Universidade de São Paulo
Instituto de Astronomia, Geofísica e Ciências Atmosféricas
Departamento de Astronomia

Amanda Rubio

Ajuste Automático de Espectros IUE Usando o Método MCMC

São Paulo

2015

Amanda Rubio

Ajuste Automático de Espectros IUE Usando o Método MCMC

Monografia final do Trabalho de Conclusão de Curso apresentada ao Departamento de Astronomia do Instituto de Astronomia, Geofísica e Ciências Atmosféricas da Universidade de São Paulo como requisito parcial para a obtenção do título de bacharel em Astronomia.

Área de Concentração: Astronomia
Orientador: Prof. Dr. Alex Carciofi
Colaborador: Bruno Motta

São Paulo

2015

Aos meus pais

Agradecimentos

Aos meus pais e meus irmãos, pelo apoio;

Aos meus incríveis colegas de curso, pela ajuda imensurável;

Esta `TCC` foi escrita em LaTeX com a classe `IAGTESE`, para teses e dissertações do IAG.

"*We understand so much. But the sky behind those lights - mostly void, partially stars? That sky reminds us we don't understand even more.*"

Cecil Palmer (*Welcome to Night Vale, 'One Year Later'*)

"*I'm not running away. But this is one corner, of one country, in one continent, on one planet that's a corner of a galaxy that's a corner of a universe that is forever growing and shrinking and creating and destroying and never remaining the same for a single millisecond. And there is so much, so much to see.*"

The Doctor (*Doctor Who, 'The Power of Three'*)

Resumo

Estrelas Be são reconhecidas pela sua rápida rotação e pulsação não radial. São as únicas estrelas da Sequência Principal que apresentam discos circunstelares gasosos formados por meio de processos ainda não completamente compreendidos. Esta alta velocidade acarreta alterações profundas na estrela e que, acredita-se, está relacionada à presença de um disco circunstelar formado a partir de material ejetado pela estrela. A modelagem das forças que atuam neste sistema conduz a previsões teóricas sobre a estrutura do disco que podem ser comparadas com dados observacionais.

A relevância do estudo de estrelas Be envolve tanto a física estelar quanto a de discos. Por exemplo, as estrelas Be são o campo de teste perfeito para modelos de evolução estelar que incluem a rotação como um dos ingredientes físicos. Por outro lado, o estudo da física do disco de Be também pode servir de meio para o entendimento de diferentes problemas nas áreas de formação estelar.

Nesse estudo, testamos um método computacional para determinar os parâmetros fundamentais de estrelas Be, utilizando os códigos HDUST e EMCEE.

Nossos resultados indicam que o método é promissor. Para a maior parte das estrelas selecionadas nesse estudo, os parâmetros massa e idade foram bem definidos e a partir deles, raio e luminosidade puderam ser inferidos. Os valores dos parâmetros concordam com valores encontrados recentemente por métodos multitécnicas.

Abstract

Be stars are known for their rapid rotation. They are the only stars in the Main Sequence that present gaseous circumstellar disks. These disks are formed by processes not yet completely understood. The high velocity causes deep changes in the star, and is possibly connected to the disk, which is formed by material ejected from the star.

The astrophysical relevance of the study of Be type stars involves both stellar and disk physics. For instance, in the field of stellar physics, Be stars are the perfect testing camp for evolution models that include rotation as on of their physical ingredients. The study of the disk may also serves as a way for the comprehension of different problems in the area of star formation.

In this study, we test a computational method for determining the fundamental parameters of Be type stars, using the codes HDUST and EMCEE.

Our results indicate that the method is promising. For most of the stars selected in this study, the parameters mass and age were well defined and from them both radius and luminosity could be inferred. Our parameters' values agree with values found recently by multi technique methods.

Lista de Figuras

1.1 Efeito do escurescimento gravitacional numa estrela em rápida rotação. Sua temperatura efetiva é proporcional à gravidade excercida sobre aquele ponto pela equação $T_{eff} \propto g_{eff}^{1/4}$. Imagem obtida como resultado do HDUST, cortesia do Dr. Daniel Moser. 20

1.2 Observações e modelos de ζ Tauri. Esquerda: `SED` observada (preto), modelada (azul) e da fotosfera (vermelho). Direita: Espectro polarizado observado e modelado (azul), como explicado em Carciofi et al. (2009). 22

2.1 Gráfico da contribuição espectral do disco ($F_{total} - F_{star}$) em relação ao espectro da estrela na faixa do ultravioleta (de 1000$\mathring{A}$ a 3000$\mathring{A}$) (Klement et al. (2015)) 27

3.1 `SED`'s e parâmetros variando no tempo obtidos para duas estrelas Be. Acima: 23 Tauri. Abaixo: 27 CMa. 33

3.2 Fluxograma simplificado do procedimento completo. 36

4.1 Esta figura mostra a relação entre o X_c e a idade em termos do tempo de vida na Sequência Principal. As diferentes cores representam os diferentes subtipos espectrais estudados. 38

4.2 Resultado do método para a estrela β CMi. A janela, no canto superior direito, mostra uma média dos dados observacionais (pontos pretos), juntamente com o melhor modelo interpolado. 39

4.3 Resultado do método para a estrela α Columbae. A janela, no canto superior direito, mostra uma média dos dados observacionais (pontos pretos), juntamente com o melhor modelo interpolado. 40
4.4 Resultado do método para a estrela η Tauri. A janela, no canto superior direito, mostra uma média dos dados observacionais (pontos pretos), juntamente com o melhor modelo interpolado. 41
4.5 Resultado do método para a estrela δ Scorpii. A janela, no canto superior direito, mostra uma média dos dados observacionais (pontos pretos), juntamente com o melhor modelo interpolado. 42
4.6 Resultado do método para a estrela α Arae. A janela, no canto superior direito, mostra uma média dos dados observacionais (pontos pretos), juntamente com o melhor modelo interpolado. 43
4.7 Resultado do método para a estrela β Monoceros. A janela, no canto superior direito, mostra uma média dos dados observacionais (pontos pretos), juntamente com o melhor modelo interpolado. 44
4.8 Resultado do método para a estrela 48 Librae. A janela, no canto superior direito, mostra uma média dos dados observacionais (pontos pretos), juntamente com o melhor modelo interpolado. 45
4.9 Resultado do método para a estrela μ Centauri. A janela, no canto superior direito, mostra uma média dos dados observacionais (pontos pretos), juntamente com o melhor modelo interpolado. 46
4.10 Resultado do método para a estrela o Cassiopeiae. A janela, no canto superior direito, mostra uma média dos dados observacionais (pontos pretos), juntamente com o melhor modelo interpolado. 47

Lista de Tabelas

3.1 Tabela com o resultado da correspondência cruzada entre as estrelas Be do levantamento BEACON e as obtidas da busca no SIMBAD. Essas são as estrelas selecionadas para a continuação do trabalho. 31

3.2 Tabela com a classificação das 35 estrelas selecionadas em variáveis e não-variáveis de acordo com suas SED's completas. 35

Índice

1. Introdução 19

1.1 Estrelas Be 19

1.1.1 Distribuição Espectral de Energia (SED) 21

1.1.2 Discos Circunstelares 21

1.1.3 Modelo do Decréscimo Viscoso (VDD) 21

1.1.4 Modelo Estacionário de Decréscimo Viscoso 22

1.2 Determinação dos parâmetros estelares de múltiplas estrelas Be 23

1.2.1 *Monte Carlo via Cadeias de Markov* 23

2. Ferramentas Utilizadas 25

2.1 HDUST 25

2.2 EMCEE 26

2.3 Dados Observacionais 26

2.3.1 Dados IUE das estrelas Be selecionadas 26

3. Metodologia 29

3.1 Seleção das Estrelas 29

3.1.1 Obtenção dos dados da missão IUE 32

3.1.2 Estudo da Variabilidade 32

3.2 Método de determinação dos múltiplos parâmetros estelares 34

3.2.1 Parâmetros estelares 34

3.2.2 Uso do EMCEE 36

4. Resultados e Análise 37
4.1 Notas Gerais sobre os Parâmetros Estelares Inferidos 37
4.1.1 β CMi 38
4.1.2 α Columbae 39
4.1.3 η Tauri 40
4.1.4 δ Scorpii 41
4.1.5 α Arae 42
4.1.6 β Monoceros 43
4.1.7 48 Librae 44
4.1.8 μ Centauri 45
4.1.9 *o* Cassiopeiae 46
4.2 Análise 47

5. Conclusões 49

Referências 51

Capítulo 1

Introdução

Nesse capítudo fazemos uma introdução aos conceitos de estrelas Be (Seção 1.1) e as propriedades que as tornam interessantes para nosso trabalho. Descrevemos também como funciona um método Monte Carlo via Cadeia de Markov (MCMC) (Seção 1.2.1), que utilizamos na obtenção dos parâmetros estelares para as estrelas Be estudadas aqui.

1.1 Estrelas Be

As estrelas Be foram descobertas há um século e meio pelo padre Jesuíta Pietro Angelo Secchi (1818 - 1878) por espectroscopia, tendo sido, desde então, alvo de muito estudo. Com os avanços em técnicas observacionais das últimas décadas, métodos de fotometria, polarimetria, espectroscopia e interferometria nos forneceram bases de dados de alta precisão sobre essas curiosas estrelas. Somados a avanços no nosso entendimento da teoria por trás dos mecanismos dessas estrelas e na área computacional, finalmente nosso entendimento sobre a física das estrelas Be se consolidou e modelos teóricos detalhados puderam ser feitos.

Sabemos hoje que as estrelas Be são estrelas de tipo espectral B que apresentam a maior taxa de rotação entre as estrelas na fase da Sequência Principal. Elas possuem um disco circunstelar kepleriano formado por massa ejetada da própria estrela. O processo de formação desse disco, ou seja, da transferência de massa entre ele e a estrela ainda não é compreendido completamente.

A definição atual de estrelas Be clássicas é

> Estrelas não-supergigantes de tipo B cujo espectro apresenta, ou apresentou em algum momento, uma ou mais linhas de emissão de Balmer (Jashek et al,

1981, Collins, 1987.)

Desde que começaram a ser estudadas, era claro que essa classe de estrelas era muito abrangente. Basicamente todas as estrelas B com material circunstelar de densidade maior que $10^{13}\,\mathrm{g\,cm^{-3}}$ estão inclusas nessa categoria (Rivinius et al., 2013), não importando o mecanismo responsável por isso. Uma definição mais precisa ainda não foi encontrada, já que o processo que gera o disco circunstelar das Be clássicas ainda não foi solucionado. Assim, para definirmos quais estrelas que se encaixam na definição de estrelas Be clássicas, um processo de seleção baseado nas propriedades físicas das estrelas deve ser feito.

Estrelas supergigantes, Herbig Ae/Be, binárias com transferência de massa, estrelas B[e] e estrelas com emissão de linhas de magnetosferas podem ser confundidas com estrelas Be clássicas à primeira vista (Rivinius et al., 2013). Consideramos estrelas Be clássicas as que seguem a definição geral, mas não se encaixam em nenhuma dessas categorias.

Uma complicação no estudo dessas estrelas é a dificuldade na obtenção de seus parâmetros mais básicos como massa, taxa de rotação, idade, etc. Sua alta rotação torna a estrela achatada, a inclinação do ângulo no qual vemos a estrela influencia sua distribuição espectral de energia e ainda apresentam o fenômeno de escurescimento gravitacional.

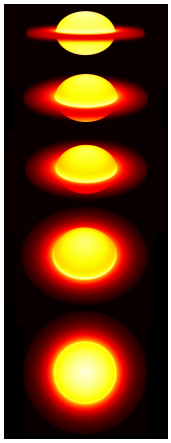


Figura 1.1: Efeito do escurescimento gravitacional numa estrela em rápida rotação. Sua temperatura efetiva é proporcional à gravidade excercida sobre aquele ponto pela equação $T_{eff} \propto g_{eff}^{1/4}$. Imagem obtida como resultado do HDUST, cortesia do Dr. Daniel Moser.

