Universidade de São Paulo
Instituto de Astronomia, Geofísica e Ciências Atmosféricas
Departamento de Astronomia

Edson Ponciano Rosa

Buracos negros supermassivos: modelagem numérica de perfis da linha de emissão Hα

São Paulo
2018

Edson Ponciano Rosa

Buracos negros supermassivos: modelagem numérica de perfis da linha de emissão Hα

Monografia apresentada ao Departamento de Astronomia do Instituto de Astronomia, Geofísica e Ciências Atmosféricas da Universidade de São Paulo como requisito parcial para a obtenção do título de Bacharel em Astronomia.

Área de Concentração: Astrofísica
Orientador: Prof. Dr. Rodrigo Nemmen da Silva

São Paulo

2018

a Margarida Gastão e a Carin Cristine Ottoni.

"*Nós devemos saber. Nós saberemos.*"

David Hilbert

Resumo

Núcleos ativos de galáxias (AGNs), galáxias que abrigam em suas regiões centrais buracos negros supermassivos (SMBHs), são as mais luminosas fontes de radiação eletromagnética (EM) do universo. Caracterizada por forte emissão no contínuo EM e por largas linhas de emissão no regime óptico, a luminosidade dos AGNs pode ser usada na investigação dos potenciais gravitacionais dos SMBHs centrais. Discos de acreção (ADs), formados ao redor de SMBHs, são os responsáveis pela luminosidade dos AGNs.

Com o intento de investigar os potenciais dos SMBHs, um método de Monte Carlo via Cadeias de Markov (MCMC), baseado em um código proprietário, está em desenvolvimento. O código proprietário, escrito em Fortran 90, é manual e não-bayesiano. Pretende-se que o método MCMC, escrito em Python, seja automático e bayesiano.

Os primeiros passos deste desenvolvimento, a saber, o estudo do modelo implementado no código proprietário, são apresentados neste texto. Três parâmetros do modelo foram investigados: o raio interno, ξ_1, variado no intervalo $50 - 200$ raios gravitacionais (rg), o raio externo, ξ_2, variado no intervalo $250 - 2000$ rg, e o ângulo de inclinação do disco com respeito à linha de visada, i, variado no intervalo $0 - 90°$.

Os picos dos perfis da linha Hα se afastaram do λ_{central}, em $\lambda = 656,28\,\text{nm}$, à medida que estes perfis eram alargados em decorrência do incremento de i. Um estreitamento dos perfis de linha era cada vez mais perceptível, e os picos dos perfis em $\lambda > \lambda_{\text{central}}$ se tornavam mais e mais proeminentes, à medida que os valores de ξ_1 eram elevados. À proporção que os valores de ξ_2 eram elevados, perfis de linha perfeitamente distinguíveis pareciam convergir para um único perfil.

Por meio da variação dos valores aos quais os parâmetros i, ξ_1 e ξ_2 foram calibrados, foi possível impor mudanças distintivas aos perfis simulados da linha Hα de tal forma

que, quando comparados aos perfis observados, os perfis simulados podem ser usados para inferir propriedades de sistemas físicos.

Conhecido em linhas gerais o comportamento dos perfis de linha quando submetidos à variação de i, ξ_1 e ξ_2, pôde-se modelar dados observacionais, a saber, o perfil da linha Hα emitida pela NGC 4958.

A modelagem mostrou que o AD na NGC 4958 é muito provavelmente elíptico. Foi também mostrado que i está no intervalo $45 - 57°$, ξ_1 está no intervalo $1300 - 2390\,\mathrm{rg}$ e que $\xi_2 = 2400\,\mathrm{rg}$.

Ambos os intervalos, nos quais i e ξ_1 variaram, foram devidos à degenerescência do código quando considerados nas simulações apenas três parâmetros. Por meio da consideração de um quarto parâmetro, foi possível diferenciar as curvas simuladas.

Abstract

Active galactic nuclei (AGNs), galaxies that harbour in their central compact regions supermassive black holes (SMBHs), are the most luminous sources of electromagnetic (EM) radiation in the universe. Accretion disks (ADs), formed around the SMBHs, are the responsible for AGNs luminosity.

Characterized by strong emission in the EM continuum and by broad emission lines in the optical regime, AGNs luminosity can be used to probe the gravitational potential of their central SMBHs.

In order to investigate SMBHs potentials, a Markov chain Monte Carlo (MCMC) method, based on a proprietary code, is under development. The proprietary code, written in Fortran 90, is manual and non-bayesian. The MCMC method, written in Python, is intended to be automatic and bayesian.

The first steps of this work, namely the study of the model implemented in the proprietary code, are presented in this paper. Three parameters of the code were investigated: the inner radius, ξ_1, varied in the interval $50 - 200$ gravitational radius (rg), the outer radius, ξ_2, varied in the interval $250 - 2000$ rg, and the inclination angle of the disk with respect to the line of sight, i, varied in the interval $0 - 90°$.

The peaks of the Hα line profiles were shifted from λ_{central}, at em $\lambda = 656,28\,\text{nm}$, as these profiles were broadened by the increment of i. A narrowing of the line profiles was more and more noticeable, and peaks at $\lambda > \lambda_{\text{central}}$ were gradually more proeminent, as ξ_1 values were raised. As ξ_2 values were increased, perfectly distinguishable line profiles seemed to converge toward a single profile. ξ_2

By varying the values to which the parameters i, ξ_1 and ξ_2 were calibrated, it was possible to impose distinctive changes to the simulated Hα line profiles so that, when

compared to observed ones, the simulated profiles can be used to infer properties of physical systems.

Having known in general terms the behaviour of the line profiles when subjected to i, ξ_1 and ξ_2 variation, it was feasible to model observational data, namely the profile of the Hα line emitted by NGC 4958.

The modeling showed that the AD in NGC 4958 is most likely elliptical. It was also showed that i is in the interval $45 - 57°$, ξ_1 is in the interval $1300 - 2390\,\mathrm{rg}$ and $\xi_2 = 2400\,\mathrm{rg}$.

Both intervals, in which i and ξ_1 varied, were owing to the degenerescence of the code when considered in the simutalions only three parameters. By the consideration of a fourth parameter, it was possible to differentiate among the simulated curves.

Lista de Figuras

1.1 Representação esquemática do disco de acreção elíptico considerado quando da execução das simulações de emissão da linha H_α 22

2.1 Simulação do perfil da linha Hα emitida por um AGN com i $= 0°$, $\xi_1 = 200$ e $\xi_2 = 2000$. 25

2.2 Simulação do perfil da linha Hα emitida por um AGN com i $= 30°$, $\xi_1 = 200$ e $\xi_2 = 2000$. 26

2.3 Simulação do perfil da linha Hα emitida por um AGN com i $= 45°$, $\xi_1 = 200$ e $\xi_2 = 2000$. 26

2.4 Simulação do perfil da linha Hα emitida por um AGN com i $= 60°$, $\xi_1 = 200$ e $\xi_2 = 2000$. 27

2.5 Simulação do perfil da linha Hα emitida por um AGN com i $= 90°$, $\xi_1 = 200$ e $\xi_2 = 2000$. 27

2.6 Simulações de perfis da linha Hα emitida por dez AGNs com $0° \leq$ i $\leq 90°$, $\xi_1 = 200$ e $\xi_2 = 2000$. 28

2.7 Simulação do perfil da linha Hα emitida por um AGN com i $= 30°$, $\xi_1 = 50$ e $\xi_2 = 250$. 30

2.8 Simulação do perfil da linha Hα emitida por um AGN com i $= 30°$, $\xi_1 = 100$ e $\xi_2 = 250$. 30

2.9 Simulação do perfil da linha Hα emitida por um AGN com i $= 30°$, $\xi_1 = 150$ e $\xi_2 = 250$. 30

2.10 Simulação do perfil da linha Hα emitida por um AGN com i $= 30°$, $\xi_1 = 200$ e $\xi_2 = 250$. 30

2.11 Simulações de perfis da linha Hα emitida por dez AGNs com i = 30°, $50 \leq \xi_1 \leq 200$ e $\xi_2 = 250$. 32
2.12 Simulação do perfil da linha Hα emitida por um AGN com i = 30°, $\xi_1 = 50$ e $\xi_2 = 2000$. 32
2.13 Simulação do perfil da linha Hα emitida por um AGN com i = 30°, $\xi_1 = 100$ e $\xi_2 = 2000$. 32
2.14 Simulação do perfil da linha Hα emitida por um AGN com i = 30°, $\xi_1 = 150$ e $\xi_2 = 2000$. 33
2.15 Simulação do perfil da linha Hα emitida por um AGN com i = 30°, $\xi_1 = 200$ e $\xi_2 = 2000$. 33
2.16 Simulações de perfis da linha Hα emitida por dez AGNs com i = 30°, $50 \leq \xi_1 \leq 200$ e $\xi_2 = 2000$. 34

