

Universidade de São Paulo  
Instituto de Astronomia, Geofísica e Ciências Atmosféricas  
Departamento de Astronomia

Cibele de Aquino

# **Lentes gravitacionais na área HectoMap**

São Paulo

2024



Cibele de Aquino

# Lentes gravitacionais na área HectoMap

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado ao Instituto de Astronomia, Geofísica e Ciências Atmosféricas da Universidade de São Paulo como requisito parcial para a obtenção do título de Bacharel em Astronomia.

Vertente: Pesquisa Básica

Orientador: Prof. Dr. Eduardo Serra Cypriano

São Paulo

2024



# Agradecimentos

À minha família, pelo incentivo, educação e pelas condições que me permitiram alcançar tudo que já alcancei até hoje;

Aos meus colegas, pelos conselhos e encorajamentos, além de momentos de descontração e diversão que deixaram minha trajetória na graduação mais leve;

Ao meu orientador, Prof. Dr. Eduardo Serra Cypriano, pela orientação, apoio e confiança ao longo de todo o projeto.



# Resumo

A propagação dos raios de luz de uma fonte distante até o observador é regida pelo campo gravitacional das heterogeneidades locais, bem como pela geometria global do universo (Schneider et al. [1992]). Conseqüentemente, as imagens das fontes de fundo carregam marcas do chamado lenteamento gravitacional causado por estruturas cósmicas intervenientes. Observações dos fenômenos de lentes gravitacionais podem, portanto, ser usados para estudar a distribuição de massa de objetos cósmicos dominados por matéria escura e para testar modelos de formação de estrutura cósmica (Blandford e Narayan [1992]).

Neste projeto realizamos estudos dirigidos sobre o fenômeno das lentes gravitacionais fracas na região HectoMap, uma faixa do céu com declinação entre  $+42^\circ$  e  $+44^\circ$  graus e ascensão reta entre 13.5h e 16.5h, a qual apresenta aglomerados catalogados pelo levantamento *Hyper Supreme Cam* (HSC). Utilizando dados públicos do HSC, empregamos o método de empilhamento de lentes gravitacionais e aplicamos aos nossos dados dois perfis de distribuição de matéria: o da *Esfera Isotérmica Singular* (EIS) e o *Navarro-Frenck-White* (NFW). Ajustando esses dois modelos aos nossos dados, estimamos a massa média de um conjunto de 234 aglomerados e encontramos uma massa virial de  $M_{200} = (7.81 \pm 3.08)10^{14} M_\odot$  pelo ajuste NFW e de  $M_{200} = (1.01 \pm 2.76)10^{15} M_\odot$  pelo ajuste EIS. Além disso, calculamos as massas viriais médias para 8 subconjuntos de aglomerados, divididos em intervalos de *redshift* e riqueza, considerando tanto o modelo NFW quanto o EIS, e não conseguimos encontrar uma correlação linear significativa entre a massa dos aglomerados e esses dois parâmetros. Por fim, constatamos que o modelo EIS superestima a massa presente nos halos dos aglomerados em comparação com o modelo NFW.





# Abstract

The propagation of light rays from a distant source to the observer is governed by the gravitational field of local heterogeneities, as well as by the global geometry of the universe (Schneider et al. [1992]). Consequently, images from background sources bear marks of the so-called gravitational lensing caused by intervening cosmic structures. Observations of gravitational lensing phenomena can therefore be used to study the mass distribution of cosmic objects dominated by dark matter and to test cosmic structure formation models (Blandford e Narayan [1992]).

In this project we carried out research related to weak gravitational lensing techniques in the HectoMap region, a strip of the sky of declination between +42 and +44 degrees and right ascension between 13.5h and 16.5h, whose clusters have been cataloged by the *Hyper Supreme Cam* (HSC) survey. Using public data from the HSC survey, we employed the gravitational lens stacking method and fitted two matter distribution profiles to our data: the *Singular Isothermal Sphere* (SIS) and the *Navarro-Frenck-White* (NFW). Having fitted these two models to our data, we estimated the average mass of a stack of 234 clusters and obtained a virial mass of  $M_{200} = (7.81 \pm 3.08)10^{14}M_{\odot}$  for the NFW model and  $M_{200} = (1.01 \pm 2.76)10^{15}M_{\odot}$  for the SIS model. Furthermore, we calculated the average virial masses for 8 subsets of clusters, divided into redshift and richness bins, considering both the NFW and the SIS models, and we were unable to find a significant linear correlation between the clusters' mass and these two parameters. Finally, we found that the SIS model overestimates the total mass present in cluster halos compared to the NFW model.



# Sumário

1. <i>Introdução</i> . . . . .	11
1.1 Lentes gravitacionais fracas . . . . .	11
1.2 Cisalhamento tangencial e cruzado . . . . .	13
1.3 Determinação de massa via cisalhamento tangencial . . . . .	14
1.3.1 Modelo EIS . . . . .	15
1.3.2 Modelo NFW . . . . .	15
1.4 Objetivos . . . . .	17
2. <i>Dados e Metodologia</i> . . . . .	19
2.1 Catálogos . . . . .	19
2.2 Empilhamento de lentes . . . . .	20
3. <i>Resultados e Análise</i> . . . . .	23
3.1 Perfis radiais de excesso de densidade de massa superficial $\Delta\Sigma$ . . . . .	23
3.2 Estimativa da massa dos conjuntos de aglomerados . . . . .	26
4. <i>Conclusões</i> . . . . .	29
<i>Referências</i> . . . . .	31



## Introdução

### 1.1 Lentes gravitacionais fracas

O efeito de lentes gravitacionais está relacionado ao desvio da trajetória de um feixe de luz, devido à curvatura de tempo e espaço causada pela presença de um corpo massivo próximo ao caminho óptico. Considerando a situação ilustrada na Figura 1.1, temos um feixe de luz proveniente de uma fonte distante (S) que se propaga de uma posição  $\eta$  no plano da fonte até o observador (O), passando pela posição  $\xi$  no plano da lente, onde a luz é defletida por um ângulo  $\hat{\alpha}$ . Aqui, os planos da fonte e da lente são definidos como planos perpendiculares ao eixo óptico nas posições da fonte e da lente, respectivamente. O ângulo entre o eixo óptico e a posição da fonte não lenteada (S) é  $\beta$ , e o ângulo entre o eixo óptico e a imagem (I) é  $\theta$ . As distâncias de diâmetro angular entre o observador e a lente, entre o observador e a fonte, e entre a lente e a fonte são denotadas por  $D_l$ ,  $D_s$  e  $D_{ls}$ , respectivamente.