O efeito do escurescimento gravitacional observado em estrelas Be é uma das consequências de sua rotação rápida. Graças a ela, a temperatuda efetiva na estrela é máxima nos polos e mínima no seu equador, como ilustra a Figura 1.1, de acordo com a relação $T_{eff} \propto g_{eff}^{1/4}$ (Collins, 1963). Esse fenômeno já foi observado para diversas estrelas, como Achernar por Domiciano de Souza et al. (2014). Esse efeito faz com que a aparência de uma estrela com rotação rápida precise de 4 parâmetros para ser determinada (como por exemplo $T_{eff,polo}$, R_{polo}, $M_{estrela}$ e W), além da sua inclinação i.

1.1.1 Distribuição Espectral de Energia (SED)

A distribuição espectral de energia observada (chamada de SED, do inglês *Spectral Energy Distribution*) de uma estrela Be resulta da ação combinada da emissão da fotosfera e do disco circunstelar (tanto absorção quanto emissão de radiação reprocessada). Como cada um desses fatores colabora na SED depende do ângulo em que a estrela Be é vista e do comprimento de onda sendo analisado. De acordo com Vieira et al. (2015), podemos considerar o disco como uma pseudofotosfera, cuja dimensão depende do comprimento de onda da radiação. Quando a estrela é vista *pole-on* a SED será simplesmente a superposição do continuo estelar com um disco avermelhado, já que o disco é mais frio do que a fotosfera. Quando a estrela é vista *edge-on*, o disco pode absorver e espalhar parte do fluxo estelar.

1.1.2 Discos Circunstelares

Devido aos avanços computacionais e observacionais dos últimos anos, nosso entendimento sobre o mecanismo de formação e sustentação do disco das estrelas Be evoluiu muito. Estes discos podem ser detectados via linhas espectrais em emissão, pelo excesso de emissão infravermelho no resultante do reprocessamento da luz estelar pelo disco, pela polarização da luz estelar pelo disco, ou ainda diretamente de medidas de alta resolução angular permitidas pela interferometria.

O grupo do professor Carciofi no IAG atua na parte de transporte radiativo e de teoria dos discos circunstelares com o código HDUST. Atualmente, a teoria mais aceita a cerca da estruturação dos discos circunstelares das estrelas Be é o modelo de decréscimo viscoso, VDD, bem estabelecido tanto na teoria quanto observacionalmente.

1.1.3 Modelo do Decréscimo Viscoso (VDD)

As observações fornecem-nos importantes informações estruturais sobre os discos de Be, que devem ser necessariamente reproduzidas por qualquer teoria que se proponha a descrever como estes discos se formam. Por exemplo, a polarimetria e a interferometria (Quirrenbach et al. (1997); Wood et al. (1997)) determinaram que os discos são geometricamente finos, enquanto que a espectro-interferometria indicaram que o material do disco gira em torno da estrela de forma kepleriana. Até o momento, a única teoria capaz de satisfazer os vínculos observacionais é o modelo VDD (do inglês *Viscous Decretion Disk*

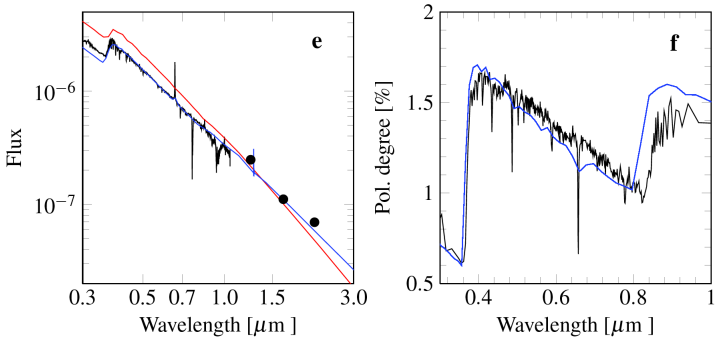


Figura 1.2: Observações e modelos de ζ Tauri. Esquerda: `SED` observada (preto), modelada (azul) e da fotosfera (vermelho). Direita: Espectro polarizado observado e modelado (azul), como explicado em Carciofi et al. (2009).

Model) proposto por Lee (1991) e desenvolvido por outros autores (Porter (1999); Okazaki (2001); Bjorkman e Carciofi (2005)).

Este modelo é semelhante ao empregado para discos protoestelares (Pringle, 1981), a diferença primária sendo que discos de Be são *outflowing*, enquanto discos da pré-sequência principal são *inflowing*, ou seja, em discos proto-planetários são de acreção (com matéria indo para a estrela), enquanto discos de Be são de decreção, com matéria saindo da estrela. No modelo `VDD`, é suposto que algum mecanismo, ainda desconhecido, injeta material numa velocidade orbital kepleriana na base do disco. Neste ponto, a viscosidade turbulenta começa a atuar, transportando o momento angular do material das regiões internas para as externas do disco.

Este modelo foi aplicado com sucesso a sistemas que apresentam emissão estável contínua tais como as estrelas β CMi (Wheelwright et al., 2012), χ Oph (Tycner et al., 2008) e ζ Tauri (Carciofi et al., 2009) (Fig. 1.2). Destas estrelas, ζ Tauri e β CMi (Klement et al., 2015) foram as únicas estudadas de forma aprofundada, pois tanto Wheelwright et al. (2012) quanto Tycner et al. (2008) usaram um conjunto limitado de dados.

1.1.4 Modelo Estacionário de Decréscimo Viscoso

O problema do transporte viscoso em um disco de estrela Be pode ser pensado conceitualmente em dois extremos: num extremo, em que a taxa de injeção de massa no disco é constante por um longo período de tempo, foi mostrado por Haubois et al. (2012) que se atinge um estado quasi-estacionário. Após atingir este estado, a estrutura do disco torna-se independe da história anterior de injeção de massa. Num outro extremo, em que a taxa de

injeção de massa varia com o tempo ou um caso em que a taxa é constante, mas em que o disco não atingiu um estado estacionário, temos a situação mais complexa de um disco cujas propriedades físicas modificam-se com o tempo.

1.2 Determinação dos parâmetros estelares de múltiplas estrelas Be

Um dos problemas no estudo de estrelas do tipo Be é a obtenção de seus parâmetros fundamentais (massa, achatamento, idade, inclinação, distância e avermelhamento). Suas características peculiares tornam essa tarefa difícil, tanto pela alta rotação e seus efeitos (Townsend et al., 2004) quanto pela presença do disco circunstelar. O objetivo do projeto é testar um procedimento capaz de determinar esses parâmetros para uma seleção de estrelas Be austrais. O processo é baseado num mecanismo Monte Carlo via Cadeias de Markov (`mcmc`) (ver Seção 1.2.1) de amostragem de múltiplos parâmetros que detalhamos adiante (seções 2.2 e 3.2). Esse processo está sendo desenvolvido pelo colaborador Bruno Motta em sua tese de doutorado. Assim, o projeto aqui apresentado é parte da fase de teste do método de obtenção de parâmetros desenvolvido pelo Bruno em seu doutorado.

1.2.1 Monte Carlo via Cadeias de Markov

Métodos de Monte Carlo via Cadeia de Markov são projetados para obter correlações e estimativas de parâmetros de forma eficiente, mesmo em espaços de parâmetros com grande número de dimensões.

O Monte Carlo utiliza números aleatórios para gerar parâmetros para uma determinada função densidade de probabilidade (`FDP`) complicada de se resolver com exatidão mesmo computacionalmente. Uma cadeia de Markov é uma sequência de "posições" onde a próxima posição depende apenas da atual. Assim, um método `mcmc` realiza um Monte Carlo onde os valores aleatórios (*random walk*) seguem uma cadeia de Markov.

Formalmente, o que um código `mcmc` procura fazer é encontrar parâmetros θ a partir de uma densidade de probabilidade posterior,

$$p(\theta, \alpha|D) = \frac{1}{Z}\, p(\theta, \alpha)\, p(D|\theta, \alpha), \tag{1.1}$$

onde a distribuição *à priori* $p(\theta, \alpha)$, que é dado e a verossimilhança $p(D|\theta, \alpha)$ é fácil de

determinar. D é um conjunto de observações enquanto $Z = p(D)$ é uma normalização. O `mcmc` cria uma *random walk* no espaço dos parâmetros e nos devolve parâmetros para essa distribuição (Foreman-Mackey et al., 2013).

Capítulo 2

Ferramentas Utilizadas

Nesse capítulo descrevemos os dois códigos utilizados na determinação dos parâmetros estelares das estrelas Be selecionadas: o HDUST (Seção 2.1) e o EMCEE (Seção 2.2), e explicamos quais foram os dados observacionais utilizados (Seção 2.3.1) para a determinação dos parâmetros estelares.

2.1 HDUST

Podemos estudar as propriedades físicas dos discos de estrelas Be pelo efeito que a luz estelar sofre ao passar por eles, modelando a transferência radiativa. Neste ponto, a produção de observáveis sintéticos através de simulações surge como uma ferramenta muito útil para a investigação deste fenômeno, permitindo a determinação de quantidades físicas importantes do sistema, tais como sua estrutura de densidade, o ângulo de inclinação e a taxa de injeção de massa.

O código HDUST utiliza um método de Monte Carlo para encontrar soluções, dentro de um intervalo de erro estipulado, para a equação de transporte radiativo de estrelas Be. O HDUST leva em conta nos seus cálculos de transporte de energia a polarização, os efeitos de espalhamento múltiplo, as condições de equilíbrio radiativo e estatístico em regime `NLTE` para os níveis de população do hidrogênio em meios com geometria tridimensional e cinemática arbitrária. O código também implementa fontes de opacidade como hidrogênio com números de ocupação `NLTE`, espalhamento Thomson, brehmsstrahlung e grãos de poeira, se presentes, usando a teoria de Mie. A Teoria Mie basicamente utiliza os conceitos de ondas eletromagnéticas e as equações de Maxwell para derivar os campos incidentes, espalhados e internos no processo de interação entre ondas eletromagnéticas e partículas

(Ng, 2000).

Por tratar com estrelas de alta rotação como as estrelas Be, o HDUST leva em conta efeitos como o escurescimento gravitacional e a deformação rotacional, descrevendo a estrela com boa precisão. Uma característica importante do código é sua capacidade de resolver simultaneamente a condição de equilíbrio radiativo e as equações de fluido do disco, tal que a estrutura geométrica deste pode ser obtida de forma auto-consistente com o transporte da radiação. O HDUST foi empregado de forma bem sucedida no estudo de várias estrelas Be (Carciofi et al., 2006; Carciofi et al., 2009; Carciofi et al., 2012) e B[e] (Domiciano de Souza e Carciofi, 2012). A saída do código consiste em imagens, fluxos e polarização para qualquer intervalo espectral desejado.

2.2 EMCEE

O código [1]EMCEE utiliza variações de um método MCMC para determinar parâmetros e correlações mais eficientemente e com mais alta performace. O algoritmo por de trás do EMCEE apresenta várias vantagens em relação aos métodos tradicionais de amostragem por `mcmc` descritas em detalhes por Foreman-Mackey et al. (2013).

Os parâmetros de entrada do código consistem de uma grade de modelos e de valores observacionais a serem ajustados. Nesse caso, utilizaremos uma grade de modelos de evolução estelar do grupo da Universidade de Genebra liderado por Sylvia Ekström (Georgy et al., 2013) e dados observacionais da missão espacial `IUE` (mais detalhes serão dados na Seção 3.2).

