tal fenômeno é conhecido como fricção dinâmica e foi pela primeira vez descrito por [Chandrasekhar \(1943a, 1943b e 1943c\)](#). Ela atua como uma força de arrasto sobre um corpo massivo que ocorre quando este está em movimento dentro de uma região com corpos de massa muito menor que a dele.

A fricção dinâmica pode atuar no processo da evolução da galáxia como, por exemplo, na queda de uma galáxia satélite (ou um aglomerado de estrelas), sendo canibalizada pela hospedeira. Outra opção de onde a fricção dinâmica atua é em órbitas de galáxias em queda dentro de aglomerados. Neste contexto, tal fenômeno é muitas vezes citado como responsável pela formação das galáxias super-massivas presentes no centro da maioria dos aglomerados ricos, conhecidas como galáxias

cD (De Lucia & Blaizot 2007; Binney 1977). De modo geral, esse fenômeno pode exercer um importante papel na evolução da matéria no universo, no qual o modelo que mais se ajusta em dados de observação e simulação numérica é a formação de estruturas da forma hierárquica: pequenos sistemas contribuem para o crescimento das estruturas maiores (Kauffmann et al. 1993).

1.1 Fricção Dinâmica

Considere um corpo de massa M (a princípio pode ser extenso, mas, por simplicidade, consideremos uma massa pontual). Quando ele se move com velocidade v_M numa região de partículas com massa $m \ll M$, ele experimenta o fenômeno de fricção dinâmica, descrito por Chandrasekhar (1943a,b,c), em que, devido à gravidade, as partículas são atraídas formando um rastro que irá atraí-lo gravitacionalmente no sentido oposto ao seu movimento (Figura 1.1). Essa força causa uma desaceleração, atuando então como um arrasto responsável pela “queda” do corpo massivo em uma trajetória espiral até o centro do sistema.

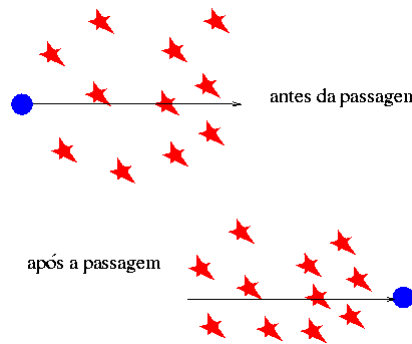


Figura 1.1: Ilustração do efeito da fricção dinâmica. Em azul está o corpo massivo que passa próximo das “estrelas” em vermelho, representando as partículas menores. Após a passagem se forma um rastro atrás da trajetória do corpo maior que, devido a isso, sofre uma desaceleração. Fonte: (<http://www.astro.iag.usp.br/ronaldo/introcosm/Glossario/FriccaoDin.html>).

Deduzindo o fenômeno através da interação de dois corpos (Aceves & Colosimo

2007; Binney & Tremaine 2008), foi possível chegar na equação:

$$\frac{d\mathbf{v}_M}{dt} = -4\pi G^2 m M \ln \Lambda \int_0^{v_M} f(v_m) d^3 v_m \frac{\mathbf{v}_m - \mathbf{v}_M}{|\mathbf{v}_m - \mathbf{v}_M|^3}. \quad (1.1)$$

Para o caso em que a dispersão da velocidade dos corpos menores é de forma maxwelliana, tem-se:

$$f(v_m) = \left(\frac{n_0}{2\pi\sigma^2} \right)^{3/2} e^{-\frac{v_m^2}{2\sigma^2}}, \quad (1.2)$$

onde σ é a dispersão de velocidades e n_0 é a densidade numérica das partículas no ambiente. Assim a taxa de variação da velocidade do corpo de massa M fica:

$$\frac{d\mathbf{v}_M}{dt} = \frac{-4\pi G^2 \rho M \ln \Lambda}{v_M^3} \left[\operatorname{erf} \chi - \frac{2\chi}{\sqrt{\pi}} e^{-\chi^2} \right] \mathbf{v}_M, \quad (1.3)$$

onde $\operatorname{erf} \chi = 2/\sqrt{\pi} \int_0^\chi e^{-t^2} dt$ é a função de erro, $\chi = \frac{v_m}{\sqrt{2}\sigma}$, M é a massa do corpo em órbita, ρ é a densidade do meio, v_M a velocidade do corpo em queda, e, por fim, $\ln \Lambda$ é o logaritmo de Coulomb, que reflete a razão entre o parâmetro de impacto máximo e mínimo da órbita. Este parâmetro é muito importante pois leva em conta os efeitos de pequenas deflexões ao longo do percurso da partícula.

Pela Equação (1.3) notam-se duas propriedades: (I) a variação da velocidade é proporcional à massa do corpo em movimento e à densidade do meio onde está inserida (não depende da massa individual das partículas menores), e (II) é inversamente proporcional ao quadrado da velocidade.

1.2 Equação do Movimento

O corpo em sua órbita, além de sofrer o efeito da fricção dinâmica, também é submetido ao potencial gravitacional do meio em que ocupa. Deste modo é possível escrever sua equação de movimento através da força resultante:

$$M \frac{d^2 \mathbf{r}}{dt^2} = \mathbf{F}_g + \mathbf{F}_{fd} = -M \nabla \phi(r) + M \frac{d\mathbf{v}_M}{dt}, \quad (1.4)$$

com $\frac{d\mathbf{v}_M}{dt}$ dado pela Equação (1.3) e $M\nabla\phi(r)$ é a força devido ao potencial gravitacional. Para o projeto foi utilizado um perfil de [Hernquist \(1990\)](#), dado por:

$$\rho_H(r) = \frac{M_c}{2\pi} \frac{a}{r} \frac{1}{(r+a)^3}, \quad (1.5)$$

onde M_c é a massa total de matéria escura do aglomerado e a é o fator de escala. Foi escolhido este caso por conta da maior facilidade de implementação, já que a massa total é finita e se obtém facilmente o potencial gravitacional através da solução da equação de Poisson:

$$\phi_H(r) = -\frac{GM_c}{r+a}. \quad (1.6)$$

Também facilmente se obtém o gradiente do potencial, necessário para a Equação do Movimento (1.4), tendo r o raio e $\hat{r}$ o versor radial em coordenadas esféricas:

$$\nabla\phi(r) = \frac{GM_c}{(r+a)^2} \hat{r}. \quad (1.7)$$

Deste modo, a equação do movimento pode ser escrita de forma completa dividindo-se a Equação (1.4) por M e substituindo $\nabla\phi(r)$ e $\frac{d\mathbf{v}_M}{dt}$:

$$\frac{d^2\mathbf{r}}{dt^2} = -\frac{GM_c}{(r+a)^2} \hat{r} - \frac{4\pi G^2 \rho M \ln \Lambda}{v_M^3} \left[\text{erf } \chi - \frac{2\chi}{\sqrt{\pi}} e^{-\chi^2} \right] \mathbf{v}_M. \quad (1.8)$$

Note que tanto ρ como χ dependem do raio e a Equação Diferencial (1.8) não tem solução analítica simples, sendo necessário empregar métodos numéricos para sua resolução. Para este propósito foi desenvolvida uma rotina em Python utilizando o método de Runge-Kutta de 4ª ordem, tornando possível calcular a trajetória da galáxia em função do tempo dadas as condições iniciais da órbita e os parâmetros, como o logaritmo de Coulomb e as massas do aglomerado e da galáxia. Esta rotina também permitiu ajustar os resultados das simulações numéricas, que são feitas dada as condições iniciais e as massas envolvidas, em função do logaritmo de Coulomb.

1.3 Condições iniciais

Para as simulações numéricas foi utilizado o código aberto para simulações cosmológicas de N -corpos Gadget2 (Springel et al. 2001; Springel 2005), que depende de condições iniciais para simular objetos como galáxias e aglomerados. Para isso foram utilizados os códigos *galstep*¹ e *clustep*² e seguido o procedimento descrito em Ruggiero & Lima Neto (2017) e Ruggiero (2018).

