Universidade de São Paulo
Instituto de Astronomia, Geofísica e Ciências Atmosféricas
Departamento de Astronomia

Thayná Menêzes Bechara

Dissipação por Marés em Exoplanetas de Estrelas Anãs: Estudo do Sistema L 98-59

São Paulo
2026

Thayná Menêzes Bechara

Dissipação por Marés em Exoplanetas de Estrelas Anãs: Estudo do Sistema L 98-59

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado ao Departamento de Astronomia do Instituto de Astronomia, Geofísica e Ciências Atmosféricas da Universidade de São Paulo como requisito parcial para a obtenção do título de Bacharel em Astronomia.

Vertente: Pesquisa Básica
Orientador: Prof. Dr. Sylvio Ferraz-Mello (IAG/USP)

São Paulo

2026

Agradecimentos

Aos meus pais, Nei e Neuza, por terem me dado aquele telescópio quando eu tinha 13 anos e por todo o apoio e confiança desde sempre, mesmo estando longe.

À minha irmã, Thaíza, pela companhia de todos os dias. Por me ouvir falar do meu trabalho, mesmo sem entender, por ler meus e-mails para mim quando eu estava ansiosa demais e por sempre ir comprar uma barra de chocolate e uma latinha de energético quando me sinto mal.

Ao meu orientador, Prof. Sylvio, pela paciência, pela motivação, pelos livros e por todas as oportunidades que me ofereceu ao longo desses anos.

Aos meus amigos, João, Lafê, Carlos, Luana e todos que me fizeram um pouco menos sozinha quando me sentia tão perdida.

Ao CNPq, pelo apoio financeiro por meio da bolsa PIBIC.

Ao IAG e a todos os professores, pelas oportunidades e pelo acolhimento.

Esta tese/dissertação foi escrita em LaTeX com a classe IAGTESE, para teses e dissertações do IAG.

"*I've done my best, and I begin to understand what is meant by 'the joy of strife'. Next to trying and winning, the best thing is trying and failing.*"

Lucy Maud Montgomery

Resumo

Planetas muito próximos da estrela hospedeira sofrem intensos efeitos de maré, que influenciam sua rotação, dinâmica orbital e a evolução interna. Esse processo tende a levar à sincronização *spin*-órbita, impactando a estabilidade a longo prazo e as condições de habitabilidade. A dissipação de calor no interior planetário, devido às marés, pode alterar sua estrutura interna, favorecer vulcanismo e modificar a atmosfera. Tais sistemas permitem estudar como as marés moldam planetas rochosos e compará-los com outros corpos do Sistema Solar. Este trabalho investiga a influência das marés planetárias na evolução orbital e rotacional de exoplanetas em sistemas compactos, com foco no sistema L 98-59. O estudo segue a metodologia utilizada por Ferraz-Mello et al. (2026) na análise do sistema LP 791-18, empregando códigos baseados na teoria de *creep tide*. Analisaram-se o amortecimento orbital, a evolução do período de rotação e a dissipação térmica interna, variando-se os parâmetros k_f (número de Love) e γ (fator de relaxação). Também se incluiu a questão das marés atmosféricas. Seguindo a análise de Ferraz-Mello (2026) sobre como a atmosfera de Vênus é responsável por sua rotação retrógrada, estudou-se como a presença de atmosferas poderia afetar a rotação dos planetas do sistema L 98-59.

Os resultados mostram que o planeta mais interno do sistema (L 98-59 b) tem um fluxo de calor pela superfície cerca de 4-45 vezes mais intenso que o de Io, o que está de acordo com a literatura existente sobre a manutenção de uma atmosfera vulcânica no planeta (Bello-Arufe et al., 2025). A análise do torque atmosférico do planeta mostrou que, ainda que possuísse uma atmosfera densa, a dinâmica é dominada por torques gravitacionais e provavelmente está capturado no sincronismo estável. Análises semelhantes com outros planetas do sistema (L 98-59 d e f) indicam que um envoltório denso o suficiente pode desviar os planetas do sincronismo, levando a possíveis soluções assíncronas.

Abstract

Planets very close to their host star are subjected to intense tidal effects influencing their rotation, orbital dynamics, and internal evolution. This process tends to lead to spin-orbit synchronization, which affects long-term stability and habitability conditions. Heat dissipation inside the planet, fueled by tidal friction, can alter its internal structure, favoring volcanism and modifying the atmosphere. The study of these planets and their comparison to bodies in our Solar System allows us to better understand tides and their effects. This work investigates the influence of planetary tides on the orbital and rotational evolution of the exoplanets in the compact system L 98-59. The study follows the methodology of Ferraz-Mello et al. (2026) to analyze the system LP 791-18, using codes based on the creep tide theory. Orbital damping, rotational evolution, and internal thermal dissipation were analyzed for different values of the Love number (k_f) and relaxation factor (γ). The issue of atmospheric tides was also included. Following Ferraz-Mello (2026)'s analysis of how Venus's atmosphere is responsible for its retrograde rotation, it was studied how the formation of atmospheres could affect the rotation of the planets in L 98-59.

The results show that the innermost planet of the system (L 98-59 b) has a surface heat flux approximately 4-45 times more intense than that of Io, which is consistent with existing literature on the existence of a volcanic atmosphere (Bello-Arufe et al., 2025). Analysis of the planet's atmospheric torque showed that, even if it had a very dense atmosphere, its dynamics are dominated by tidal torques, and it is probably trapped in synchronous rotation. Similar analyses with other planets in the system (L 98-59 d and f) indicate that a sufficiently dense atmosphere could drive the rotations out of synchronism, to possible asynchronous states.

Lista de Figuras

2.1 O painel esquerdo exibe a vista superior do sistema L 98-59 assumindo órbitas circulares. O painel direito mostra uma comparação entre sistemas multiplanetários de estrelas M com relação à quantidade de radiação da estrela recebida (*instellation*), em unidades da insolação da Terra $S_\oplus$. A região em verde indica a Zona Habitável: o tom mais escuro representa os limites da definição mais conservadora e o mais claro, os da definição mais otimista. Reproduzido de Cadieux et al. (2025). 22

2.2 Distâncias de retenção atmosférica para diferentes massas estelares de estrelas de rotação lenta com idade de 5000 milhões de anos. A área em verde indica a ZH. Adaptado de Van Looveren et al. (2025). 28

5.1 Fluxo de calor pela superfície dos planetas L 98-59 b (esquerda) e L 98-59 d (direita) para diferentes valores de k_f. 36

5.2 Domínios de existência de soluções assíncronas estacionárias: I (estável), II (instável). Fora desses domínios, não há raízes assíncronas reais. Nos domínios 0 e II, a solução síncrona é estável. Nos demais domínios, é instável. Reproduzido de Ferraz-Mello (2026). 38

5.3 Diagrama de fase de L 98-59 d para $e = 0.008$, $k_f = 1.07$ e $p_s = 30$ kbar, considerando diferentes fatores de relaxação. À esquerda, a linha pontilhada (azul) corresponde ao torque gravitacional do planeta, a linha sólida (vermelha) é o torque atmosférico "antigo", e a linha tracejada (verde) é o torque atmosférico "novo". À direita, as curvas são a soma dos torques gravitacionais e atmosféricos. 41

F.1 Diagrama de fase de L 98-59 f (atmosfera primordial) para $e = 0.044$, $k_f = 0.678$ e $p_s = 100$ bar, considerando diferentes fatores de relaxação. À esquerda, a linha pontilhada (azul) corresponde ao torque gravitacional do planeta, a linha sólida (vermelha) é o torque atmosférico "antigo", e a linha tracejada (verde) é o torque atmosférico "novo". À direita, as curvas são a soma dos torques gravitacionais e atmosféricos. 76

F.2 Diagrama de fase de L 98-59 f (atmosfera secundária) para $e = 0.044$, $k_f = 1.04$ e $p_s = 100$ bar, considerando diferentes fatores de relaxação. À esquerda, a linha pontilhada (azul) corresponde ao torque gravitacional do planeta, a linha sólida (vermelha) é o torque atmosférico "antigo", e a linha tracejada (verde) é o torque atmosférico "novo". À direita, as curvas são a soma dos torques gravitacionais e atmosféricos. 77

Lista de Tabelas

2.1 Principais parâmetros planetários do sistema L 98-59 (Cadieux et al., 2025). 21

2.2 Valores de excentricidades do sistema L 98-59. 23

2.3 Métricas da configuração *"peas in a pod"* para o sistema L 98-59. 24

4.1 Fatores de inércia (I_0) e números de Love (k_f) calculados para os planetas. 33

A.1 Parâmetros estelares e planetários do sistema L 98−59. 53

C.1 Densidades das camadas internas adotadas no modelo de estrutura planetária. 59

C.2 Raios normalizados das camadas dos planetas do sistema L 98-59. 60

D.1 Valores dos coeficientes usados no cálculo de k_f para os planetas b, d e f. . 65

E.1 Valores de calor específico à pressão constante (c_p) adotados e coeficientes A e $A'\gamma'$ calculados para os planetas b, d e f. 69

E.2 Valores de γ' calculados pela lei de escala e pelo método da inércia térmica para os planetas b, d e f. 70

E.3 Valores do parâmetro Γ obtidos para os planetas b, d e f. 71

Sumário

1. Introdução 17

1.1 Sistemas compactos 17

1.2 Efeitos de maré 18

1.3 Seleção do objeto de estudo 20

2. O sistema L 98-59 21

2.1 Vulcanismo na sub-Terra L 98-59 b 24

2.2 L 98-59 d: Um potencial mundo aquático 26

2.3 A super-Terra L 98-59 f na Zona Habitável 27

3. Objetivos e Metodologia 29

4. Parâmetros 31

4.1 Fator de inércia I_0 31

4.2 Número de Love k_f 32

4.3 Fator de relaxação γ 34

5. Resultados e Análise 35

5.1 Dissipação de energia 35

5.2 Existência e estabilidade de soluções síncronas e assíncronas 37

5.3 Torque gravitacional e torque atmosférico 39

6. Conclusões 43

Referências 45

Apêndice 51

A. Parâmetros do sistema L 98-59 53

B. Equações utilizadas 57

C. Raios e densidades das camadas 59

D. Cálculo do número de Love k_f 63

E. Análise de soluções síncronas e assíncronas 67

E.1 Cálculo de b 67

E.2 Cálculo de Γ 68

E.2.1 Lei de escala a partir de Vênus 69

E.2.2 Método da inércia térmica 70

E.2.3 Análise da existência das raízes 71

F. Cálculo do torque atmosférico 73

Capítulo 1

Introdução

1.1 Sistemas compactos

Nas últimas décadas, a nova onda de dados e informações obtidos a partir das missões Kepler e TESS (*Transiting Exoplanet Survey Satellite*) foi crucial para a caracterização de milhares de planetas extrassolares e para o estudo da formação de sistemas planetários. Por meio do método de detecção por trânsito, principal técnica empregada nessas missões, foi descoberta uma classe de planetas sem análogos diretos no Sistema Solar, de massa intermediária entre a Terra e Netuno: as super-Terras e sub-Netunos (Goldberg e Batygin, 2022). Esses objetos tendem a existir em sistemas multiplanetários, orbitando a estrela central em períodos tipicamente inferiores a 100 dias e com baixas inclinações e excentricidades. O viés observacional do método de trânsito favorece a detecção de tais sistemas, comumente observados em torno de estrelas menos luminosas do que o Sol (tipos espectrais K ou M). Apenas a missão Kepler, desde seu lançamento, confirmou a detecção de cerca de 2800 exoplanetas. Entre esses estão os seis planetas do sistema Kepler-11 (Lissauer et al., 2011), que orbitam uma estrela do tipo solar. Os cinco corpos mais internos, comumente classificados como super-Terras ou sub-Netunos, têm períodos orbitais entre 10 e 47 dias e estão contidos em um raio de 0.25 unidades astronômicas (UA). O Kepler-11 tornou-se um protótipo para a caracterização de outros sistemas com planetas em órbitas próximas, conhecidos como sistemas compactos.

As super-Terras e os sub-Netunos tendem a ser encontrados próximos da estrela, orbitando tipicamente entre 0.01 e 0.3 UA. No Sistema Solar, isso equivale a distâncias internas à órbita de Mercúrio. Em geral, são separados entre si por alguns centésimos de UA, em uma configuração semelhante à dos satélites galileanos de Júpiter (Goldberg e Batygin,

2022; Hands et al., 2014; National Academies of Sciences e Medicine, 2023). A existência desses sistemas de arquitetura tão comprimida representa um desafio para os nossos modelos e para a compreensão atual da formação planetária. Apesar dos cenários propostos de formação (*in situ*, por colisões e migração planetária), ainda não é possível explicar completamente os processos que levam à formação de sistemas em órbitas tão próximas à estrela sem que ocorram colisões catastróficas ou instabilidades dinâmicas. Outra característica notável desses sistemas é que a maioria deles apresenta um padrão de uniformidade e baixa dispersão dos valores de massa, raio e distância. Essa configuração é chamada *"peas in a pod"*, segundo a qual planetas consecutivos de um sistema tendem a ter tamanhos semelhantes e estar espaçados a intervalos regulares (Demangeon et al., 2021; Goldberg e Batygin, 2022). Em outras palavras, esses sistemas representam uma contradição, uma vez que parecem exigir uma configuração dinâmica delicada para evitar sua destruição por instabilidades, ao mesmo tempo em que sua prevalência no Universo sugere um mecanismo robusto de formação (Hands et al., 2014).