3.1 Espectro de emissão, na região do visível, da NGC 4958. A observação foi realizada pelo grupo do Prof. Dr. João Evangelista Steiner por meio dos GMOS. 35
3.2 Região de interesse, para a modelagem da linha de emissão Hα, recortada do espectro de emissão da NGC 4958. 35
3.3 Curva simulada por meio da rotina para modelagem de discos de acreção espirais, em vermelho, superposta à linha de emissão Hα observada da NGC 4958, em azul. 36
3.4 Primeira curva simulada por meio da rotina para modelagem de discos de acreção elípticos, em vermelho, superposta à linha de emissão Hα observada da NGC 4958, em azul. 37
3.5 Segunda curva simulada por meio da rotina para modelagem de discos de acreção elípticos, em vermelho, superposta ao espectro observado da NGC 4958, em azul. 38
3.6 Primeira, segunda, terceira e quarta curvas simuladas por meio da rotina para modelagem de discos de acreção elípticos, em verde, vermelho, azul e amarelo, superpostas à linha de emissão Hα observada da NGC 4958, em cinza. 39

A.1 Primeira, segunda, terceira e quarta curvas simuladas por meio da rotina para modelagem de discos de acreção espirais, em verde, vermelho, azul e amarelo. 47

Lista de Tabelas

2.1 Valores impostos aos parâmetros i, ξ_1 e ξ_2 para a execução das Simulações 1, 2, 3, 4 e 5. 28

2.2 Valores impostos aos parâmetros i, ξ_1 e ξ_2 para a execução das Simulações 7, 8, 9 e 10. 31

2.3 Valores impostos aos parâmetros i, ξ_1 e ξ_2 para a execução das Simulações 12, 13, 14 e 15. 33

3.1 Valores impostos aos parâmetros i, ξ_1 e ξ_2 para a execução da Simulação 17. 37

3.2 Valores impostos aos parâmetros i, ξ_1 e ξ_2 para a execução das Simulações 18, 19, 20 e 21. 39

3.3 Valores impostos ao parâmetro Φ_λ para a execução das Simulações 18, 19, 20 e 21. 40

A.1 Valores impostos aos parâmetros i, ξ_1 e ξ_2 para a execução das Simulações 22, 23, 24 e 25. 48

A.2 Valores impostos ao parâmetro Φ_λ para a execução das Simulações 22, 23, 24 e 25. 48

Sumário

1. Introdução 19

1.1 O sistema físico 19

1.1.1 Núcleos ativos de galáxias 19

1.1.2 A linha de emissão Hα 20

1.2 O código numérico 21

1.2.1 O disco de acreção simulado 21

1.2.2 Aproximações numéricas 23

2. Estudo do código numérico 25

2.1 Estudo do efeito da variação de i nos perfis da linha Hα emitida por um sistema no qual $\xi_1 = 200$ e $\xi_2 = 2000$ 25

2.2 Estudo do efeito da variação de ξ_1 nos perfis da linha Hα emitida por sistemas nos quais i = 30° 28

2.2.1 Estudo do efeito da variação de ξ_1 nos perfis da linha Hα emitida por sistemas nos quais $\xi_2 = 250$ e i = 30° 29

2.2.2 Estudo do efeito da variação de ξ_1 nos perfis da linha Hα emitida por um sistema no qual $\xi_2 = 2000$ e i = 30° 32

3. Emprego do código numérico 35

3.1 Modelagem do perfil da linha Hα emitida pela NGC 4958 36

3.2 Um modelo degenerado 38

4. Conclusões 41

Referências 43

Apêndice 45

A. O modelo espiral 47

Capítulo 1

Introdução

1.1 O sistema físico

1.1.1 Núcleos ativos de galáxias

As chamadas galáxias ativas diferem de galáxias normais por aninharem, em seus centros, regiões muito compactas cujas luminosidades excedem enormemente as luminosidades mensuradas em suas regiões mais periféricas. Por conseguinte, os valores de luminosidade total de ambas as classes de galáxias, ativas e normais, também diferem e o fazem por algumas ordens de grandeza.

Medições para as luminosidades totais de galáxias normais tipicamente não superam valores da ordem de $10^{11}\,L_\odot$ [1]. Valores mensurados para as luminosidades totais de galáxias ativas, por seu turno, apresentam mínimos da ordem de $10^{11}\,L_\odot$ e máximos que podem chegar a $10^{15}\,L_\odot$ (Czerny, 2002).

Em todo o volume de uma galáxia normal, assim como na região periférica de uma galáxia ativa, a luminosidade mensurada equivale à soma da energia emitida por todas as estrelas contidas nestas porções consideradas. O mesmo não se dá, porém, na compacta região central de uma galáxia ativa, posto que a quantidade de estrelas encontradas em tal região é insuficiente para explicar valores de luminosidade ordens de grandeza superiores aos valores mensurados em sua periferia.

O mecanismo astrofísico ao qual se atribui a produção do excesso de energia produzido pelas galáxias ativas é a acreção de material, oriundo da compacta região central destas galáxias, realizada por um buraco negro supermassivo, SMBH [2], a saber, buracos negros

[1] $1\,L_\odot = 3,826 \times 10^{33}\,\mathrm{erg.s^{-1}}$

[2] Supermassive black hole.

com massas no intervalo $10^6 - 10^{10}\,M_\odot$ [3], assente nesta região(Duschl e Strittmatter, 2011). Há SMBHs na maioria, quiçá em todas as regiões centrais de todas as galáxias; apenas nas chamadas galáxias ativas, porém, estes SMBHs acretam material das regiões adjacentes.

À medida que o material acretado da região compacta cai em direção ao Horizonte de Eventos [4] do SMBH, a conservação do momento angular do gás que compõe este material faz com que os átomos deste gás espiralem e assumam a forma de um disco ao redor do SMBH. Este disco, chamado disco de acreção, AD[5], é o responsável pelo excedente de energia mensurado nas compactas regiões centrais das galáxias ativas (Baskin e Laor, 2018).

O sistema composto por uma região compacta, localizada no centro de uma galáxia, e por um SMBH, assente nesta região, de cujas cercanias acreta material que a seu redor toma a forma de um disco, é denominado núcleo ativo de galáxia, AGN[6].

1.1.2 A linha de emissão Hα

Observado ao longo de todo espectro eletromagnético, desde a faixa de rádio até a faixa de raios γ, como uma forte emissão no contínuo somada a algumas largas linhas de emissão, o excesso de energia produzido pelos ADs dos SMBHs é uma das mais distintivas características dos AGNs. Ademais, as proeminências que estes excedentes de energia apresentam na faixa do ultravioleta e na faixa do visível permitem que as linhas de emissão observadas nestes intervalos de frequência possam ser usadas no estudo do potencial gravitacional do SMBH central (Strateva et al., 2003).

Linhas de emissão são produzidas quando átomos ou moléculas sofrem transições de estados de mais altas energias para estados de mais baixas energias. Posto que tanto átomos quanto moléculas estão sujeitos a conjuntos únicos de níveis de energia possíveis, os fótons emitidos quando destas transições, que apresentam energias equivalentes às diferenças entre os níveis de energia iniciais e finais, são mensurados com frequências discretas e características para cada transição sofrida.

Dentre todas as transições às quais átomos, por exemplo, podem estar sujeitos, quatro produzem linhas de emissão na faixa visível do espectro eletromagnético. Pertencentes à

[3] $M_\odot = 1,989 \times 10^{33}$g.

[4] Fronteira a partir da qual nada consegue sobrepujar o campo gravitacional do Buraco Negro e emergir.

[5] Accretion disk.

[6] Active galactic nucleus.

Série de Balmer (Bian et al., 2007), estas quatro linhas, relativas ao Hidrogênio atômico, são denotadas Hα, Hβ, Hγ e Hδ.

O comprimento de onda, λ, da linha de emissão Hα, relativa à transição do Hidrogênio atômico de seu terceiro menos energético nível de energia para seu segundo menos energético nível de energia, é $6562,8\,\text{Å}$, doravante chamado λ_{central}.

1.2 O código numérico

Escrito em Fortran 90 pelo Prof. Dr. Rodrigo Nemmen da Silva, o código numérico estudado e empregado no decurso deste trabalho se presta à modelagem de perfis da linha Hα emitida por ADs formados ao redor de SMBHs. Duas rotinas distintas foram implementadas no código pelo autor, a saber, uma na qual a geometria dos ADs simulados é espiral e outra na qual a geometria dos ADs simulados é elíptica. A rotina espiral conta com doze parâmetros ajustáveis, ao passo que a rotina elíptica conta com treze parâmetros ajustáveis. A geometria espiral difere da geometria elíptica mormente por considerar em sua implementação sobredensidades em forma de braços espirais.

Ambas as rotinas podem ser executadas em ambientes computacionais interativos como, por exemplo, IPython e Jupyter Nootebook, ambos focados em Python (VanderPlas, 2016), por meio dos quais as simulações realizadas podem ser visualizadas e comparadas aos dados observacionais.

No correr deste trabalho, a rotina predominantemente empregada foi a rotina elíptica. Não obstante, muitos dos testes aos quais a rotina elíptica foi submetida foram também aplicados à rotina espiral. A maioria dos resultados destes testes, porém, não constam deste trabalho por considerações de concisão.