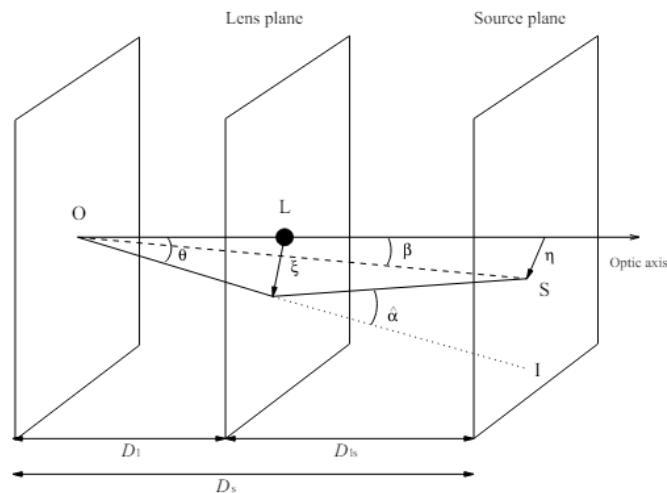


Figura 1.1: Ilustração de um sistema de lente típico. Fonte: Umetsu [2020]

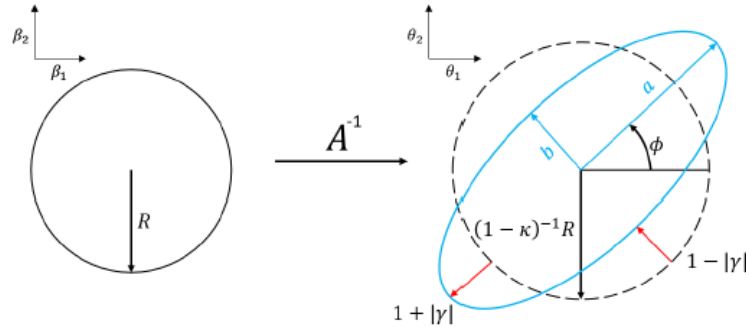
A distorção sofrida pela luz sempre se dá no sentido de alongar as imagens na direção perpendicular à linha que une o objeto (fonte) ao centro da lente. Essa transformação pode ser parametrizada por uma relação entre as posições angulares da fonte  $\beta$  e da imagem  $\theta$  a partir da matriz  $A$ :

$$A = \frac{\partial \beta}{\partial \theta} = \begin{pmatrix} 1 - \kappa - \gamma_1 & -\gamma_2 \\ -\gamma_2 & 1 - \kappa + \gamma_1 \end{pmatrix} = (1 - \kappa) \begin{pmatrix} 1 - g_1 & -g_2 \\ -g_2 & 1 + g_1 \end{pmatrix}. \quad (1.1)$$

Como pode sr visto acima, a matriz  $A$  também é definida em função de outras duas componentes, a convergência  $\kappa$  e o cisalhamento  $\gamma$ . A convergência, fisicamente, corresponde à densidade projetada de massa da lente em unidades da chamada densidade crítica:

$$\Sigma_{crit} = \frac{c^2}{4\pi G} \frac{D_s}{D_l D_{ls}}. \quad (1.2)$$

O efeito da convergência sobre a imagem de uma galáxia é um aumento (ou diminuição) isotrópico de sua área total, como ilustrado na Figura 1.2.



*Figura 1.2:* Ilustração do efeito de lentes gravitacionais fracas sobre uma imagem perfeitamente circular de uma fonte. Na imagem da esquerda temos uma fonte circular que é transformada pelo efeito de lentes gravitacionais fracas, na imagem da direita. A componente isotrópica da transformação se deve à convergência ( $\kappa$ ), fisicamente associada à densidade projetada de massa da lente. A componente anisotrópica, que deforma a imagem circular em uma elíptica, é causada pelo cisalhamento ( $\gamma$ ), que surge das derivadas segundas do potencial efetivo da lente. Imagem obtida de Costa, L. V. (2023). Métodos de medição de forma de galáxias livre da PSF para o levantamento J-PAS.

Já o cisalhamento tem duas componentes,  $\gamma_1$  e  $\gamma_2$ , e é frequentemente descrito em notação complexa:  $\gamma = \gamma_1 + i\gamma_2 = |\gamma|(\cos 2\theta + i \sin 2\theta)$ , onde  $\theta$  é o ângulo de posição do

semi-eixo maior da imagem (Figura 1.2). Nota-se que, como a dependência angular do cisalhamento é com  $2\theta$ , este não se comporta como um vetor e sim como um tensor de spin 2, sendo invariante por rotações de 180 graus. Do mesmo modo,  $g_i = \gamma_i/(1 - \kappa)$  é o chamado cisalhamento reduzido e está diretamente relacionado com a distorção ou elipticidade observável das imagens produzidas pela lente gravitacional (Figura 1.2).

No regime de lentes fracas essa distorção é praticamente imperceptível numa galáxia individual, dado que a elipticidade intrínseca das galáxias suplanta em muito aquela causada pela lentes. Por outro lado, esta é facilmente mensurável de forma estatística devido à natureza sistemática do efeito gravitacional (Schramm [1996]), ou seja, numa média sobre vários objetos, a elipticidade intrínseca tende a se cancelar, uma vez que a orientação do semi-eixo maior de cada galáxia é aleatória. Além disso, o sinal de lentes fracas se adiciona a cada objeto analisado, de modo que a razão entre o sinal de lentes e o ruído associado às elipticidades intrínsecas aumenta proporcionalmente à raiz quadrada do número de galáxias (Schneider et al. [2000]).

## 1.2 Cisalhamento tangencial e cruzado

No regime de lentes fracas, supondo uma lente gravitacional isolada (i.e. com uma distribuição de massa unimodal) a distorção da imagem das galáxias distantes se dá na direção tangencial à linha que liga a imagem da galáxia ao centro da lente, no plano do céu. Nessa configuração é útil definir o cisalhamento tangencial:

$$\gamma_t = -(\gamma_1 \cos 2\phi + \gamma_2 \sin 2\phi), \quad (1.3)$$

onde  $\phi$  é o ângulo azimutal projetado da posição da galáxia-fonte com relação ao centro da lente.

Também devemos definir o cisalhamento cruzado, o qual corresponde à componente do cisalhamento na direção de  $45^\circ$  do vetor de separação lente-fonte e é dado por:

$$\gamma_x = \gamma_1 \sin 2\phi + \gamma_2 \cos 2\phi. \quad (1.4)$$

O sinal de cisalhamento cruzado médio azimutal deve desaparecer, uma vez que as lentes gravitacionais não o produzem. Ele pode ser considerado o ruído gerado no processo de medida do cisalhamento, funcionando, assim, como um teste nulo.

### 1.3 Determinação de massa via cisalhamento tangencial

O cisalhamento tangencial é uma grandeza muito conveniente pois para qualquer distribuição de massa sua média azimutal  $\langle \gamma_t \rangle$ , em função da distância ao centro da lente, pode ser interpretada como um contraste de massa Miralda-Escude [1991]

$$\langle \gamma_t \rangle(r) = \frac{\bar{\Sigma}(\langle r \rangle) - \bar{\Sigma}(r)}{\Sigma_{crit}}, \quad (1.5)$$

onde  $\bar{\Sigma}(\langle r \rangle)$  é a densidade superficial (projetada) média dentro da abertura de raio  $r$ , e  $\bar{\Sigma}(r)$  a média azimutal da densidade superficial na distância  $r$ . Assim, a densidade projetada pode ser expressa como  $\Delta\Sigma = \Sigma_{crit} \langle \gamma_t \rangle$  sempre que o raio em que a medida é feita é grande o suficiente para que o valor da densidade nesse ponto seja desprezível:  $\kappa(r) \rightarrow 0$ .