Na primeira parte do projeto, as simulações foram feitas variando-se somente a razão entre as massas da galáxia e do aglomerado, e as posições e velocidades iniciais, cujos dados podem ser vistos nas Tabelas A.1, A.2 e A.3. Dando continuidade às simulações, procurou-se novas condições iniciais que permitiram analisar a dependência do logaritmo de Coulomb em função da energia e do momento angular inicial do sistema, dados por:

$$E_{tot} = \frac{Mv^2}{2} - \frac{GM_c}{r+a}M \quad \text{e} \quad \mathbf{L} = M\mathbf{r} \times \mathbf{v}, \quad (1.9)$$

onde M é a massa da galáxia, v e r são sua velocidade e o raio inicial, respectivamente, e, para o caso do potencial, utilizou-se o perfil de Hernquist conforme discutido na Seção 1.2, onde M_c é a massa do aglomerado e a o fator escala.

Para a análise da dependência do logaritmo de Coulomb com a energia inicial foi variado somente os parâmetros para os aglomerados da simulação, utilizando os mesmos parâmetros para a galáxia e a posição e velocidade iniciais, no caso de $(x, y) = (0, 900)$ kpc e $(v_x, v_y) = (180, 0)$ km/s respectivamente. No caso, os parâmetros dos aglomerados foram os indicados na Tabela 1.1 e da galáxia utilizada foi a 5 presente na Tabela 1.2. Na Tabela 1.1, a primeira coluna indica o número de cada aglomerado. Nas outras colunas estão indicados: o raio de truncamento para a simulação, a massa do aglomerado (M_{dm}) e o fator de escala usando o perfil

¹ <https://github.com/ruggiero/galstep>

² <https://github.com/ruggiero/clustep>

de Hernquist (a_{dm}). Na Tabela 1.2, as colunas indicam os parâmetros para as 5 galáxias simuladas, e nas demais colunas estão indicados: a massa do halo (M_h), o fator de escala usando o perfil de Hernquist (a_h), a massa do disco (M_{dk}), o raio do disco (R_d), a escala da espessura do disco (z_0), a massa do bojo (M_b) e seu fator de escala (a_b).

Tabela 1.1 - Condições Iniciais para a simulação dos aglomerados.

Aglomerado	Raio de truncamento (kpc)	M_{dm} ($10^{14} M_\odot$)	a_{dm} (kpc)
1	1000	1.1	252
2	1425	6.5	496
3	1740	12	626
4	1971	17.6	724
5	2157	23.3	804
6	2316	29	873
7	2455	34.7	935
8	2580	40.5	990
9	2694	46.3	1041
10	2800	52.1	1088

No estudo da dependência do logaritmo de Coulomb com o momento angular inicial, as velocidades e posições iniciais de todas as simulações têm o mesmo módulo para manter fixa a energia inicial. Tomando como velocidade inicial 180 km/s e posição $(x, y) = (0, 900)$, foi alterado as componentes v_x e v_y , mantendo o módulo. Desta maneira o ângulo de incidência assumiu os valores de 50, 70 e , 80 e 90 graus. Foram utilizados todas as galáxias cujos parâmetros estão na Tabela 1.2 em conjunto com o aglomerado 5 da Tabela 1.1.

Em todas as simulações foram utilizadas 10^5 partículas para os aglomerados e 5×10^4 para as galáxias, com fator de amortecimento de 0.025. Este fator de amortecimento é um parâmetro que evita qualquer tipo de singularidade durante a simulação que possa levar a um *overflow* (quando alguma variável passa do limite que a máquina pode representar). Cada arquivo de saída da simulação (*snapshots*)

Tabela 1.2 - Condições Iniciais para a simulação das galáxias

Componente	Característica	Galáxia 1	Galáxia 2	Galáxia 3	Galáxia 4	Galáxia 5
Halo	M_h ($10^{10} M_\odot$)	1.4	38.4	76.6	115.3	154.3
	a_h	7.4	27.4	35.8	42	47.02
Disco	M_{dk} ($10^{10} M_\odot$)	0.07	1.9	3.8	5.8	7.7
	R_d (kpc)	0.24	3.5	3.5	3.5	3.5
	z_0 (kpc)	0.05	0.7	0.7	0.7	0.7
Bojo	M_b ($10^{10} M_\odot$)	0.02	0.52	1.06	1.6	2.2
	a_b (kpc)	1.31	5	6.7	7.9	8.9

contém todas as informações sobre cada uma das partículas: tipo, massa, posição e velocidade. Um *snapshots* é escrito pelo código a cada 0.05 na unidade de tempo do Gadget2, o que representa em torno de 0.048 bilhões de anos na simulação. Todas estas configurações foram selecionadas tendo em vista obter os melhores resultados em um tempo razoável para o projeto.

Simulações

Para a análise da queda da galáxia no aglomerado foi desenvolvido um modelo semi-analítico para a solução da Equação de Movimento da galáxia, Equação (1.8), em Python, utilizando o método de Runge-Kutta de 4ª ordem para equações diferenciais. Também foram realizadas simulações de N -corpos da queda da galáxia, utilizado o código aberto Gadget2 (Springel et al. 2001; Springel 2005) conforme descrito na Seção 1.3.

2.1 Simulações Analíticas

Com a rotina em Python foi possível obter a solução para a Equação (1.8) para diferentes parâmetros, tais como a razão entre as massas da galáxia e do aglomerado, posição e velocidade iniciais, ângulo de incidência e o logaritmo de Coulomb. Foram analisadas tanto a frequência de oscilação da distância da galáxia ao centro do aglomerado, quanto a taxa em que esta distância diminui, ou seja, a taxa de atenuação do raio órbita. Desta forma foi possível determinar que:

(I) Quanto maior a razão entre a massa da galáxia pela massa do aglomerado (Figura 2.1) menor será a frequência de oscilação e maior a taxa de atenuação do raio da órbita;

(II) Para maior distância inicial menor será a frequência de oscilação (Figura

2.1) e quanto maior a velocidade inicial menor a taxa de atenuação do raio da órbita (Figura 2.2);

(III) Quanto menor o ângulo de incidência (Figura 2.2), o que implica em um menor parâmetro de impacto, mais rapidamente a órbita se atenua;

(IV) Quanto maior o logaritmo de Coulomb mais rápido ocorre a atenuação do raio da órbita (Figura 2.2).