1.2.1 O disco de acreção simulado

Os sistemas físicos simulados pelo código numérico são os ADs formados ao redor dos SMBHs, porquanto são os ADs os responsáveis pela emissão da linha Hα.

Na rotina elíptica, o sistema de coordenadas implementado é o sistema esférico-polares usual, $(\text{r}, \theta, \varphi)$, em relação ao qual o observador ocupa posição sobre a porção positiva do eixo z em $\text{z} = \infty$. O eixo z′, eixo de rotação, inclina-se de um ângulo i em relação ao plano xz; os ângulos φ e φ', ângulos azimutais, são mensurados, respectivamente, em relação aos

eixos x e x′. A direção de rotação do sistema é a direção de φ' crescente. A geometria do sistema é na Figura 1.1.

Por conta da simetria do sistema representado na Figura 1.1, ao ângulo i, mensurado em graus, pôde ser imposta variação no intervalo $0° \leq i \leq 90°$ sem perda de generalidade.

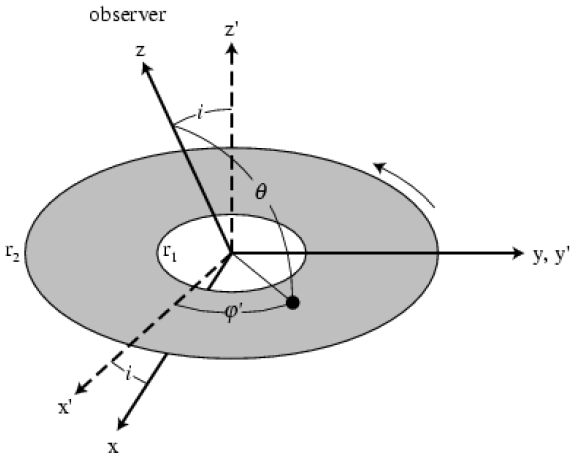

Figura 1.1: Representação esquemática do disco de acreção elíptico considerado quando da execução das simulações de emissão da linha H_α.

Os raios interno e externo, r_1 e r_2 respectivamente, do sistema cuja geometria foi apresentada na Figura 1.1, são mensurados em unidades de raio gravitacional, r_g, na forma

$$r_g = \frac{G\,M_\bullet}{c^2} \tag{1.1}$$

Na expressão (1.1), G é a constante gravitacional, $M_\bullet$ é a massa do SMBH e c é a velocidade da luz no vácuo. Considerada a expressão (1.1), é possível redefinir os raios do sistema simulado

$$\xi_1 = \frac{r_1}{r_g} \tag{1.2}$$

e

$$\xi_2 = \frac{r_2}{r_g} \tag{1.3}$$

de tal forma que se tornem convenientemente adimensionais. Os intervalos dentro dos quais ξ_1 e ξ_2 foram submetidos à variação são, respectivamente, $50 \leq \xi_1 \leq 200$ e $250 \leq \xi_2 \leq 2000$ (Chen et al., 1989).

1.2.2 Aproximações numéricas

Duas aproximações foram implementadas, quando da escrita do código pelo autor, no que tange ao AD: a aproximação de disco fino e a aproximação de disco estacionário.

Na aproximação de disco fino, a altura do AD, h, é considerada muito menor que ξ_2, na forma

$$\frac{\mathrm{h}}{\xi_2} \ll 1 \tag{1.4}$$

consideração esta que converte um problema tridimensional, até o momento física e computacionalmente inexequível, em um problema bidimensional, passível de ser simulado.

Na aproximação de disco estacionário, as derivadas parciais com relação ao tempo são nulas, isto é

$$\frac{\partial}{\partial \mathrm{t}} = 0 \tag{1.5}$$

A implementação da expressão (1.5) faz com que, uma vez abastecido o AD, a partir de ξ_2, por um elemento do gás, este elemento consiga cruzar todo o AD e chegar ao horizonte de eventos do SMBH. Supõe-se, ainda, que o disco de acreção seja kepleriano e irradie, localmente, como um Corpo Negro.

Capítulo 2

Estudo do código numérico

2.1 *Estudo do efeito da variação de* i *nos perfis da linha* Hα *emitida por um sistema no qual* $\xi_1 = 200$ *e* $\xi_2 = 2000$

Por meio do código numérico, foram simulados perfis da linha Hα emitida por sistemas hipotéticos que, apesar de guardarem entre si mesmos valores de raios ξ_1 e ξ_2, a saber, $\xi_1 = 200$ e $\xi_2 = 2000$, diferem uns dos outros por possuirem ângulos i distintos. Durante o estudo do código, perfis da linha Hα emitida por sistemas com ângulos no intervalo $0° \leq \text{i} \leq 90°$ foram investigados. Os discos de acreção considerados quando destas simulações são supostos elípticos.

A Figura 2.1 apresenta um sistema no qual $\text{i} = 0°$, posição, com relação à linha de visada, comumente chamada *face-on*. Vê-se, na Figura 2.1, um sistema em uma posição tal que o perfil da linha Hα observado independe da rotação do disco de acreção responsável pela emissão desta linha.

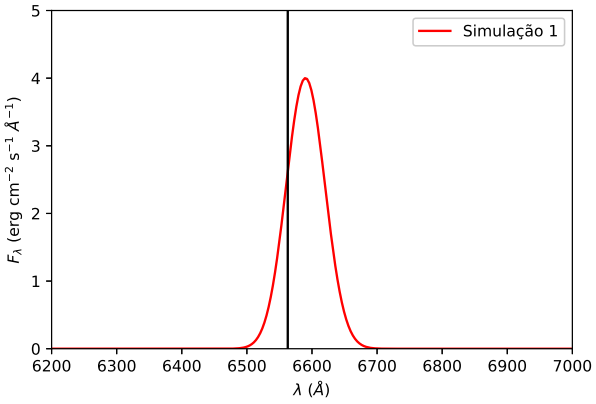

Figura 2.1: Simulação do perfil da linha Hα emitida por um AGN com $\text{i} = 0°$, $\xi_1 = 200$ e $\xi_2 = 2000$.

Perfis da linha Hα emitida por sistemas com valores de i $> 0°$, a saber, i $= 30°$, i $= 45°$ e i $= 60°$, são, respectivamente, apresentados na Figura 2.2, na Figura 2.3 e na Figura 2.4. Percebe-se, como consequência do aumento de i a partir da posição *face-on*, a emergência de dois picos, na Figura 2.2, na Figura 2.3 e na Figura 2.4, em vez do único pico observado em um sistema com i $= 0°$. Nota-se, ainda, que, à medida que o valor de i cresce, os perfis da linha emitida se alargam e os picos destes perfis se afastam um do outro como resultado deste alargamento.

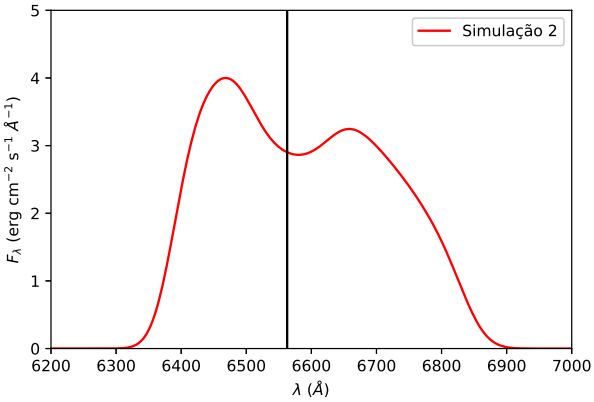

Figura 2.2: Simulação do perfil da linha Hα emitida por um AGN com i $= 30°$, $\xi_1 = 200$ e $\xi_2 = 2000$.

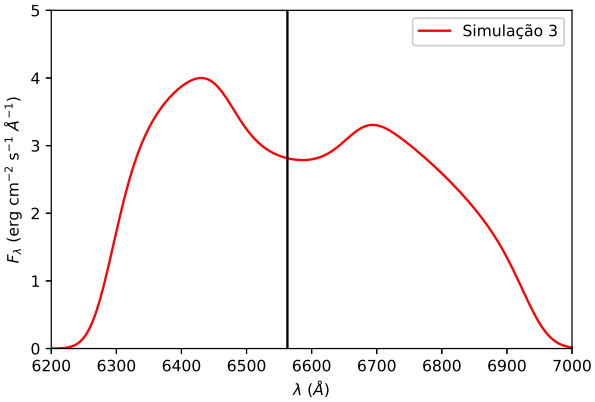

Figura 2.3: Simulação do perfil da linha Hα emitida por um AGN com i $= 45°$, $\xi_1 = 200$ e $\xi_2 = 2000$.

O efeito da rotação do disco de acreção ao redor do SMBH, imperceptível na Figura 2.1, faz-se notar na Figura 2.2, na Figura 2.3 e na Figura 2.4 por meio das diferenças, em cada figura, entre as alturas dos picos referentes aos perfis da linha para valores de comprimento de onda menores do que $\lambda_{\text{central}} = 656,28518\,\text{nm}$ e valores de comprimento de onda maiores do que λ_{central}.