A massa de uma lente pode ser calculada por meio do ajuste do perfil radial de  $\Delta\Sigma$  à previsões de modelos para o perfil de massa dos aglomerados. Sabendo-se o raio virial  $r_{200}$  do aglomerado, raio dentro do qual a densidade média do halo é 200 vezes a densidade crítica do universo  $\rho_c$  (Navarro et al. [1997]), podemos calcular a massa nele contida por:

$$M_{200} = \frac{800\pi}{3} \rho_c r_{200}^3, \quad (1.6)$$

onde  $\rho_c = [3H^2(z)]/(8\pi G) = 2.7754 \times 10^{11} h^2 Mpc^{-3}$ , sendo  $H(z)$  o parâmetro de Hubble nesse  $z$ ,  $G$  a constante gravitacional e  $h$  a constante de Hubble reduzida.

Neste trabalho foram adotados os modelos da *Esfera Isotérmica Singular* (EIS) e o de Navarro-Frenk-White (NFW).



### 1.3.1 Modelo EIS

O modelo da *Esfera Isotérmica Singular* (EIS) é um modelo simples utilizado para descrever aglomerados globulares e halos de matéria escura. Sua forma funcional da densidade radialmente dependente é:

$$\rho(r) = \frac{\sigma_v^2}{2\pi G r^2}. \quad (1.7)$$

onde  $G$  é a constante gravitacional e  $\sigma_v$  é a velocidade de dispersão tridimensional.

Já o perfil radial de  $\Delta\Sigma$  é dado pela Equação 1.8 abaixo:

$$\Delta\Sigma_{EIS}(R) = \frac{1}{2} \frac{R_E}{R} \Sigma_{crit}, \quad (1.8)$$

onde  $\Sigma_{crit}$  é a densidade crítica, definida na Equação 1.2, e  $R_E$  é o raio de Einstein, o qual está relacionado ao ângulo de Einstein por  $R_E = \theta_E D_l$ , sendo  $D_l$  a distância de diâmetro angular entre o observador e a lente. A grandeza  $\theta_E$ , por sua vez, está relacionada à velocidade de dispersão na linha de visada  $\sigma_{EIS}$  da esfera isotérmica:

$$\theta_E = 4\pi \frac{\sigma_{EIS}^2}{c^2} \frac{D_{ls}}{D_s}, \quad (1.9)$$

onde  $c$  é a velocidade da luz, e  $D_{ls}$  e  $D_s$  são as distâncias de diâmetro angular entre a lente e a fonte e entre o observador e a fonte, respectivamente.

Considerando que a velocidade de dispersão é isotrópica, temos que a velocidade de dispersão tridimensional é dada por  $\sigma_v = \sqrt{3}\sigma_{EIS}$ . O raio virial  $r_{200}$  pode ser relacionado a  $\sigma_v$  por:

$$r_{200} \approx \frac{\sqrt{2}\sigma_v}{10H(z)}. \quad (1.10)$$

### 1.3.2 Modelo NFW

A distribuição radial de massa de aglomerados é frequentemente modelada pelo perfil Navarro-Frenk-White (NFW), o qual foi motivado por simulações cosmológicas de N corpos

(Navarro et al. [1996]) e é mais complexo que o modelo EIS por depender de dois parâmetros livres em vez de apenas um. A dependência radial do perfil de densidade NFW é dada por:

$$\rho(r) = \frac{\rho_s}{(r/r_s)(1+r/r_s)^2}, \quad (1.11)$$

com

$$\rho_s = \rho_c \times \delta_c, \quad (1.12)$$

onde  $\rho_c$  é a densidade crítica do universo em  $z$ . A sobredensidade característica  $\delta_c$  é dada por:

$$\delta_c = \frac{200}{3} \frac{c^3}{\ln(1+c) - c/(1+c)}, \quad (1.13)$$

onde  $c$  é um número adimensional conhecido como o parâmetro de concentração. O raio de escala  $r_s$  é um raio característico do aglomerado e é dado por:

$$r_s = r_{200}/c, \quad (1.14)$$

onde  $r_{200}$  é o raio virial.

Expressões analíticas para a dependência radial dos perfis NFW projetados,

$$\Sigma_{NFW}(R) = 2\rho_s r_s \times f_{NFW}(R/r_s), \quad (1.15)$$

e

$$\bar{\Sigma}_{NFW}(R) = 2\rho_s r_s \times g_{NFW}(R/r_s), \quad (1.16)$$

para uma distância radial adimensional  $x = R/r_s$ , são fornecidas por Wright e Brainerd [2000]:

$$f_{\text{NFW}}(x) = \begin{cases} \frac{1}{1-x^2} \left( -1 + \frac{2}{\sqrt{1-x^2}} \operatorname{arctanh} \sqrt{\frac{1-x}{1+x}} \right) & (x < 1), \\ \frac{1}{3} & (x = 1), \\ \frac{1}{x^2-1} \left[ 1 - \frac{2}{\sqrt{x^2-1}} \operatorname{arctan} \sqrt{\frac{x-1}{x+1}} \right] & (x > 1), \end{cases} \quad (1.17)$$

e

$$g_{\text{NFW}}(x) = \begin{cases} \frac{2}{x^2} \left[ \frac{2}{\sqrt{1-x^2}} \operatorname{arctanh} \sqrt{\frac{1-x}{1+x}} + \ln \left( \frac{x}{2} \right) \right] & (x < 1), \\ 2 \left[ 1 + \ln \left( \frac{1}{2} \right) \right] & (x = 1), \\ \frac{2}{x^2} \left[ \frac{2}{\sqrt{x^2-1}} \operatorname{arctan} \sqrt{\frac{x-1}{x+1}} + \ln \left( \frac{x}{2} \right) \right] & (x > 1). \end{cases} \quad (1.18)$$

O excesso de densidade de massa superficial é então obtido por:

$$\Delta \Sigma_{\text{NFW}}(R) = \bar{\Sigma}_{\text{NFW}}(R) - \Sigma_{\text{NFW}}(R). \quad (1.19)$$

## 1.4 Objetivos

Neste projeto propomos a realização de estudos dirigidos sobre o fenômeno das lentes gravitacionais fracas na região HectoMap (Sohn et al. [2023]), uma faixa do céu com declinação entre  $+42^\circ$  e  $+44^\circ$  graus e ascensão reta entre 13.5h e 16.5h, a qual apresenta aglomerados catalogados pelo levantamento *Hyper Supreme Cam* (HSC). A partir de dados públicos do HSC referentes a galáxias e aglomerados, aplicamos o método de empilhamento de lentes gravitacionais, o qual ajuda a diluir grandes flutuações estatísticas inerentes a observações ruidosas de lentes fracas de aglomerados individuais. Por fim, com o intuito de estimar a massa média de conjuntos de aglomerados, aplicamos aos nossos dados dois perfis de distribuição de matéria: o da *Esfera Isotérmica Singular* EIS e o de *Navarro-Frenck-White* (NFW).