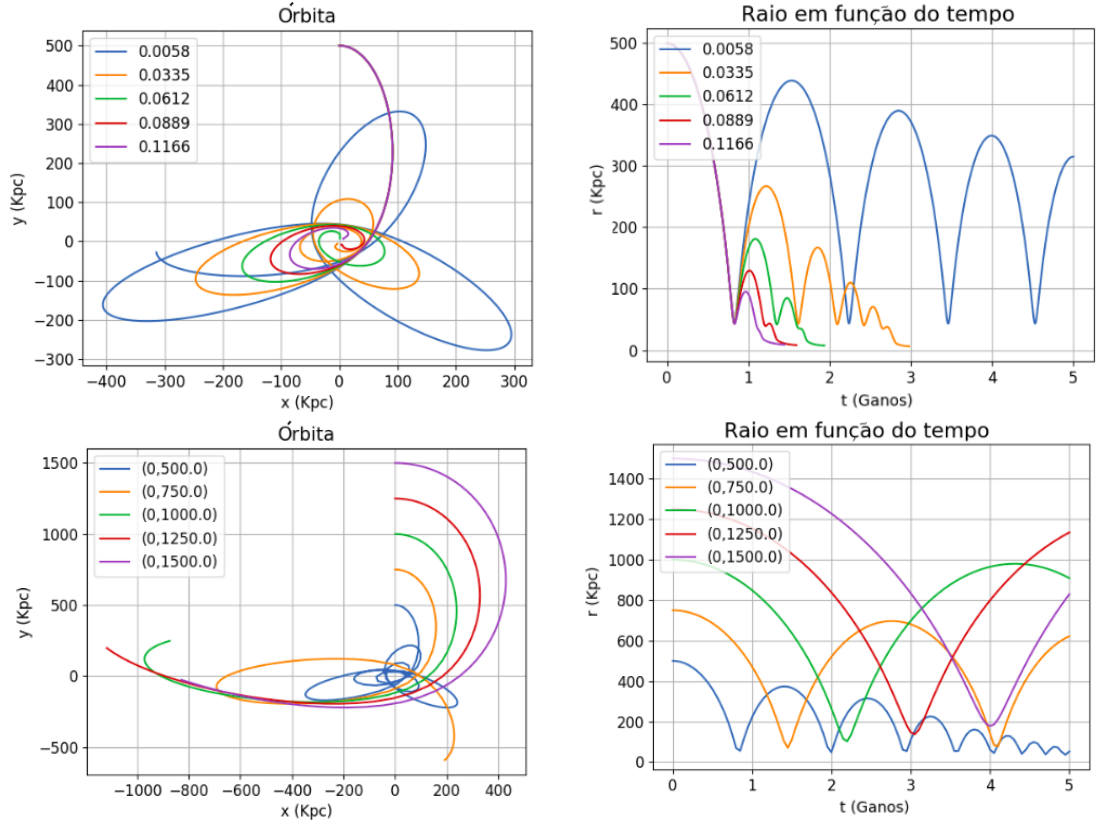


Figura 2.1: Trajetórias da galáxia em queda dentro de um aglomerado com diferentes razões de massa, em cima, e distâncias iniciais, em baixo. Para os parâmetros que não variam em cada situação tem-se razão de massa de 0.005, posição inicial de $(x, y) = (0, 500)$ kpc, velocidade inicial de $(V_x, V_y) = (180, 0)$ km/s, ângulo de incidência de 90° e $\ln \Lambda = 4$. Na esquerda tem-se a órbita da galáxia e na direita o raio da órbita em função do tempo.

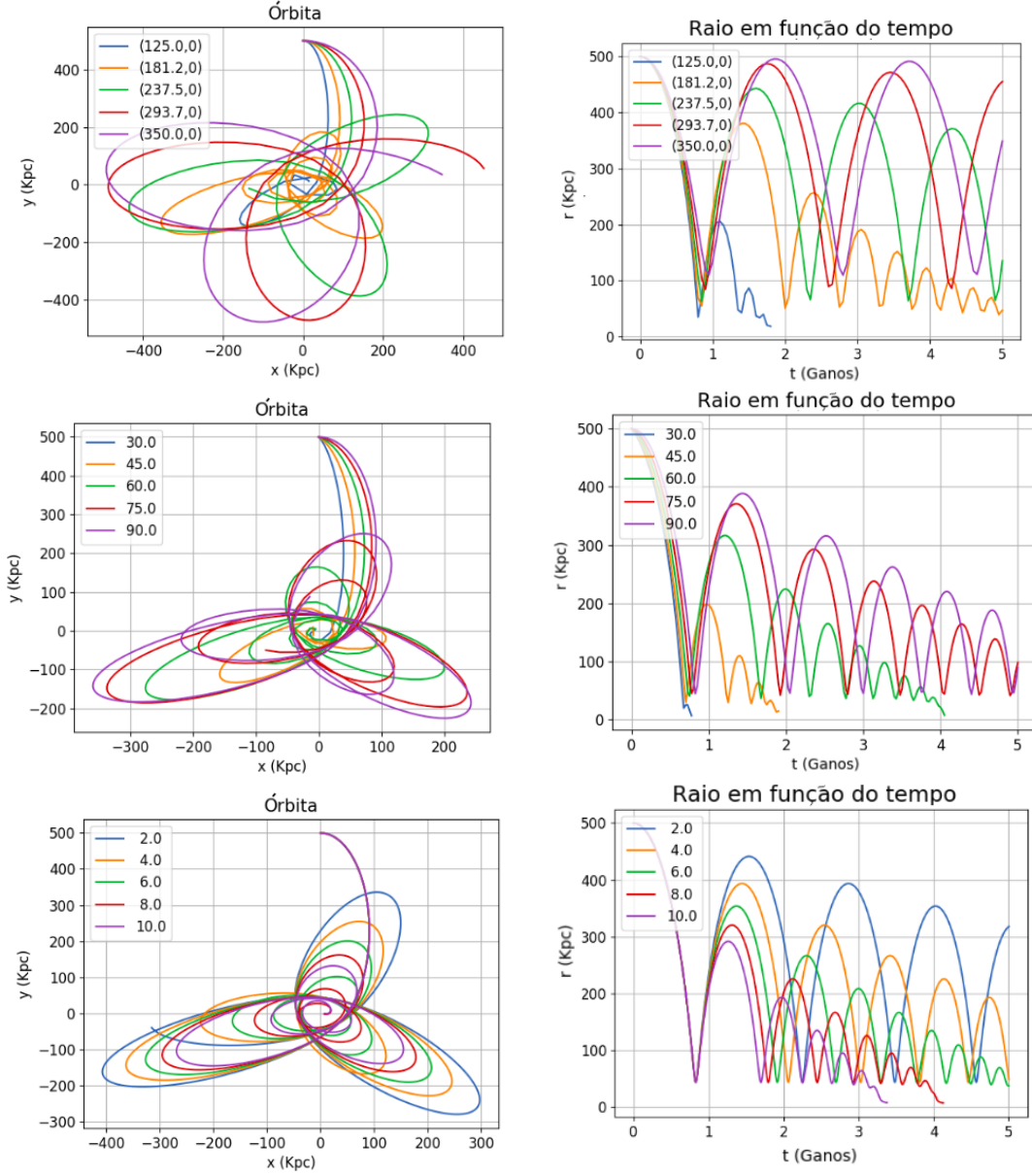


Figura 2.2: Trajetórias da galáxia em queda dentro de um aglomerado com diferentes velocidades iniciais, em cima, ângulos de incidência, no meio, e logaritmos de Coulomb, em baixo. Para os parâmetros que não variam em cada situação idem à Figura 2.1. Na esquerda tem-se a órbita da galáxia e na direita o raio da órbita em função do tempo.

Todas estas conclusões estão de acordo com o esperado da Equação de Movimento (1.8). Para o caso onde foi variado a razão entre a massa da galáxia e a

massa do aglomerado é preciso notar que o parâmetro da gravidade é diretamente responsável pela frequência de oscilação e é proporcional a massa do aglomerado. Isto implica que quanto maior a massa do aglomerado, o que leva a uma menor razão $\frac{M}{M_c}$, com M a massa da galáxia e M_c a massa do aglomerado, maior a frequência de oscilação.

Note que o termo da gravidade na Equação de Movimento (1.8) também depende do inverso da distância até o centro do aglomerado, de modo que, quanto maior a distância inicial, menor a frequência. Também note que o termo da fricção dinâmica, Equação (1.3), responsável pela taxa de atenuação da órbita, é proporcional a M e a densidade do meio. A densidade, por sua vez, é proporcional a M_c , Equação (1.5), de forma que, quanto maior a razão $\frac{M}{M_c}$ maior o efeito da atenuação da órbita. Da mesma forma, este termo depende inversamente da velocidade, assim quanto maior a velocidade menor será a taxa de atenuação.

Note que para ângulos de incidência menores temos maior atenuação, já que a galáxia irá passar por regiões mais próximas ao centro. Estas regiões apresentam maior densidade, como indica o perfil de densidade utilizado na Equação (1.5), e o termo da fricção dinâmica, Equação (1.3), é diretamente proporcional a densidade. Assim, quanto menor o ângulo de incidência, maior será a atenuação do raio da órbita. Por fim, o termo de fricção dinâmica é diretamente proporcional ao logaritmo de Coulomb, justificando o fato de que quanto maior seu valor maior é o efeito da fricção.

Ainda com a rotina em Python foi analisado a dependência entre o logaritmo de Coulomb, $\ln \Lambda$, e as condições iniciais. Foi possível concluir que, para maiores velocidades iniciais (Figura 2.3), distâncias iniciais (Figura 2.3) e menor razão entre a massa da galáxia e a massa do aglomerado (Figura 2.4), a escolha de $\ln \Lambda$ tende a não alterar a órbita resultante.