1.2 Efeitos de maré

Ainda há muito a descobrir sobre as histórias de formação de sistemas compactos. Porém, o que se sabe desses sistemas, uma vez estabelecidas as órbitas dos planetas, é que estão sujeitos a fortes efeitos de marés gravitacionais devido à proximidade da estrela central, especialmente os corpos mais internos. Essas marés planetárias têm consequências notórias para a evolução do sistema, entre as quais se destacam a sincronização entre o *spin* e o movimento orbital do planeta e a dissipação de energia em seu interior causada pelo fluxo e refluxo das marés. Nesse contexto, a teoria de maré de fluência (*creep tide*) de Ferraz-Mello (2013) é um paradigma adequado para o estudo desses corpos. Ao contrário das teorias de maré clássicas, que frequentemente dependem da introdução de atrasos de fase *ad hoc* para modelar a resposta viscoelástica dos corpos, na teoria da maré de fluência isso não é necessário. Enquanto as teorias clássicas consideram um atraso de fase fixo entre a força que atua sobre um corpo e sua resposta deformacional, a teoria de Ferraz-Mello (2013) modela o objeto como um fluido altamente viscoso, o que naturalmente resulta em um desalinhamento entre a deformação gerada no corpo e a direção da força gravitacional da estrela. Esse desalinhamento gera um torque que atua sobre o objeto dissipando energia

e desacelerando (ou acelerando) sua rotação (Ferraz-Mello, 2015). A equação básica usada na teoria de maré de fluência é uma solução aproximada da equação de Navier-Stokes para um fluxo de baixo número de Reynolds, isto é, sem turbulências. O único parâmetro livre é o fator de relaxação γ, inversamente proporcional à viscosidade do corpo e relacionado à rapidez com que atinge a forma de equilíbrio. Ademais, outro aspecto que torna essa teoria adequada para o estudo de efeitos de marés em sistemas compactos é sua aplicabilidade tanto a corpos gasosos (estrelas e planetas gigantes) quanto a rochosos (planetas rochosos e satélites planetários), prevendo comportamentos dissipativos distintos em ambos os regimes de viscosidade.

A sincronização entre a rotação e o movimento orbital do planeta é um fenômeno que tende a ocorrer rapidamente, porém de forma incompleta, segundo as teorias de marés. Inicialmente, quando a órbita do objeto é excêntrica, ele tende a um estado estacionário denominado pseudo-síncrono, no qual sua rotação é comparável ao movimento médio em torno do periastro. Nesse estado, o objeto pode ser capturado em ressonâncias *spin*-órbita estáveis. Quanto mais excêntrica a órbita, maior a ordem da ressonância. Durante sua evolução, o planeta pode, a princípio, ser capturado em uma ressonância *spin*-órbita 5:2, por exemplo, e, à medida que a excentricidade é amortecida, seguir para ressonâncias de ordens menores, como 2:1 e 3:2. Finalmente, a rotação síncrona (ressonância 1:1) é atingida quando sua órbita circulariza completamente (Revol et al., 2023). Diferentes parâmetros iniciais do sistema, tais como a excentricidade e parâmetros físicos relacionados às propriedades viscoelásticas, podem afetar tanto o tempo necessário para o corpo atingir o sincronismo quanto a probabilidade de ser capturado por outros atratores antes. A dissipação de energia no interior do corpo também depende desses elementos, assim como da distância do planeta à estrela, e pode relacionar-se a outros processos físicos na superfície do corpo, como vulcanismo ou a manutenção de atmosferas secundárias. Saber por quanto tempo o planeta pode permanecer em um estado estável, como se dá a distribuição da radiação estelar sobre sua superfície, entre outras implicações, são pontos importantes para o estudo da habitabilidade nesses objetos. O sistema da anã vermelha L 98-59, formado por cinco exoplanetas análogos à Terra, é um dos sistemas compactos mais relevantes na atualidade, devido à facilidade de observação e por ser um laboratório propício ao estudo do vulcanismo e à caracterização de atmosferas em planetas rochosos.

1.3 Seleção do objeto de estudo

A seleção do objeto de estudo foi realizada em duas etapas: uma triagem inicial de sistemas compactos e um refinamento posterior baseado na similaridade com o sistema LP 791-18. Para identificar um sistema adequado para esta análise e compilar uma lista preliminar de sistemas compactos, consultou-se a *Encyclopaedia of Exoplanetary Systems*[1]. Com foco em estrelas K e M, a seleção inicial incluiu apenas planetas com semieixo maior interno à órbita de Mercúrio ($\lesssim 0.4$ UA). Cada candidato foi categorizado quanto à arquitetura de seu sistema (multiplanetário ou de planeta único) e realizou-se uma revisão abrangente da literatura para cada entrada. Especificamente, verificou-se a disponibilidade de parâmetros-chave, tais como massa, raio, período orbital e excentricidade. Além disso, o banco de dados astronômico SIMBAD foi consultado para a busca de dados de velocidade radial, a fim de garantir a viabilidade de cálculos dinâmicos futuros. Este levantamento sistemático, realizado ao longo de cerca de três meses, resultou em uma lista de mais de 100 potenciais objetos de interesse.

Motivado pela metodologia estabelecida por Ferraz-Mello et al. (2026) para o estudo da exo-Terra LP 791-18 d, o objetivo foi replicar a análise em um alvo semelhante. Os critérios de seleção foram, portanto, refinados para favorecer configurações com alta multiplicidade e arquiteturas orbitais semelhantes às de LP 791-18: um sistema multiplanetário, formado por exo-Terras ou super-Terras próximas à estrela hospedeira. Consequentemente, os sistemas de um único planeta foram excluídos. Ademais, os objetos com alta completude de dados foram priorizados, levando à remoção de candidatos sem parâmetros físicos ou orbitais fundamentais. Após reduzir a amostra a menos da metade de seu tamanho original, os sistemas restantes foram avaliados quanto à similaridade com LP 791-18, especialmente em relação ao espaçamento orbital e à multiplicidade planetária. Por fim, o L 98-59 foi selecionado. No momento da seleção, L 98-59 possuía quatro planetas confirmados, em comparação com o sistema LP 791-18, que possui três.

[1] exoplanet.eu

Capítulo 2

O sistema L 98-59

Sistemas multiplanetários oferecem uma oportunidade única de comparar exoplanetas que se formaram no mesmo disco protoplanetário e são iluminados pela mesma estrela, tornando-os objetos de grande interesse na exoplanetologia (Demangeon et al., 2021). De acordo com o catálogo da *Encyclopaedia of Exoplanetary Systems*, existem mais de 1000 sistemas compostos por 2 a 8 planetas atualmente conhecidos. Dentre eles, está o sistema da anã vermelha L 98-59, a uma distância de 10.61 pc do Sistema Solar, o qual constitui um alvo ideal para o estudo e a caracterização de atmosferas com o Telescópio Espacial James Webb (JWST) e o Telescópio Espacial Hubble (HST), e para espectroscopia e medidas de velocidades radiais com espectógrafos em telescópios no solo como o *High Accuracy Radial Velocity Planet Searcher* (HARPS) e o *Echelle Spectrograph for Rocky Exoplanets and Stable Spectroscopic Observations* (ESPRESSO) (Cadieux et al., 2025; Demangeon et al., 2021). O sistema foi observado pela primeira vez pelo TESS em 2019, e Kostov et al. (2019) relataram inicialmente a presença de três planetas rochosos (b, c, d), com raios de 0.8 a 1.6 $R_\oplus$ e massas de 0.5 a 1.6 $M_\oplus$. Desde então, Demangeon et al. (2021) forneceram

Tabela 2.1 - Principais parâmetros planetários do sistema L 98-59 (Cadieux et al., 2025).

Parâmetro	L 98-59 b	L 98-59 c	L 98-59 d	L 98-59 e	L 98-59 f
P (dias)	2.253	3.691	7.451	12.828	23.064
a (UA)	0.0223	0.0309	0.0494	0.0712	0.1052
e	0.031	0.002	0.006	0.012	0.044
R_p ($R_\oplus$)	0.83719	1.329	1.627	1.42	1.43
M_p ($M_\oplus$)	0.46	2.00	1.64	2.82	2.80

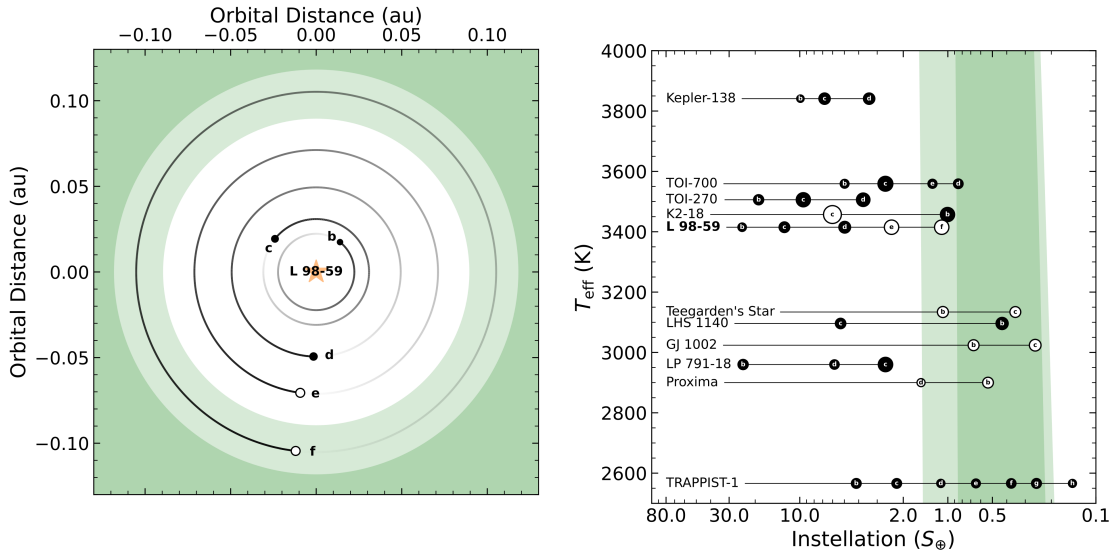

Figura 2.1: O painel esquerdo exibe a vista superior do sistema L 98-59 assumindo órbitas circulares. O painel direito mostra uma comparação entre sistemas multiplanetários de estrelas M com relação à quantidade de radiação da estrela recebida (*instellation*), em unidades da insolação da Terra $S_\oplus$. A região em verde indica a Zona Habitável: o tom mais escuro representa os limites da definição mais conservadora e o mais claro, os da definição mais otimista. Reproduzido de Cadieux et al. (2025).

medidas das massas planetárias e das excentricidades e confirmaram a existência de um quarto planeta, prevendo também a presença de um quinto, mais externo, ambos não transitantes. O quinto planeta foi recentemente confirmado, em 2025, situando-se no limite interno da Zona Habitável (ZH) conservativa do sistema (Cadieux et al., 2025; Schwarz et al., 2025). Os principais parâmetros planetários do sistema estão listados na Tabela 2.1 e, de forma mais completa, no Apêndice A. Na Figura 2.1, que ilustra a arquitetura do L 98-59, a ZH é indicada em verde. Cadieux et al. (2025) e Schwarz et al. (2025) forneceram valores revisados para os parâmetros planetários ao usarem restrições mais fortes para as excentricidades e obtiveram valores significativamente mais baixos do que os inicialmente propostos por Cloutier et al. (2019); Demangeon et al. (2021); Kostov et al. (2019), que podem ser encontrados na Tabela 2.2. Além disso, Schwarz et al. (2025) propõem um modelo de 6 planetas (indicado por 6P na tabela, enquanto os modelos que incluem apenas 5 planetas são denotados por 5P), prevendo um possível sexto candidato interno a L 98-59 b, com massa mínima de $0.58 \pm 0.12\, M_\oplus$.

Em suma, o sistema L 98-59 tem atualmente cinco planetas confirmados: uma sub-Terra (b) e quatro super-Terras (c, d, e, f). Em relação aos três corpos mais internos, as densidades medidas para b e c sugerem uma composição predominantemente rochosa. Enquanto isso, o baixo valor medido para o L 98-59 d pode indicar que ele é rico em

Tabela 2.2 - Valores de excentricidades do sistema L 98-59.

Planeta	**5P** (Demangeon et al., 2021)	**5P** (Cadieux et al., 2025)	**5P** (Schwarz et al., 2025)	**6P** (Schwarz et al., 2025)
06				$0.03^{+0.04}_{-0.02}$
b	$0.103^{+0.117}_{-0.045}$	$0.031^{+0.017}_{-0.016}$	$0.012^{+0.017}_{-0.009}$	$0.015^{+0.018}_{-0.012}$
c	$0.103^{+0.045}_{-0.058}$	$0.002^{+0.002}_{-0.001}$	$0.018^{+0.030}_{-0.014}$	$0.020^{+0.020}_{-0.020}$
d	$0.074^{+0.057}_{-0.046}$	$0.006^{+0.007}_{-0.004}$	$0.008^{+0.013}_{-0.007}$	$0.013^{+0.016}_{-0.010}$
e	$0.128^{+0.108}_{-0.076}$	$0.012^{+0.009}_{-0.008}$	$0.030^{+0.040}_{-0.030}$	$0.040^{+0.060}_{-0.040}$
f	$0.210^{+0.170}_{-0.110}$	$0.044^{+0.027}_{-0.028}$	$0.060^{+0.080}_{-0.050}$	$0.070^{+0.080}_{-0.060}$

substâncias voláteis, com água potencialmente totalizando cerca de 30% da massa total (Cadieux et al., 2025). Os planetas internos têm valores de semieixo maior variando aproximadamente de 0.02 a 0.05 UA, o que significa que sua exposição à radiação da estrela (em inglês, *instellation*, uma generalização do termo *insolation*, no caso do Sol) é cerca de 4 a 25 vezes a radiação solar a que a Terra é exposta, colocando-os na chamada "*Venus zone*". Essa é a região ao redor de uma estrela onde um planeta análogo à Terra com água em sua superfície teria sido forçado a um efeito estufa descontrolado (*runaway greenhouse*) (Fromont et al., 2024).