## Dados e Metodologia

### 2.1 Catálogos

Para a aplicação do método de empilhamento de lentes, utilizamos os dados públicos do HSC-SSP<sup>1</sup>, em especial aqueles referentes à região do céu conhecida como HectoMap (Fig. 2.1). Essa região foi escolhida por apresentar aglomerados catalogados, de modo que teríamos os dados referentes tanto às galáxias-fontes quanto aos aglomerados-lentes.

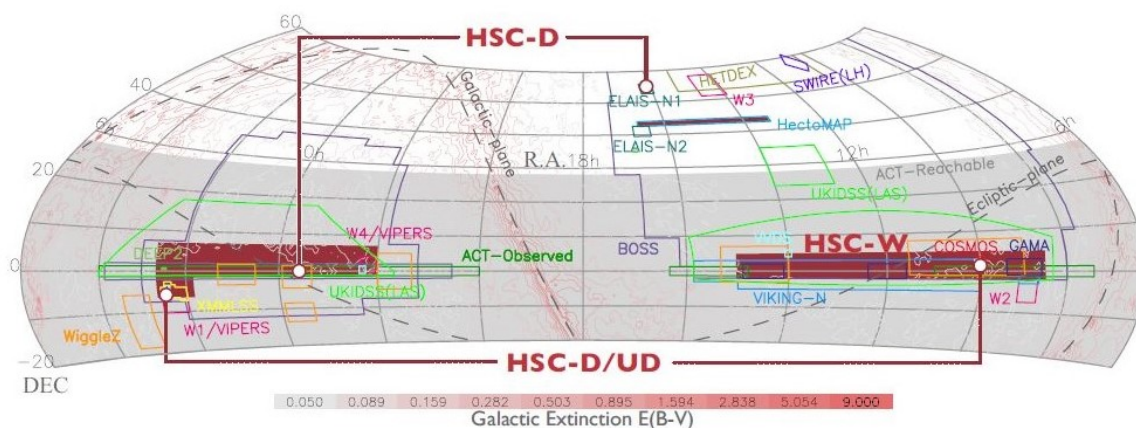


Figura 2.1: Regiões do céu setentrional cobertas por grandes levantamentos de dados, com destaque para o levantamento HSC-SSP. A região do HectoMAP é uma faixa com declinação entre +42 e +44 graus e entre as ascensão reta 13.5h e 16.5h, aproximadamente. Fonte: <https://hsc.mtk.nao.ac.jp/ssp/survey/>

Para obter as informações das elipticidades das galáxias dessa região foi utilizado o catálogo S16A Shape Catalog (PDR2)<sup>2</sup> do HSC-SSP, o qual cobre apenas metade da região do HectoMap. As medições de elipticidades apresentadas nesse catálogo foram obtidas usando a técnica de Re-Gaussianização, fatores de peso associados e calibrações

<sup>1</sup> <https://hsc.mtk.nao.ac.jp/ssp/survey/>

<sup>2</sup> <https://hsc-release.mtk.nao.ac.jp/doc/index.php/s16a-shape-catalog-pdr2/>

derivadas de simulações de imagens Mandelbaum et al. [2018]. O catálogo e as calibrações associadas consistem em um subconjunto de galáxias que satisfazem a condição de lente fraca, conforme descrito no artigo do catálogo de elipticidades Mandelbaum et al. [2018].

Além disso, foi utilizado o catálogo Photometric Redshifts (PDR3)<sup>3</sup> do HSC-SSP, mais especificamente aquele baseado no modelo DEmP, que corresponde ao catálogo de redshifts fotométricos obtidos a partir do algoritmo DEmP (Direct Empirical Photometric method), um código de ajuste polinomial quadrático do redshift fotométrico. Mais detalhes sobre o catálogo estão descritos em Hsieh e Yee [2014].

Os dados de ambos os catálogos foram cruzados e, assim, obtivemos um catálogo com as seguintes informações sobre as galáxias-fontes: ascensão reta, declinação, elipticidade, redshift e peso estatístico para cada objeto. Para garantir que trabalharíamos apenas com galáxias presentes atrás das lentes, nos limitamos a objetos com redshift  $z > 1$ , além de limitarmos a incerteza a  $\sigma_z < 0.1$ , gerando um catálogo final com 21093 objetos, com *redshifts* entre 1.32 e 4.88, declinação entre  $+42.3^\circ$  e  $+44.4^\circ$  e ascensão reta entre 16h e 16.5h.

Para obter as informações das lentes, utilizamos o catálogo WH2021<sup>4</sup> de aglomerados já identificados na região do HectoMap, produzido a partir dos levantamentos HSC-SSP e unWISE, para coletar dados de coordenadas, *redshifts* e riquezas dos aglomerados. Para garantir que todos os objetos tratados como fontes estariam atrás das lentes, nos limitamos a aglomerados com  $z < 1$ , o que resultou num catálogo final formado por 234 aglomerados.

## 2.2 Empilhamento de lentes

O empilhamento de lentes consiste em se criar conjuntos de aglomerados e tratá-los como um aglomerado individual, ou seja, uma única lente. Esse método ajuda a diluir grandes flutuações estatísticas inerentes a observações ruidosas de lentes fracas de aglomerados individuais. O empilhamento se dá através do excesso de densidade de massa superficial, definido por

<sup>3</sup> [https://hsc-release.mtk.nao.ac.jp/doc/index.php/photometric-redshifts\\_pdr3/](https://hsc-release.mtk.nao.ac.jp/doc/index.php/photometric-redshifts_pdr3/)

<sup>4</sup> [http://zmtt.bao.ac.cn/galaxy\\_clusters/catalogs.html](http://zmtt.bao.ac.cn/galaxy_clusters/catalogs.html)

$$\Delta\Sigma = \langle\gamma\rangle \times \Sigma_{crit}, \quad (2.1)$$

onde  $\langle\gamma\rangle$  é o cisalhamento médio e  $\Sigma_{crit}$  é a densidade de massa superficial crítica, grandeza que leva em consideração os  $z$ s do par fonte-lente.

Com as medidas de cisalhamento tangencial e cruzado, calculadas a partir das Equações 1.3 e 1.4, e da densidade de massa superficial crítica, calculada a partir da Equação 1.2, para todos os pares lente-fonte, calculamos  $\Delta\Sigma$  por meio da Equação 2.1 e produzimos perfis radiais de  $\Delta\Sigma$  tanto para o conjunto completo de 234 aglomerados quanto para subconjuntos definidos em intervalos de *redshift*  $z$  e riqueza óptica  $r$  desses aglomerados, com o intuito de investigar a existência de alguma correlação entre esses parâmetros e as massas de aglomerados.