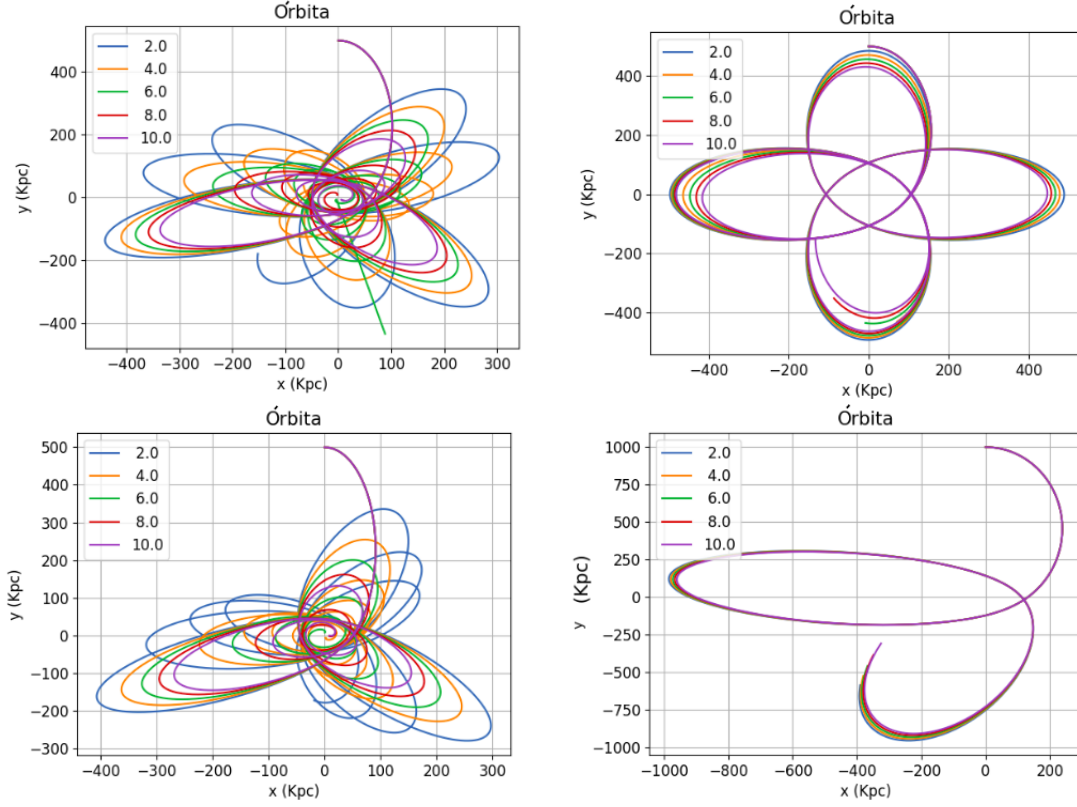


Figura 2.3: Trajetória da galáxia em queda dentro de um aglomerado com razão de massa de 0.01, ângulo de incidência de 90° e variando o logaritmo de Coulomb. Em cima a posição inicial é igual a $(x, y) = (0, 500)$ kpc, para velocidade inicial de $(V_x, V_y) = (0, 200)$ km/s na esquerda e de $(V_x, V_y) = (0, 300)$ km/s na direita. Em baixo as posições iniciais são de $(x, y) = (0, 500)$ kpc na esquerda, e de $(x, y) = (0, 1000)$ kpc na direita, e a velocidade inicial é de $(V_x, V_y) = (180, 0)$ km/s.

Tudo isto está de acordo com o esperado já que, em relação a variar a velocidade inicial o termo da fricção dinâmica, Equação (1.3), depende do inverso ao quadrado do módulo da velocidade, enquanto que com o logaritmo de Coulomb a dependência é linear. Em relação à distância, a fricção dinâmica depende diretamente da densidade que, por sua vez, no caso analisado, depende do inverso da quarta potência do raio, devido à escolha do perfil de densidade de [Hernquist \(1990\)](#). Por fim, em relação à razão entre as massas, temos que a fricção dinâmica

é diretamente proporcional à massa da galáxia e à massa do aglomerado (por meio da densidade), como pode ser visto nas Equações (1.3) e (1.5), de forma que quanto menor a fração entre as massas implica em um menor termo da fricção dinâmica.

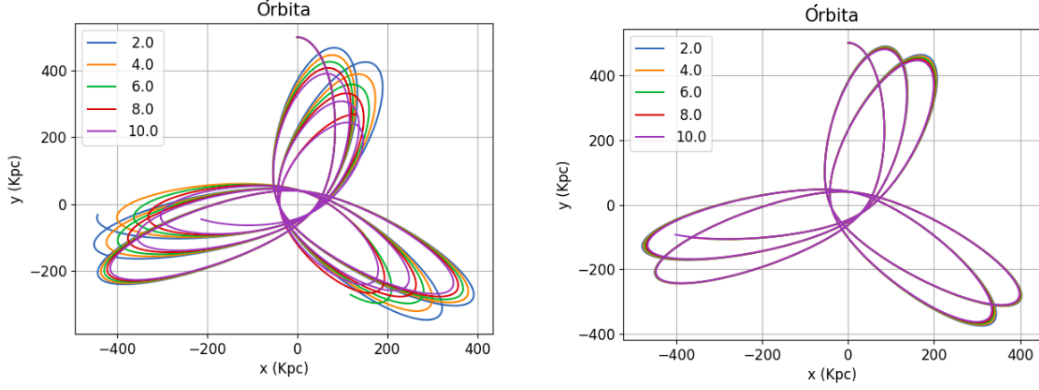


Figura 2.4: Trajetória da galáxia em queda dentro de um aglomerado com razões de massa de 0.01 na esquerda e de 0.001 na direita, posição inicial de $(x, y) = (0, 500)$ kpc, velocidade inicial de $(V_x, V_y) = (180, 0)$ km/s, ângulo de incidência de 90° e variando o logaritmo de Coulomb.

2.2 Simulações Numéricas

Foram realizadas diferentes simulações para se analisar os efeitos das condições iniciais sobre a órbita e o raio da galáxia até o centro do aglomerado em função do tempo. A primeira comparação realizada foi em relação à posição e velocidade inicial.

Na Figura 2.5, onde todos gráficos são do mesmo sistema galáxia-aglomerado, é possível notar que quanto mais longe a posição inicial da órbita, menor a frequência de oscilação. Também quanto maior a velocidade menor a taxa de atenuação do raio da órbita, como visto na Figura 2.5. Em seguida foi estudado o papel da massa. Como se pode ver nos gráficos da Figura 2.6, a frequência das oscilações aumenta quanto menor for a razão das massas. Quanto maior a razão entre as

massas, maior é a atenuação do raio da órbita. Por fim, também foi analisada a influência do ângulo de incidência, cujo resultado pode ser visto na Figura 2.6. É possível observar que para ângulos menores maior é a taxa de atenuação da órbita. Neste caso variando o ângulo de incidência as simulações foram refeitas por problemas ocorridos anteriormente devido a erros utilizando velocidades iniciais erradas. Estas simulações erradas foram descartadas e não constam nesta monografia.