Estrelas M como L 98-59 são alvos comuns na busca por mundos habitáveis por várias razões. Uma delas é que a ZH está muito mais próxima da estrela, tornando a detecção de planetas semelhantes à Terra nessa região mais fácil, por meio de observações de trânsito e de velocidade radial. Além disso, estrelas do tipo M são mais abundantes na vizinhança solar, e suas temperaturas efetivas mais baixas reduzem a razão entre as emissões da estrela e do planeta, tornando mais fácil a caracterização atmosférica por meio de observações de eclipses (Lagage et al., 2026). No entanto, há também vários fatores que podem dificultar a observação desse tipo de estrela e dos sistemas ao seu redor. Por exemplo, estrelas M geralmente apresentam atividade magnética mais intensa do que as estrelas de tipo solar, o que pode causar grandes perdas de massa atmosférica e expor seus planetas a níveis de radiação biologicamente perigosos na superfície. Outro obstáculo é que essas estrelas são intrinsecamente fracas, o que resulta em uma baixa relação sinal-ruído, e seu fluxo atinge o máximo em comprimentos de onda próximos aos absorvidos pela atmosfera da Terra (Driscoll e Barnes, 2015). A maioria dos análogos de Vênus e Terra conhecidos foi encontrada em torno de estrelas fracas, o que dificulta a obtenção de medidas de acompanhamento e

observações futuras. No caso de L 98-59, contudo, trata-se de uma estrela relativamente brilhante (pois é um sistema próximo, nas vizinhanças do Sistema Solar) e bem localizada na borda da Zona de Visualização Contínua (CVZ - *Continuous Viewing Zone*) do JWST ($\sim$ 200 dias por ano) (Demangeon et al., 2021). Tendo seus três planetas internos na zona de Vênus, esta combinação conveniente nos permite aprender mais sobre a evolução e o desenvolvimento atmosférico de mundos como Vênus e Terra (Fromont et al., 2024).

Outra característica deste sistema é que ele segue de perto a configuração *"peas in a pod"* (Demangeon et al., 2021; Schwarz et al., 2025). Esta é uma métrica identificada por Weiss et al. (2018), segundo a qual planetas consecutivos tendem a ser semelhantes em tamanho e massa, além de apresentarem espaçamentos orbitais regulares. Pela 3ª Lei de Kepler, esse espaçamento regular implica que as razões dos períodos orbitais de planetas adjacentes são correlacionadas. A partir das métricas apresentadas na Tabela 2.3 (R_i indica o raio do objeto i, enquanto P_i indica seu respectivo período orbital), é evidente que a configuração do sistema L 98-59 se alinha bem a esta previsão. O modelo que inclui o sexto candidato proposto por Schwarz et al. (2025) também está de acordo com esta configuração.

Tabela 2.3 - Métricas da configuração *"peas in a pod"* para o sistema L 98-59.

Métrica	**Weiss et al. (2018)**	**Demangeon et al. (2021)**	**Schwarz et al. (2025)**
R_c/R_b	1.14 ± 0.63	1.669	1.55
R_d/R_c		1.077	1.16
$(P_e/P_b)/(P_d/P_c)$	1.03 ± 0.27		1.26
$(P_d/P_b)/(P_c/P_b)$		1.232	1.232
$(P_d/P_c)/(P_c/P_d)$		0.851	0.855
$(P_f/P_e)/(P_e/P_d)$		1.053	1.04

2.1 Vulcanismo na sub-Terra L 98-59 b

O vulcanismo pode ser alimentado por processos endógenos, como o aquecimento radiogênico na Terra, ou por mecanismos exógenos, que podem ser dominantes em sistemas exoplanetários compactos (Bello-Arufe et al., 2025). A dissipação por marés é um dos principais exemplos: o atrito interno resultante aquece a estrutura do planeta, potencialmente alimentando vulcanismo superficial ou mantendo um oceano de magma. Sendo o corpo

mais interno do sistema ($a \approx 0.02$ UA, $P \approx 2.25$ dias), a sub-Terra L 98-59 b ($0.46\,M_{\oplus}$, $0.85\,R_{\oplus}$) está sujeita a intensas forças de maré, que podem influenciar sua evolução térmica, orbital e atmosférica (Driscoll e Barnes, 2015). Neste contexto, a razão favorável entre os raios do planeta e da estrela, a estrela hospedeira brilhante, os trânsitos frequentes e o bom posicionamento do alvo no campo do JWST fazem a observação de L 98-59 b mais acessível, tornando-o um dos exoplanetas mais promissores no estudo do vulcanismo em planetas rochosos atualmente (Bello-Arufe et al., 2025; Cadieux et al., 2025).

Em relação a sistemas compactos, a dissipação de energia e o aquecimento por maré nesses sistemas seriam semelhantes ao fenômeno observado no satélite joviano Io; as marés induzidas em Io devido à sua órbita excêntrica ao redor de Júpiter e às suas interações gravitacionais com as outras luas galileanas são análogas às marés induzidas em um planeta em rotação quase-síncrona em órbita excêntrica ao redor de sua estrela hospedeira (Nicholls et al., 2025). As previsões desses efeitos, isto é, a atividade vulcânica contínua na superfície de Io, foram confirmadas pelas sondas Voyager em 1979. De acordo com Seligman et al. (2023), em termos gerais, esse vulcanismo seria impulsionado por um mecanismo interno de fusão autoacelerada (*runaway melting*), no qual o aquecimento de maré aumenta à medida que a espessura do manto diminui. Generalizando este mecanismo para planetas extrassolares, Seligman et al. (2023) estimaram que as marés geradas pela órbita excêntrica de L 98-59 b poderiam aumentar a temperatura de equilíbrio do objeto, impulsionando a atividade vulcânica em sua superfície.

Estudos sobre a prevalência de atmosferas em planetas rochosos são uma das prioridades na exoplanetologia. No caso de sistemas orbitando estrelas anãs M, como mencionado anteriormente, espera-se que a atividade de alta energia dessas estrelas remova os envoltórios dos planetas mais próximos. No entanto, Kite e Barnett (2020) propõem a emissão de gases vulcânicos como mecanismo de reposição dos gases perdidos, de modo que se formariam atmosferas secundárias. Analisando o espectro de transmissão de L 98-59 b, Bello-Arufe et al. (2025) compararam diferentes modelos atmosféricos para o planeta, entre os quais o cenário sem envoltório e outros em que a atmosfera é dominada por substâncias voláteis, em específico SO_2. Embora as estatísticas obtidas não tenham sido suficientes para rejeitar completamente a hipótese nula (sem camada gasosa), observou-se uma preferência de até 5σ pelo modelo dominado por SO_2, resultado consistente com outros existentes na literatura (Seligman et al., 2023). Assumindo que este cenário seja verdadeiro, Bello-Arufe

et al. (2025) concluíram que a atmosfera de L 98-59 b estaria em um estado estável, no qual a perda de massa por escape atmosférico é equilibrada pela emissão de gases vulcânicos. Para manter uma atmosfera sob tais condições, os autores estimaram que o vulcanismo e o aquecimento de maré no planeta precisariam ser pelo menos oito vezes mais intensos do que os de Io.

2.2 L 98-59 d: Um potencial mundo aquático

Do trio de planetas internos transitantes, enquanto as densidades medidas para os planetas b e c (4.3 g cm^{-3} e 4.7 g cm^{-3}, respectivamente) sugerem uma composição predominantemente rochosa, a menor densidade de L 98-59 d (2.2 g cm^{-3}) aponta para a presença de um espesso envelope de substâncias voláteis, que pode representar até 30% da massa total do planeta (Cadieux et al., 2025; Cheverall et al., 2026). A origem de exoplanetas pequenos e de baixa densidade como o L 98-59 d, que fazem parte da população de super-Terras ($R \lesssim 1.7\,R_\oplus$) e sub-Netunos ($R \sim 1.7 - 4\,R_\oplus$), ainda não é clara. Nesse contexto, os principais cenários de formação que competem entre si são os "anões de gás", corpos que inicialmente teriam sido formados com grandes envoltórios ricos em He-H_2, que gradualmente são perdidos devido ao escape atmosférico; e os mundos aquáticos, que se diferenciam desde sua formação pela grande quantidade de H_2O em sua composição (Nicholls et al., 2026). O baixo valor de densidade observado em L 98-59 d leva a uma degenerescência sobre sua classificação e composição. Enquanto alguns autores, como Cloutier et al. (2019), caracterizam o objeto como sub-Netuno, outros, como Cheverall et al. (2026) e Nicholls et al. (2026), o chamam de super-Terra. Entretanto, o L 98-59 d não se encaixa em nenhum dos cenários tradicionais de formação dessas classes (anão de gás ou mundo aquático), colocando-o em uma categoria intermediária entre uma composição puramente de rochas e silicatos e uma rica em gás (Nicholls et al., 2026). Observações realizadas com o HST e o JWST mostraram que o espectro de transmissão do planeta é consistente com um envoltório de alto peso molecular, descartando o cenário de uma atmosfera primordial sem nuvens e dominada por hidrogênio e hélio (Banerjee et al., 2024; Zhou et al., 2023). No caso de um mundo aquático, um dos possíveis cenários seria uma composição com proporções iguais de rocha e de gelo (Luque e Pallé, 2022). Por outro lado, segundo Nicholls et al. (2026), para formar quantidades significativas de H_2O seriam

necessárias condições oxidantes incompatíveis com o espectro de transmissão observado de L 98-59 d. Outra possibilidade é que a exposição a fluxos intensos de raios X e radiação ultravioleta (UV) vindos da estrela poderia levar à rápida perda de H_2O, de modo que seria improvável que o planeta retivesse quantidades significativas de H_2O a menos que tivesse um alto conteúdo inicial (Fromont et al., 2024). Não obstante, o espectro atmosférico do planeta indica a presença de espécies moleculares formadas por enxofre, como H_2S e SO_2 (Banerjee et al., 2024; Bello-Arufe et al., 2025; Cheverall et al., 2026; Nicholls et al., 2026), que poderiam ser um indício de vulcanismo em sua superfície (Cheverall et al., 2026; Seligman et al., 2023). Entretanto, de acordo com Nicholls et al. (2026), enquanto o H_2S seria decerto produto da emissão de gases vulcânicos, a detecção de SO_2 no espectro de L 98-59 d não pode ser explicada pela mesma razão. De acordo com os autores, a atmosfera do planeta teria uma camada radiativa estável que reduz termoquimicamente o SO_2, o que impossibilita seu transporte da superfície para camadas superiores da atmosfera, onde seria possível detectá-lo. Para os autores, a detecção dessa molécula seria explicada pela produção fotoquímica a partir do H_2S na presença de radicais OH (originados da fotólise da água).

2.3 A super-Terra L 98-59 f na Zona Habitável

Seguindo a descoberta dos três planetas transitantes do sistema com o TESS (Kostov et al., 2019), anunciou-se a descoberta de um quarto corpo (L 98-59 e) e indícios da presença de um quinto planeta nos sinais de velocidades radiais medidos. Esse mundo seria rochoso e não transitante, com massa mínima de $2.46^{+0.66}_{-0.82}\,M_\oplus$ e período de $23.15^{+0.60}_{-0.17}$ dias. Sua confirmação ocorreu em 2025 (Cadieux et al., 2025; Schwarz et al., 2025), por meio da reanálise de dados de velocidade radial do HARPS e do ESPRESSO, além de novas observações do TESS. Distando 0.1052 UA de sua estrela, o planeta situa-se no limite interno da ZH, recebendo um fluxo estelar levemente maior do que o da Terra (ver Figura 2.1). Isso faz do L 98-59 o 12º sistema mais próximo que possui um planeta em sua ZH, de acordo com o NASA *Exoplanet Archive* (Cadieux et al., 2025).

Por se tratar do corpo mais externo e, portanto, mais distante da estrela, a possibilidade de ter mantido um envoltório primordial de baixo peso molecular (H/He) é mais plausível do que para os seus vizinhos mais internos. Na Figura 2.2, originalmente reti-

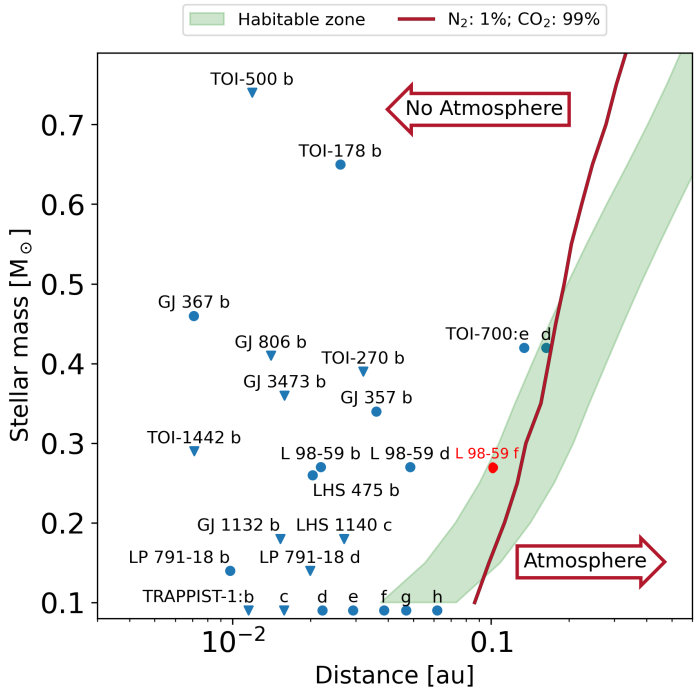

Figura 2.2: Distâncias de retenção atmosférica para diferentes massas estelares de estrelas de rotação lenta com idade de 5000 milhões de anos. A área em verde indica a ZH. Adaptado de Van Looveren et al. (2025).

rada de Van Looveren et al. (2025) e modificada para incluir o L 98-59 f, observa-se que o planeta encontra-se relativamente próximo do limite de distância para retenção de uma atmosfera. Outro cenário possível é que, dado que L 98-59 d apresenta baixa densidade devido à presença de substâncias voláteis, os planetas mais externos (e, f) também poderiam ter acretado substâncias voláteis em quantidades significativas (Cadieux et al., 2025).