Perfis com valores de λ menores que λ_{central}, cujos picos, na Figura 2.2, na Figura 2.3 e na Figura 2.4, são mais altos, referem-se à linha emitida por parcelas dos discos de acreção que rotacionam em direção aos observadores. A diminuição de valor do comprimento de onda, com relação ao valor de λ_{central}, implica o aumento do valor da frequência que, por sua vez, equivale ao desvio da radiação emitida para a porção azul do espectro eletromagnético, efeito chamado *blueshift*.

Perfis de linha cujas posições dos picos são de menor altura e têm valores de λ maiores que λ_{central}, na Figura 2.2, na Figura 2.3 e na Figura 2.4, são, por seu turno, emitidos quando o disco de acreção rotaciona em direção oposta ao observador. Neste caso, ocorre

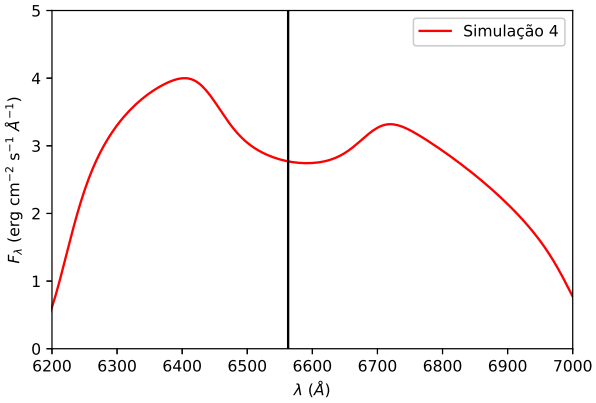

Figura 2.4: Simulação do perfil da linha Hα emitida por um AGN com i $= 60°$, $\xi_1 = 200$ e $\xi_2 = 2000$.

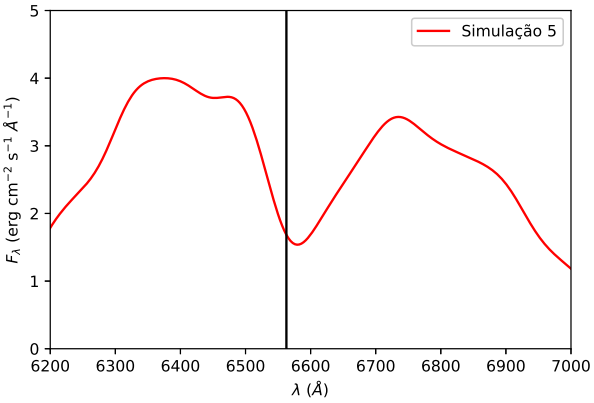

Figura 2.5: Simulação do perfil da linha Hα emitida por um AGN com i $= 90°$, $\xi_1 = 200$ e $\xi_2 = 2000$.

desvio da radiação emitida para a porção vermelha do espectro, efeito chamado *redshift*.

A Figura 2.5 apresenta um sistema no qual i $= 90°$, posição, com relação à linha de visada, comumente chamada *edge-on*. Assim como o caso ilustrado pela Figura 2.1, o caso *edge-on* é um caso extremo no que toca à variação do ângulo i.

Todas as características aludidas quando da descrição dos sistemas apresentados na Figura 2.2, na Figura 2.3 e na Figura 2.4, a saber, a separação dos picos da linha Hα emitida, como resultado do alargamento de seus perfis, e o efeito de rotação dos discos de acreção, são também perceptíveis quando da análise dos perfis da linha emitida por um sistema no qual i $= 90°$, apresentado na Figura 2.5.

Um sistema em tal posição, porém, apresenta um perfil da linha Hα significativamente mais peculiar do que aqueles exibidos por sistemas com menores valores de i, o que sugere a atuação de forças cuja investigação, dada sua complexidade, está além do escopo deste trabalho introdutório.

Os valores impostos aos parâmetros i, ξ_1 e ξ_2 referentes às Simulações 1, 2, 3, 4 e 5 são também apresentados na Tabela 2.1

Tabela 2.1 - Valores impostos aos parâmetros i, ξ_1 e ξ_2 para a execução das Simulações 1, 2, 3, 4 e 5.

Simulação	i (°)	ξ_1	ξ_2
1	0	200	2000
2	30	200	2000
3	45	200	2000
4	60	200	2000
5	90	200	2000

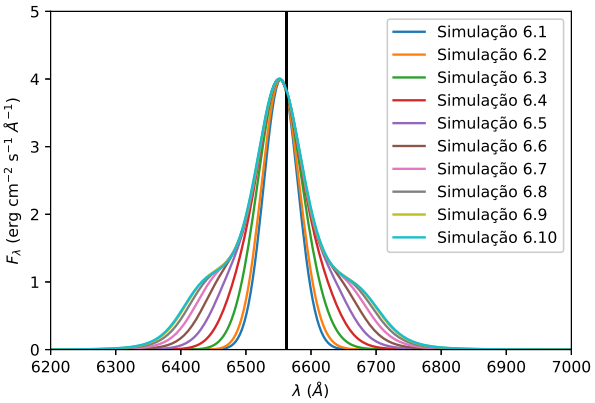

Figura 2.6: Simulações de perfis da linha Hα emitida por dez AGNs com $0° \leq$ i $\leq 90°$, $\xi_1 = 200$ e $\xi_2 = 2000$.

Dez perfis da linha Hα, emitidos por dez AGNs, cada qual com um valor de ângulo i no que se refere à linha de visada do observador, são apresentados na Figura 2.6. Nos sistemas simulados, exibidos na Figura 2.6, $\xi_1 = 200$, $\xi_2 = 2000$ e o ângulo i varia de 0°, Simulação 6.1, a 90°, Simulação 6.10.

2.2 *Estudo do efeito da variação de* ξ_1 *nos perfis da linha* Hα *emitida por sistemas nos quais* i $= 30°$

Perfis da linha Hα emitida por sistemas hipotéticos que guardam entre si mesmos valores de ângulo i, a saber, i $= 30°$, também foram simulados por meio do código numérico.

Estes sistemas, contudo, distinguem-se uns dos outros por possuírem valores distintos de ξ_1, para valores fixos de ξ_2, ou por possuírem valores distintos de ξ_2, para valores fixos de ξ_1. Os discos de acreção considerados quando destas simulações são supostos elípticos.

2.2.1 Estudo do efeito da variação de ξ_1 nos perfis da linha Hα *emitida por sistemas nos quais $\xi_2 = 250$ e* i $= 30°$

As ordens de grandeza dos valores de ξ_1 e de ξ_2 por meio dos quais (Schimoia et al., 2017) foram capazes de modelar o perfil da linha de emissão Hα da NGC 7213, a saber, $\xi_1 \approx 300$ e $\xi_2 \approx 3000$, foram tomadas por base para a eleição dos valores do limite inferior, $\xi_1 = 50$, e do limite superior, $\xi_2 = 2000$, para os raios dos discos de acreção simulados nesta pesquisa.

Por sua vez, ao raio gravitacional interno, ξ_1, foram impostos limites, inferior e superior, bem próximos um do outro, a saber $\xi_1^{\text{inf}} = 50$ e $\xi_1^{\text{sup}} = 200$, respectivamente. Esta imposição faz de ξ_1, quando se tem, por exemplo, $\xi_2 = 250$, mais um anel que um disco pois, em tal configuração, o valor do raio do sistema é $\xi = 50$.

Anéis, como o proposto nesta configuração, e com valores de ξ significativamente menores do que $\xi = 50$ (Müller e Wold, 2006), são comumente simulados, em lugar da totalidade do disco, no estudo da emissividade de AGNs. Discos de acreção muito extensos são, o mais das vezes, compostos por anéis concêntricos de propriedades físicas não necessariamente idênticas, o que, por seu turno, faz com que cada anel emita de um modo particular. A simulação do anel, e não da totalidade do disco, responde não apenas à desejável exclusão do ruído que o restante do sistema certamente agregaria à medição, mas também à especificidade da emissão, chamada Emissividade Gaussiana Localizada.

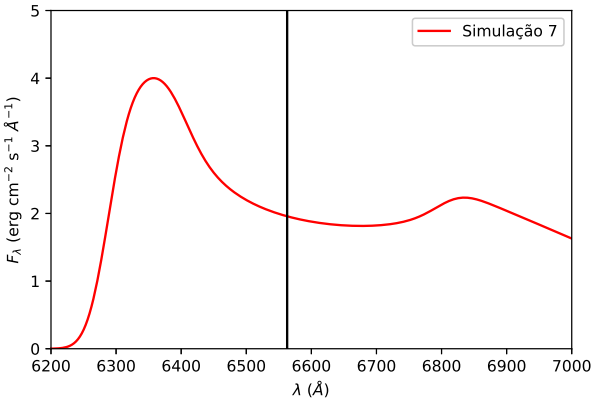

Figura 2.7: Simulação do perfil da linha Hα emitida por um AGN com i = 30°, $\xi_1 = 50$ e $\xi_2 = 250$.