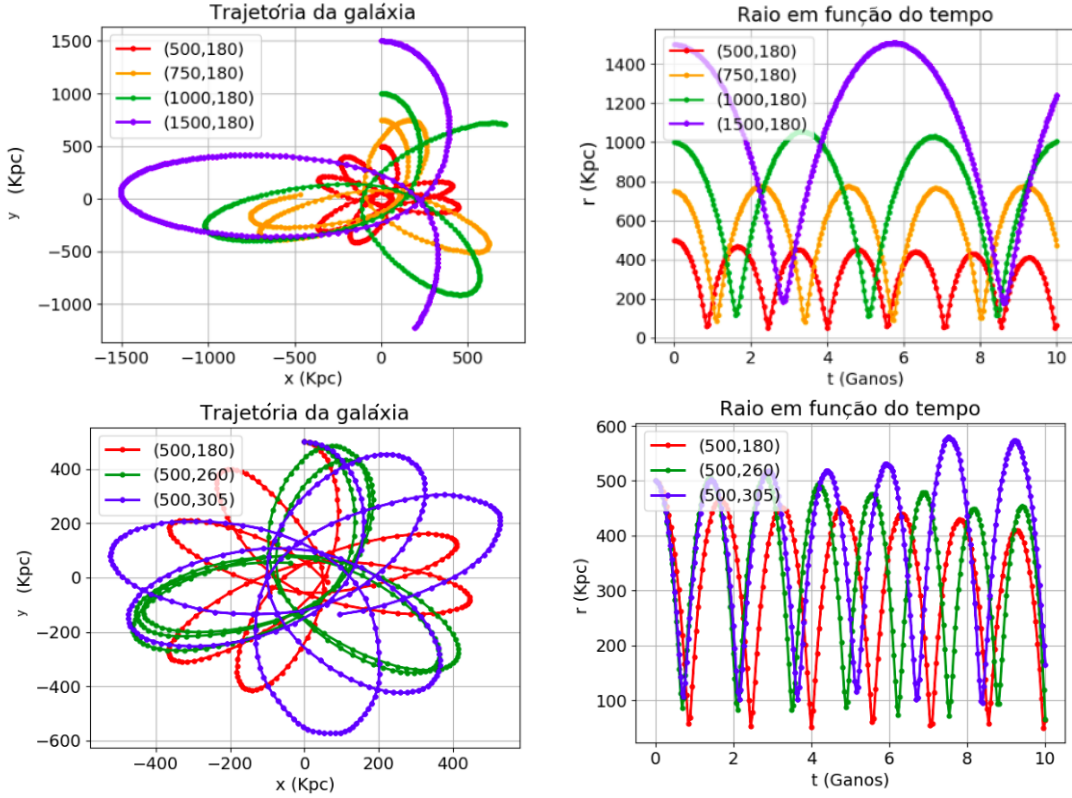


Figura 2.5: Trajetória da galáxia em queda dentro de um aglomerado variando a posição inicial, em cima, e a velocidade inicial, em baixo. Para os parâmetros que não variam em cada situação tem-se posição inicial de $(x, y) = (0, 900)$ kpc e velocidade inicial de $(V_x, V_y) = (220, 0)$ km/s, para a galáxia e o aglomerado 1 das Tabelas A.1 e A.2. Na esquerda tem-se a órbita da galáxia e na direita o raio da órbita em função do tempo. Na legenda dos gráficos o primeiro valor é a distância inicial entre o centro do aglomerado até a galáxia, em kpc, e o segundo a velocidade inicial, em km/s.

Todos os resultados nas simulações estão de acordo com os resultados do

modelo analítico, discutido na Seção 2.1, e também de acordo com o esperado pelo modelo teórico, visto na Seção 1.2. Na simulação numérica temos controle somente das condições iniciais e parâmetros do perfil de densidade, não havendo nenhuma forma de indicar o logaritmo de Coulomb. Isso é completamente esperado na medida que as simulações de N -corpos realizadas com o Gadget2 (Springel et al. 2001; Springel 2005) levam em conta somente a força gravitacional, de modo que a fricção dinâmica ocorre naturalmente. Assim, o próximo passo da análise envolve o ajuste dos resultados da simulação numérica pelo modelo semi-analítico em função do logaritmo de Coulomb de forma a compreender melhor como o valor deste depende das condições da órbita.

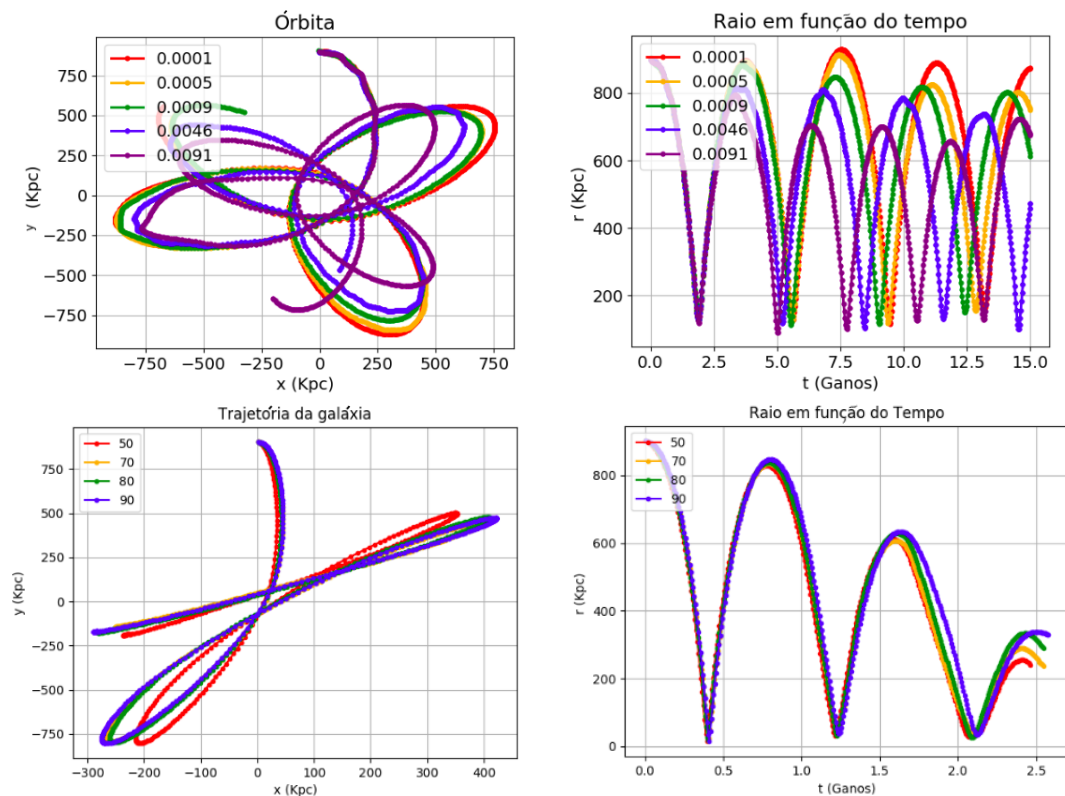


Figura 2.6: Idem à Figura 2.5, exceto que em cima tem-se os gráficos variando razão de massa e em baixo variando o ângulo de incidência. Além disto, para os gráficos de baixo foram utilizados a galáxia e o aglomerado 5 das Tabelas 1.2 e 1.1.

Ajuste das Simulações Numéricas

Para o ajuste dos resultados das simulações numéricas duas etapas são importantes: a primeira parte envolve a extração da trajetória da galáxia obtido na simulação de N -corpos, onde é necessário a determinação do centro de massa da galáxia em função do tempo; e a última parte envolve o ajuste dessa trajetória tendo o logaritmo de Coulomb como parâmetro livre, onde é preciso definir um critério para o ajuste, como, por exemplo, minimizar um χ^2 que deve ser definido em função da trajetória da galáxia.

3.1 *Determinação da trajetória*

Para obter a trajetória é importante determinar o centro de massa da galáxia em cada momento, o que está sujeito a dificuldades como identificar se a partícula deixou ou não de fazer parte da galáxia. A primeira opção para isto é verificar se a partícula saiu do raio de corte definido na simulação para a formação da galáxia. No segundo caso foi aplicado o critério da velocidade, onde, considerando o potencial da galáxia, foi determinado a velocidade máxima possível para a partícula ainda pertencer a galáxia. Por fim, também foi usado a energia potencial para determinar se a partícula está presa no campo potencial da galáxia ou não. Nestes dois últimos casos foi levado em conta o fato da galáxia estar inserida no potencial

do aglomerado e também realizar um movimento ao redor deste. Com estes três critérios foi determinado a trajetória média da galáxia com o desvio padrão.