A proximidade do sistema o torna um alvo prioritário para futuras missões espaciais, como a missão interferométrica LIFE (*Large Interferometer For Exoplanet*) e o HWO (*Habitable World Observatory*). Entretanto, a órbita compacta do L 98-59 f torna sua caracterização difícil devido à pequena separação angular entre o objeto e sua estrela (Cadieux et al., 2025; Schwarz et al., 2025). A distância orbital do planeta corresponde a uma separação projetada de 9.9 ± 0.3 msec (milissegundos de arco), podendo chegar a 10.4 ± 0.3 msec no apoastro. Isso significa que ele é praticamente inacessível à caracterização atmosférica por meio de telescópios terrestres, como o ELT (*Extremely Large Telescope*), pois a separação angular entre o planeta e a estrela é inferior ao limite de resolução angular desses instrumentos. No infravermelho próximo, para 1000 nm, a separação mínima necessária é 10.6 msec; para 1600 nm, é 16.92 msec (Cadieux et al., 2025).

Capítulo 3

Objetivos e Metodologia

O objetivo principal deste trabalho é estudar os efeitos das marés na evolução de corpos celestes, em especial de exoplanetas em sistemas compactos. Procura-se analisar o efeito que as marés planetárias podem ter na evolução orbital e rotacional do sistema, contribuindo, assim, para futuras pesquisas sobre habitabilidade, estudos sobre a composição e a estrutura de planetas rochosos e para uma melhor compreensão da origem e da formação de sistemas compactos. Motivado pela metodologia de Ferraz-Mello et al. (2026) no estudo da exo-Terra LP 791-18 d, o objetivo foi replicar essa análise em um alvo semelhante.

As simulações numéricas foram realizadas utilizando um programa desenvolvido no IAG/USP, fundamentado na teoria *creep* de Ferraz-Mello (2013) e nos refinamentos para corpos diferenciados de Ferraz-Mello et al. (2022); Ferraz-Mello et al. (2026); Folonier et al. (2015). O código realiza a integração, usando a versão de 15ª ordem do integrador RADAU (Everhart, 1985), das equações diferenciais do problema. Nessas funções, os coeficientes de Cayley (Cayley, 1861) até a ordem 7 são dados por tabelas em uma das sub-rotinas do programa. Para ordens maiores, são calculados em uma sub-rotina baseada na Equação B.7. O programa considera os efeitos da perda de momento angular de rotação das estrelas devido ao vento estelar (freamento magnético), com base nos estudos de rotação das estrelas M realizados por Engle e Guinan (2023). Apesar de ter sido incorporada aos cálculos, a maré estelar contribui pouco para as variações observadas no movimento de rotação da estrela. As principais equações utilizadas podem ser consultadas no Apêndice B.

Variaram-se dois parâmetros: k_f (número de Love) e γ (fator de relaxação). Outro parâmetro importante é o momento de inércia dos corpos; como o fator de inércia depende da distribuição de massa, calcularam-se valores com base em Consorzi et al. (2023) e Ferraz-Mello et al. (2022), substituindo os inicialmente adotados, que eram os mesmos

utilizados por Ferraz-Mello et al. (2026). Dos cinco objetos que compõem o sistema, selecionaram-se alguns para o estudo; a princípio, foram estes: L 98-59 b e d, em razão do contraste entre eles. O planeta b sofre marés mais fortes e apresenta intenso vulcanismo, além de sua densidade ser compatível com uma composição rochosa. No planeta d, a maré é menos intensa, além de ter uma composição rica em voláteis. Ao escolher esses dois objetos, foi possível avaliar o impacto da variação dos parâmetros em diferentes cenários. Posteriormente, o estudo se estendeu para considerar os efeitos da maré atmosférica além da maré sólida, motivado pela análise de Ferraz-Mello (2026) sobre a rotação retrógrada de Vênus. Estudou-se como a presença de atmosferas poderia afetar o movimento de rotação dos corpos do L 98-59. O planeta f tornou-se, então, também um candidato de interesse devido à sua localização na ZH e à possibilidade de reter um envoltório gasoso.

Foram utilizados três códigos distintos para realizar este estudo. Considerando o problema como um sistema isolado de dois corpos formado pela estrela e por um planeta, e tendo fornecido os parâmetros físicos de entrada, o primeiro código simula a evolução do sistema a partir do estado inicial até atingir o estado supersíncrono (estacionário). O segundo código, assumindo que o estado estacionário já foi atingido, simula a evolução do sistema até a sincronização completa de sua rotação. Das saídas dos programas, obtêm-se dados referentes ao movimento de rotação e aos elementos orbitais do sistema durante o período de tempo integrado. Esses dados são usados para gerar gráficos em função do tempo, a fim de analisar o impacto da variação dos parâmetros na evolução orbital e rotacional dos corpos: como afeta a quantidade de energia dissipada pelo planeta, o tempo de circularização da órbita, o tempo de captura na rotação síncrona e a captura em outras ressonâncias antes de atingir o sincronismo. Por fim, um terceiro código foi utilizado para calcular a evolução temporal da rotação ($\dot{\Omega}$) em função da razão Ω/n.

Declaração de uso de inteligência artificial

Foram utilizadas ferramentas de inteligência artificial (IA) generativa de forma auxiliar. Os assistentes ChatGPT GPT-5.5 e Grammarly foram empregados para fins de revisão ortográfica e gramatical, e a ferramenta NotebookLM foi utilizada para resumir textos de estudo. Todo o conteúdo intelectual, a análise crítica, a interpretação dos dados e as conclusões são de autoria exclusiva da autora. As saídas dos programas de IA foram integralmente revisadas e reescritas pela autora antes de serem incorporadas ao texto.

Capítulo 4

Parâmetros

4.1 Fator de inércia I_0

Inicialmente, os valores adotados para os fatores de inércia da estrela e dos planetas foram os mesmos utilizados por Ferraz-Mello et al. (2026) em seu estudo de LP 791-18 d: para a estrela, $I_0 = 0.07$, e para o planeta, $I_0 = 0.33$. Esses valores são próximos aos encontrados para o Sol e a Terra, respectivamente. Para comparação, no caso de uma esfera perfeitamente homogênea, $I_0 = 0.4$; quanto menor o I_0 do corpo, mais concentrada está a sua massa em direção ao centro. Entretanto, como neste modelo estão sendo testadas diferentes concentrações de massa, que afetam diretamente esse parâmetro, optou-se por recalcular os valores de I_0 a fim de obter resultados mais precisos.

Para calcular o I_0 da estrela, utilizou-se a relação descrita pela Equação 4.1. Embora o trabalho de Consorzi et al. (2023) tenha sido projetado especificamente para exoplanetas gigantes fluidos estratificados, a fundamentação da relação proposta entre o fator de inércia I_0 e o número de Love k_f baseia-se em propriedades gerais de corpos em equilíbrio hidrostático. Sendo assim, realizou-se uma extrapolação no presente estudo, considerando que as estrelas compartilham com os planetas gigantes a física de corpos autogravitantes compostos majoritariamente por material compressível (gás, plasma, fluido).

$$\tilde{N} \approx \tilde{k}_f^{0.4} \quad \text{onde} \quad \tilde{N} = \frac{I_0}{0.4}, \quad \tilde{k}_f = \frac{k_f}{1.5} \tag{4.1}$$

No caso de L 98-59 ($0.32\ M_\odot, 0.291\ R_\odot$), por ser uma estrela de tipo M, assim como LP 791-18, utilizou-se o mesmo valor de k_f adotado por Ferraz-Mello et al. (2026) ($k_f = 0.26$). Inserindo esse valor na Equação 4.1, obteve-se $I_0 \approx 0.198$. Esse valor é próximo do esperado para estrelas de baixa massa, visto que estão próximas do limite de convecção

total ($M \leq 0.35 M_\odot$) e comportam-se como um polítropo de índice $n = 1.5$ (Chabrier e Baraffe, 1997; Hoxie, 1970), cujo fator de inércia teórico é $I_0 \approx 0.203$ (Criss e Hofmeister, 2015).

Para corpos rochosos, a relação dada pela Equação 4.1 subestima I_0, pois, em sólidos, a massa está "menos concentrada" do ponto de vista rotacional; o núcleo é denso, mas o manto rígido torna o fator de inércia maior que o equivalente fluido. Portanto, outro método foi empregado para calcular os fatores de inércia dos planetas. Adotou-se o modelo de três camadas (núcleo de ferro, manto de silicatos e camada superficial de voláteis) proposto por Cadieux et al. (2025), bem como a aproximação de Ferraz-Mello et al. (2022) para corpos com camadas concêntricas homogêneas, descrita pela Equação 4.2, onde d_i e R_i são a densidade e o raio da i-ésima camada, respectivamente. Mais informações sobre como foram obtidos os valores de R_i e as densidades d_i utilizadas podem ser consultadas no Apêndice C.

O momento de inércia polar total é dado por $C = \sum_i^N C_i$. O fator de inércia relaciona-se ao momento de inércia pela Equação 4.3. Os valores de I_0 obtidos são apresentados na Tabela 4.1.

$$C_i \simeq \frac{8\pi}{15} d_i \, (R_i^5 - R_{i-1}^5) \tag{4.2}$$

$$I_0 = \frac{C}{MR^2} \tag{4.3}$$

4.2 Número de Love k_f

O parâmetro k_f, chamado de número de Love fluido, quantifica a resposta do corpo às forças de maré. Em particular, esse parâmetro contém informação sobre a concentração de massa do corpo. A teoria adotada para calculá-lo é a de Folonier et al. (2015), que determina k_f diretamente pela relação entre o potencial externo W_2 que atua sobre o corpo e o potencial induzido U_2 gerado pela perturbação das marés (Folonier et al., 2015; Love, 1909), descrita pela Equação 4.4.

$$U_2 = k_f \, W_2 \tag{4.4}$$

Tabela 4.1 - Fatores de inércia (I_0) e números de Love (k_f) calculados para os planetas.

Planeta	I_0	k_f
b	0.3634	1.25
d	0.3013	1.07
f (atm. secundária)	0.3734	1.04
f (atm. primordial)	0.3402	0.678

Convém ressaltar a sutil ambiguidade na literatura entre este parâmetro (k_f) e o número de Love elástico, frequentemente referidos pela mesma notação k_2. Este último, derivado da teoria de Kelvin (Thomson, 1863), incorpora a rigidez dos materiais e descreve a deformação elástica de um corpo rígido. O número de Love fluido, para o qual adotou-se a notação k_f neste trabalho a fim de evitar duplicidade, é calculado exclusivamente a partir da distribuição de densidade do corpo, conforme a teoria original de Love (1909). Essa é uma distinção relevante, pois o uso de k_2 pode subestimar significativamente a dissipação de energia em corpos com camadas fluidas, como ocorreu no caso de Encélado. Modelos baseados na teoria de Kelvin previam $k_2 \leq 0.002$, valor insuficiente para explicar a alta dissipação de energia observada no satélite pela sonda Cassini. Entretanto, ao utilizar a teoria de maré de fluência e adotar k_f conforme o modelo de Love, Ferraz-Mello et al. (2022) obtiveram $k_f = 0.942$, produzindo resultados que reconciliavam o modelo teórico com as observações. Como os planetas do sistema L 98-59 apresentam características análogas (estruturas diferenciadas com oceanos globais ou envelopes gasosos que reduzem a rigidez do corpo), o modelo de Folonier et al. (2015) e Ferraz-Mello et al. (2022), baseado no limite fluido k_f, mostra-se o mais adequado.