A relação entre *redshift* e massa de aglomerados de galáxias é um tema central em cosmologia, pois fornece informações sobre a evolução das grandes estruturas no universo. Como o  $z$  é uma medida de distância de objetos astronômicos relacionada ao tempo cósmico, sabemos que um  $z$  maior corresponde a um tempo mais antigo, ou seja, a um universo mais jovem. Em termos de massa, os aglomerados de galáxias formam-se ao longo do tempo por fusões e crescimento hierárquico. Assim, aglomerados mais distantes (com maior  $z$ ) são mais jovens e, tipicamente, têm menor massa do que os aglomerados próximos.

Já a riqueza está associada ao número total de galáxias dentro do aglomerado. Assumindo que um número maior de galáxias em um aglomerado está associado a mais matéria escura e, portanto, a maior massa, pode-se esperar que aglomerados mais "ricos" tendam a ser mais massivos.

Os intervalos de  $z$  e  $r$  foram definidos de forma a manter a mesma razão sinal-ruído em todas as pilhas de lentes, e são apresentados na Tabela 2.1 a seguir.

ID pilha	Intervalo
z1	$0 < z < 0.5$
z2	$0.5 < z < 0.65$
z3	$0.65 < z < 0.8$
z4	$0.8 < z < 1$
r1	$15 < r < 23$
r2	$23 < r < 28$
r3	$28 < r < 37$
r4	$37 < r < 132$

Tabela 2.1 - IDs das pilhas de aglomerados-lentes e os intervalos de *redshift*  $z$  e riqueza  $r$  aos quais elas correspondem.

Assim, construindo os perfis radiais de  $\Delta\Sigma$  e ajustando a eles modelos de distribuição de massa, pudemos estimar a massa média de cada uma dessas pilhas de aglomerados.

Para produzir os perfis radiais de  $\Delta\Sigma$ , calculamos os valores de  $\Delta\Sigma$  para todas as galáxias a um raio de 1 Mpc do centro de cada aglomerado e confeccionamos gráficos de seu valor médio em função da distância entre as galáxias e o centro do aglomerado. Para isso, definimos 9 anéis de largura 0.1 Mpc centrados no centro do aglomerado e calculamos as médias de  $\Delta\Sigma$  e  $R$  para os objetos presentes no interior desses anéis. Ajustamos, então, os modelos NFW e EIS aos dados.



## Resultados e Análise

### 3.1 Perfis radiais de excesso de densidade de massa superficial $\Delta\Sigma$

A seguir apresentamos os gráficos de excesso de densidade de massa superficial tangencial  $\Delta\Sigma_+$  e cruzado  $\Delta\Sigma_\times$ , cujos valores foram obtidos a partir da Equação 2.1, em função da distância até o centro do aglomerado. Aos dados de  $\Delta\Sigma_+$  foram ajustados os modelos EIS e NFW, definidos nas Seções 1.3.1 e 1.3.2.

A Figura 3.1 abaixo apresenta o perfil de excesso de densidade de massa superficial tangencial e cruzado para o conjunto total de 234 lentes.

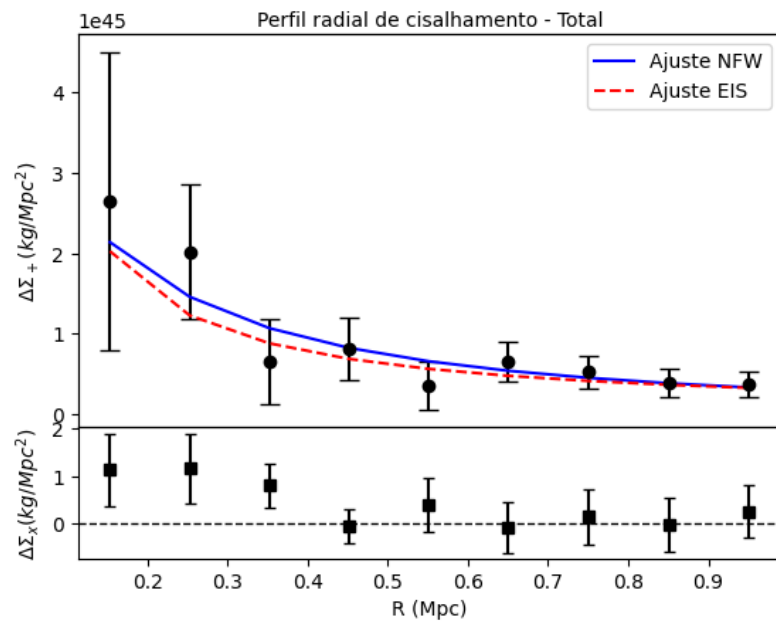


Figura 3.1: Perfil radial de excesso de densidade de massa superficial tangencial  $\Delta\Sigma_+$  (painel superior) e cruzado  $\Delta\Sigma_\times$  (painel inferior) para o conjunto total de 234 aglomerados-lentes, ajustado aos modelos NFW e EIS. A linha contínua azul representa o ajuste NFW, e a tracejada vermelha, o EIS

A Figura 3.2 abaixo apresenta os perfis radiais de excesso de densidade de massa superficial tangencial e cruzado para os conjuntos de aglomerados separados de acordo com intervalos de *redshift*.