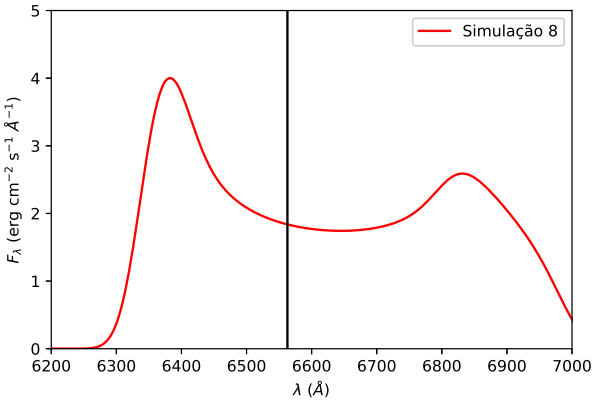

Figura 2.8: Simulação do perfil da linha Hα emitida por um AGN com i = 30°, $\xi_1 = 100$ e $\xi_2 = 250$.

A Figura 2.7, a Figura 2.8, a Figura 2.9 e a Figura 2.10 apresentam quatro sistemas nos quais o valor de ξ_2 é idêntico, a saber, $\xi_2 = 250$, e que diferem uns dos outros por possuírem diferentes valores de ξ_1, respectivamente $\xi_1 = 50$, $\xi_1 = 100$, $\xi_1 = 150$ e $\xi_1 = 200$.

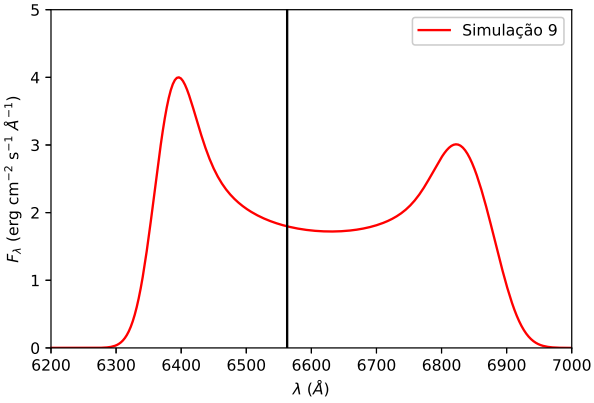

Figura 2.9: Simulação do perfil da linha Hα emitida por um AGN com i = 30°, $\xi_1 = 150$ e $\xi_2 = 250$.

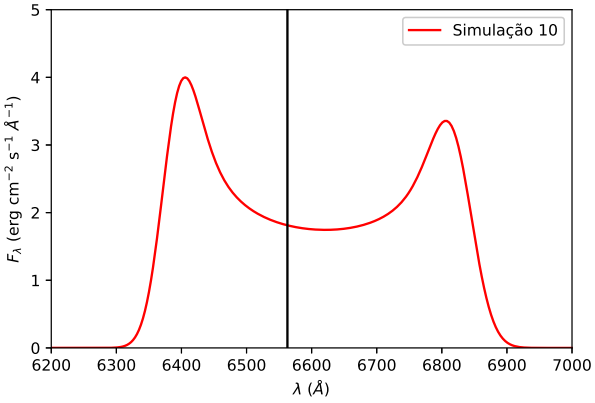

Figura 2.10: Simulação do perfil da linha Hα emitida por um AGN com i = 30°, $\xi_1 = 200$ e $\xi_2 = 250$.

Quando comparadas a Figura 2.7, a Figura 2.8, a Figura 2.7 e a Figura 2.10, percebe-se que, à medida que o valor de ξ_1 aumenta, os perfis da linha emitida pelos sistemas se estreitam.

Uma consequência perceptível deste estreitamento dos perfis da linha é o aumento da acuidade[1] do perfil pertencente à linha emitida pela parcela do disco de acreção que rotaciona em direção oposta ao observador, cujos valores de comprimento de onda são

[1] Qualidade do que é agudo, afilado; agudeza.

maiores que λ_{central}.

Quase indistinto na Figura 2.7, para um sistema no qual $\xi_1 = 50$, o perfil de linha cujos valores de comprimento de onda são maiores que λ_{central} se torna cada vez mais nítido à proporção que o valor de ξ_1 aumenta.

A Figura 2.10 apresenta um sistema cujo valor de ξ_1, a saber, $\xi_1 = 200$, é quatro vezes maior do que o valor de ξ_1 do sistema apresentado na Figura 2.7.

Quando comparados os perfis da linha de emissão que sofrem *redshift*, na Figura 2.7 e na Figura 2.10, o aumento na acuidade do pico à proporção que o raio gravitacional aumenta ξ_1 é patente.

Os valores impostos aos parâmetros i, ξ_1 e ξ_2 referentes às Simulações 7, 8, 9 e 10 são também apresentados na Tabela 2.2

Tabela 2.2 - Valores impostos aos parâmetros i, ξ_1 e ξ_2 para a execução das Simulações 7, 8, 9 e 10.

Simulação	i (°)	ξ_1	ξ_2
7	30	50	250
8	30	100	250
9	30	150	250
10	30	200	250

Simulações de dez perfis da linha Hα, emitida por dez AGNs cujos ângulos i são iguais, i $= 30°$, os raios gravitacionais externos ξ_2 são idênticos, $\xi_2 = 250$, e os raios gravitacionais internos ξ_1 variam, $50 \leq \xi_1 \leq 200$, são apresentados na Figura 2.11.

Apesar de os acréscimos feitos ao raio gravitacional interno serem pequenos, pois cada iteração adiciona, ao valor anterior, apenas 10% da diferença entre o raio gravitacional externo e o raio gravitacional interno do sistema simulado, alguns dos perfis da linha de emissão expostos na Figura 2.11 permenecem distinguíveis uns dos outros.

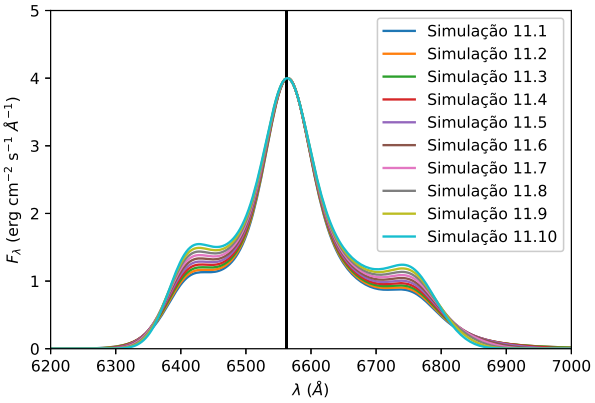

Figura 2.11: Simulações de perfis da linha Hα emitida por dez AGNs com i = 30°, $50 \leq \xi_1 \leq 200$ e $\xi_2 = 250$.

2.2.2 *Estudo do efeito da variação de ξ_1 nos perfis da linha* Hα *emitida por um sistema no qual $\xi_2 = 2000$ e* i $= 30°$

Os perfis da linha Hα apresentados na Figura 2.12, na Figura 2.13, na Figura 2.14 e na Figura 2.15 foram simulados para sistemas nos quais o valor de ξ_2 é idêntico, $\xi_2 = 2000$, e os valores de ξ_1 são respectivamente $\xi_1 = 50$, $\xi_1 = 100$, $\xi_1 = 150$ e $\xi_1 = 200$.

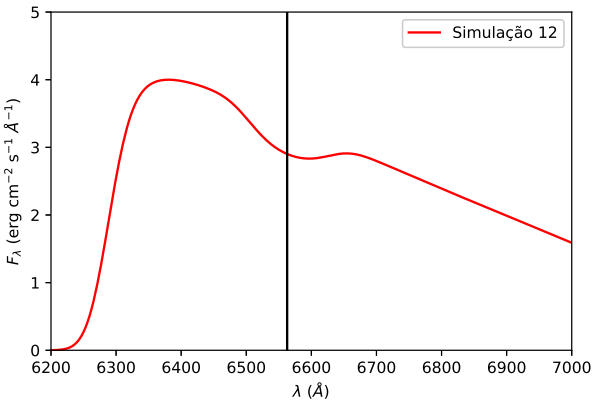

Figura 2.12: Simulação do perfil da linha Hα emitida por um AGN com i = 30°, $\xi_1 = 50$ e $\xi_2 = 2000$.

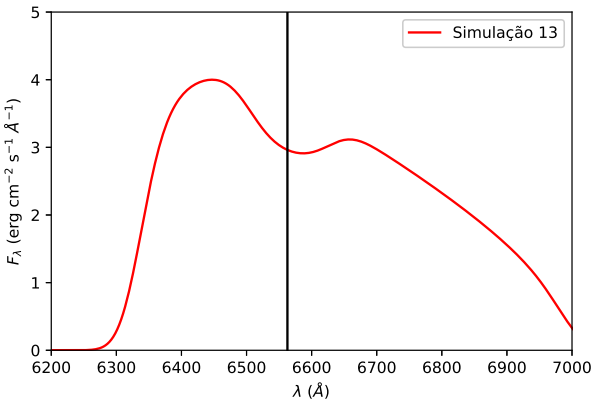

Figura 2.13: Simulação do perfil da linha Hα emitida por um AGN com i = 30°, $\xi_1 = 100$ e $\xi_2 = 2000$.