O parâmetro k_f é calculado a partir da Equação 4.5. Na expressão, m é a massa do planeta, R_N é o raio total do planeta, e R_i e d_i são o raio e a densidade da i-ésima camada, respectivamente. O detalhamento do formalismo matemático e das soluções numéricas encontra-se no Apêndice D, e os valores finais de k_f estão listados na Tabela 4.1.

$$k_f = \frac{2\pi}{m{R_N}^2} \sum_{i=1}^{N} {R_i}^5 \mathcal{H}_i \, (d_i - d_{i+1}) \tag{4.5}$$

4.3 Fator de relaxação γ

O fator γ é o único parâmetro livre da teoria de maré de fluência de Ferraz-Mello (2013). É inversamente proporcional à viscosidade dinâmica η do corpo, conforme a Equação 4.6, na qual w é o peso específico e R é o raio do corpo. No caso de um corpo sólido, $\gamma = 0$; e para um fluido invíscido (sem viscosidade), $\gamma \to \infty$ (Ferraz-Mello, 2013). Em outras palavras, está relacionado a quão rapidamente o corpo atinge o equilíbrio. Planetas gasosos têm viscosidade mais baixa, isto é, têm uma resposta mais imediata ao torque das marés e se adaptam mais rapidamente à deformação; portanto, têm maior γ. Planetas rochosos, por outro lado, possuem maior viscosidade (maior resistência à deformação), logo, têm menor γ. Como referência, adotou-se o valor típico da Terra sólida, $\gamma \sim 2 \times 10^{-7}$ s^{-1}. Foram testados também valores uma ordem de magnitude acima e abaixo, abrangendo o intervalo observado no Sistema Solar para corpos rochosos (Ferraz-Mello, 2019, Tabela 4).

$$\gamma = \frac{wR}{2\eta} \tag{4.6}$$

Capítulo 5

Resultados e Análise

5.1 Dissipação de energia

As simulações revelaram taxas significativas de dissipação de energia nos planetas internos, com magnitudes comparáveis ou superiores às observadas no satélite Io. Essa dissipação produz efeitos seculares nas órbitas, como o amortecimento da excentricidade e a evolução do semieixo maior; quanto maior a proximidade à estrela, espera-se que esses efeitos ocorram em escalas de tempo mais curtas. Neste trabalho, não foi realizada uma análise detalhada da evolução orbital secular, mas os resultados são consistentes com o esperado. Essas taxas foram calculadas usando a Equação 5.1, utilizada por Ferraz-Mello et al. (2026) para estimar a energia dissipada por LP 791-18 d. Como se assume que o planeta está em um estado quase síncrono ($\dot{\Omega} \approx 0$), de modo que pouca energia é usada para acelerar sua rotação, apenas a dissipação de energia orbital foi considerada.

$$\dot{\mathcal{W}}_{\rm orb} = \frac{GMm}{2a^2}\dot{a} \qquad\qquad \dot{\mathcal{W}}_{\rm rot} = I_0\Omega\dot{\Omega} \tag{5.1}$$

Para L 98-59 b, fixando excentricidade $e = 0.012$ e $\gamma = 2 \times 10^{-7}$ s^{-1}, variou-se o valor de k_f entre 0.1 e 1.3. A energia dissipada calculada foi $10^{15} - 10^{16}$ W. Ao dividir esse valor pela área superficial do objeto, obteve-se um fluxo de calor pela superfície de $10 - 110$ W m^{-2}, conforme se observa na Figura 5.1. Esse intervalo é compatível com o resultado de Nicholls et al. (2025), ao considerar o planeta com uma camada gasosa e em equilíbrio global (52 W m^{-2}). Apesar de as simulações realizadas neste ponto do trabalho ainda não incluírem nenhum possível efeito da atmosfera, o valor de γ fixo (o qual assume um estado reológico específico para o manto) e o alto valor de k_f colocam o planeta em um regime de baixa dissipação estável (longe do pico de viscosidade crítica) que produz resultados numericamente similares aos de outros modelos de equilíbrio térmico

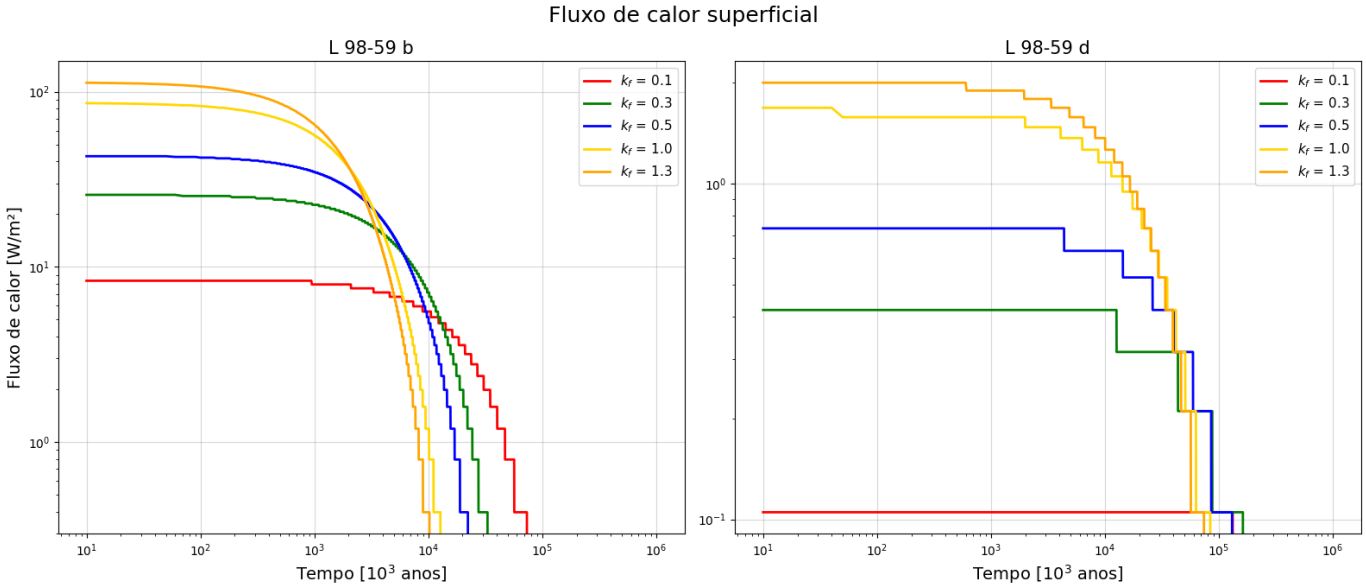

Figura 5.1: Fluxo de calor pela superfície dos planetas L 98-59 b (esquerda) e L 98-59 d (direita) para diferentes valores de k_f.

mais complexos, que reproduzem o *feedback* dinâmico da atmosfera. Ao usar um alto número de Love, como $k_f \approx 1.3$, simula-se uma resposta mais fluida do manto, mas não é possível capturar os efeitos de isolamento térmico da atmosfera. Na ausência de um envoltório, Nicholls et al. (2025) descrevem que a perda de calor por radiação para o espaço é altamente eficiente e que é compensada por uma dissipação de energia igualmente excessiva, da ordem de 10^5 W m^{-2}. Como os resultados obtidos nestas simulações estão ordens de grandeza abaixo desse limite, poderia-se dizer nesse caso que reproduzem melhor o regime de dissipação autorregulada pela atmosfera. Ademais, um fluxo de calor cerca de 4 a 45 vezes maior que o de Io (2.5 W m^{-2}), como obtido, também está de acordo com as previsões de Bello-Arufe et al. (2025) de que seria necessária uma dissipação pelo menos oito vezes mais intensa que a de Io para a manutenção de uma atmosfera vulcânica e de um oceano de magma no planeta. Em suma, o estado de dissipação assumido para L 98-59 b pelas simulações neste trabalho, seguindo a teoria da maré de fluência, só seria possível na presença de um envoltório gasoso.

No caso do L 98-59 d, para $\gamma = 2 \times 10^{-7}$ s^{-1} e $e = 0.008$, e considerando o mesmo intervalo de k_f, as energias dissipadas observadas foram da ordem de $10^{14} - 10^{15}$ W. O fluxo de calor resultante é $0.5 - 1.5$ W m^{-2}. Esses resultados são aproximadamente da mesma ordem de grandeza que o fluxo mediano obtido por Nicholls et al. (2025) no limite em que o planeta não possui atmosfera (4.26 W m^{-2}). Ao contrário do observado

para L 98-59 b, ao considerar a presença de um envoltório espesso, os autores obtiveram um fluxo significativamente maior, de 113 W m^{-2}. Isso ocorre porque L 98-59 d depende criticamente de sua atmosfera. Nicholls et al. (2025) explicam que, no cenário de rocha nua, a perda de calor para o espaço é tão eficiente que o corpo resfria rapidamente e solidifica, restando apenas um fluxo de calor residual. Isso mostra que apenas a maré gravitacional não é suficiente para manter um alto nível de dissipação, em oposição a L 98-59 b. A existência de um envoltório de substâncias voláteis no planeta, que indica que não solidificou-se completamente, e a detecção de gases vulcânicos e outras moléculas que evidenciam processos de desequilíbrio químico mostram que, de fato, deve existir outra componente comparável à maré gravitacional (maré atmosférica) para sustentar a alta dissipação de energia no planeta.

5.2 Existência e estabilidade de soluções síncronas e assíncronas

Levando em consideração as detecções de atmosferas nos planetas b e d (Bello-Arufe et al., 2025; Nicholls et al., 2026) e a possibilidade de L 98-59 f também reter um envoltório gasoso, foram analisadas a existência e a estabilidade de soluções estacionárias sob a ação dos torques gravitacionais e atmosféricos seguindo a metodologia de Ferraz-Mello (2026). Para isso, calculou-se a razão entre os dois torques, expressa pelo parâmetro b, utilizando a Equação 5.2.

$$b = \frac{A'\gamma'}{A\gamma} \quad \text{onde} \quad A'\gamma' = \frac{3\pi n^2 R^4 \Phi_0}{8 c_p T_0 C}, \quad A = \frac{3 k_f G M_*^2 R^5}{4 C a^6} \tag{5.2}$$

Na Equação 5.2, o numerador representa a contribuição do torque atmosférico. Esse coeficiente depende do movimento médio (n), do raio (R), do momento de inércia (C), da temperatura na superfície (T_0), do calor específico à pressão constante (c_p) e do fluxo de calor no ponto subestelar do planeta (Φ_0). Na ausência de torque atmosférico, $b = 0$. O detalhamento matemático e os parâmetros utilizados nos cálculos para obter o coeficiente de cada planeta podem ser consultados no Apêndice E. No denominador, γ é o fator de relaxação do planeta e A é o coeficiente de maré gravitacional.

O parâmetro b é usado para avaliar as condições de existência de raízes reais assíncronas:

$$\begin{cases} \text{Caso I:} \quad \Gamma^{-2} < b < 1 \quad (\Gamma > 1) \\ \text{Caso II:} \quad 1 < b < \Gamma^{-2} \quad (\Gamma < 1) \end{cases}$$

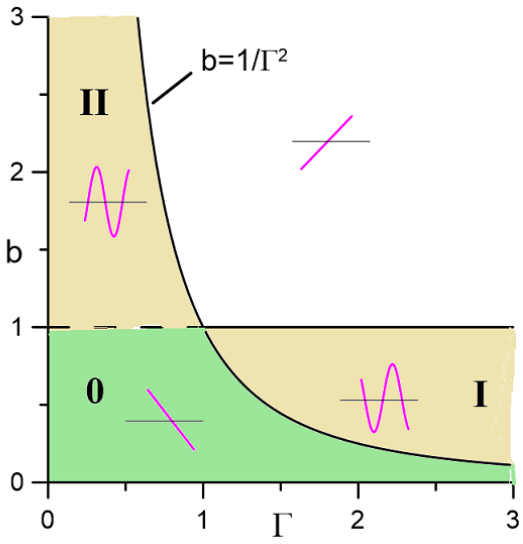

Figura 5.2: Domínios de existência de soluções assíncronas estacionárias: I (estável), II (instável). Fora desses domínios, não há raízes assíncronas reais. Nos domínios 0 e II, a solução síncrona é estável. Nos demais domínios, é instável. Reproduzido de Ferraz-Mello (2026).

onde $\Gamma = \gamma/\gamma'$. Quando uma das condições não é satisfeita, a rotação converge para o sincronismo. Esta análise permite determinar em qual dos domínios definidos por Ferraz-Mello (2026) e representados na Figura 5.2 o planeta se encontra. É importante ressaltar que o parâmetro γ' não pode ser desacoplado de $A'\gamma'$ quando calculado apenas pelas equações de Ferraz-Mello (2026). Portanto, outro método foi utilizado para estimá-lo, a fim de calcular Γ. Esse processo está detalhado no Apêndice E.

A princípio, foram considerados dois cenários de atmosfera para os planetas nos cálculos: um envoltório fino/médio de 10 bar e outro mais denso de 100 bar. Para L 98-59 f, esses diferentes valores de pressão foram testados considerando um envoltório de composição primordial e outro de composição secundária. Já para L 98-59 d, como Nicholls et al. (2026) diz que o planeta pode possuir atualmente uma atmosfera de até 30 kbar, esse valor também foi testado. Os resultados mostram que L 98-59 b permanece síncrono em todos os cenários, isto é, pertence ao domínio 0, no qual há apenas soluções síncronas. Ainda que tenha uma atmosfera vulcânica secundária (Bello-Arufe et al., 2025), mesmo que esta fosse densa, a proximidade do planeta à estrela torna as marés atmosféricas irrelevantes para a evolução rotacional do corpo devido às fortes marés gravitacionais. Os planetas d e f, por outro lado, apresentam um resultado distinto. No cenário de uma atmosfera mais fina, como L 98-59 b, eles tendem ao sincronismo. Porém, sob maiores pressões, passam para o domínio I, onde a solução síncrona se torna instável e há atratores assíncronos estáveis.

5.3 Torque gravitacional e torque atmosférico

Foram elaborados diagramas de fase para identificar os estados de equilíbrio calculados na seção anterior. O eixo vertical representa a aceleração angular da rotação do planeta ($\dot{\Omega}$) e é diretamente proporcional ao torque aplicado ao corpo. O eixo horizontal é a taxa de *spin* normalizada (Ω/n), que define o estado de rotação do planeta em relação ao seu movimento orbital. As soluções estacionárias (pontos de equilíbrio) ocorrem quando $\dot{\Omega} = 0$.