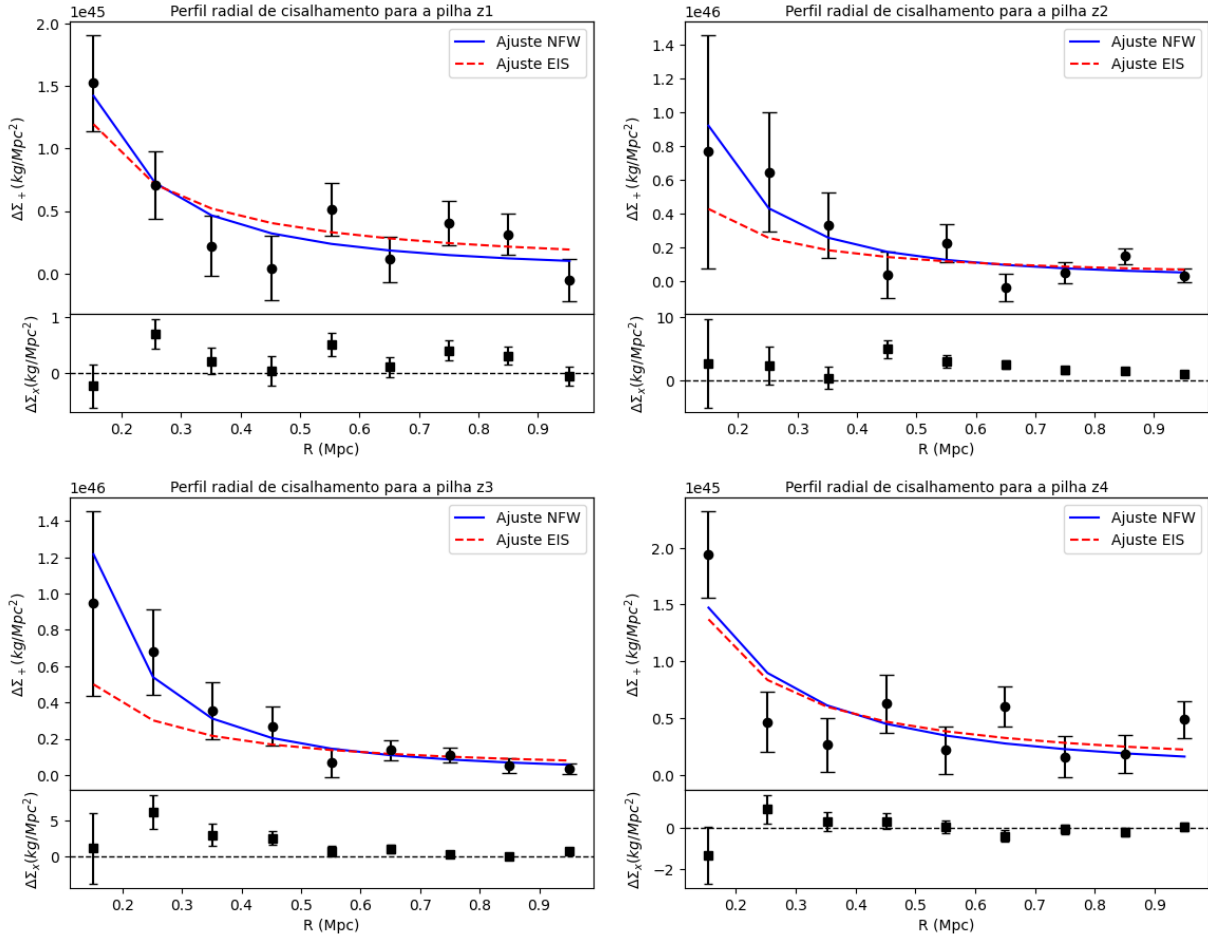


Figura 3.2: Perfis radiais de excesso de densidade de massa superficial tangencial  $\Delta\Sigma_+$  (painel superior) e cruzado  $\Delta\Sigma_\times$  (painel inferior) para 4 conjuntos de aglomerados, agrupados de acordo com intervalos de *redshift* definidos na Tabela 2.1, ajustados aos modelos NFW e EIS. A linha contínua azul representa o ajuste NFW, e a tracejada vermelha, o EIS.

A Figura 3.3 abaixo apresenta os perfis radiais de excesso de densidade de massa superficial tangencial e cruzado para os conjuntos de aglomerados separados de acordo com intervalos de riqueza.

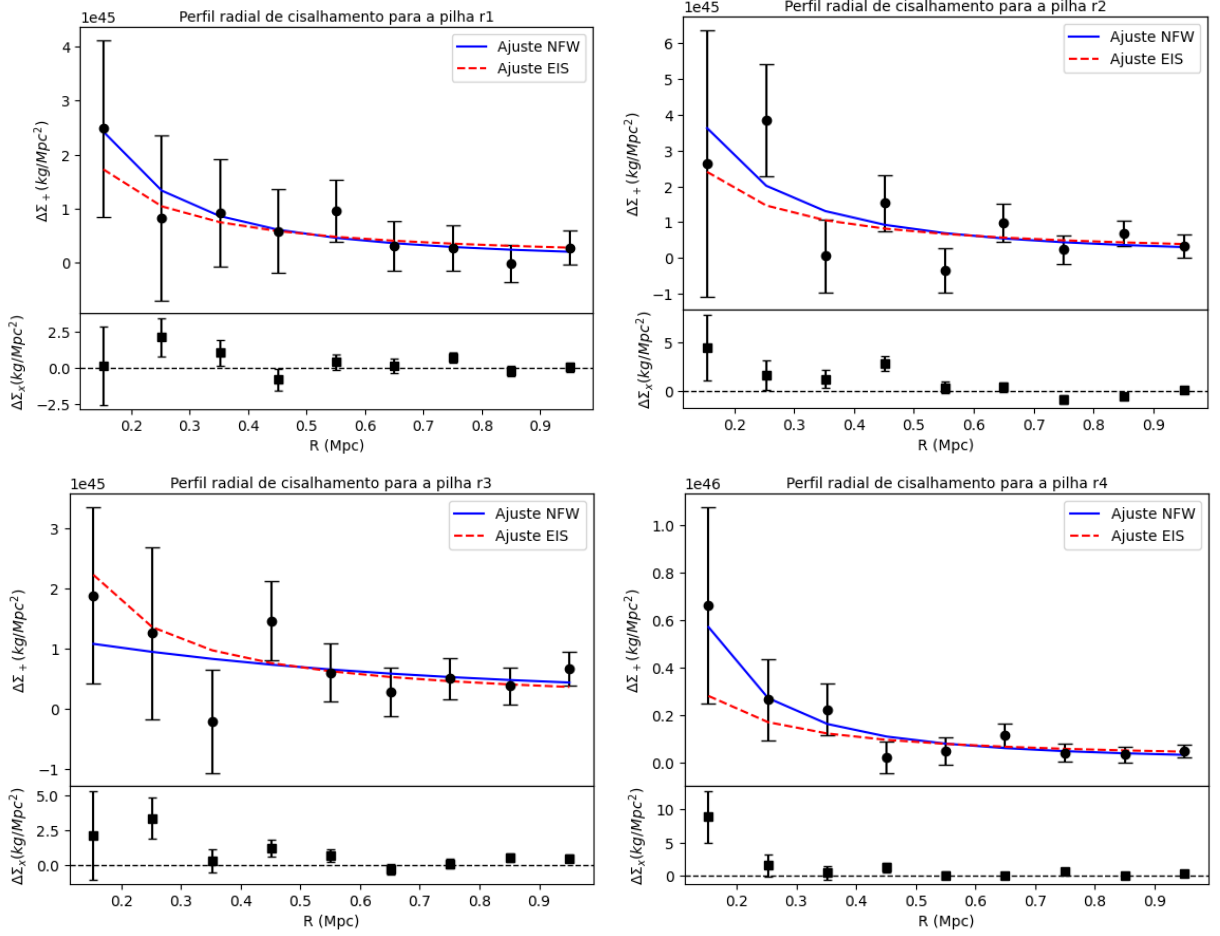


Figura 3.3: Perfis radiais de excesso de densidade de massa superficial tangencial  $\Delta\Sigma_+$  (painel superior) e cruzado  $\Delta\Sigma_\times$  (painel inferior) para 4 conjuntos de aglomerados, agrupados de acordo com intervalos de riqueza definidos na Tabela 2.1, ajustados aos modelos NFW e EIS. A linha contínua azul representa o ajuste NFW, e a tracejada vermelha, o EIS.