2.3 Dados Observacionais

2.3.1 Dados `IUE` das estrelas Be selecionadas

Utilizamos os dados da missão `IUE` no processo de determinação dos parâmetros estelares. Usamos os espectros na faixa do ultravioleta pois é nessa faixa em que a contribuição do disco no espectro é mínima, como mostra a Figura 2.1 (Klement et al. (2015)). Isso é necessário já que nosso objetivo principal é analisar a estrela central. Esses dados obser-

[1]O código é *open source*. Está disponível *online* no endereço `http://dan.iel.fm/emcee` sob licença do `MIT`.

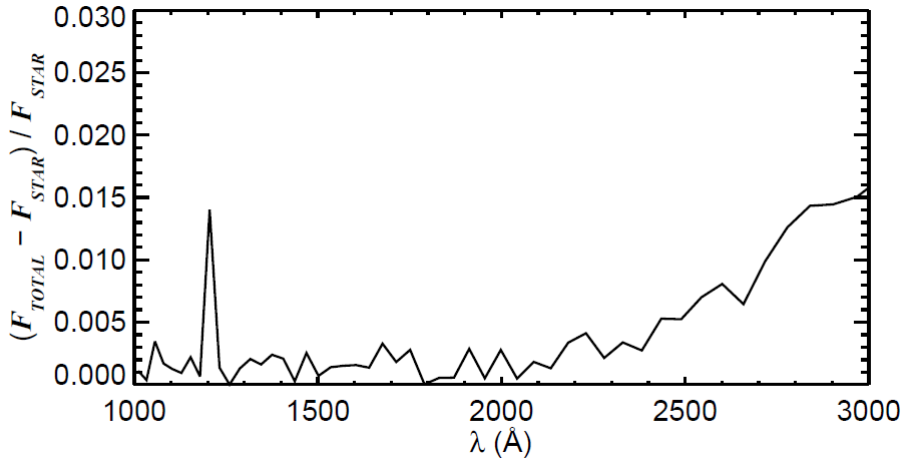


Figura 2.1: Gráfico da contribuição espectral do disco ($F_{total} - F_{star}$) em relação ao espectro da estrela na faixa do ultravioleta (de 1000$\mathring{A}$ a 3000$\mathring{A}$) (Klement et al. (2015))

vacionais servirão de base para a determinação dos parâmetros estelares. Na Figura 2.1, vemos que a contribuição espectral do disco ($F_{total} - F_{star}$) em relação ao espectro da estrela na faixa do ultravioleta (de 1000 $\mathring{A}$ a 3000 $\mathring{A}$) é bastante pequena. Assim, restringimos os dados observacionais necessários para a determinação dos parâmetros estelares à essa faixa específica da radiação eletromagnética.

Os dados foram obtidos através da ferramenta *online* [2]`INES` para cada uma das estrelas apresentadas na Tabela 3.1

[2]`http://sdc.cab.inta-csic.es/cgi-ines/IUEdbsMY`

Capítulo 3

Metodologia

Neste capítulo, descrevemos o procedimento de seleção/classificação das estrelas Be estudadas (Seção 3.1). O método utilizado na determinação dos múltiplos parâmetros estelares está descrito com detalhes na Seção 3.2.

3.1 Seleção das Estrelas

Para testarmos o método, primeiramente foi preciso selecionar um grupo amostral de estrelas Be austrais. A escolha foi feita com base em dois critérios principais:

1. A estrela precisava fazer parte do *survey* BEACON, mantido pelo grupo de pesquisa do professor Alex Carciofi;

2. Era necessário que a estrela estivesse à uma distância de no máximo 100 pc.

Isso significa que as estrelas selecionadas estão na região da Bolha Local da Galáxia. Esse critério garantiu que as incertezas nas distâncias HIPPARCOS fossem mínimas.

Utilizamos a busca por critério do SIMBAD para selecionar as estrelas Be dentro dos critérios acima. O procedimento foi:

1. Acessar o link `http://simbad.u-strasbg.fr/simbad/sim-fsam`;

2. No campo *Enter a search expression*, entrar com a expressão:

```
dec >= -90.0 &
dec <= +35.73 &
plx >= 0.01 &
otype = Be*
```

Os valores de dec limitam os possíveis valores para a declinação das estrelas entre $-90.0°$ e $+35.73°$. Utilizamos $+35.73°$ como limite máximo porque era o maior valor de declinação na amostra do BEACON. O terceiro critério define a distância calculada por meio da paralaxe em milisegundo de arco (Eq. 3.1).

$$d[pc] = \frac{1}{p[as]}. \tag{3.1}$$

Queremos que a nossa distância máxima seja de 100 pc. Assim, limitamos os valores de paralaxe na busca do SIMBAD para que fossem maiores que 0.01 as. O último critério (otype = Be*) seleciona apenas estrelas catalogadas como estrelas Be.

Na aba *Output options* do SIMBAD é possível selecionar quais parâmetros desejados que apareçam na Tabela resultante da busca. Foram selecionados *N, RA ICRS (J2000), DEC ICRS (J2000), Parallaxes, Magnitude B, Magnitude V* e *Sp type*.

- N: identificador ou nome da estrela;
- RA ICRS (J2000): ascenção reta da estrela, dada em graus, minutos e segundos;
- DEC ICRS (J2000): declinação da estrela, dada em graus, minutos e segundos;
- Parallaxes: valor da paralaxe da estrela, dada em milliarcseconds (mas);
- Magnitudes B e V: magnitude da estrela nas bandas B e V;
- Sp Type: Tipo espectral da estrela.

Essa seleção de *outputs* deve ser feita antes de iniciar a busca, ou seja, antes de clicar em *submit query*. Deve-se lembrar também de selecionar a opção *display* no canto direito da tela de busca, para que o resultado possa ser visualizado.

Dessa busca obtivemos 455 estrelas. Tínhamos 87 estrelas no BEACON. O próximo passo foi realizar uma correspondência cruzada entre as duas listas. Para isso, foi desenvolvido um código em PYTHON pelo colaborador Bruno Mota que lê duas tabelas e as compara. Quando o código encontra nas duas tabelas uma estrela com valores iguais de declinação e ascenção reta, esta estrela é selecionada. Na Tabela 3.1, apresentamos a seleção obtida através deste procedimento. Essas estrelas foram as selecionadas para prosseguir com o trabalho.

N	RA (J2000)	DEC (J2000)	Parallaxes	Mag B	Mag V	Sp type
* p Car	10 32 01.46297	-61 41 07.1963	6750	3180	3270	B4Vne
* d Lup	15 35 53.24806	-44 57 30.1982	7620	4360	4540	B3IVp
* 28 Tau	03 49 11.21575	+24 08 12.1590	8540	5010	5090	B8Vne
HD 184279	19 33 36.91929	+03 45 40.7785	1230	6980	6980	B0V
* β CMi	07 27 09.04174	+08 17 21.5368	20170	2800	2890	B8Ve
* 120 Tau	05 33 31.63156	+18 32 24.8307	2100	5700	5690	B2IV-Ve
* o Pup	07 48 05.16839	-25 56 13.8123	2300	4430	4490	B1IVe
* 17 Tau	03 44 52.53688	+24 06 48.0112	8060	3590	3700	B6IIIe
* η PsA	22 00 50.22537	-28 27 13.4639	3990	5530	5620	B8Ve
* π Aqr	22 25 16.62285	+01 22 38.6346	4170	4600	4640	B1III-IVe
* o Aqr	22 03 18.84403	-02 09 19.3067	7490	4640	4690	B7IVe
* ψ02 Aqr	23 17 54.21372	-09 10 57.0675	8120	4260	4400	B5V
* ω Ori	05 39 11.14632	+04 07 17.2795	2360	4480	4590	B3Ve
* η Cen	14 35 30.42416	-42 09 28.1708	10670	2120	2310	B2Ve
* β Psc	23 03 52.61349	+03 49 12.1662	7990	4400	4520	B6Ve
HD 91120	10 30 59.83742	-13 35 18.4921	6240	5540	5580	B8/B9IV/V
* α Eri	01 37 42.84548	-57 14 12.3101	23390	300	460	B6Vpe
* f Car	08 46 42.54928	-56 46 11.1922	5390	4310	4490	B3Vne
* ϵ PsA	22 40 39.34075	-27 02 37.0157	6700	4086	4180	B8Ve
HD 41335	06 04 13.50144	-06 42 32.1775	2480	5140	5210	B2Vne
* α Col	05 39 38.94103	-34 04 26.7950	12480	2530	2650	B9Ve
* ψ01 Ori	05 24 44.82664	+01 50 47.2039	3140	4760	4960	B1Vpe
* 56 Eri	04 44 05.32090	-08 30 12.8425	670	5750	5810	B2Ve
* 228 Eri	04 29 06.92534	-13 02 54.1234	2150	5230	5410	B2V:ne
* η Tau	03 47 29.07655	+24 06 18.4883	8090	2780	2870	B7III
* ϵ Cap	21 37 04.83068	-19 27 57.6464	3090	4350	4550	B3V
* ζ Oph	16 37 09.53905	-10 34 01.5295	8910	2580	2560	O9.2IV
* z Pup	07 33 51.04374	-36 20 18.2110	2750	5370	5440	B2Vne
* υ Sgr	19 21 43.62284	-15 57 18.0625	1830	4710	4610	F2p
* 27 CMa	07 14 15.21192	-26 21 09.0312	1880	4450	4650	B3IIIe
* χ Oph	16 27 01.43499	-18 27 22.4938	6210	4710	4430	B2Vne
* λ Pav	18 52 13.03427	-62 11 15.3324	2280	4064	4207	B2Ve
* 23 Tau	03 46 19.57384	+23 56 54.0812	8580	4120	4180	B6IVe
* 105 Tau	05 07 55.43645	+21 42 17.3651	3020	6080	5920	B2Ve
* 31 Peg	22 21 31.07511	+12 12 18.6628	2010	4890	4990	B2IV-Ve

Tabela 3.1 - Tabela com o resultado da correspondência cruzada entre as estrelas Be do levantamento BEACON e as obtidas da busca no SIMBAD. Essas são as estrelas selecionadas para a continuação do trabalho.

3.1.1 Obtenção dos dados da missão IUE

Dados observacionais de diversas estrelas Be foram obtidos pela missão espacial IUE (*International Ultraviolet Explorer*). O satélite IUE foi fruto de uma colaboração entre a NASA, a ESA e o SERC (*United Kingdom's Science and Engineering Research Council*, hoje conhecido como *Particle Physics and Astronomy Research Council*, PPARC) em 1978. O satélite se manteve ativo por 18 anos, sendo desligado em 1996. Os dados dessa missão estão disponíveis online no *INES Archive Data Center* (http://sdc.cab.inta-csic.es/cgi-ines/IUEdbsMY), mantido pela ESA.

Nosso próximo passo foi fazer os *downloads* das observações IUE para cada uma das estrelas na Tabela 3.1. Os dados podem ser encontrados digitando o identificador (o "nome") da estrela no campo *Object ID* ou colocando suas coordenadas (em graus) nos campos *Position RA* e *DEC* no site do INES.

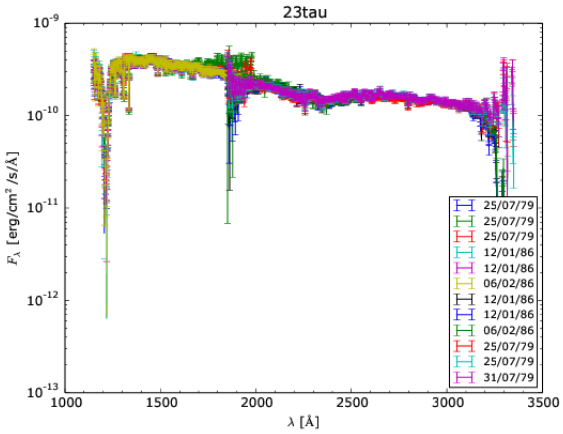
Realizamos esse processo duas vezes. Na primeira vez, baixamos apenas os dados *rebin*, de menor resolução. Para isso, basta selecionar a opção *Mark: Rebin* na tela com os dados observacionais da estrela. Para baixar os arquivos selecionados, basta clicar em *Retrieve Marked Data* e o *download* será realizado. O formato do arquivo pode ser escolhido na opção *Retrieval Format* como .tar.gz ou .zip. É importante lembrar de repetir esse processo para todas as páginas (se houver): as opções *Next/Previous Page* estão no inferior da tela. Em seguida, os arquivos foram separados em pastas (uma para cada estrela).