Assim como nos sistemas mostrados na Figura 2.7, na Figura 2.8, na Figura 2.9 e na Figura 2.10, os perfis da linha Hα emitidas pelos sistemas expostos na Figura 2.12, na Figura 2.13, na Figura 2.14 e na Figura 2.15 apresentam estreitamento, proporcional ao incremento do valor do raio ξ_1, e exibem aumento da acuidade do perfil da linha emitida pela parcela do disco que rotaciona em direção oposta à direção do observador.

Não obstante a similitude de comportamento, em decorrência do aumento gradativo, porém idêntico para ambos os grupos de sistemas, do valor de ξ_1, os traçados dos perfis emitidos pelos sistemas mostrados na Figura 2.7, na Figura 2.8, na Figura 2.9 e na Figura 2.10 são manifestamente diferentes dos traçados dos perfis emitidos pelos sistemas apresentados na Figura 2.12, na Figura 2.13, na Figura 2.14 e na Figura 2.15, por efeito do aumento abrupto, em oito vezes, do valor de ξ_2 de um grupo de sistemas simulados para outro.

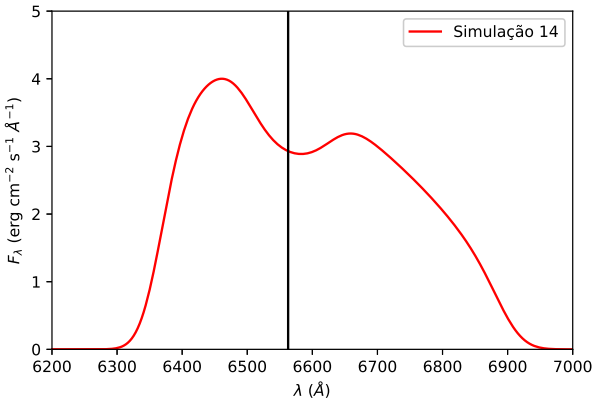

Figura 2.14: Simulação do perfil da linha Hα emitida por um AGN com i = 30°, ξ_1 = 150 e ξ_2 = 2000.

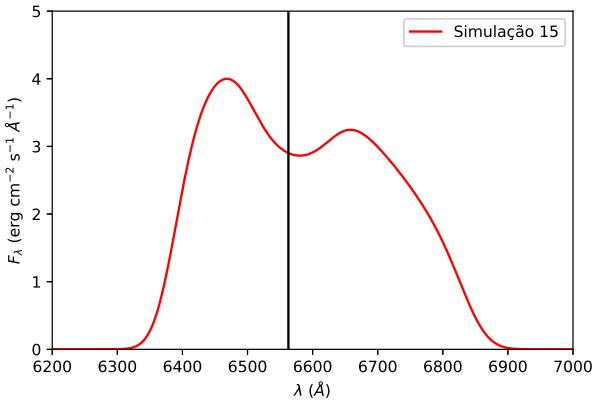

Figura 2.15: Simulação do perfil da linha Hα emitida por um AGN com i = 30°, ξ_1 = 200 e ξ_2 = 2000.

Os valores impostos aos parâmetros i, ξ_1 e ξ_2 referentes às Simulações 12, 13, 14 e 15 são também apresentados na Tabela 2.3

Tabela 2.3 - Valores impostos aos parâmetros i, ξ_1 e ξ_2 para a execução das Simulações 12, 13, 14 e 15.

Simulação	i (°)	ξ_1	ξ_2
12	30	50	2000
13	30	100	2000
14	30	150	2000
15	30	200	2000

A Figura 2.16 apresenta dez perfis simulados da linha Hα emitidos por dez AGNs aos quais foram impostos o mesmo ângulo i, i = 30°, o mesmo raio gravitacional externo ξ_2,

$\xi_2 = 250$, e raios gravitacionais internos ξ_1 que variam, $50 \leq \xi_1 \leq 200$.

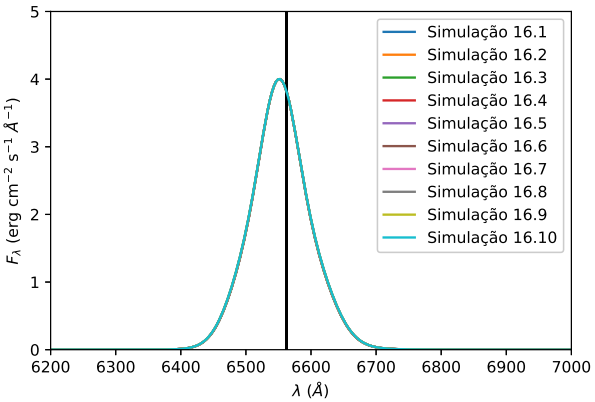

Figura 2.16: Simulações de perfis da linha Hα emitida por dez AGNs com i = 30°, $50 \leq \xi_1 \leq 200$ e $\xi_2 = 2000$.

Tanto o limite inferior da variação de ξ_1, $\xi_1 = 50$, quanto o limite superior, $\xi_1 = 200$, adotados na simulação dos sistemas exibidos na Figura 2.16, são idênticos aos respectivos limites empregados nas simulações das AGN's cujos perfis da linha de emissão foram mostrados na Figura 2.11. Comparadas, a Figura 2.11 e a Figura 2.16, vê-se que a alteração nos traçados dos perfis das linhas emitidas pelos sistemas, que diferem apenas quanto ao valor de ξ_2, é apreciável.

Capítulo 3

Emprego do código numérico

Com o intuito de submeter a teste empírico os resultados obtidos quando da realização do estudo do código numérico, foi executada a modelagem manual do perfil da linha Hα observada, pelo grupo do Prof. Dr. João Evangelista Steiner, por meio do Gemini Multi-Object Spectrograph (GMOS).

A linha Hα observada foi emitida pelo disco de acreção formado ao redor do SMBH assente na região central da galáxia lenticular NGC 4958. Considerados em conjunto, a NGC 4958 e o SMBH assente em sua região central compõem um AGN. O espectro observado da NGC 4958 é apresentado na Figura 3.1.

Com vistas a facilitar a modelagem das asas da linha Hα emitida pelo disco do SMBH central da NGC 4958, uma região, entre 6400 Å e 6800 Å foi recortada do espectro de emissão apresentado na Figura 3.1. Esta região de interesse é apresentada na Figura 3.2.

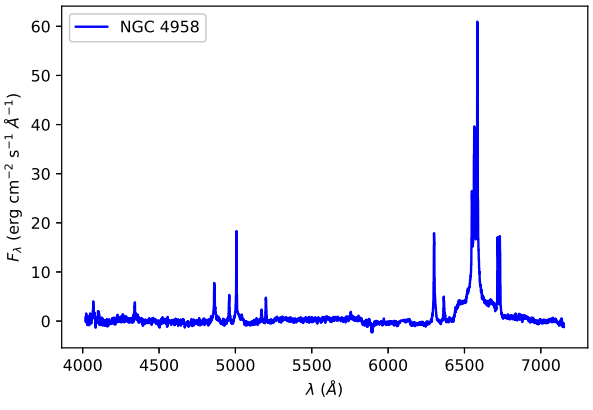

Figura 3.1: Espectro de emissão, na região do visível, da NGC 4958. A observação foi realizada pelo grupo do Prof. Dr. João Evangelista Steiner por meio dos GMOS.

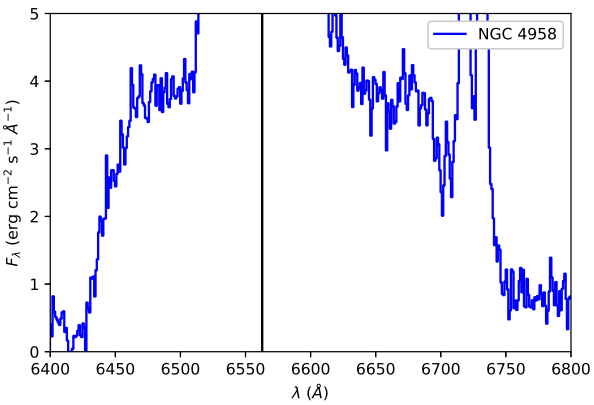

Figura 3.2: Região de interesse, para a modelagem da linha de emissão Hα, recortada do espectro de emissão da NGC 4958.

3.1 Modelagem do perfil da linha Hα emitida pela NGC 4958

De posse do perfil observado da linha de emissão Hα da NGC 4958, duas rotinas do modelo foram submetidas a exame, a saber, a rotina escrita para modelagem de discos de acreção espirais e a rotina escrita para a modelagem de discos de acreção elípticos, pois nenhuma conjectura foi feita a respeito da geometria do disco.