Analisando as Figuras 3.1, 3.2 e 3.3, pôde-se notar que os formatos dos dois ajustes ao longo dos perfis radiais se assemelham, apresentando maior distinção em seus comportamentos para raios menores,  $R < 0.4 \text{ Mpc}$ , onde as propriedades do halo NFW se mostram mais significativas que a do EIS.

Além disso, percebe-se que os valores de  $\Delta\Sigma_\times$  de todos os gráficos são compatíveis com zero, o que era de se esperar, como discutido no final da Seção 1.2.

### 3.2 Estimativa da massa dos conjuntos de aglomerados

Dos ajustes dos modelos NFW e EIS, apresentados nas Equações 1.8, 1.15, 1.16, 1.17, 1.18 e 1.19, obtivemos os parâmetros  $\rho_s$  e  $r_s$  para a função NFW e  $R_E$  para a função EIS para todas as pilhas de lentes, os quais são apresentados na Tabela 3.2 abaixo.

ID pilha	Intervalo pilha	NFW		EIS
		$\rho_s(kg/Mpc^3)$	$r_s(Mpc)$	$\sigma_v(m/s)$
Total	-	$(3.47 \pm 7.64)10^{46}$	$0.125 \pm 0.012$	$(1.45 \pm 0.13)10^6$
z1	$0 < z < 0.5$	$(4.12 \pm 1.44)10^{47}$	$0.0286 \pm 0.0042$	$(1.473 \pm 0.25)10^6$
z2	$0.5 < z < 0.65$	$(1.46 \pm 1.20)10^{49}$	$0.0136 \pm 0.0043$	$(2.62 \pm 0.36)10^6$
z3	$0.65 < z < 0.8$	$(1.54 \pm 1.16)10^{50}$	$0.0060 \pm 0.0017$	$(2.59 \pm 0.23)10^6$
z4	$0.8 < z < 1$	$(6.76 \pm 1.17)10^{46}$	$0.0698 \pm 0.0057$	$(1.45 \pm 0.11)10^6$
r1	$15 < r < 23$	$(3.13 \pm 1.60)10^{47}$	$0.0414 \pm 0.0091$	$(1.28 \pm 0.25)10^6$
r2	$23 < r < 28$	$(4.65 \pm 2.57)10^{47}$	$0.0419 \pm 0.0096$	$(1.66 \pm 0.25)10^6$
r3	$28 < r < 37$	$(2.62 \pm 7.20)10^{45}$	$0.48 \pm 0.78$	$(1.54 \pm 0.22)10^6$
r4	$37 < r < 132$	$(1.03 \pm 0.84)10^{49}$	$0.0131 \pm 0.0041$	$(1.73 \pm 0.21)10^6$

Tabela 3.1 - Parâmetros  $\rho_s$  e  $r_s$  obtidos pelo ajuste NFW e  $\sigma_v$  obtido pelo ajuste EIS para cada pilha de lentes, com suas respectivas incertezas.

Aplicando os valores encontrados de  $\rho_s$  e  $r_s$  às Equações 1.12, 1.13 e 1.14, obtivemos os parâmetros  $\delta_c$ ,  $c$  e  $r_{200}$  para o ajuste NFW. O parâmetro  $r_{200}$  também foi obtido para o ajuste EIS a partir das Equações 1.9 e 1.10. Os valores encontrados são apresentados na Tabela 3.2 abaixo.

ID pilha	Intervalo pilha	NFW			EIS
		$\delta_c$	$c$	$r_{200}(Mpc)$	$r_{200}(Mpc)$
Total	-	$(1.28 \pm 0.27)10^5$	$15.24 \pm 1.3$	$1.90 \pm 0.25$	$2.07 \pm 0.19$
z1	$0 < z < 0.5$	$(1.51 \pm 0.53)10^6$	$39.53 \pm 5.22$	$1.13 \pm 0.22$	$2.501 \pm 0.040$
z2	$0.5 < z < 0.65$	$(5.37 \pm 4.41)10^7$	$147.81 \pm 44.50$	$2.01 \pm 0.88$	$3.85 \pm 0.54$
z3	$0.65 < z < 0.8$	$(5.67 \pm 4.26)10^8$	$345.54 \pm 84.75$	$2.06 \pm 0.77$	$3.51 \pm 0.30$
z4	$0.8 < z < 1$	$(2.48 \pm 0.43)10^5$	$19.79 \pm 1.34$	$1.68 \pm 0.15$	$1.78 \pm 0.13$
r1	$15 < r < 23$	$(1.15 \pm 0.59)10^6$	$35.66 \pm 6.91$	$1.48 \pm 0.46$	$1.89 \pm 0.37$
r2	$23 < r < 28$	$(1.71 \pm 0.94)10^6$	$41.41 \pm 8.62$	$1.73 \pm 0.54$	$2.31 \pm 0.35$
r3	$28 < r < 37$	$(9.62 \pm 7.87)10^3$	$5.23 \pm 8.53$	$2.51 \pm 3.47$	$2.18 \pm 0.31$
r4	$37 < r < 132$	$(3.79 \pm 3.08)10^7$	$130.22 \pm 38.95$	$1.70 \pm 0.74$	$2.43 \pm 0.30$

Tabela 3.2 - Parâmetros  $\delta_c$ ,  $c$  e  $r_{200}$  obtidos pelo ajuste NFW e  $r_{200}$  obtido pelo ajuste EIS para cada pilha de lentes, com suas respectivas incertezas.

Aplicando os valores de  $r_{200}$  obtidos pelos dois ajustes à Equação 1.6, estimamos a massa média de cada pilha. Os resultados são apresentados na Tabela 3.3 abaixo.

ID pilha	Intervalo pilha	NFW	EIS
		$M_{200}(10^{14}M_{\odot})$	$M_{200}(10^{14}M_{\odot})$
Total	-	$7.81 \pm 3.08$	$(1.01 \pm 2.76) \times 10$
z1	$0 < z < 0.5$	$1.64 \pm 0.96$	$(1.79 \pm 0.091) \times 10$
z2	$0.5 < z < 0.65$	$9.31 \pm 12.21$	$(6.49 \pm 2.72) \times 10$
z3	$0.65 < z < 0.8$	$(1.00 \pm 1.12) \times 10$	$(4.91 \pm 1.28) \times 10$
z4	$0.8 < z < 1$	$2.99 \pm 0.98$	$6.41 \pm 1.41$
r1	$15 < r < 23$	$3.66 \pm 3.20$	$7.69 \pm 4.55$
r2	$23 < r < 28$	$5.95 \pm 5.55$	$(1.41 \pm 0.64) \times 10$
r3	$28 < r < 37$	$(1.80 \pm 6.26) \times 10$	$(1.17 \pm 0.50) \times 10$
r4	$37 < r < 132$	$5.59 \pm 7.30$	$1.64 \pm 0.61$

Tabela 3.3 - Valores das massas viriais  $M_{200}$  obtidas pelos ajustes NFW e EIS para cada pilha de lentes, com suas respectivas incertezas.