3.1.2 Estudo da Variabilidade

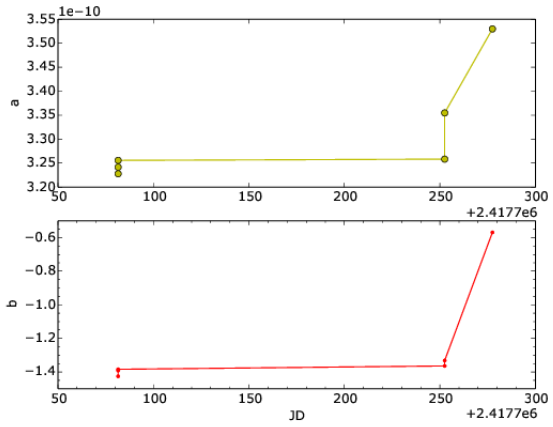
Como etapa prévia, geramos gráficos das SED's de cada uma das observações para cada estrela Be selecionada. A SED completa é uma combinação das SED's de cada observação feita pelo IUE. Para cada observação, foi ajustada uma função do tipo

$$f = a\left(\frac{\lambda}{\lambda_0}\right)^b. \tag{3.2}$$

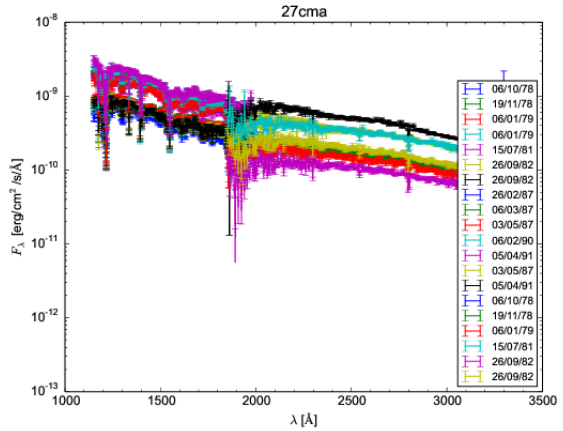
O parâmetro a nos fornece o nível do espectro (sua "altura") e o parâmetro b a sua inclinação. Esse ajuste nos permite verificar se a SED, ou seja, a emissão da estrela sofreu alguma variação durante os anos em que foi observada. Os parâmetros dos ajustes dessa função as SED's de 23 Tauri e 27 CMa estão graficados nas Figuras 3.1b e 3.1d.



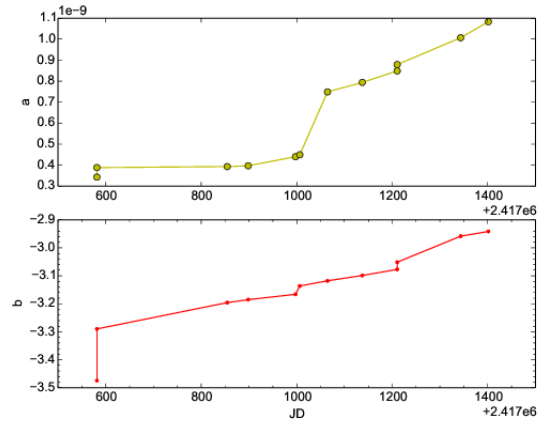
(a) SED completa para a estrela 23 Tauri.



(b) Parâmetros a e b encontrados para 23 Tauri.



(c) SED completa para a estrela 27 CMa.



(d) Parâmetros a e b encontrados para 27 CMa.

Figura 3.1: SED's e parâmetros variando no tempo obtidos para duas estrelas Be. Acima: 23 Tauri. Abaixo: 27 CMa.

Esta etapa permitiu visualizar quais estrelas podem ser consideradas estáveis e quais não. Isso é importante, pois caso uma estrela não apresente variabilidade significativa, não precisaremos separar os dados em períodos para realizar a modelagem da estrela com o código EMCEE.

Enquanto a classificação era feita, percebemos que algumas estrelas não se encaixavam bem em nenhuma das duas categorias. Percebemos que esse efeito não era natural da estrela, mas sim dos dados observacionais. O problema estava na aquisição dos dados das observações pelo INES. Quando foram baixados os dados da primeira vez, não tomamos o cuidado de selecionar apenas as observações feitas com um mesmo tipo de abertura. Assim,

dados tirados com telescópio com aberturas grandes de 10x20 arcsec ovais e de aberturas pequenas de 3 arcsec de diâmetro circular se misturaram. Corrigimos o erro baixando novamente os dados do `IUE` para todas as 35 estrelas, selecionando apenas as observações feitas com a abertura grande, na opção *Aperture*. Feito isso, graficamos novamente as `SED`'s das estrelas, resolvendo o problema das estrelas com variabilidade indefinida.

Com essas informações, podemos classificar as estrelas selecionadas em dois grupos: variáveis e não-variáveis. As variáveis seriam as estrelas que apresentam mudanças em sua `SED` completa, e as não-variáveis as que permanecem constantes. A estrela 27 CMa (Figura 3.1 a) apresenta claramente vários períodos diferentes de atividade, enquanto a estrela 23 Tauri se mostra aproximadamente constante nas observações, como podemos ver tanto dos gráficos das `SED`s quanto dos parâmetros. Assim, estrelas como 27 CMa foram classicadas como variáveis e estrelas como 23 Tauri, como não-variáveis. Na Tabela 3.1.2 temos a relação das estrelas variáveis e não-variáveis.

3.2 Método de determinação dos múltiplos parâmetros estelares

Em nosso método de determinação dos parâmetros estelares, utilizamos modelos HDUST baseados na grade de evolução estelar do grupo da Universidade de Geneva liderado por Sylvia Ekström (Georgy et al., 2013). Estes modelos são utilizados no código EMCEE de minimização de múltiplos parâmetros por `mcmc`, onde dados da missão `IUE`, as distâncias HIPPARCOS e medidas de $v \sin i$ (Levenhagen e Leister (2006); Challouf et al. (2015) e Nieva, M. Fernanda e Przybilla, Norbert (2014)) são utilizados na determinação dos parâmetros estelares.

3.2.1 Parâmetros estelares

Os parâmetros fundamentais para a modelagem de uma estrela Be são a massa estelar, o achatamento, a idade, a inclinação e o $E(B-V)$ (avermelhamento). Chamaremos estes parâmetros, a partir de agora, de p_1.

Variável	Não-variável
χ Oph	β CMi
ϵ Cap	η Cen
α Eri	d Lup
105 Tau	p Car
ζ Oph	ϵ PsA
28 Tau	η Psa
HD 184279	ψ01 Ori
17 Tau	η Tau
β Psc	λ Pav
f Car	56 Eri
π Aqr	23 Tau
HD 41335	α Col
ω Ori	120 Tau
o Pup	ψ02 Aqr
228 Eri	z Pup
31 Peg	HD 91120
27 CMa	
υ Sgr	
o Aqr	

Tabela 3.2 - Tabela com a classificação das 35 estrelas selecionadas em variáveis e não-variáveis de acordo com suas `SED`'s completas.

3.2.2 *Uso do* EMCEE

Inicialmente, fornecemos ao EMCEE os modelos estelares do HDUST, os dados observacionais da missão `IUE`, as distâncias do catálogo HIPPARCOS e as medidas de *vsini* da literatura. Como saída, o código nos dá o conjunto de parâmetros p_1.

Nesse procedimento, a determinação do avermelhamento interestelar é feita a partir da análise de uma característica de absorção larga presente na `SED` da estrela em 2175 $\mathring{A}$ chamada de *UV bump*. Essa correção do avermelhamento é importante pois afeta de forma significativa a determinação dos parâmetros fundamentais.

Essa correção é feita dentro do próprio código EMCEE, que avermelha o espectro até alcançar a estrutura do *bump*, determinando assim o valor de $E(B-V)$.

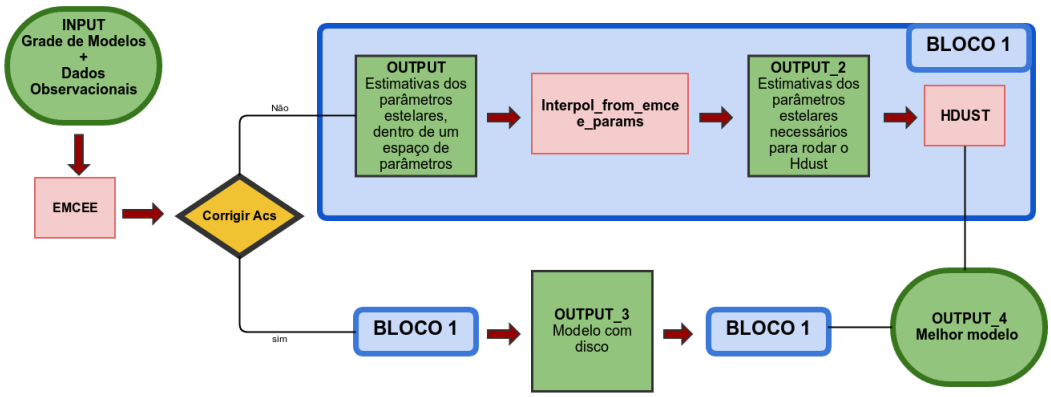


Figura 3.2: Fluxograma simplificado do procedimento completo.

Como estamos buscando por parâmetros estelares de estrelas Be, informações já bem determinadas na literatura podem nos ajudar a encontrá-los com maior facilidade. Os valores de v sin i constituem uma dessas informações. Fornecendo esses valores ao código, podemos restringir os valores das inclinações possíveis da estrela, bem como das massas.

Uma visão geral do procedimento completo é apresentada no fluxograma da Figura 3.2. Os parâmetros de entrada são a grade de modelos e os dados observacionais em `UV`. Incluímos agora valores da literatura de *vsini* e distâncias `Hipparcos`. O procedimento completo mostrado no fluxograma é utilizado quando modelamos estrelas levando em consideração o seu disco, o que não foi feito nessa parte de teste do método. O EMCEE então estima os melhores parâmetros para a estrela seguindo o que mostra o BLOCO 1.

Capítulo 4

Resultados e Análise

Na Seção 4.1, apresentamos os resultados obtidos para parte de nossa grade de estrelas. Na Seção 4.2, apresentamos uma análise dos resultados.

4.1 Notas Gerais sobre os Parâmetros Estelares Inferidos

Nesta etapa, estudamos algumas estrelas não variáveis selecionadas previamente (Tab. 3.1.2). A seguir, discutimos os resultados para cada uma das estrelas selecionadas. Para todos os casos estudados, a extinção interestelar, $E(B-V)$, foi bem determinada pelo método. Da mesma forma, houve uma boa determinação da massa e da idade, sendo esta última representada pela fração de hidrogênio no núcleo estelar, X_c. Chamamos aqui de "idade" o tempo de vida da estrela na Sequência Principal, que tem uma relação direta com o X_c dependendo do subtipo espectral da estrela estudada. A relação entre X_c e a idade da estrela pode ser vista na relação da Figura 4.1.