Cabe pontuar ainda que, a exemplo do que foi executado durante as etapas de estudo do código numérico, apenas os três principais parâmetros do código, com relação à dimensão e à posição do disco, a saber, o raio interno, ξ_1, o raio externo, ξ_2, adimensionais, e o ângulo de inclinação com respeito ao observador, i, em graus, foram ajustados no decorrer da modelagem das asas da linha Hα emitida pela da NGC 4958.

A Figura 3.3 apresenta o fluxo espectral, F_λ, em erg.cm^{-2}.s^{-1}.Å^{-1}, em função do comprimento de onda, λ, em Å, da linha de emissão Hα simulada por meio do uso da rotina de modelagem de discos de acreção espirais, em vermelho, sobreposta ao espectro observado, em azul. A linha modelada está centrada em $\lambda = 6562.8$Å, denominado λ_{central}, em preto.

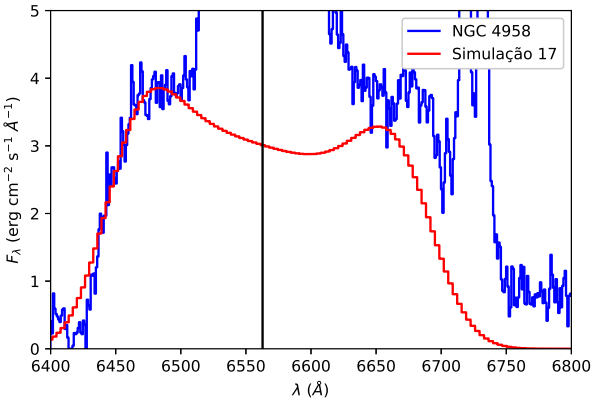

Figura 3.3: Curva simulada por meio da rotina para modelagem de discos de acreção espirais, em vermelho, superposta à linha de emissão Hα observada da NGC 4958, em azul.

É possível ver, na Figura 3.3, que o pico referente a $\lambda < \lambda_{\text{central}}$ foi satisfatoriamente ajustado pelo modelo. Os valores impostos aos parâmetros referentes à Simulação 17, a saber, i $= 56°$, $\xi_1 = 2375$ e $\xi_2 = 2400$, são também apresentados na Tabela 3.1.

Tabela 3.1 - Valores impostos aos parâmetros i, ξ_1 e ξ_2 para a execução da Simulação 17.

Simulação	i (°)	ξ_1	ξ_2
17	56	2375	2400

Não foi possível, porém, ajustar adequadamente o pico referente a $\lambda > \lambda_{\text{central}}$ por meio da rotina de simulação de discos de acreção espirais. Esta impossibilidade, patente após considerável número de tentativas manuais, amparou a decisão de abandonar a rotina escrita para discos espirais em favor da rotina de modelagem de discos de acreção elípticos.

A Figura 3.4 apresenta a linha de emissão Hα simulada por meio do uso da rotina de modelagem de discos de acreção elípticos, em vermelho, sobreposta à linha de emissão Hα observada, em azul. Os parâmetros deste ajuste foram i = 45°, ξ_1 = 1300 e ξ_2 = 2400.

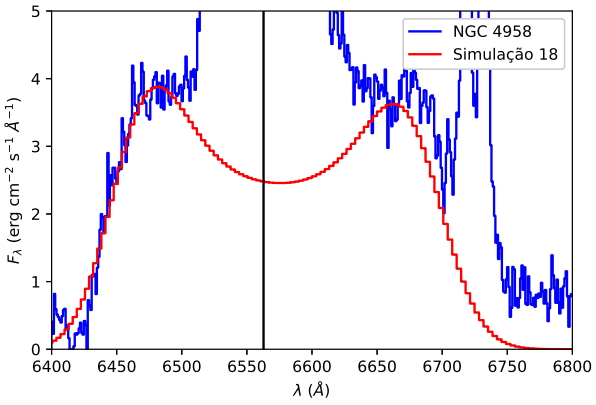

Figura 3.4: Primeira curva simulada por meio da rotina para modelagem de discos de acreção elípticos, em vermelho, superposta à linha de emissão Hα observada da NGC 4958, em azul.

Quando comparado ao ajuste apresentado na Figura 3.3, é possível ver que o ajuste da linha Hα por meio da rotina de modelagem de discos elípíticos, apresentado na Figura 3.4, não apenas consegue reproduzir o pico concernente a $\lambda < \lambda_{\text{central}}$ tão satisfatoriamente quanto a rotina escrita para discos espirais, mas também é capaz de modelar razoavelmente o pico referente a $\lambda > \lambda_{\text{central}}$, apesar do ruído característico desta região.

A partir do ajuste da linha Hα emitida pela NGC 4958, apresentado na Figura 3.4, é possível inferir que o disco de acreção formado ao redor do SMBH assente na região central desta galáxia muito provavelmente possui geometria elíptica e não espiral.

3.2 Um modelo degenerado

Não foi possível, contudo, inferir que os parâmetros ajustados correspondiam efetivamente às propriedades do sistema físico observado pois, durante o processo de modelagem, o modelo se mostrou degenerado[1]. Um exemplo da degenerescência do modelo é apresentado na Figura 3.5.

Sobreposta ao espectro observado, em azul, é apresentada, na Figura 3.5, uma segunda curva simulada por meio do uso da rotina de modelagem de discos de acreção elípticos, em vermelho.

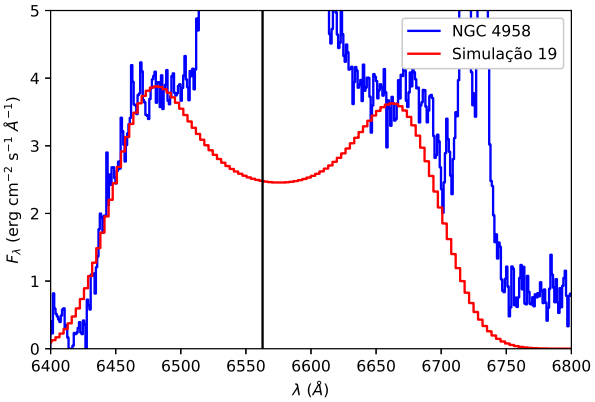

Figura 3.5: Segunda curva simulada por meio da rotina para modelagem de discos de acreção elípticos, em vermelho, superposta ao espectro observado da NGC 4958, em azul.

A segunda linha simulada, mostrada na Figura 3.5, ainda que aparentemente análoga à primeira linha simulada, exibida na Figura 3.4, foi obtida a partir do ajuste aos parâmetros de valores diversos daqueles utilizados na obtenção da curva apresentada na Figura 3.4. Os parâmetros empregados no ajuste apresentado na Figura 3.5 foram i $= 48°$, $\xi_1 = 1500$ e $\xi_2 = 2400$.

Se duas curvas idênticas puderam ser simuladas a partir de dois conjuntos distintos de valores aos quais os mesmos parâmetros puderam ser ajustados é muito provável que outras tantas curvas idênticas também possam sê-lo. A quantidade exata de tais outras curvas possíveis, acrescente-se, não pode ser determinada por meio de ajustes manuais,

[1] Um modelo é dito degenerado quando, para uma dada curva observada, fornece não uma curva coincidente, obtida por meio do ajuste de valores únicos a determinados parâmetros, mas uma família de curvas coincidentes, cada qual gerada a partir de um conjunto próprio de valores aos quais a mesma quantidade de parâmetros foi ajustada.

mesmo considerados apenas três dos muitos parâmetros ajustáveis do modelo.

Com o intento de verificar se as linhas simuladas apresentadas na Figura 3.4 e na Figura 3.5 são apenas similares ou efetivamente idênticas, ambas foram sobrepostas, e o resultado desta sobreposição foi por sua vez sobreposto ao espectro observado, para comparação. Uma terceira e uma quarta curvas, simuladas a partir de dois outros conjuntos de valores aos quais os parâmetros do modelo puderam ser ajustados, foram também acrescidas a esta sobreposição. Os valores dos parâmetros do modelo empregados para gerar a terceira curva foram i $= 51°$, $\xi_1 = 1845$ e $\xi_2 = 2400$. Os valores utilizados na geração da quarta curva foram i $= 57°$, $\xi_1 = 2390$ e $\xi_2 = 2400$. A terceira e a quarta curvas foram geradas durante processo de verificação da hipótese de que a linha simulada apresentada na Figura 3.5 era um caso *sui generis*. A geração de ambas as curvas refutou esta hipótese.

A Figura A.1 apresenta a linha de emissão Hα observada à qual foram sobrepostas as quatro curvas simuladas.

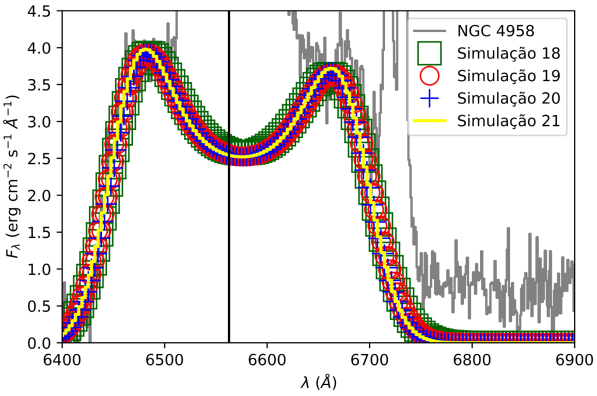

Figura 3.6: Primeira, segunda, terceira e quarta curvas simuladas por meio da rotina para modelagem de discos de acreção elípticos, em verde, vermelho, azul e amarelo, superpostas à linha de emissão Hα observada da NGC 4958, em cinza.