Analisando os valores de  $M_{200}$  apresentados na Tabela 3.3, percebemos que suas ordens de grandeza são compatíveis com o esperado, uma vez que valores típicos para a massa de aglomerados são da ordem de  $10^{14}$  a  $10^{15}M_{\odot}$  (Umetsu et al. [2016])

Além disso, percebe-se que os valores encontrados pelo ajuste EIS são maiores que

aqueles encontrados pelo NFW em praticamente todos os conjuntos de aglomerados, com exceção somente das pilhas  $r1$  e  $r2$ . Essa superestimação da massa era esperada já que o perfil SIS, como visto na Equação 1.7, assume que a densidade de massa decai com  $\rho \propto r^{-2}$ , o que leva a uma massa que aumenta indefinidamente com o raio. Já o perfil NFW, mais complexo e baseado em simulações e observações de halos de matéria escura, mostra uma queda mais acentuada da densidade com o raio, com  $\rho \propto r^{-3}$ , como representado pela Equação 1.11, resultando em um perfil de massa mais realista. Em termos de massa total, portanto, o perfil NFW frequentemente fornece uma estimativa mais precisa da massa real dos aglomerados, pois inclui a limitação física de que a massa não cresce indefinidamente.

Por fim, não parece haver correlação linear entre os parâmetros de *redshift* e riqueza e a massa dos aglomerados. A Tabela 3.4 abaixo apresenta os coeficientes de correlação entre massa-riqueza e massa-*redshift* para os valores encontrados pelos ajustes NFW e EIS.

	Massa-Riqueza		Massa-Redshift	
	NFW	EIS	NFW	EIS
Coefficiente de correlação	$0.03 \pm 0.29$	$-0.60 \pm 0.24$	$0.14 \pm 0.21$	$-0.113 \pm 0.088$

Tabela 3.4 - Coeficientes de correlação entre massa-riqueza e massa-*redshift* para os valores encontrados pelos ajustes NFW e EIS.

Como os módulos dos valores dos coeficientes não são próximos de 1, com exceção daquele referente à relação massa-riqueza do ajuste EIS, concluimos que não há uma relação linear significativa entre os parâmetros, mas isso não implica ausência de relação entre as variáveis, apenas que a relação não é linear. Além disso, os coeficientes de correlação apresentam incertezas consideráveis, principalmente aqueles obtidos para o ajuste NFW, cujos valores encontrados para a massa apresentavam incertezas altas, e as quais podem ter gerado coeficientes de correlação pouco confiáveis.

## Conclusões

Neste trabalho estudamos o fenômeno das lentes gravitacionais fracas e meios de recuperar distribuições de massa a partir de seus efeitos. Utilizando dados públicos do levantamento HSC, empregamos o método de empilhamento de lentes gravitacionais e aplicamos aos nossos dados dois perfis de distribuição de matéria: o da *Esfera Isotérmica Singular* (EIS) e o de *Navarro-Frenck-White* (NFW). Ajustando esses dois modelos aos nossos dados, estimamos a massa média de conjuntos de aglomerados e encontramos uma massa virial de  $M_{200} = (7.81 \pm 3.08)10^{14}M_{\odot}$  pelo ajuste NFW e de  $M_{200} = (1.01 \pm 2.76)10^{15}M_{\odot}$  pelo ajuste EIS para um conjunto total de 234 aglomerados. Além disso, calculamos as massas viriais médias para 8 conjuntos de aglomerados, divididos em intervalos de *redshift* e riqueza, considerando tanto o modelo NFW quanto o EIS, e constatamos que o modelo EIS superestima a massa presente nos halos dos aglomerados em comparação com o modelo NFW. Por fim, não conseguimos encontrar uma correlação linear significativa entre a massa e os parâmetros *redshift* e riqueza dos aglomerados, o que pode estar relacionado às incertezas significativas atribuídas aos valores de massa encontrados.





## Referências Bibliográficas

- Blandford R. D., Narayan R., Cosmological applications of gravitational lensing., *ARA&A*, 1992, vol. 30, p. 311
- Hsieh B. C., Yee H. K. C., ESTIMATING LUMINOSITIES AND STELLAR MASSES OF GALAXIES PHOTOMETRICALLY WITHOUT DETERMINING REDSHIFTS, *The Astrophysical Journal*, 2014, vol. 792, p. 102
- Mandelbaum R., Lanusse F., Leauthaud A., Armstrong R., Simet M., Miyatake H., Meyers J. E., Bosch J., Murata R., Miyazaki S., Tanaka M., Weak lensing shear calibration with simulations of the HSC survey, *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, 2018, vol. 481, p. 3170
- Mandelbaum R., Miyatake H., Hamana T., Oguri M., Simet M., Armstrong R., Bosch J., Murata R., Lanusse F., Leauthaud A., Coupon J., More S., Takada M., Miyazaki S., Speagle J. S., Shirasaki M., Sifón C., Huang S., Nishizawa A. J., Medezinski E., Okura Y., Okabe N., Czakon N., Takahashi R., Coulton W. R., Hikage C., Komiyama Y., Lupton R. H., Strauss M. A., Tanaka M., Utsumi Y., The first-year shear catalog of the Subaru Hyper Suprime-Cam Subaru Strategic Program Survey, *PASJ*, 2018, vol. 70, p. S25
- Miralda-Escude J., Gravitational Lensing by Clusters of Galaxies: Constraining the Mass Distribution, *ApJ*, 1991, vol. 370, p. 1
- Navarro J. F., Frenk C. S., White S. D. M., The Structure of Cold Dark Matter Halos, *The Astrophysical Journal*, 1996, vol. 462, p. 563

- Navarro J. F., Frenk C. S., White S. D. M., A Universal Density Profile from Hierarchical Clustering, *ApJ*, 1997, vol. 490, p. 493
- Schneider P., Ehlers J., Falco E. E., *Gravitational Lenses*, 1992
- Schneider P., King L., Erben T., Cluster mass profiles from weak lensing: constraints from shear and magnification information, *A&A*, 2000, vol. 353, p. 41
- Schramm T., Beltrami Equation and Cluster Lensing. In *Astrophysical Applications of Gravitational Lensing* , Springer Netherlands, Dordrecht, 1996, p. 153
- Sohn J., Geller M. J., Hwang H. S., Fabricant D. G., Utsumi Y., Damjanov I., HectoMAP: The Complete Redshift Survey (Data Release 2), *The Astrophysical Journal*, 2023, vol. 945, p. 94
- Umetsu K., Cluster–galaxy weak lensing, *The Astronomy and Astrophysics Review*, 2020, vol. 28
- Umetsu K., Zitrin A., Gruen D., Merten J., Donahue M., Postman M., CLASH: JOINT ANALYSIS OF STRONG-LENSING, WEAK-LENSING SHEAR, AND MAGNIFICATION DATA FOR 20 GALAXY CLUSTERS\*, *The Astrophysical Journal*, 2016, vol. 821, p. 116
- Wright C. O., Brainerd T. G., Gravitational Lensing by NFW Halos, *ApJ*, 2000, vol. 534, p. 34