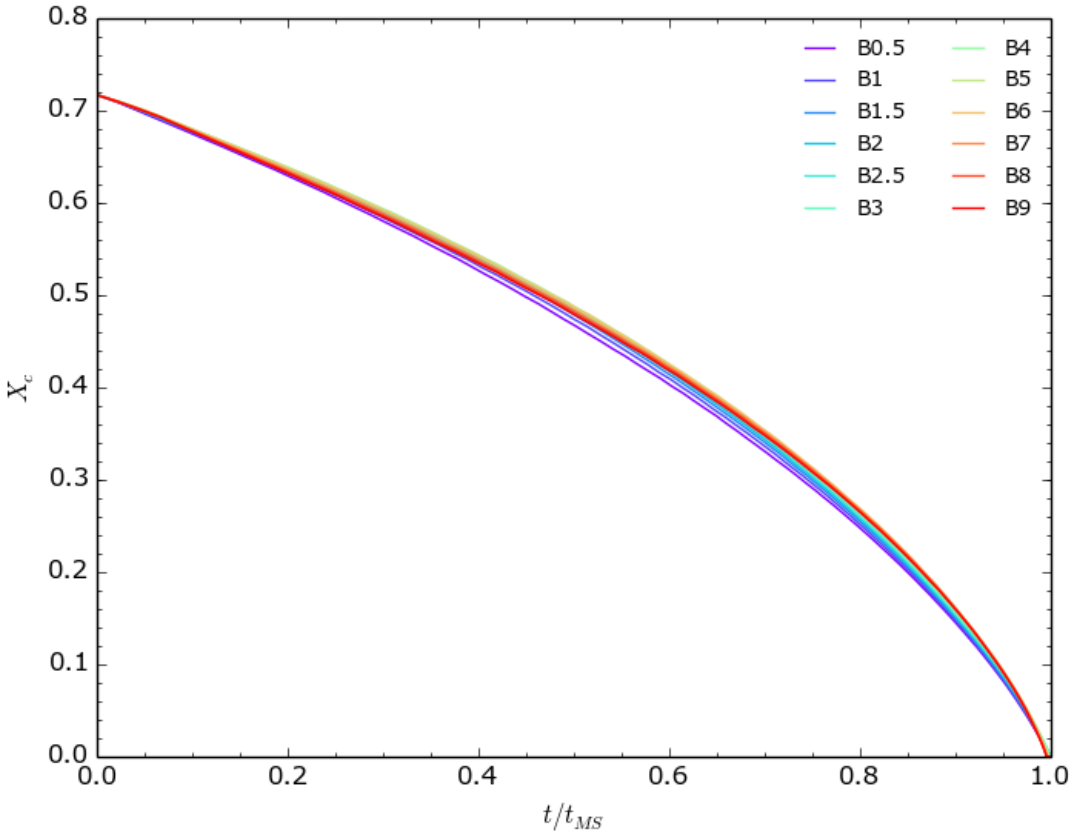


Figura 4.1: Esta figura mostra a relação entre o X_c e a idade em termos do tempo de vida na Sequência Principal. As diferentes cores representam os diferentes subtipos espectrais estudados.

Alguns dos resultados obtidos, para cada caso estudado, foram comparados com valores de referência.

4.1.1 β CMi

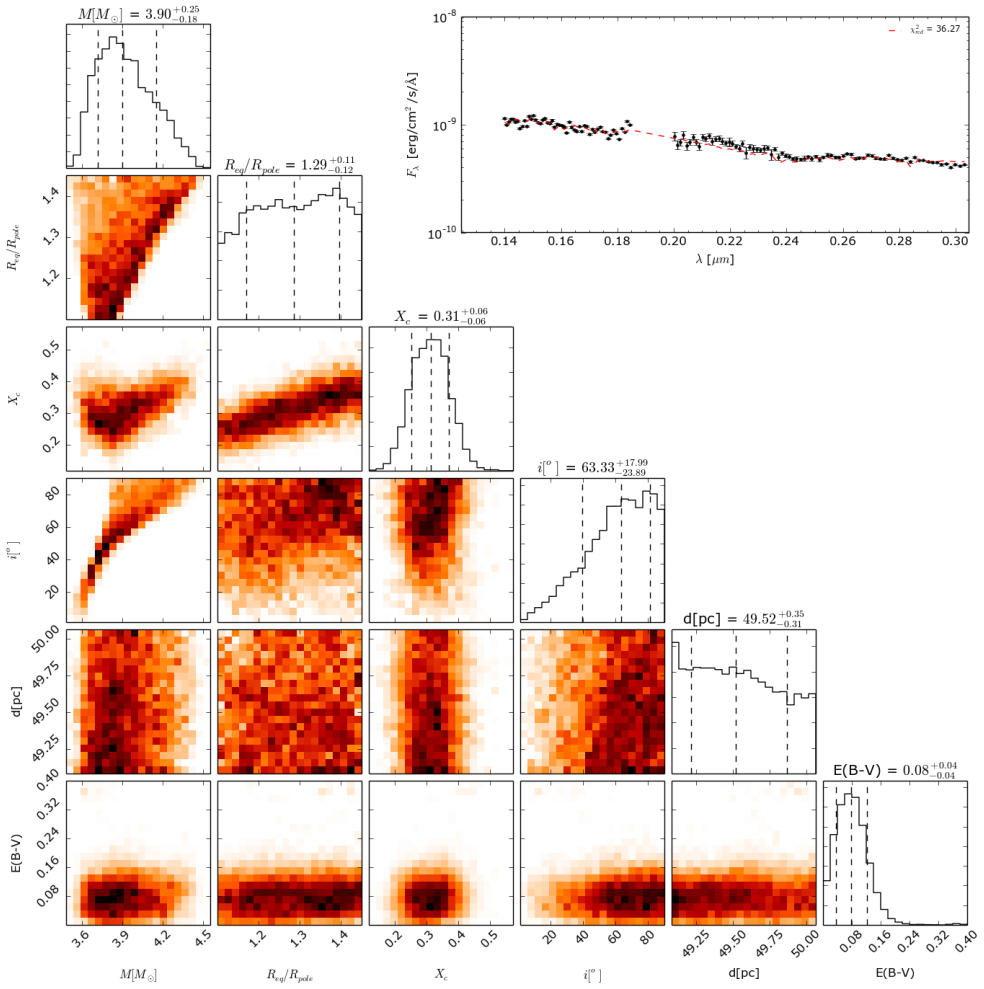


Figura 4.2: Resultado do método para a estrela β CMi. A janela, no canto superior direito, mostra uma média dos dados observacionais (pontos pretos), juntamente com o melhor modelo interpolado.

A estrela β CMi foi uma grande prova para o método, pois foi modelada recentemente por meio de uma análise multitécnica (Klement et al., 2015). O valor inferido para massa foi de $3.90^{+0.25}_{-0.18}\,M_\odot$, compatível com a massa de $3.50\,M_\odot$ de referência (Klement et al., 2015). A inclinação inferida foi de $63.33^{o}{}^{+17.99}_{-23.89}$, também compatível com os $43.00^{o}{}^{+3.00}_{-2.00}$ da referência. Além disso, o X_c está bem determinado.

4.1.2 α Columbae

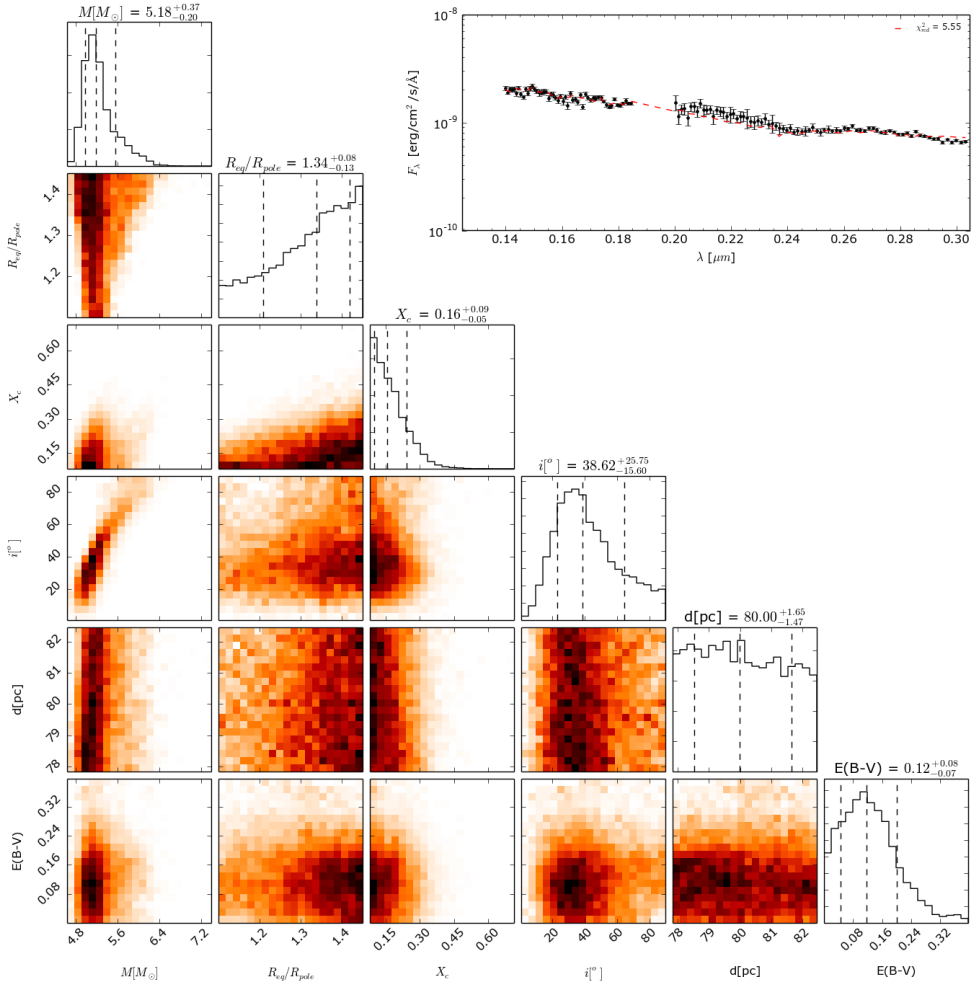


Figura 4.3: Resultado do método para a estrela α Columbae. A janela, no canto superior direito, mostra uma média dos dados observacionais (pontos pretos), juntamente com o melhor modelo interpolado.

α Columbae é uma estrela que está saindo da Sequência Principal. Esta estrela apresenta uma inclinação de $38.62^{o}{}^{+25.75}_{-15.60}$ compatível com o valor de referência de $35.0^{o} \pm 5.0^{o}$ (Meilland et al., 2012).