Na Figura 3.1 é possível ver um exemplo do que foi realizado, onde se tem a trajetória da galáxia e o raio em função do tempo. Neste último caso note a região em azul que indica o intervalo de 3 desvios padrões de incerteza.

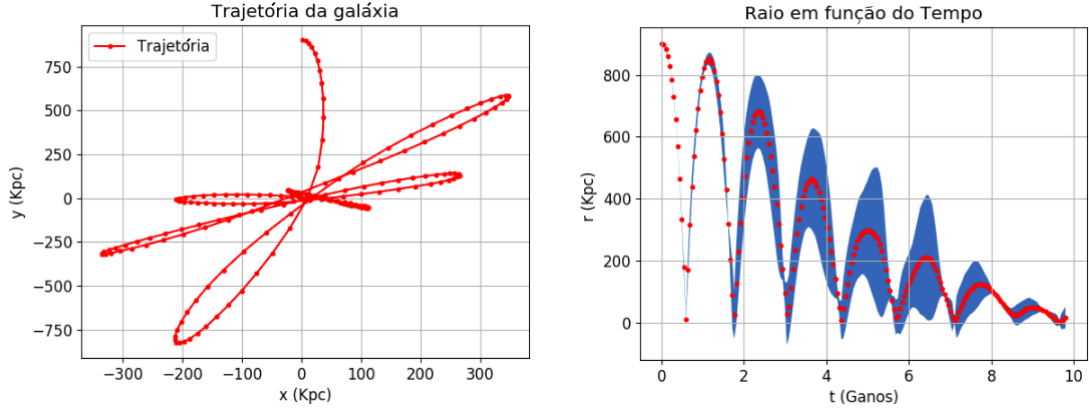


Figura 3.1: Trajetória da galáxia em queda dentro de um aglomerado com fração de massa de 0.0005, posição inicial de $(x, y) = (0, 900)$ kpc e velocidade inicial de $(V_x, V_y) = (180, 0)$ km/s. Na esquerda é mostrado a órbita e na direita o raio em função do tempo, a região azul indicando o intervalo de 3 desvios-padrão da média.

3.2 Ajuste da trajetória

Com os resultados já obtidos das etapas anteriores foi realizado o ajuste da simulação de N -corpos pelo modelo analítico. Para isso foi desenvolvido um programa em Python. Foi buscado ajustes da órbita e da curva do raio em função do tempo obtidos do Gadget2 através do modelo analítico de forma a obter uma relação entre o valor do logaritmo de Coulomb com os parâmetros em cada caso. Como critério de ajuste foi escolhido minimizar o χ^2 , definido como o quadrado da diferença entre o valor obtido da simulação de N -corpos pelo resultado do modelo analítico, dividido pelo erro determinado conforme descrito a Seção 3.1. Entrando

com a trajetória obtida da simulação, dada uma faixa de valores para o logaritmo de Coulomb, foi utilizado o modelo analítico de forma a buscar o valor que melhor ajustava os dados.

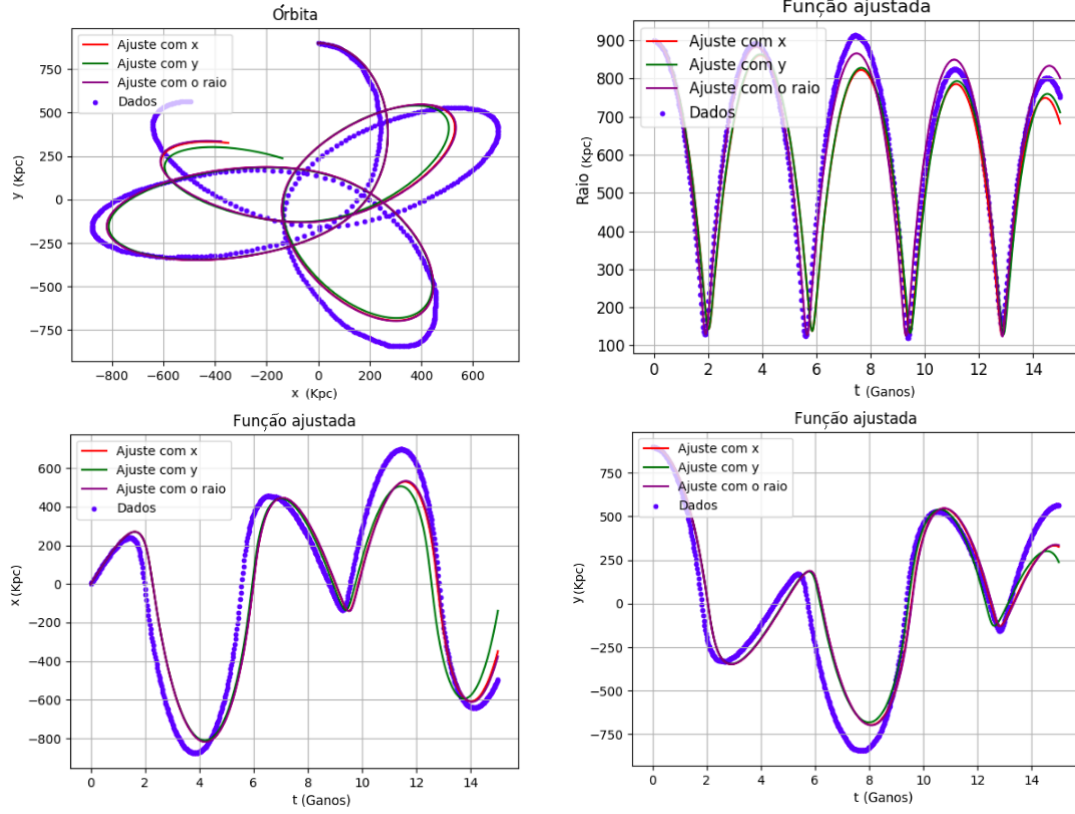


Figura 3.2: Ajuste da trajetória de uma galáxia em queda dentro de um aglomerado com fração de massa de 0.0005, posição inicial de $(x, y) = (0, 900)$ kpc e velocidade inicial de $(V_x, V_y) = (220, 0)$ km/s. De cima para baixo, seguindo da esquerda para direita, se tem, respectivamente, a órbita e o raio, a coordenada x e a coordenada y em função do tempo.

Como exemplo, tomando os resultados de simulação para o caso em que a fração entre a massa da galáxia e a massa do aglomerado foi de 0.0005, a posição inicial $(x, y) = (0, 900)$ kpc, velocidade inicial de $(v_x, v_y) = (220, 0)$ km/s e com um ângulo de 90 graus em relação ao eixo y; foi realizado o ajuste da Equação de movimento da galáxia (1.8) tendo como parâmetro livre somente o logaritmo

de Coulomb. Para isto foi aplicado o critério de minimizar o χ^2 de duas formas, primeiramente ajustando $x(t)$ e $y(t)$ separadamente e depois ajustando $r(t) = \sqrt{x(t)^2 + y(t)^2}$. O resultado pode ser visto na Figura 3.2. Note que visualmente nenhum dos casos se obteve um ajuste ideal, especialmente para a órbita e para o raio em função do tempo.

Tomando a média para os três métodos utilizados para o ajuste, se obteve $\ln \Lambda = 11.96 \pm 1.36$, como pode ser observado na Figura 3.3. Juntando os resultados para diferentes razões entre a massa da galáxia e a massa do aglomerado foi possível obter o gráfico da Figura 3.3, em que foi ajustada uma função $\log y = a \log x + b$ com $a = -0.83 \pm 0.06$ e $b = -3.48 \pm 0.55$, com $y = \ln \Lambda$ e x sendo a razão de massa, levando a uma função:

$$\ln \Lambda = 0.02(4) \left(\frac{m_{gal}}{M_{clu}} \right)^{-0.83(6)}, \quad (3.1)$$

onde m_{gal} e M_{clu} são as massas da galáxia e do aglomerado, respectivamente. Note que quanto maior a razão (uma galáxia mais massiva ou um aglomerado com menor massa), maior é a incerteza do Logaritmo de Coulomb ao mesmo tempo que este tende a valores menores (próximos a 1).