Os valores impostos aos parâmetros i, ξ_1 e ξ_2 referentes às Simulações 18, 19, 20 e 21 são também apresentados na Tabela 3.2

Tabela 3.2 - Valores impostos aos parâmetros i, ξ_1 e ξ_2 para a execução das Simulações 18, 19, 20 e 21.

Simulação	i (°)	ξ_1	ξ_2
18	45	1300	2400

Continua na próxima página...

Tabela 3.2 - Continuação

Coluna1	Coluna2	Coluna3	Coluna4
19	48	1500	2400
20	51	1845	2400
21	57	2390	2400

A rotina para modelagem de discos de acreção elípticos, ajustados valores a apenas três de seus parâmetros, é, com efeito, degenerada, como evidencia a Figura A.1, na qual são apresentadas quatro curvas idênticas, superpostas ao perfil observado da linha Hα emitida pela NGC 4958, geradas a partir de quatro conjuntos de valores distintos impostos aos parâmetros. Quando, todavia, outro parâmetro da rotina, a saber, o fluxo, foi ajustado a valores, a degenerescência do modelo não se sustentou, isto é, impostos valores ao fluxo, as curvas simuladas se tornaram passíveis de distinção. Esta constatação foi decorrência da exploração iterativa do espaço de parâmetros do modelo.

Os valores impostos ao parâmetros Φ_λ referentes às Simulações 18, 19, 20 e 21 são também apresentados na Tabela 3.3

Tabela 3.3 - Valores impostos ao parâmetro Φ_λ para a execução das Simulações 18, 19, 20 e 21.

Simulação	Φ_λ (F_λ)
18	6.000
19	8.400
20	16.500
21	1.200.000

Capítulo 4

Conclusões

Foi mostrado que a variação de parâmetros do código numérico altera significativamente os traçados dos perfis da linha Hα emitida por AGNs simulados.

À medida que o ângulo de inclinação, com relação à linha de visada do observador, era gradativamente incrementado, a separação entre os picos dos perfis da linha de emissão, com relação ao λ_{cental}, acentuava-se. Outra consequência deste incremento foi o proporcional alargamento de ambos os perfis da linha.

Em contrapartida, o estreitamento dos perfis da linha de emissão era o efeito observado quando do aumento gradativo do raio gravitacional interno do disco de acreção. Este aumento do raio interno também impelia o pico do perfil da linha de emissão correspondente a comprimentos de onda maiores que o λ_{central} a ganhar paulatinamente mais proeminência.

Abrupta e considerável, a elevação do valor do raio gravitacional externo do disco de acreção, por sua vez, fez com que numerosos perfis da linha, alguns dos quais razoavelmente distinguíveis uns dos outros, conve issem para aproximadamente um único perfil.

Conhecido o comportamento dos perfis simulados quando submetidos os parâmetros à variação, foi possível definir uma quantidade mínima, mas suficiente, de diretrizes para a execução da modelagem de um perfil observado, a saber, o perfil das asas da linha Hα emitida pela NGC 4958.

Uma vez modelado o perfil observado, foi possível inferir, a partir da emissão de largas linhas de hidrogênio de duplo pico, que muito provavelmente a NGC 4958 possui um SMBH ao redor do qual há um AD elíptico. Tais linhas são, por definição, a assinatura cinemática da presença de ADs ao redor de SMBHs. Ainda de acordo com o resultado da modelagem, o ângulo de inclinação deste AD com relação à linha de visada do observador se acha no intervalo $45 - 57°$, o raio interno do AD se encontra no intervalo $1300 - 2390$ e o raio

externo equivale a 2400.

Considerada a pequena quantidade de simulações a partir das quais estes resultados foram obtidos, a saber, quatro, pouco, a respeito do sistema físico modelado, pode ser inferido com base nos mesmos. Estes resultados podem, porém, vir a ser utilizados como priores em futuras modelagens.

O modelo se mostrou degenerado quando do ajuste de apenas três de seus parâmetros, o ângulo de inclinação, o raio interno e o raio externo. Esta degenerescência, no entanto, não se sustentou quando um quarto parâmetro, o fluxo, foi também ajustado.

Referências Bibliográficas

Baskin A., Laor A., Dust inflated accretion disc as the origin of the broad line region in active galactic nuclei, Mon. Not. R. Astron. Soc., 2018, vol. 474, 1970-94

Bian W., Chen Y., Gu Q., Wang J., Active galactic nuclei with double-peaked Balmer lines: I. Black hole masses and Eddington ratios, ApJ, 2007, vol. 668, 721-9

Chen K., Halpern J. P., Filipenko A. V., Kinematic evidence for a relativistic keplerian disk: ARP 102B, ApJ, 1989, vol. 339, 742-51

Czerny B. () Course 9: Accretion around Active Galactic Nuclei. In: Beskin V., Henri G., Menard F., Pelletier G., Dalibard J. (eds) Accretion discs, jets and high energy phenomena in astrophysics. Les Houches-École d'Été de Physique Theorique, vol 78. Berlin: Springer, 2002, 461-90.

Duschl W. J., Strittmatter P. A., The cosmogony of supermassive black holes, Mon. Not. R. Astron. Soc., 2011, vol. 413, 1495-504

Müller A., Wold M., On the signatures of gravitational redshift: the onset of relativistic emission lines, A& A, 2006, vol. 457, 485-92

Schimoia J. S., Storchi-Bergmann T., Winge C., Nemmen R. S., Evolution of the accretion disc around the supermassive black hole of NGC7213, MNRAS, 2017, vol. 472, p. 2170

Strateva I.V., Strauss M. A., Hao L., et all. Double-peaked low-ionization emission lines in active galactic nuclei, ApJ, 2003, vol. 126, 1720-49

VanderPlas J., Python Data Science Handbook, 1. ed., Sebastopol: O'Reilly Media, Inc., 2016, 530 p.

Apêndice

Apêndice A

O modelo espiral

Uma vez constatada a degerescência do modelo elítico, quando do ajuste de apenas três parâmetros, o modelo espiral foi prontamente submetido a exame quanto à possibilidade de também sê-lo. Quatro curvas, idênticas, foram obtidas a partir de quatro conjuntos de valores distintos impostos aos parâmetros. A obtenção destas curvas atestou que também o modelo espiral é degenerado para o ajuste de apenas três parâmetros. As quatro curvas geradas são apresentadas na Figura A.1, superpostas, para comparação, a exemplo do que foi feito quando da análise do modelo elíptico.

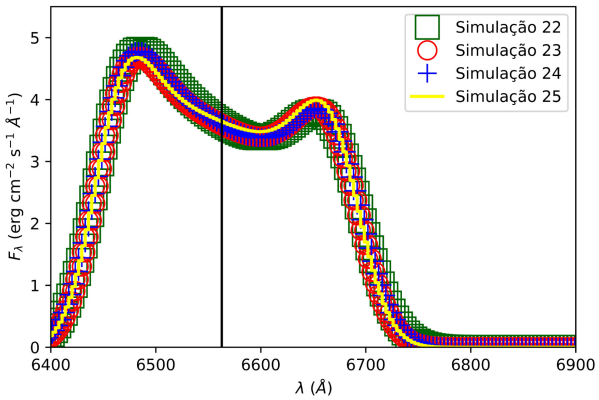

Figura A.1: Primeira, segunda, terceira e quarta curvas simuladas por meio da rotina para modelagem de discos de acreção espirais, em verde, vermelho, azul e amarelo.

Os valores impostos aos parâmetros i, ξ_1 e ξ_2 referentes às Simulações 22, 23, 24 e 25 são também apresentados na Tabela A.1

Tabela A.1 - Valores impostos aos parâmetros i, ξ_1 e ξ_2 para a execução das Simulações 22, 23, 24 e 25.

Simulação	i (°)	ξ_1	ξ_2
22	45	1300	2400
23	48	1500	2400
24	51	1845	2400
25	57	2390	2400

Tal como se deu com o modelo elíptico, o ajuste de um quarto parâmetro, o fluxo, Φ_λ, a valores, permitiu a discriminação das curvas simuladas por meio do modelo espiral, em outros termos, o ajuste a valores de quatro parâmatros foi mais uma vez capaz de extinguir a degenerescência do modelo empregado.

Os valores impostos ao parâmetro Φ_λ referentes às Simulações 22, 23, 24 e 25 são também apresentados na Tabela A.2

Tabela A.2 - Valores impostos ao parâmetro Φ_λ para a execução das Simulações 22, 23, 24 e 25.

Simulação	Φ_λ (F_λ)
22	5.950
23	8.400
24	16.400
25	1.200.000