4.1.3 η Tauri

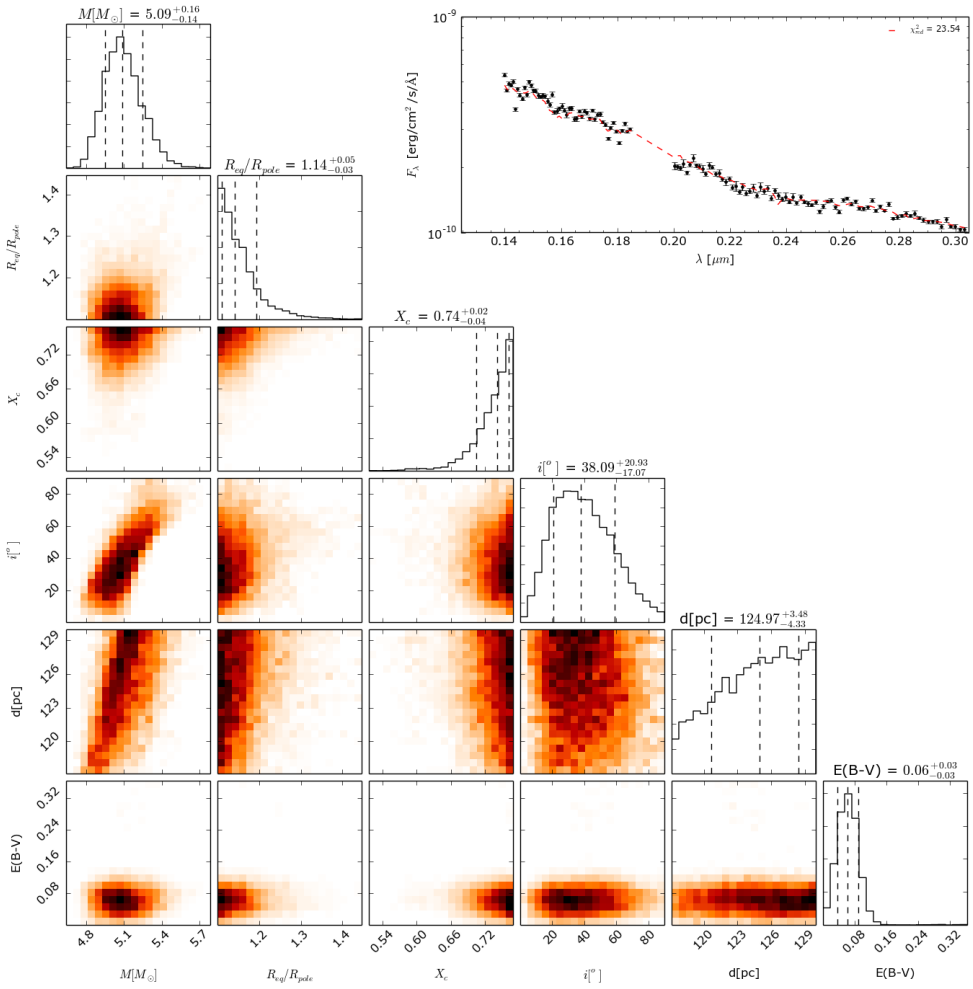


Figura 4.4: Resultado do método para a estrela η Tauri. A janela, no canto superior direito, mostra uma média dos dados observacionais (pontos pretos), juntamente com o melhor modelo interpolado.

A Figura 4.4 apresenta os parâmetros inferidos para a estrela η Tauri. Trata-se de uma estrela que está no começo da Sequência Principal. Sua inclinação, $38.09^{o}{}^{+20.93}_{-17.07}$, é compatível com o valor apresentado por Tycner et al. (2005), $41.1^{o} \pm 7.0^{o}$, porém diverge dos valor estimado por Quirrenbach et al. (1997), $11.5^{o} \pm 17.3^{o}$.

4.1.4 δ Scorpii

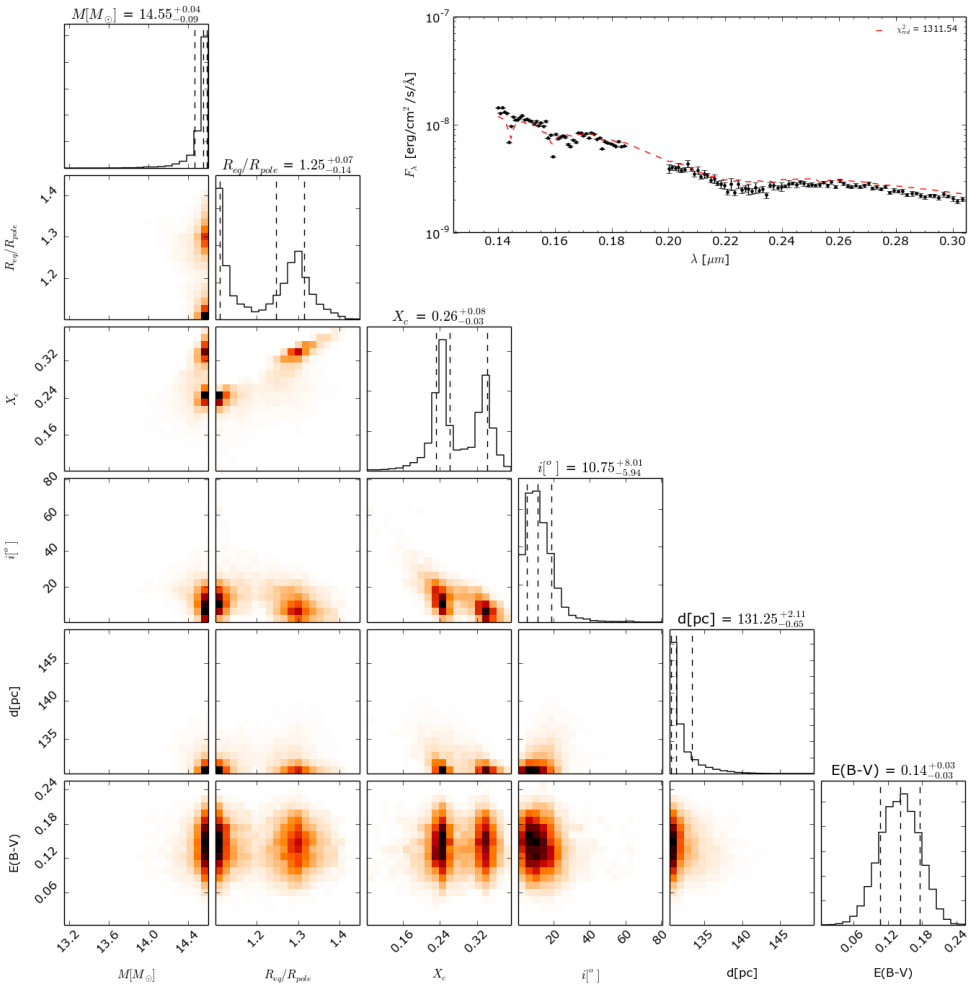


Figura 4.5: Resultado do método para a estrela δ Scorpii. A janela, no canto superior direito, mostra uma média dos dados observacionais (pontos pretos), juntamente com o melhor modelo interpolado.

A Figura 4.5 mostra os resultados obtidos para a estrela δ Scorpii. Os resultados são compatíveis com os valores de referência (Carciofi et al., 2006). Por exemplo, a massa inferida pelo método, $14.55^{+0.04}_{-0.09}\,\mathrm{M}_\odot$, está bem próxima do valor do melhor modelo obtido por Carciofi et al., 2006, $14\,\mathrm{M}_\odot$. Em relação à inclinação, o valor inferido, $10.75^{\mathrm{o}+8.01}_{-5.94}$, não é compatível com o valor de referência, $38^\mathrm{o} \pm 5^\mathrm{o}$. Um ponto a ser destacado é a característica bimodal das funções de densidade de probabilidade do achatamento ($R_\mathrm{eq}/R_\mathrm{pole}$) e da fração de hidrogênio no núcleo (X_c). Esta curiosa característica bimodal do X_c indica duas possibilidades de idade para esta estrela e, portanto, diferentes possíveis taxas de rotação que estão relacionadas a valores distintos de achatamento.

4.1.5 α Arae

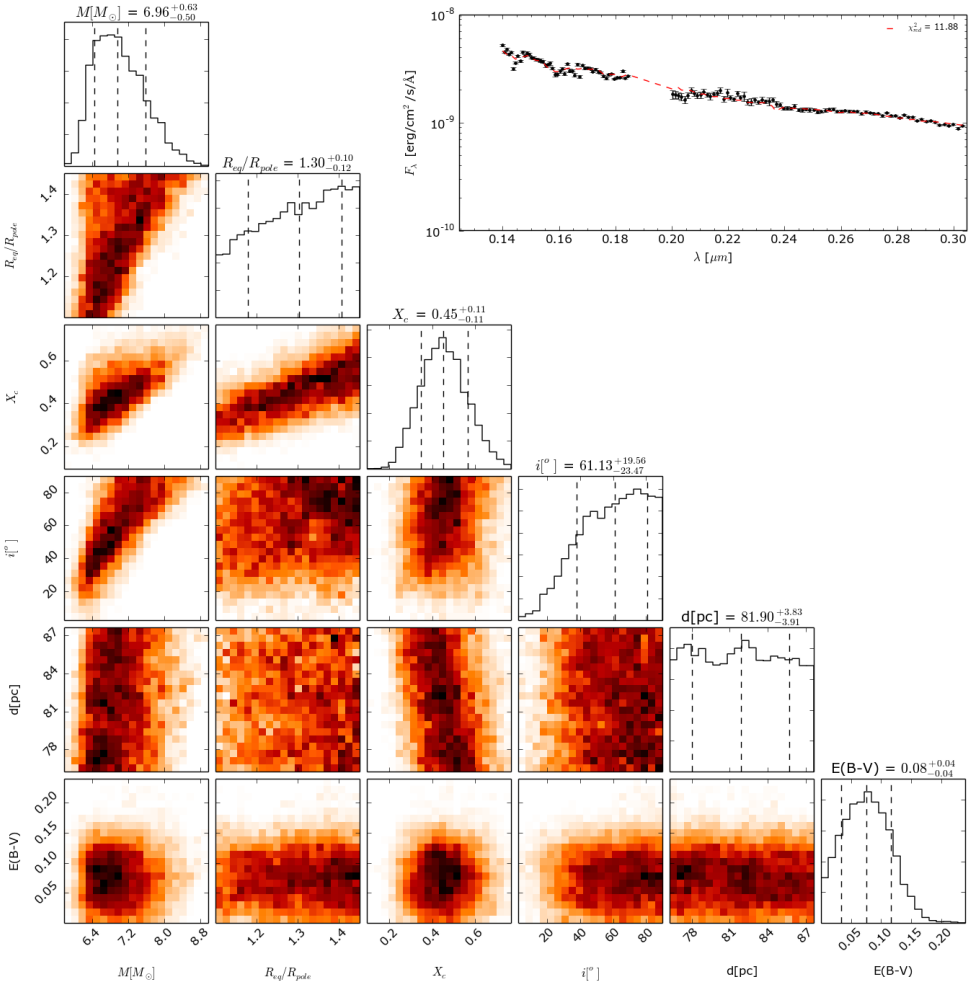


Figura 4.6: Resultado do método para a estrela α Arae. A janela, no canto superior direito, mostra uma média dos dados observacionais (pontos pretos), juntamente com o melhor modelo interpolado.

Dentre as estrelas estudadas, α Arae foi a que apresentou maior divergência com valores de literatura (Meilland et al., 2007). O valor inferido para massa foi de $6.96^{+0.63}_{-0.50}\,M_\odot$, incompatível com o de literatura, $9.6\,M_\odot$. A inclinação inferida foi de $61.13^o{}^{+19.56}_{-23.47}$ que é compatível com os $65.8^o \pm 11.7^o$ determinado através de métodos interferométricos por Meilland et al. (2009). Fora isso, verificamos que a "idade", a qual está relacionada com o X_c, indica que esta estrela se encontra na metade da Sequência Principal.