Com esse método para a realização do ajuste, foi seguido o mesmo procedimento em relação as simulações feitas variando a distância e a velocidade inicial, como podem ser vistos na Figura 3.4. Para a distância inicial a função ajusta foi:

$$\ln \Lambda = 0.014(19) \times d_0^{-1.20(9)}, \quad (3.2)$$

onde d_0 se refere a distância inicial em kpc. Para maiores distâncias se observou no ajuste que, embora todos apontaram o mesmo valor do logaritmo de Coulomb, havia uma faixa ampla de valores possíveis para o ajuste, colaborando com o resultado obtido na Seção 2.1, onde se observou que quanto maior a distância menor o efeito desse parâmetro. O mesmo se nota para o caso da velocidade

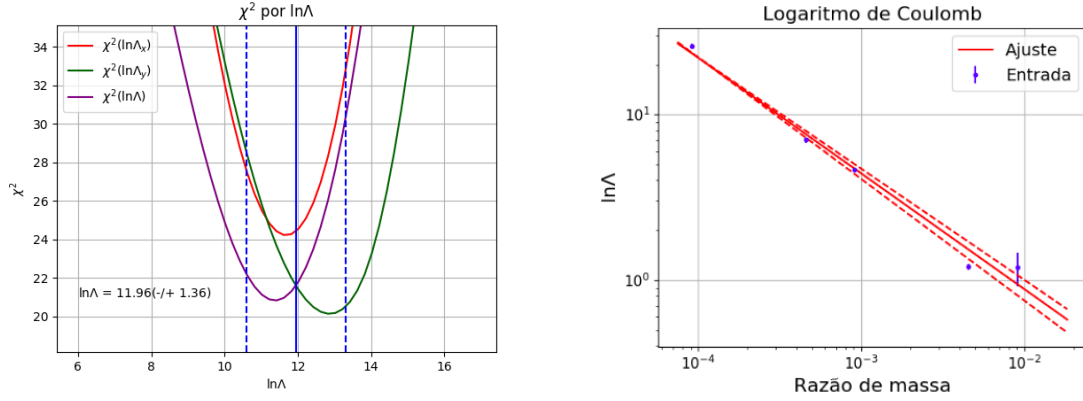


Figura 3.3: χ^2 em função do logaritmo de Coulomb para o caso de exemplo, na esquerda, e Logaritmo de Coulomb em função da fração de massa entre a galáxia e o aglomerado, na direita.

inicial como se observa na Figura 3.4. Neste caso a função ajustada, com v_0 a velocidade inicial em km/s:

$$\ln \Lambda = 3.50(10) \times 10^{-6} \times v_0^{-2.97(24)}. \quad (3.3)$$

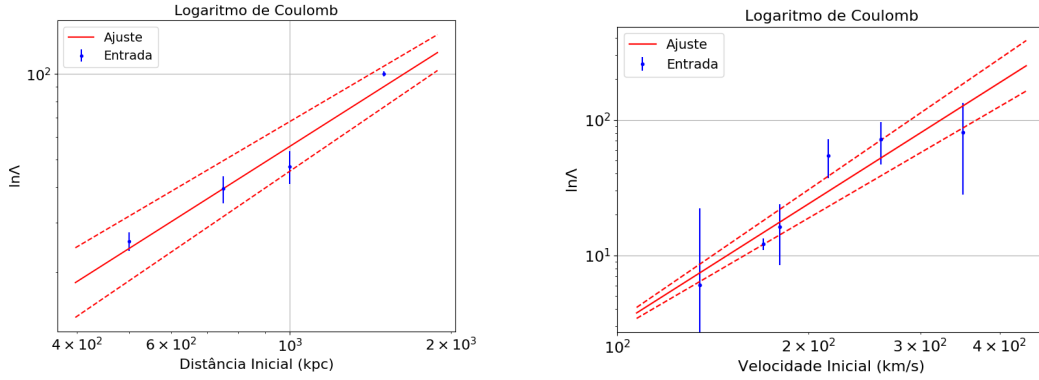


Figura 3.4: Logaritmo de Coulomb em função da distância inicial, na esquerda, e da velocidade inicial, na direita.

Para o estudo da dependência da energia inicial do sistema, ocorreram problemas para as simulações com os dois menores aglomerados (Tabela 1.1), que

resultaram em trajetórias mais imprecisas quando utilizado o método discutido na Seção 3.1. Tomando os resultados do logaritmo de Coulomb para os demais casos, foi obtido o ajuste presente na Figura 3.5. Para a energia foi tomado unidades do Gadget2, *u.g.*, (Springel et al. 2001; Springel 2005), onde a constante gravitacional é dada como 43007.1 e é usado como unidade de massa $10^{10}M_{\odot}$, de velocidade km/s e de distância kpc. O ajuste foi feito da mesma forma que anteriormente, obtendo como função:

$$\ln \Lambda = 1.33(28) \times 10^{-10} \times (E_o)^{-1.23(24)}. \quad (3.4)$$

Dois pontos são interessantes de se observar neste ajuste. A primeira é a tendência do logaritmo de Coulomb ser menor (próximos a 1) para menor energia inicial. Isto está de acordo com o ajuste obtido para as razões de massa que, quando maior esta razão, menor o logaritmo de Coulomb. No caso, a energia inicial é menor quando menor a massa do aglomerado, o que implica em uma maior razão de massas quando se mantém fixa a massa da galáxia.

Além disso, na Figura 3.5 se percebe uma maior incerteza no ajuste tanto para baixas quanto para altas energias. Isto pode estar indicando as regiões em que o logaritmo de Coulomb passa a exercer menor influência, como discutido na Seção 2.1.

Também foi realizado o ajuste para as simulações variando o momento angular. Embora surgiu problemas em casos onde foram utilizados dados errados, foi possível realizar o ajuste indicado na Figura 3.5. Note que para maior módulo do momento angular inicial se obtém maiores valores do logaritmo de Coulomb, acompanhando a tendência em relação a distância e velocidade iniciais, dos quais essa variável depende. A equação ajustada foi:

$$\ln \Lambda = 3.37(57) \times 10^{-20} \times L_o^{-2.75(12)}. \quad (3.5)$$

Mesmo que tenha sido possível obter estas relações quantitativas entre o

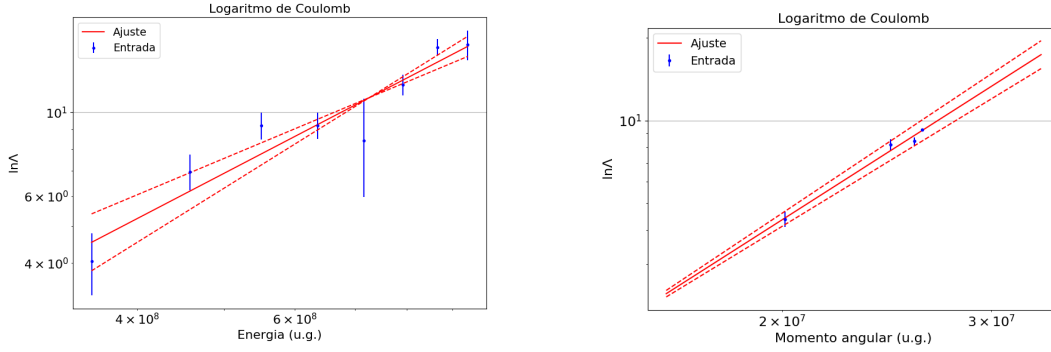


Figura 3.5: Logaritmo de Coulomb em função da energia inicial, na esquerda, e do módulo do momento angular inicial, na direita. A unidade *u.g.* se refere a unidades do Gadget2 para os dois parâmetros.

logaritmo de Coulomb e os demais parâmetros, houve grande dificuldade para realizar um ajuste ideal da trajetória obtida da simulação de N -corpos. Estas dificuldades encontradas durante o processo estão associadas tanto a fatores do próprio modelo adotado, como a erros acumulados durante o ajuste utilizando o método Runge-Kutta e a minimização do χ^2 . No caso do modelo, ele não abrange toda a complexidade da queda da galáxia no aglomerado, que envolve a perda de massa que ela sofre por efeito de maré (Tollet et al. 2017) e a evolução do próprio aglomerado ao longo do tempo (Mostoghiu et al. 2019). Outro fator importante é a própria simulação de N -corpos, no qual foi preciso determinar o número de partículas e o fator de amortecimento tendo em vista o tempo das simulações, como discutido na Seção 1.3.