De início, calcularam-se tanto o torque gravitacional quanto o torque atmosférico utilizando as equações de Ferraz-Mello (2026) e a metodologia descrita no Apêndice E. Entretanto, verificou-se que, mesmo nos casos em que os planetas pertenciam ao domínio de existência de soluções assíncronas, o torque atmosférico calculado era tão pequeno em relação ao gravitacional (cerca de 17 a 19 ordens de grandeza menor, em módulo) que não era possível observar seu efeito; a única solução visível era a síncrona ($\Omega/n = 1$). Diante disso, buscou-se entender por que os resultados experimentais não se alinhavam aos cálculos matemáticos. Durante essas tentativas, encontrou-se um estudo de Auclair-Desrotour et al. (2017b) que descrevia um modelo de atmosfera distinto para o cálculo do torque. Os autores utilizam um modelo convectivo para determinar estados de equilíbrio de rotação não-síncrona em mundos análogos a Vênus. Segundo os autores, a estratificação da camada gasosa possui um papel-chave no efeito do torque atmosférico. Em atmosferas estáveis, o deslocamento vertical do fluido, restaurado pela força de Arquimedes, compensa quase totalmente as variações de densidade causadas pelo aquecimento da estrela, "aniquilando" o torque térmico. Em um modelo convectivo, a convecção elimina a componente de compensação vertical, aumentando o torque atmosférico em várias ordens de grandeza.

O método utilizado para calcular o torque atmosférico neste estudo até o momento (inércia térmica), descrito no Apêndice E, também pode ser considerado um modelo convectivo, pois a redistribuição de massa em razão do aquecimento estelar é considerada puramente horizontal. Entretanto, o modelo de inércia térmica de Leconte et al. (2015) e o modelo convectivo de Auclair-Desrotour et al. (2017b) ressaltam aspectos distintos da atmosfera. Na teoria de Leconte et al. (2015), os autores destacam que a amplitude das marés térmicas (atmosféricas) não aumenta continuamente com a pressão superficial. Em atmosferas superdensas (acima de algumas dezenas de bar), a radiação estelar é absorvida nas camadas mais altas, e a maré térmica é amortecida por uma camada quiescente mas-

siva abaixo. Ou seja, a saturação por opacidade torna o torque mais fraco. Já no modelo de Auclair-Desrotour et al. (2017b), o torque atmosférico é diretamente proporcional à densidade (e à pressão) superficial. Este modelo mostra a intensidade do torque de uma atmosfera dinamicamente ativa em um limite superior idealizado, enquanto Leconte et al. (2015) considera um cenário de saturação física, no qual a atmosfera é tão "pesada" e opaca que a redistribuição de massa necessária para gerar torque torna-se ineficiente.

Decidiu-se recalcular os torques atmosféricos dos planetas d e f pelo modelo de Auclair-Desrotour et al. (2017b) ("novo"), utilizando a Equação 5.3, e compará-los com os resultados anteriores ("antigo"). Os cálculos completos encontram-se no Apêndice F.

$$\mathcal{T} = 2\pi R^2 \frac{\kappa \rho_s}{g} U_2 J_2 \frac{\sigma}{\sigma^2 + \sigma_0^2} \quad \text{onde} \quad U_2 = \frac{1}{2}\sqrt{\frac{3}{2}} \frac{R^2 G M_*}{a^3} \quad \text{e} \quad J_2 = \frac{1}{2}\sqrt{\frac{3}{2}} \frac{\alpha \varepsilon R^2 L_*}{M_A a^2} \tag{5.3}$$

Calculando o torque atmosférico de L 98-59 d pela Equação 5.3, obteve-se um resultado comparável ao torque gravitacional calculado anteriormente pelas equações de Ferraz-Mello (2026). A Figura 5.3 mostra, sem normalizações, as componentes gravitacional e atmosférica do torque de L 98-59 d obtidas para uma pressão atmosférica de p_s=30 kbar. Nota-se que a componente associada ao torque atmosférico "antigo" visualmente não apresenta variação em relação ao zero, pois é extremamente pequena em comparação às demais. Por outro lado, o "novo" torque térmico tem magnitude comparável à do torque gravitacional. Também é possível observar que as inclinações das soluções dos torques gravitacionais e atmosféricos são opostas. Enquanto o torque gravitacional possui inclinação negativa no ponto $\Omega/n = 1$ (sincronismo), indicando que é uma solução estável, a inclinação do torque atmosférico nesse ponto é positiva, ou seja, é uma solução instável.

Nos painéis da direita da Figura 5.3, a curva que é a composição dos torques gravitacional e atmosférico "antigo" (vermelho) apresenta apenas a solução síncrona (domínio 0 da Figura 5.2). Em contrapartida, a curva preta, que é a soma do torque gravitacional e do torque atmosférico "novo", apresenta outras duas soluções que não eram visíveis antes: uma subsíncrona ($\Omega/n < 1$) e outra supersíncrona ($\Omega/n > 1$), ambas prógradas ($\Omega/n > 0$). A solução síncrona, que era estável quando o torque atmosférico não era significativo, tornou-se instável, enquanto as soluções assíncronas são estáveis (domínio I). Os resultados referentes a L 98-59 f, que podem ser consultados no Apêndice F, também indicam o surgimento de soluções assíncronas quando se considera o novo torque atmosférico.

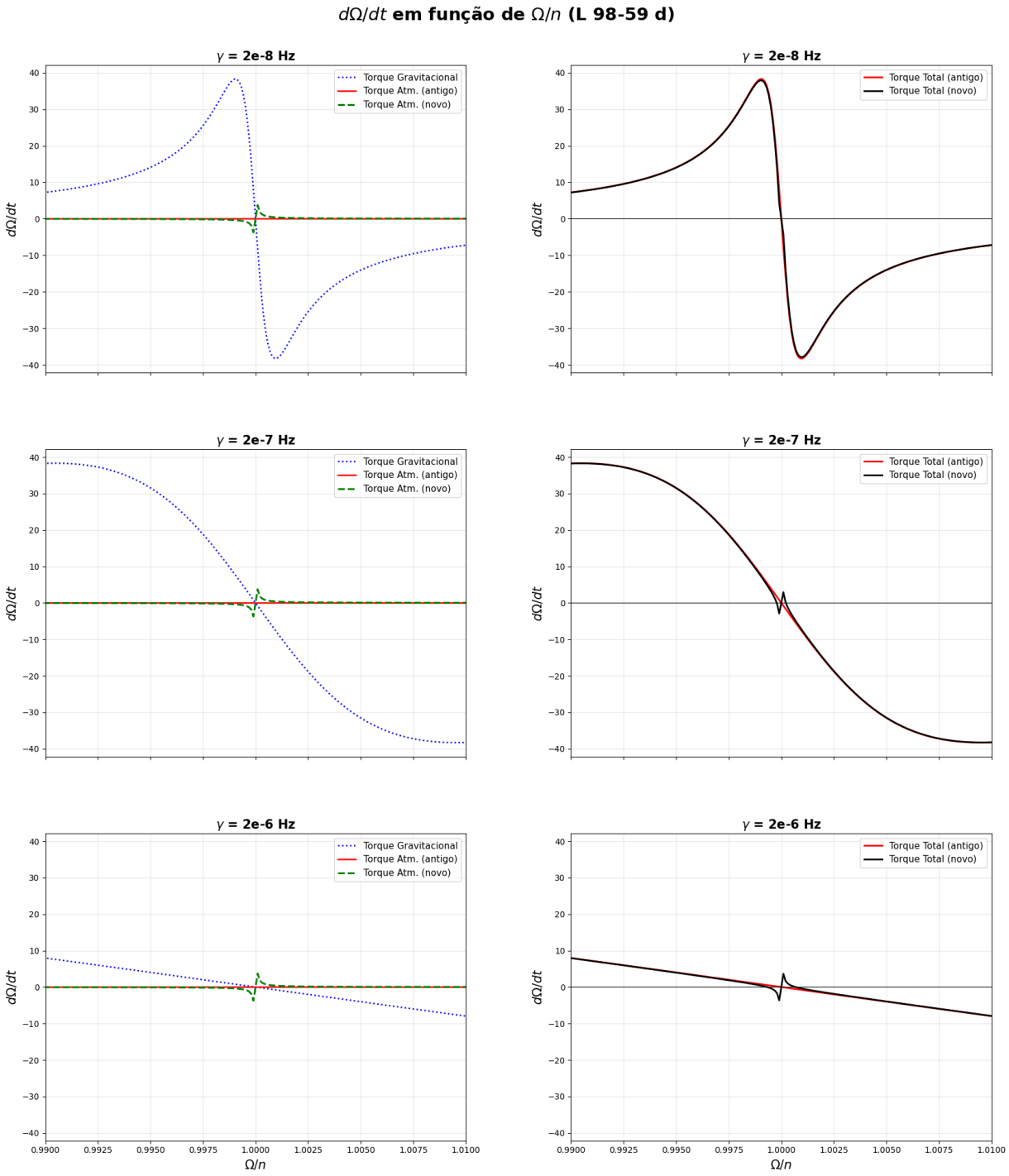

Figura 5.3: Diagrama de fase de L 98-59 d para $e = 0.008$, $k_f = 1.07$ e $p_s = 30$ kbar, considerando diferentes fatores de relaxação. À esquerda, a linha pontilhada (azul) corresponde ao torque gravitacional do planeta, a linha sólida (vermelha) é o torque atmosférico "antigo", e a linha tracejada (verde) é o torque atmosférico "novo". À direita, as curvas são a soma dos torques gravitacionais e atmosféricos.

Capítulo 6

Conclusões

Este trabalho investigou os efeitos da dissipação de energia por marés no sistema planetário compacto L 98-59, com foco nos planetas b, d e f. Aplicando a teoria de maré de fluência, foram simulados os processos de sincronização da rotação e de dissipação de energia que moldam a trajetória evolutiva deste sistema. Verificou-se que a viscosidade exerce influência significativa na evolução orbital e rotacional dos corpos ao variar parâmetros-chave como o fator de relaxação γ e o número de Love k_f.

Para L 98-59 b, observou-se uma taxa de dissipação de energia significativa, 4 a 45 vezes superior à observada em Io, a depender dos parâmetros. Esse resultado corrobora a literatura existente (Bello-Arufe et al., 2025), que prevê que o planeta possa manter um envoltório vulcânico por meio de aquecimento interno e de vulcanismo intensos. Os resultados do fluxo de calor de L 98-59 d demonstram a dependência crítica de sua atmosfera, o que também é coerente com a literatura (Nicholls et al., 2025). A inclusão do torque atmosférico nas análises revelou que o L 98-59 b provavelmente está capturado em rotação síncrona, mesmo que sua atmosfera seja densa, pois sua proximidade da estrela torna os torques gravitacionais dominantes. Todavia, as análises dos planetas d e f indicaram que os torques atmosféricos podem tornar-se significativos a altas pressões, de modo a competir com os torques gravitacionais e levar ao surgimento de soluções assíncronas estáveis.

As principais fórmulas utilizadas (Ferraz-Mello et al., 2022; Ferraz-Mello et al., 2026; Folonier et al., 2015) são simplificadas. Para um modelo de camadas muito distintas, como os planetas estudados, pode ser preferível utilizar fórmulas mais complexas. Este estudo pode ser continuado no futuro, seguindo o modelo de Folonier e Ferraz-Mello (2017), que estende os resultados de corpos com camadas de mesma velocidade angular (adotado neste trabalho) para camadas com velocidades angulares distintas.

Referências Bibliográficas

Auclair-Desrotour P., Laskar J., Mathis S., Atmospheric tides in Earth-like planets, A&A, 2017a, vol. 603, p. A107

Auclair-Desrotour P., Laskar J., Mathis S., Atmospheric tides and their consequences on the rotational dynamics of terrestrial planets, arXiv e-prints, 2017b, p. arXiv:1709.09478

Auclair-Desrotour P., Laskar J., Mathis S., Correia A. C. M., The rotation of planets hosting atmospheric tides: from Venus to habitable super-Earths, A&A, 2017c, vol. 603, p. A108

Banerjee A., Barstow J. K., Gressier A., Espinoza N., Sing D. K., Allen N. H., Birkmann S. M., Challener R. C., Crouzet N., Haswell C. A., Lewis N. K., Lewis S. R., Yang J., Atmospheric Retrievals Suggest the Presence of a Secondary Atmosphere and Possible Sulfur Species on L98-59 d from JWST Nirspec G395H Transmission Spectroscopy, ApJ, 2024, vol. 975, p. L11

Bello-Arufe A., Damiano M., Bennett K. A., Hu R., Welbanks L., MacDonald R. J., Seligman D. Z., Sing D. K., Tokadjian A., Oza A. V., Yang J., Evidence for a Volcanic Atmosphere on the Sub-Earth L 98-59 b, ApJ, 2025, vol. 980, p. L26

Cadieux C., L'Heureux A., Piaulet-Ghorayeb C., Doyon R., Artigau É., Cook N. J., Coulombe L.-P., Roy P.-A., Lafrenière D., Lamontagne P., Radica M., Benneke B., Ahrer E.-M., Weisserman D., Cloutier R., Detailed Architecture of the L 98-59 System and Confirmation of a Fifth Planet in the Habitable Zone, AJ, 2025, vol. 170, p. 154

Cayley A., Tables of the developments of functions in the theory of elliptic motion, Memoirs of the Royal Astronomical Society, Vol. 29, p. 191, 1861, vol. 29, p. 191

Chabrier G., Baraffe I., Structure and evolution of low-mass stars, A&A, 1997, vol. 327, p. 1039

Chase M. W., NIST-JANAF Thermochemical Tables 4th edn. American Institute of Physics New York, 1998