4.1.6 β Monoceros

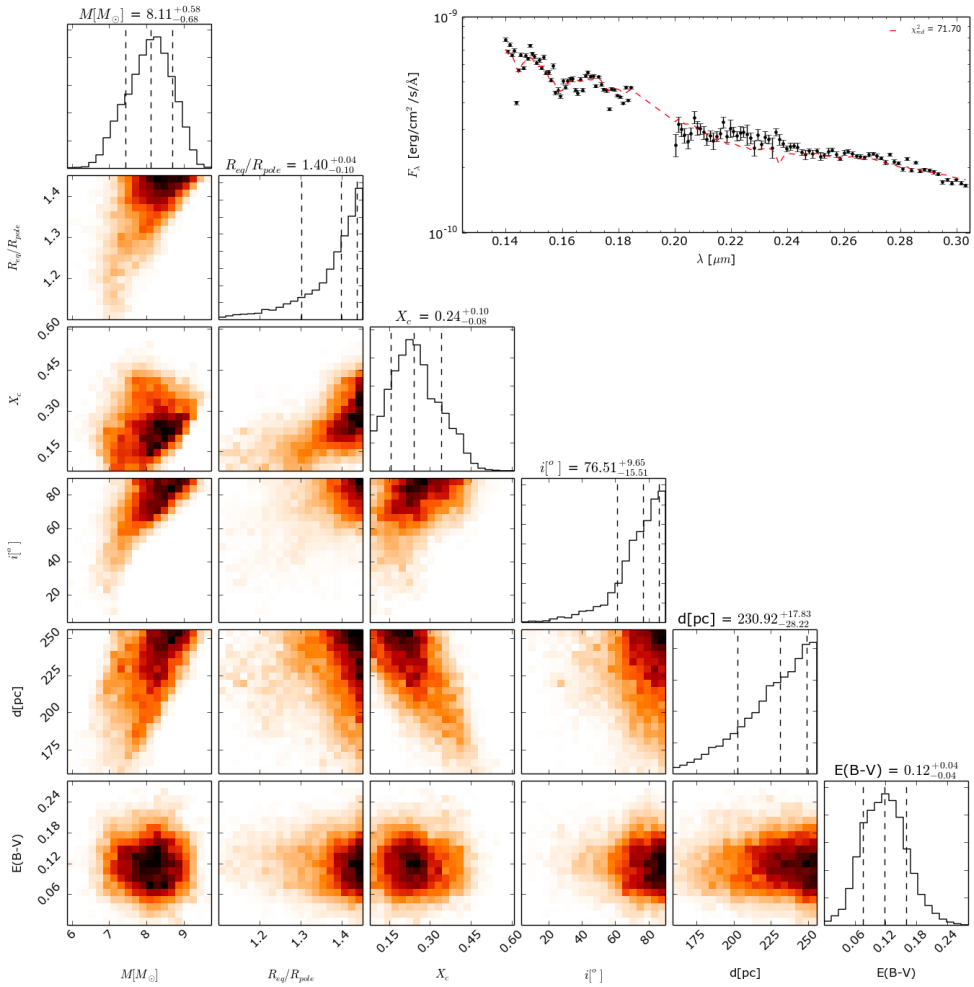


Figura 4.7: Resultado do método para a estrela β Monoceros. A janela, no canto superior direito, mostra uma média dos dados observacionais (pontos pretos), juntamente com o melhor modelo interpolado.

Não foram encontrados muitos valores de referência para os parâmetros desta estrela. Entretanto, alguns pontos devem ser destacados em relação aos parâmetros inferidos. Seu achatamento é bem elevado, $1.40^{+0.25}_{-0.18}$, revelando que se trata de uma estrela com velocidade equatorial de rotação próxima da velocidade crítica, $v_{\rm crit}$. Sua idade, X_c, indica que ela já se aproxima do final da Sequência Principal, e sua inclinação mostra que é uma *shell star*, confirmando dados de literatura [1].

[1] `http://www.alcyone.de/SIT/mainstars/SIT000607.htm`

4.1.7 48 Librae

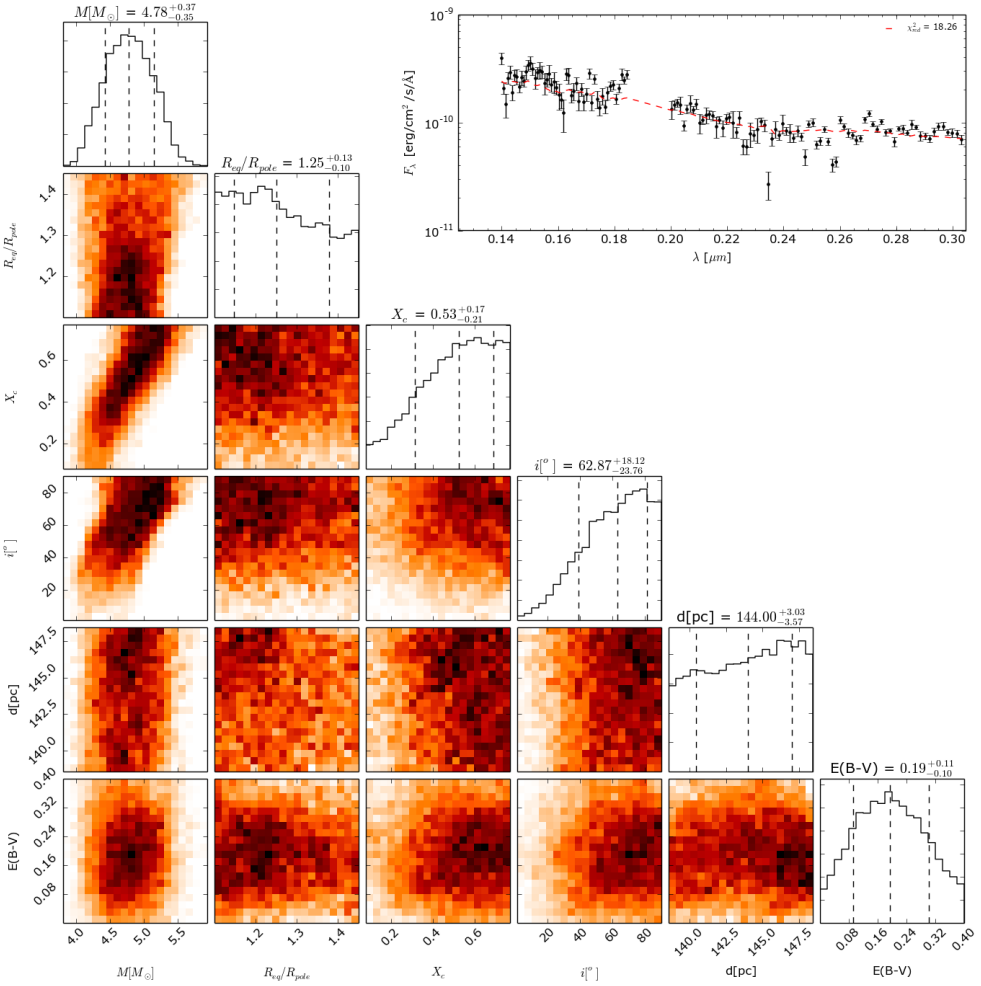


Figura 4.8: Resultado do método para a estrela 48 Librae. A janela, no canto superior direito, mostra uma média dos dados observacionais (pontos pretos), juntamente com o melhor modelo interpolado.

Os resultados mostram que 48 Librae é uma estrela que está entrando da Sequência Principal. Como a taxa de rotação aumenta conforme a estrela envelhece na Sequência Principal, seu achatamento não deve ser tão pronunciado. Este aspecto é verificado na função de densidade de probabilidade do achatamento.

4.1.8 μ Centauri

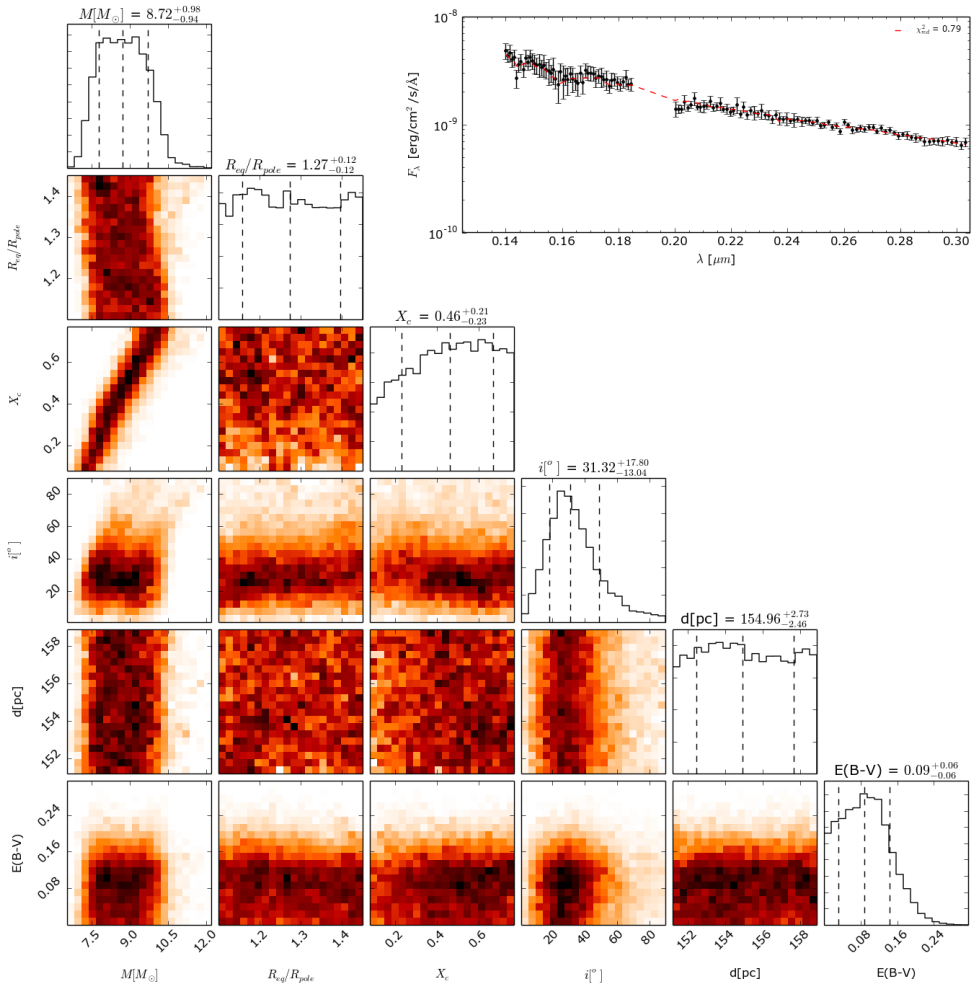


Figura 4.9: Resultado do método para a estrela μ Centauri. A janela, no canto superior direito, mostra uma média dos dados observacionais (pontos pretos), juntamente com o melhor modelo interpolado.

Esta estrela apresentou um inclinação compatível com os $25^o \pm 5^o$ determinados interferometricamente (Meilland et al., 2012). Fora a inclinação, apenas a massa e a extinção interestelar foram bem determinadas. O fato da idade não ser bem determinada, pode ser devido aos erros serem elevados na região do UV médio.