Conclusões

Tendo desenvolvido toda a base teórica foi possível determinar a equação de movimento da galáxia em um aglomerado, Equação (1.8), que foi resolvida para obter a trajetória utilizando uma rotina desenvolvida em Python. Para a solução foram utilizadas diferentes posições e velocidades iniciais, razões entre a massa do aglomerado e da galáxia, e ângulos de incidência. Com isso foi possível concluir que:

I. A razão entre a massa da galáxia e do aglomerado atua na frequência da oscilação, quanto menor maior a frequência, e na taxa de atenuação do raio, quanto maior a razão maior a taxa (Figura 2.1);

II. Quanto menor o ângulo de incidência da galáxia, que está relacionado ao parâmetro de impacto, mais atenuado será a órbita (Figura 2.2);

III. A posição inicial se relaciona inversamente com a frequência da oscilação (Figura 2.1), enquanto a velocidade se relaciona inversamente com a taxa de atenuação do raio (Figura 2.2).

Todas estas conclusões estão de acordo com o esperado da Equação de Movimento (1.8). Com as simulações de N -corpos também se obteve concordância com estes resultados.

Com a rotina também foi analisado a relação entre o logaritmo de Coulomb

e as condições iniciais. Notou-se que quanto maior a velocidade (Figura 2.3) e a posição inicial (Figura 2.3) e menor a razão entre a massa da galáxia e do aglomerado (Figura 2.4) menor será a diferença da órbita do corpo quando se muda a escolha do logaritmo de Coulomb.

Além de ter sido possível determinar como cada parâmetro influencia na órbita de uma galáxia em um aglomerado, se obteve as relações do logaritmo de Coulomb e parâmetros como a razão de massa, Equação (3.1); distância inicial, Equação (3.2); velocidade inicial, Equação (3.3); energia inicial, Equação (3.4); e o momento angular inicial, Equação (3.5). Embora estes resultados não se mostraram muito adequados em questão de ajuste, permitiram traçar a tendência de como o logaritmo de Coulomb se comporta diante as variações destes parâmetros. Os problemas em relação ao ajuste também indicam fatores a serem melhorados, tanto no modelo, quanto no próprio processo de ajuste e na simulação numérica. No caso do modelo não foi levado em conta questões como a perda da massa por parte da galáxia durante a queda (Tollet et al. 2017) e a evolução do aglomerado (Mostoghiu et al. 2019). Para o ajuste os problemas estão associados a acúmulos de erros tanto por parte da solução da Equação de Movimento (1.8), utilizando o método de Runge-Kutta, quanto o processo de minimização do χ^2 . Já, na simulação de N -corpos, os erros podem estar associados tanto ao fator de amortecimento da simulação quanto ao número de partículas utilizadas, que foram escolhidos tentando levar em conta a qualidade e o tempo para cada simulação. Somando esses três fatores, a dificuldade dos ajustes realizados é compreensível e, mesmo diante disso, permitiu um resultado qualitativo sobre o logaritmo de Coulomb.

Referências Bibliográficas

Aceves H., Colosimo M., 2007, [Am. J. Phys](#), **75**, 139

Binney J., 1977, [MNRAS](#), **181**, 735

Binney J., Tremaine S., 2 edn. Princeton, 2008

Chandrasekhar S., 1943a, [ApJ](#), **97**, 255

Chandrasekhar S., 1943b, [ApJ](#), **97**, 263

Chandrasekhar S., 1943c, [ApJ](#), **98**, 54

De Lucia G., Blaizot J., 2007, [MNRAS](#), **375**, 2

Hernquist L., 1990, [ApJ](#), **356**, 359

Kauffmann G., White S. D. M., Guiderdoni B., 1993, [MNRAS](#), **264**, 201

Mostoghiu R., Knebe A., Cui W., Pearce F. R., Yepes G., Power C., Dave R.,
Arth A., 2019, [MNRAS](#) **483**, 3390

Ruggiero R., Tese (Doutorado em Astronomia) - Instituto de Astronomia,
Geofísica e Ciências Atmosféricas, Universidade de São Paulo, São Paulo, 2018

Ruggiero R., Lima Neto G. B., 2017, [MNRAS](#), **468**, 4107

Springel V., 2005, [MNRAS](#), **364**, 1105

Springel V., Yoshida N., White S. D. M., 2001, [NewA](#), **6**, 79

Tollet E., Cattaneo A., Mamon G. A., Moutard T., van den Bosch F. C., 2017, [MNRAS](#), **471**, 4170

Apêndice

Simulações anteriores

Na primeira etapa do projeto foram realizadas simulações de galáxias e aglomerados cujos dados estão indicados nas Tabelas A.1 e A.2, respectivamente. Na Tabela A.3 estão indicadas as condições iniciais das simulações. Para a Tabela A.1, as colunas indicam os parâmetros para as 5 galáxias simuladas, e nas demais colunas estão indicados: a massa do halo (M_h), o fator de escala usando o perfil de Hernquist (a_h), a massa do disco (M_{dk}), o raio do disco (R_d), a escala da espessura do disco (z_0), a massa do bojo (M_b) e seu fator de escala (a_b). Na Tabela A.2, a primeira coluna indica o número de cada aglomerado. Nas outras colunas estão indicados: o raio de truncamento para a simulação, a massa do aglomerado (M_{dm}) e o fator de escala usando o perfil de Hernquist (a_{dm}). Por fim, na Tabela A.3, temos para cada coluna, respectivamente, a posição inicial, a velocidade, o ângulo de incidência e o tempo da simulação; e nas linhas estão indicadas os casos analisados.

Tabela A.1 - Condições iniciais para a simulação das galáxias

Componente	Característica	Galáxia 1	Galáxia 2	Galáxia 3	Galáxia 4	Galáxia 5
Halo	M_h ($10^{10} M_\odot$)	1.4	38.4	76.6	115.3	154.3
	a_h	7.4	27.4	35.8	42	47.02
Disco	M_{dk} ($10^{10} M_\odot$)	0.07	1.9	3.8	5.8	7.7
	R_d (kpc)	0.24	3.5	3.5	3.5	3.5
	z_0 (kpc)	0.05	0.7	0.7	0.7	0.7
Bojo	M_b ($10^{10} M_\odot$)	0.02	0.52	1.06	1.6	2.2
	a_b (kpc)	1.31	5	6.7	7.9	8.9

Tabela A.2 - Condições iniciais para a simulação dos aglomerados

Aglomerado	Raio de truncamento (kpc)	M_{dm} ($10^{10} M_\odot$)	a_{dm} (kpc)
1	2.2×10^3	1.5×10^4	290
2	3.3×10^3	5.3×10^4	460
3	3.9×10^3	9.1×10^4	563
4	4.4×10^3	1.3×10^5	644
5	4.8×10^3	1.7×10^5	711

Tabela A.3 - Condições iniciais para posições e velocidades

(x, y) kpc	v km/s	Ângulo de incidência em graus	Tempo ($Ganos$)
(0,500)	180	$30^\circ, 45^\circ, 60^\circ, 90^\circ$	5
	220	$30^\circ, 45^\circ, 60^\circ, 90^\circ$	5
(0,1350)	180	90°	10
	220	90°	10
(0,1470)	180	$30^\circ, 45^\circ, 60^\circ, 90^\circ$	5
	220	$30^\circ, 45^\circ, 60^\circ, 90^\circ$	5
(0,1700)	180	$30^\circ, 45^\circ, 60^\circ, 90^\circ$	10
	220	$30^\circ, 45^\circ, 60^\circ, 90^\circ$	10