Cheverall C. J., Madhusudhan N., Constantinou S., McCullough P. R., Ground-based Atmospheric Characterization of Super-Earth L 98-59 d at High Spectral Resolution, arXiv e-prints, 2026, p. arXiv:2603.02209

Cloutier R., Astudillo-Defru N., Bonfils X., Jenkins J. S., Berdiñas Z., Ricker G., Vanderspek R., Latham D. W., Seager S., Winn J., Jenkins J. M., Almenara J. M., Bouchy F., Delfosse X., Díaz M. R., Díaz R. F., Doyon R., Figueira P., Forveille T., Kurtovic N. T., Lovis C., Mayor M., Menou K., Morgan E., Morris R., Muirhead P., Murgas F., Pepe F., Santos N. C., Ségransan D., Smith J. C., Tenenbaum P., Torres G., Udry S., Vezie M., Villasenor J., Characterization of the L 98-59 multi-planetary system with HARPS. Mass characterization of a hot super-Earth, a sub-Neptune, and a mass upper limit on the third planet, A&A, 2019, vol. 629, p. A111

Consorzi A., Melini D., Spada G., Relation between the moment of inertia and the k_2 Love number of fluid extra-solar planets, A&A, 2023, vol. 676, p. A21

Criss R. E., Hofmeister A. M., Analytical representations for simple and composite polytropes and their moments of inertia, New Astronomy, 2015, vol. 36, p. 26

Demangeon O. D. S., Zapatero Osorio M. R., Alibert Y., Barros S. C. C., Adibekyan V., Tabernero H. M., Antoniadis-Karnavas A., Camacho J. D., Suárez Mascareño A., Oshagh M., Micela G., Sousa S. G., Lovis C., Pepe F. A., Rebolo R., Cristiani S., Santos N. C., Allart R., Allende Prieto C., Bossini D., Bouchy F., Cabral A., Damasso M., Di Marcantonio P., D'Odorico V., Ehrenreich D., Faria J., Figueira P., Génova Santos R., Haldemann J., Hara N., González Hernández J. I., Lavie B., et al. Warm terrestrial planet with half the mass of Venus transiting a nearby star, A&A, 2021, vol. 653, p. A41

Driscoll P. E., Barnes R., Tidal Heating of Earth-like Exoplanets around M Stars: Thermal, Magnetic, and Orbital Evolutions, Astrobiology, 2015, vol. 15, p. 739

Engle S. G., Guinan E. F., Living with a Red Dwarf: The Rotation–Age Relationships of M Dwarfs, The Astrophysical Journal Letters, 2023, vol. 954, p. L50

Everhart E., An efficient integrator that uses Gauss-Radau spacings, International Astronomical Union Colloquium, 1985, vol. 83, p. 185–202

Ferraz-Mello S., Tidal synchronization of close-in satellites and exoplanets. A rheophysical approach, Celestial Mechanics and Dynamical Astronomy, 2013, vol. 116, p. 109

Ferraz-Mello S., Tidal synchronization of close-in satellites and exoplanets: II. Spin dynamics and extension to Mercury and exoplanet host stars, Celestial Mechanics and Dynamical Astronomy, 2015, vol. 122, p. 359

Ferraz-Mello S., Planetary tides: theories, Satellite Dynamics and Space Missions, 2019, pp 1–50

Ferraz-Mello S., Exoplanet Synchronization in the Habitable Zone: Learning from Venus' Retrograde Rotation, AJ, 2026, vol. 171, p. 206

Ferraz-Mello S., Folonier H. A., Gomes G. O., Creep tide theory: equations for differentiated bodies with aligned layers, Celestial Mechanics and Dynamical Astronomy, 2022, vol. 134

Ferraz-Mello S., Menezes Bechara T., Alves-Silva R., Tidal dissipation and synchronization of the temperate exo-Earth LP 791-18d, European Physical Journal Special Topics, 2026, vol. 234, p. 7727

Folonier H. A., Ferraz-Mello S., Tidal synchronization of an anelastic multi-layered body: Titan's synchronous rotation, Celestial Mechanics and Dynamical Astronomy, 2017, vol. 129, p. 359

Folonier H. A., Ferraz-Mello S., Kholshevnikov K. V., The flattenings of the layers of rotating planets and satellites deformed by a tidal potential, Celestial Mechanics and Dynamical Astronomy, 2015, vol. 122, p. 183

Fromont E. F., Ahlers J. P., Amaral L. N. R. d., Barnes R., Gilbert E. A., Quintana E. V., Peacock S., Barclay T., Youngblood A., Atmospheric Escape From Three Terrestrial Planets in the L 98-59 System, ApJ, 2024, vol. 961, p. 115

Goldberg M., Batygin K., Architectures of Compact Super-Earth Systems Shaped by Instabilities, The Astronomical Journal, 2022, vol. 163, p. 201

Google, 2026 NotebookLM. Inteligência artificial generativa. Disponível em: https://notebooklm.google.com

Grammarly Inc., 2026 Grammarly Writing Assistant. Inteligência artificial generativa. Disponível em: https://www.grammarly.com

Hands T. O., Alexander R. D., Dehnen W., Understanding the assembly of Kepler's compact planetary systems, Monthly Notices of the Royal Astronomical Society, 2014, vol. 445, p. 749

Hoxie D. T., The Structure and Evolution of Stars of Very Low Mass, ApJ, 1970, vol. 161, p. 1083

Kite E. S., Barnett M. N., Exoplanet secondary atmosphere loss and revival, Proceedings of the National Academy of Sciences, 2020, vol. 117, p. 18264

Kostov V. B., Schlieder J. E., Barclay T., et al. The L 98-59 System: Three Transiting, Terrestrial-size Planets Orbiting a Nearby M Dwarf, The Astronomical Journal, 2019, vol. 158, p. 32

Lagage P.-O., Mandell A., Giménez A., Angerhausen D., Bolmont E., Ducrot E., Hu R., Roberge A., The Future of Rocky Worlds Exploration, Space Science Reviews, 2026, vol. 222, p. 40

Leconte J., Wu H., Menou K., Murray N., Asynchronous rotation of Earth-mass planets in the habitable zone of lower-mass stars, Science, 2015, vol. 347, p. 632

Lissauer J. J., Fabrycky D. C., Ford E. B., Borucki W. J., Fressin F., Marcy G. W., Orosz J. A., Rowe J. F., Torres G., Welsh W. F., Batalha N. M., Bryson S. T., Buchhave L. A., Caldwell D. A., Carter J. A., Charbonneau D., Christiansen J. L., Cochran W. D., Desert J.-M., Dunham E. W., Fanelli M. N., Fortney J. J., Gautier III T. N., Geary J. C., Gilliland R. L., Haas M. R., Hall J. R., Holman M. J., Koch D. G., Latham D. W., Lopez E., McCauliff S., Miller N., Morehead R. C., Quintana E. V., Ragozzine D.,

Sasselov D., Short D. R., Steffen J. H., A closely packed system of low-mass, low-density planets transiting Kepler-11, Nature, 2011, vol. 470, p. 53–58

Love A. E. H., The Yielding of the Earth to Disturbing Forces, Proceedings of the Royal Society of London Series A, 1909, vol. 82, p. 73

Luque R., Pallé E., Density, not radius, separates rocky and water-rich small planets orbiting M dwarf stars, Science, 2022, vol. 377, p. 1211

National Academies of Sciences E., Medicine Origins, Worlds, and Life: A Decadal Strategy for Planetary Science and Astrobiology 2023-2032. The National Academies Press Washington, DC, 2023

Nicholls H., Guimond C. M., Hay H. C. F. C., Chatterjee R. D., Lichtenberg T., Pierrehumbert R. T., Self-limited tidal heating and prolonged magma oceans in the L 98-59 system, Monthly Notices of the Royal Astronomical Society, 2025, vol. 541, p. 2566–2584

Nicholls H., Lichtenberg T., Chatterjee R. D., Guimond C. M., Postolec E., Pierrehumbert R. T., Volatile-rich evolution of molten super-Earth L 98-59 d, arXiv e-prints, 2026

OpenAI, 2026 ChatGPT, versão GPT-5.5. Inteligência artificial generativa. Disponível em: https://chat.openai.com

Revol A., Bolmont E., Tobie G., Dumoulin C., Musseau Y., Mathis S., Strugarek A., Brun A. S., Spin evolution of Venus-like planets subjected to gravitational and thermal tides, A&A, 2023, vol. 674, p. A227

Schwarz P., Dreizler S., Heller R., Confirmation of a non-transiting planet in the habitable zone of the nearby M dwarf L 98-59, 2025

Seager S., Kuchner M., Hier-Majumder C. A., Militzer B., Mass-Radius Relationships for Solid Exoplanets, ApJ, 2007, vol. 669, p. 1279

Seligman D. Z., Feinstein A. D., Lai D., Welbanks L., Taylor A. G., Becker J., Adams F. C., Morgan M., Bergner J. B., Potential Melting of Extrasolar Planets by Tidal Dissipation, 2023

Thomson W., On the Rigidity of the Earth, Philosophical Transactions of the Royal Society of London Series I, 1863, vol. 153, p. 573

Van Looveren G., Boro Saikia S., Herbort O., Schleich S., Güdel M., Johnstone C., Kislyakova K., Habitable Zone and Atmosphere Retention Distance (HaZARD): Stellar-evolution-dependent loss models of secondary atmospheres, A&A, 2025, vol. 694, p. A310

Weiss L. M., Marcy G. W., Petigura E. A., Fulton B. J., Howard A. W., Winn J. N., Isaacson H. T., Morton T. D., Hirsch L. A., Sinukoff E. J., Cumming A., Hebb L., Cargile P. A., The California-Kepler Survey. V. Peas in a Pod: Planets in a Kepler Multi-planet System Are Similar in Size and Regularly Spaced, AJ, 2018, vol. 155, p. 48

Zhou L., Ma B., Wang Y.-H., Zhu Y.-N., Hubble WFC3 Spectroscopy of the Terrestrial Planets L 98–59 c and d: No Evidence for a Clear Hydrogen Dominated Primary Atmosphere, Research in Astronomy and Astrophysics, 2023, vol. 23, p. 025011

Apêndice

Apêndice A

Parâmetros do sistema L 98-59

Tabela A.1 - Parâmetros estelares e planetários do sistema L 98−59.

Parâmetro	**Demangeon et al. (2021)**	**Cadieux et al. (2025)**
	Parâmetros estelares	
Tipo espectral	M3 V	M3 V
Distância (pc)	10.6194 ± 0.0032	10.6082 ± 0.0017
$T_{\rm eff}$ (K)	3415 ± 315	3415 ± 60
$M_\star$ ($M_\odot$)	$0.313^{+0.020}_{-0.018}$	0.2923 ± 0.0067
$R_\star$ ($R_\odot$)	$0.303^{+0.026}_{-0.023}$	0.3155 ± 0.0062
$L_\star$ ($L_\odot$)	0.0113 ± 0.0004	0.0122 ± 0.0010
$P_{\rm rot}$ (dias)	~ 80	77.5 ± 1.6
Idade (Ga)	> 0.8	4.94 ± 0.28
	Parâmetros planetários	
L 98−59 b		
P (dias)	$2.2531136^{+1.2e-6}_{-1.5e-6}$	$2.2531140 \pm 4 \times 10-7$
M_p ($M_\oplus$)	$0.40^{+0.16}_{-0.15}$	0.46 ± 0.11
R_p ($R_\oplus$)	$0.850^{+0.061}_{-0.047}$	0.837 ± 0.019

Tabela A.1 - Parâmetros do sistema planetário L 98−59 (continuação).

Parâmetro	**Demangeon et al. (2021)**	**Cadieux et al. (2025)**
ρ_p (g cm^{-3})	$3.6^{+1.4}_{-1.5}$	$4.3^{+1.1}_{-1.0}$
a (UA)	$0.02191^{+0.00080}_{-0.00084}$	0.0223 ± 0.0007
e	$0.103^{+0.117}_{-0.045}$	$0.031^{+0.017}_{-0.016}$
S ($S_\oplus$)	-	24.5 ± 2.5
L 98−59 c		
P (dias)	$3.6906777^{+1.6e-6}_{-2.6e-6}$	$3.6906764 \pm 4 \times 10^{-7}$
M_p ($M_\oplus$)	$2.22^{+0.26}_{-0.25}$	2.00 ± 0.13
R_p ($R_\oplus$)	$1.385^{+0.095}_{-0.075}$	1.329 ± 0.029
ρ_p (g cm^{-3})	$4.57^{+0.77}_{-0.85}$	$4.7^{+0.5}_{-0.4}$
a (UA)	$0.0304^{+0.0011}_{-0.0012}$	0.0309 ± 0.0010
e	$0.103^{+0.045}_{-0.058}$	$0.002^{+0.002}_{-0.001}$
S ($S_\oplus$)	-	12.7 ± 1.3
L 98−59 d		
P (dias)	$7.4507245^{+8.1e-6}_{-4.6e-6}$	$7.450729 \pm 2 \times 10^{-6}$
M_p ($M_\oplus$)	$1.94^{+0.28}_{-0.28}$	1.64 ± 0.07
R_p ($R_\oplus$)	$1.521^{+0.119}_{-0.098}$	1.627 ± 0.041
ρ_p (g cm^{-3})	$2.95^{+0.79}_{-0.51}$	$2.2^{+0.2}_{-0.2}$
a (UA)	$0.0486^{+0.0018}_{-0.0019}$	0.0494 ± 0.0016
e	$0.074^{+0.057}_{-0.046}$	$0.006^{+0.007}_{-0.004}$
S ($S_\oplus$)	-	4.97 ± 0.52

Tabela A.1 - Parâmetros do sistema planetário L 98−59 (continuação).