4.1.9 o Cassiopeiae

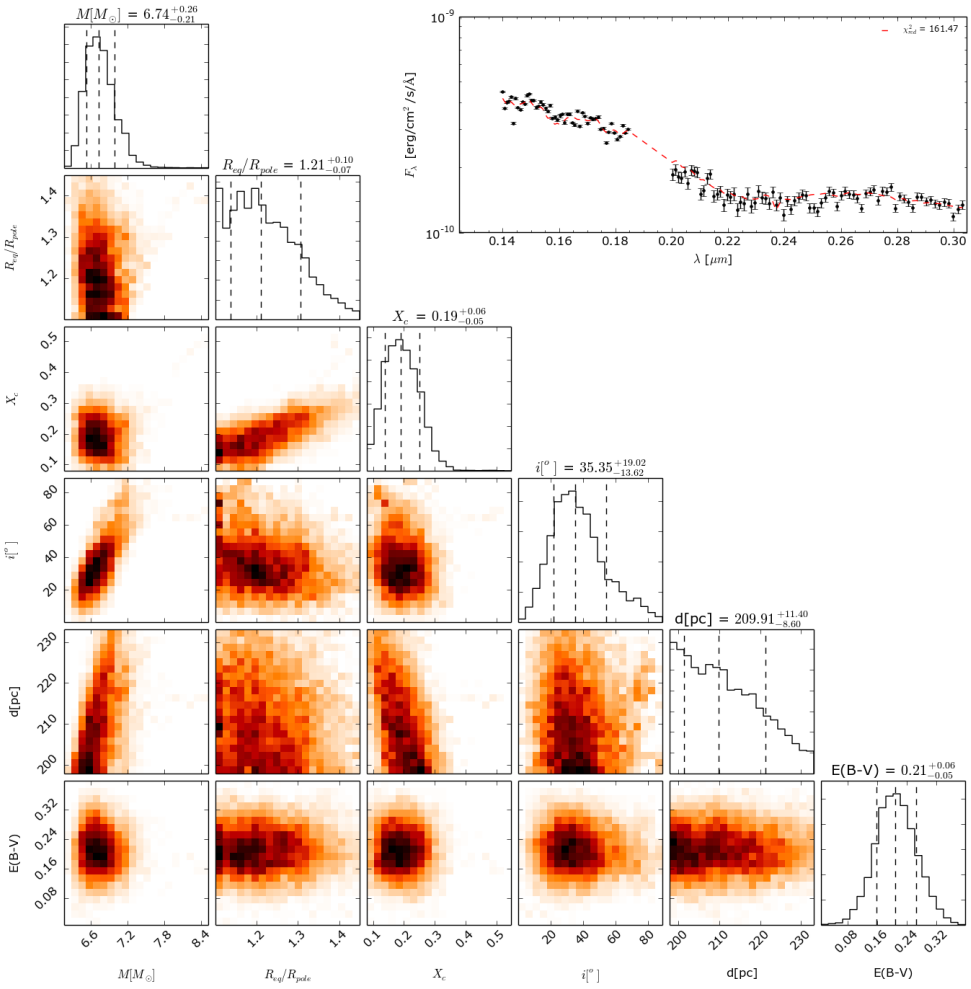


Figura 4.10: Resultado do método para a estrela *o* Cassiopeiae. A janela, no canto superior direito, mostra uma média dos dados observacionais (pontos pretos), juntamente com o melhor modelo interpolado.

o Cassiopeiae é caso de uma estrela Be que está no final da Sequência Principal, porém apresentando um achatamento não tão pronunciado. Sua inclinação é compatível com os valores de referência ($54.3^o \pm 7.1$ - (Touhami et al., 2013); $45.6^o \pm 11.2$ - (Koubský et al., 2010))

4.2 Análise

O método se mostrou eficiente na determinação dos parâmetros estelares das estrelas estudadas. A implementação do cálculo da extinção interestelar, E(B-V), foi essencial para uma boa determinação da massa estelar e dos parâmetros que podemos interpolar a partir dela.

Em geral, os resultados mostraram que a massa e a idade (X_c) foram bem determinadas. Isso é esperado tendo-se em vista que a idade relaciona-se com o raio e a massa com o subtipo espectral. Raio e massa, por sua vez, estão associados a uma certa luminosidade. Desta forma, a determinação do par massa-idade significa vínculos para para o raio e a luminosidade.

Num estudo prévio, não apresentado aqui, aplicamos o método sem a correção do $v \sin i$ (Seç. 3.2.2). Os resultados obtidos apresentaram uma grande degenerescência na inclinação, no achatamento, massas e idades determinadas, porém com incertezas maiores que as obtidas após a inclusão da restrição do $v \sin i$. Portanto, esta restrição agiu favorecendo os modelos mais prováveis. Isto fez a massa ser melhor determinada, bem como a inclinação e o achatamento.

Capítulo 5

Conclusões

Concluímos que o método apresentado para a determinação dos parâmetros estelares de estrelas Be se prova bastante promissor. Para a maioria das estrelas testadas nesse trabalho, o método obteve valores bem determinados de massa e de idade (X_c). Com estas quantidades determinadas, o raio e a luminosidade das estrelas também puderam ser inferidos pelo método.

A correção da extinção interestelar, $E(B-V)$, e o uso de valores conhecidos e bem determinados de $v \sin i$ se provaram de grande ajuda na obtenção de melhores modelos para as estrelas estudadas.

O método desenvolvido foi capaz de encontrar parâmetros dentro do esperado por métodos multitécnicas recentes, o que é bastante significativo, visto que utilizamos apenas observações na faixa do ultravioleta (da missão `IUE`), valores conhecidos de $v \sin i$ e modelos fotosféricos evolutivos que levam em consideração a rotação.

No futuro essa ferramenta auxiliará na modelagem de estrelas Be, facilitando a determinação dos parâmetros estelares. Poderemos utilizar esse método levando em consideração o disco circunstelar da estrela, inferindo também parâmetros relacionados a ele.

Referências Bibliográficas

Bjorkman J. E., Carciofi A. C., NLTE Monte Carlo Models of the Polarization of Circumstellar Disks. In Astronomical Polarimetry: Current Status and Future Directions , vol. 343 of Astronomical Society of the Pacific Conference Series, 2005, p. 270

Carciofi A. C., Bjorkman J. E., Otero S. A., Okazaki A. T., Štefl S., Rivinius T., Baade D., Haubois X., The First Determination of the Viscosity Parameter in the Circumstellar Disk of a Be Star, apjl, 2012, vol. 744, p. L15

Carciofi A. C., Miroshnichenko A. S., Kusakin A. V., Bjorkman J. E., Bjorkman K. S., Marang F., Kuratov K. S., García-Lario P., Calderón J. V. P., Fabregat J., Magalhães A. M., Properties of the δ Scorpii Circumstellar Disk from Continuum Modeling, apj, 2006, vol. 652, p. 1617

Carciofi A. C., Okazaki A. T., Le Bouquin J.-B., Štefl S., Rivinius T., Baade D., Bjorkman J. E., Hummel C. A., Cyclic variability of the circumstellar disk of the Be star ζ Tauri. II. Testing the 2D global disk oscillation model, aap, 2009, vol. 504, p. 915

Challouf M., Nardetto N., Domiciano de Souza A., Mourard D., Aroui H., Stee P., Delaa O., Graczyk D., Pietrzyński G., Gieren W., Theoretical impact of fast rotation on calibrating the surface brightness-color relation for early-type stars, A&A, 2015, vol. 579, p. A107

Collins II G. W., Continuum Emission from a Rapidly Rotating Stellar Atmosphere., ApJ, 1963, vol. 138, p. 1134

Domiciano de Souza A., Carciofi A. C., Grid of Supergiant B[e] Models from HDUST Radiative Transfer. In Circumstellar Dynamics at High Resolution , vol. 464 of Astronomical Society of the Pacific Conference Series, 2012, p. 149

Domiciano de Souza A., Kervella P., Moser Faes D., Dalla Vedova G., Mérand A., Le Bouquin J.-B., Espinosa Lara F., Rieutord M., Bendjoya P., Carciofi A. C., Hadjara M., Millour F., Vakili F., The environment of the fast rotating star Achernar. III. Photospheric parameters revealed by the VLTI, A&A, 2014, vol. 569, p. A10

Foreman-Mackey D., Hogg D. W., Lang D., Goodman J., emcee: The MCMC Hammer, PASP, 2013, vol. 125, p. 306

Georgy C., Ekström S., Granada A., Meynet G., Mowlavi N., Eggenberger P., Maeder A., Populations of rotating stars. I. Models from 1.7 to 15 M_{sun} at Z = 0.014, 0.006, and 0.002 with Ω/Ω_{crit} between 0 and 1, A&A, 2013, vol. 553, p. A24

Haubois X., Carciofi A. C., Rivinius T., Okazaki A. T., Bjorkman J. E., Dynamical Evolution of Viscous Disks around Be Stars. I. Photometry, apj, 2012, vol. 756, p. 156

Klement R., Carciofi A. C., Rivinius T., Panoglou D., Vieira R. G., Bjorkman J. E., Štefl S., Tycner C., Faes D. M., Korčáková D., Müller A., Zavala R. T., Curé M., Multitechnique testing of the viscous decretion disk model I. The stable and tenuous disk of the late-type Be star β CMi, ArXiv e-prints, 2015

Koubský P., Hummel C. A., Harmanec P., Tycner C., van Leeuwen F., Yang S., Šlechta M., Božić H., Zavala R. T., Ruždjak D., Sudar D., Properties and nature of Be stars. 28. Implications of systematic observations for the nature of the multiple system with the Be star o Cassiopeæ and its circumstellar environment, A&A, 2010, vol. 517, p. A24

Lee R. W., ed., 1991 A review of spectral line broadening relevant to hot dense plasmas

Levenhagen R. S., Leister N. V., Spectroscopic analysis of southern B and Be stars, MNRAS, 2006, vol. 371, p. 252

Meilland A., Millour F., Kanaan S., Stee P., Petrov R., Hofmann K.-H., Natta A., Perraut K., First spectro-interferometric survey of Be stars. I. Observations and constraints on the disk geometry and kinematics, A&A, 2012, vol. 538, p. A110

Meilland A., Stee P., Chesneau O., Jones C., VLTI/MIDI observations of 7 classical Be stars, aap, 2009, vol. 505, p. 687

Meilland A., Stee P., Vannier M., Millour F., Domiciano de Souza A., Malbet F., Martayan C., Paresce F., Petrov R. G., Richichi A., Spang A., First direct detection of a Keplerian rotating disk around the Be star α Arae using AMBER/VLTI, aap, 2007, vol. 464, p. 59

Ng L., Manipulation of particles on optical waveguides, 2000

Nieva, M. Fernanda Przybilla, Norbert Fundamental properties of nearby single early B-type stars*, A&A, 2014, vol. 566, p. A7

Okazaki A. T., Viscous Transonic Decretion in Disks of Be Stars, pasj, 2001, vol. 53, p. 119

Porter J. M., On outflowing viscous disc models for Be stars, aap, 1999, vol. 348, p. 512

Pringle J. E., Accretion discs in astrophysics, araa, 1981, vol. 19, p. 137

Quirrenbach A., Bjorkman K. S., Bjorkman J. E., Hummel C. A., Buscher D. F., Armstrong J. T., Mozurkewich D., Elias II N. M., Babler B. L., Constraints on the Geometry of Circumstellar Envelopes: Optical Interferometric and Spectropolarimetric Observations of Seven Be Stars, ApJ, 1997, vol. 479, p. 477

Rivinius T., Carciofi A. C., Martayan C., Classical Be stars. Rapidly rotating B stars with viscous Keplerian decretion disks, aapr, 2013, vol. 21, p. 69

Touhami Y., Gies D. R., Schaefer G. H., McAlister H. A., Ridgway S. T., Richardson N. D., Matson R., Grundstrom E. D., ten Brummelaar T. A., Goldfinger P. J., Sturmann L., Sturmann J., Turner N. H., Farrington C., A CHARA Array Survey of Circumstellar Disks around Nearby Be-type Stars, ApJ, 2013, vol. 768, p. 128

Townsend R. H. D., Owocki S. P., Howarth I. D., Be-star rotation: how close to critical?, mnras, 2004, vol. 350, p. 189

Tycner C., Jones C. E., Sigut T. A. A., Schmitt H. R., Benson J. A., Hutter D. J., Zavala R. T., Constraining the Physical Parameters of the Circumstellar Disk of χ Ophiuchi, apj, 2008, vol. 689, p. 461

Tycner C., Lester J. B., Hajian A. R., Armstrong J. T., Benson J. A., Gilbreath G. C., Hutter D. J., Pauls T. A., White N. M., Properties of the Hα-emitting Circumstellar Regions of Be Stars, ApJ, 2005, vol. 624, p. 359

Vieira R. G., Carciofi A. C., Bjorkman J. E., The pseudo-photosphere model for the continuum emission of gaseous discs, MNRAS, 2015, vol. 454, p. 2107

Wheelwright H. E., Bjorkman J. E., Oudmaijer R. D., Carciofi A. C., Bjorkman K. S., Porter J. M., Probing the properties of Be star discs with spectroastrometry and NLTE radiative transfer modelling: β CMi, mnras, 2012, vol. 423, p. L11

Wood K., Bjorkman K. S., Bjorkman J. E., Deriving the Geometry of Be Star Circumstellar Envelopes from Continuum Spectropolarimetry. I. The Case of ζ Tauri, apj, 1997, vol. 477, p. 926