Parâmetro	**Demangeon et al. (2021)**	**Cadieux et al. (2025)**
L 98−59 e (não transita)		
P (dias)	$12.796^{+0.020}_{-0.019}$	12.8278 ± 0.0018
$M_p \sin i$ ($M_\oplus$)	$3.06^{+0.33}_{-0.37}$	2.82 ± 0.19
a (UA)	$0.0717^{+0.0060}_{-0.0048}$	0.0712 ± 0.0022
e	$0.128^{+0.108}_{-0.076}$	$0.012^{+0.009}_{-0.008}$
S ($S_\oplus$)	-	2.40 ± 0.25
L 98−59 f (não transita)		
P (dias)	$23.15^{+0.60}_{-0.17}$	23.064 ± 0.055
$M_p \sin i$ ($M_\oplus$)	$2.46^{+0.66}_{-0.82}$	2.80 ± 0.30
a (UA)	$0.1034^{+0.0042}_{-0.0044}$	0.1052 ± 0.0033
e	$0.21^{+0.17}_{-0.11}$	$0.044^{+0.027}_{-0.028}$
S ($S_\oplus$)	-	1.10 ± 0.11

Apêndice B

Equações utilizadas

Os principais cálculos feitos referem-se às variações do semieixo maior, da excentricidade e da rotação do planeta e da estrela sobre um período. Utilizaram-se equações de evolução da teoria de maré de fluência, aplicadas a corpos diferenciados com camadas concêntricas homogêneas (Ferraz-Mello et al., 2022). As variações da excentricidade e, semieixo maior a e rotação (velocidade angular) Ω foram calculadas segundo as Equações B.1, B.2 e B.3.

$$\langle \dot{a} \rangle = -\frac{k_f m R_N^2 \bar{\epsilon}_\rho}{15a} \sum_{k\in\mathbb{Z}} \left[(3(k-2)E_{2,k}^2 \sin 2\sigma_k + kE_{2,k}^2 \sin 2\sigma_k'') \right] \tag{B.1}$$

$$\langle \dot{e} \rangle = -\frac{k_f n {R_N}^2 \bar{\epsilon}_\rho}{30a^2}(1-e^2) \sum_{k\in\mathbb{Z}} \left[3\left(\frac{2}{\sqrt{1-e^2}} + (k-2) \right) E_{2,k}^2 \sin 2\sigma_k + kE_{0,k}^2 \sin 2\sigma_k'' \right] \tag{B.2}$$

$$\langle \dot{\Omega} \rangle = -\frac{GMmR_N^2 k_f \bar{\epsilon}_\rho}{5Ca^3} \sum_{k\in\mathbb{Z}} E_{2,k}^2 \sin 2\sigma_k \tag{B.3}$$

Nas equações, m é a massa do corpos sobre o qual os efeitos de maré estão sendo calculados e M é a massa do corpo que cria a deformação no outro; R_N é o raio da N-ésima camada; k_f é o número de Love fluido; C é o momento polar de inércia; a, e, n são os parâmetros orbitais semieixo maior, excentricidade e movimento médio, respectivamente; $E_{i,k}$ são os coeficientes de Cayley (Cayley, 1861); e $\bar{\epsilon}_\rho$ é o achatamento equatorial de um esferóide de Jeans homogêneo equivalente, dado pela Equação B.4.

$$\bar{\epsilon}_\rho = \frac{15MR_N^3}{4ma^3} \tag{B.4}$$

No cálculo da variação da rotação na Equação B.3, para obter uma aproximação para o caso homogêneo, substitui-se $\frac{k_f m R_N^2}{C} = \frac{15}{4}$, resultando na Equação B.5.

$$\langle \dot{\Omega} \rangle = -\frac{3GM\bar{\epsilon}_\rho}{4a^3} \sum_{k\in\mathbb{Z}} E_{2,k}^2 \sin 2\sigma_k \tag{B.5}$$

A fase σ_k é definida como:

$$\sin \sigma_k = \frac{\nu + kn}{\sqrt{\gamma^2 + (\nu + kn)^2}}, \tag{B.6}$$

onde γ é o fator de relaxação e $\nu = 2(\Omega - n)$ é a frequência semidiurna do planeta. Os coeficientes de Cayley utilizados, por sua vez, são uma função da excentricidade orbital e são dados pela Equação B.7, onde ℓ e v são as anomalias média e verdadeira, nesta ordem.

$$E_{q,p}(e) = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \left(\frac{a}{r}\right)^3 \cos(qv + (p-q)\ell) d\ell \tag{B.7}$$

Uma última expressão relevante é a relação entre a idade t (em bilhões de anos) e o período de rotação P_* (em dias) de anãs vermelhas, obtida por Engle e Guinan (2023) e descrita pela Equação B.8.

$$\log t_{\mathrm{Ga}} = AP_{*(\mathrm{dias})} + B \tag{B.8}$$

Para estrelas com períodos inferiores a 175 dias, os coeficientes A e B seguem:

$$A = 0.0251 \pm 0.0022$$
$$B = -0.1615 \pm 0.0309$$

para $P_{\mathrm{rot}} < 25.4500 \pm 2.4552$, e

$$A = 0.0039 \pm 0.0031$$
$$B = 0.3780 \pm 0.0535$$

caso contrário.

A variação da velocidade angular correspondente à Equação B.8 para estrelas com períodos de rotação de até 170 dias é dada por

$$\dot{\Omega}_* = \frac{-\Omega_*^2}{2\pi\ At\ \ln(10)} \tag{B.9}$$

Apêndice C

Raios e densidades das camadas

Para calcular o momento de inércia dos planetas do L 98-59, adotou-se o modelo de três camadas de Cadieux et al. (2025) e o modelo de camadas concêntricas homogêneas de Ferraz-Mello et al. (2022). Para as densidades d_i usadas na Equação 4.2, utilizaram-se valores fixos para todos os planetas. Como se trata apenas de uma simplificação matemática para obter aproximações rápidas de primeira ordem, as densidades utilizadas não correspondem necessariamente aos valores reais sob as altas pressões esperadas nos planetas. Os valores listados na Tabela C.1 estão de acordo com os apresentados por Seager et al. (2007, Tabela 1) para os respectivos materiais à pressão zero.

Tabela C.1 - Densidades das camadas internas adotadas no modelo de estrutura planetária.

Camada	**Densidade (kg m^{-3})**
Núcleo de Fe puro	8000
Manto de silicatos ($MgSiO_3$ + Fe)	4000
Camada de H_2O	$1100 - 1200$

Já em relação aos raios R_i, estes foram escolhidos de modo que, dadas as densidades de cada camada, a densidade média total calculada para o planeta fosse compatível com os valores já existentes na literatura. As estimativas iniciais foram obtidas por meio de modelos computacionais de balanço de massa, posteriormente sendo refinadas para verificar a consistência dos resultados. Os raios normalizados do modelo de camadas para os planetas b, d e f estão listados na Tabela C.2. Considerou-se que o planeta L 98-59 b é puramente rochoso e, portanto, é modelado com apenas duas camadas, sem a camada superficial de água. Já para o L 98-59 d, por ter uma fração significativa de voláteis, foram consideradas as três camadas. No caso do planeta f, dois cenários estão sendo considerados. O primeiro

é uma atmosfera primordial rica em He/H, para a qual foram modeladas as três camadas. Isso porque um envoltório de baixo peso molecular como esse pode alterar a relação massa-raio de maneira significativa e afetar a distribuição interna de massa de um planeta (Kite e Barnett, 2020; Seager et al., 2007). Ao aumentar o volume total sem aumentar a massa na mesma proporção, o planeta se torna menos denso e sua massa é mais "espalhada" em direção à superfície. Ao modelar uma camada superficial de água/voláteis, busca-se simular esse efeito ao tornar a massa menos concentrada. Por outro lado, atmosferas secundárias, como as da Terra e Vênus, são mais finas que as primordiais e não representam fração significativa em relação ao raio e à massa do planeta. Desse modo, a estrutura do planeta nesse caso é essencialmente descrita por duas camadas neste modelo: núcleo e manto. Vale ressaltar, entretanto, que, ainda que a atmosfera represente uma fração desprezível da massa, seu efeito pode ser crucial para o torque do planeta (Auclair-Desrotour et al., 2017a,c).

Tabela C.2 - Raios normalizados das camadas dos planetas do sistema L 98-59.

Planeta	$R_{\mathbf{núcleo}}/R$	$R_{\mathbf{manto}}/R$	$R_{\mathbf{água}}/R$
b	0.525	1.00	-
d	0.42	0.82	1.00
f (atm. secundária)	0.45	1.00	-
f (atm. primordial)	0.38	0.92	1.00

Utilizando o planeta d como exemplo, a verificação da consistência dos valores de R_i foi realizada da seguinte maneira: em primeiro lugar, os valores de raio normalizados $R_1 = 0.42$ (núcleo), $R_2 = 0.82$ (manto) e $R_3 = 1.0$ (água) foram usados para calcular o volume de cada camada, por meio da expressão $V_i = \frac{4\pi}{3}(R_i^3 - R_{i-1}^3)$. Deste passo, obtêm-se $V_1 = 0.3103$, $V_2 = 1.9992$ e $V_3 = 1.8792$. Em seguida, para calcular a massa de cada camada, multiplicam-se os valores de densidade conhecidos da Tabela C.1 pelos respectivos volumes. Os resultados obtidos são $M_1 = 8000 \times V_1 = 2483$, $M_2 = 4000 \times V_2 = 7997$ e $M_3 = 1200 \times V_3 = 2255$. Neste momento, podemos calcular a fração de massa de água:

$$f_{\mathrm{H_2O}} = \frac{M_3}{M_{\mathrm{total}}} = \frac{2255}{2483 + 7997 + 2255} = \frac{2255}{12735} = 0.177$$

Segundo Cadieux et al. (2025), para o L 98-59 d, $f_{\mathrm{H_2O}} = 0.16 - 0.18$, de modo que o resultado obtido está de acordo com o esperado. Calcula-se também a fração f'_{core}, que denota o conteúdo de ferro no interior (núcleo+manto) do corpo:

$$f'_{\mathrm{core}} = \frac{M_1}{M_1 + M_2} = \frac{2483}{2483 + 7997} = \frac{2483}{10480} = 0.237$$

Para Cadieux et al. (2025), esse valor é $f'_{\mathrm{core}} = 0.28^{+0.21}_{-0.18}$. Assim como a fração de água, o valor obtido para o conteúdo de ferro também é compatível com a referência. Por fim, para verificar a densidade média do planeta, basta dividir a massa total pelo volume total. O resultado tem as mesmas unidades das densidades da Tabela C.1.

$$\bar{\rho} = \frac{M_{\mathrm{total}}}{V_{\mathrm{total}}} = \frac{M_1 + M_2 + M_3}{\frac{4\pi}{3}} = \frac{12735}{4.1888} \approx 3040.3 \text{ kg m}^{-3}$$

Convertendo as unidades, tem-se 3.04 g cm^{-3}. Apesar de diferir do valor de ρ obtido por Cadieux et al. (2025), $2.2^{+0.2}_{-0.2}$ g cm^{-3}, aproxima-se da faixa de incerteza de outros resultados da literatura, como $2.95^{+0.79}_{-0.51}$ g cm^{-3} (Demangeon et al., 2021) e $2.63^{+0.38}_{-0.34}$ g cm^{-3} (Schwarz et al., 2025).

Apêndice D

Cálculo do número de Love k_f

Relembrando a Equação 4.5, de Ferraz-Mello et al. (2022):

$$k_f = \frac{2\pi}{m{R_N}^2} \sum_{i=1}^{N} {R_i}^5 \mathcal{H}_i \ (d_i - d_{i+1})$$

Tem-se que m é a massa do planeta, R_N é o raio total do planeta, e R_i e d_i são o raio e a densidade da i-ésima camada. Os coeficientes $\mathcal{H}_i$ são calculados de acordo com a Equação D.1, utilizando os elementos da matriz inversa de **E**. Os elementos de **E**, por sua vez, são dados pela Equação C.2, onde $\hat{d}_i = d_i/d_1$ é a densidade normalizada da i-ésima camada ($\hat{d}_{N+1} \equiv 0$), $x_i = R_i/R_N$ é o raio normalizado da i-ésima camada, e $f_N = \sum_{i=1}^{N} (\hat{d}_i - \hat{d}_{i+1}) \ {x_i}^3$.

$$\mathcal{H}_i = \sum_{j=1}^{N} (\mathbf{E}^{-1})_{ij} {x_j}^3 \tag{D.1}$$

$$(\mathbf{E})_{ij} = \begin{cases} -\dfrac{3}{2f_N}(\hat{d}_j - \hat{d}_{j+1}) x_i^3, & (i < j) \\ -\dfrac{3}{2f_N}(\hat{d}_i - \hat{d}_{i+1}) x_i^3 + \dfrac{5}{2} - \dfrac{5}{2f_N} \sum_{k=i+1}^{N} (\hat{d}_k - \hat{d}_{k+1})(x_k^3 - x_i^3), & (i = j) \\ -\dfrac{3}{2f_N}(\hat{d}_j - \hat{d}_{j+1}) \dfrac{x_j^5}{x_i^2}, & (i > j) \end{cases} \tag{C.2}$$

Começando por L 98-59 b, calculamos a matriz **E**. As densidades e os raios das camadas (já normalizados) são os mesmos utilizados no cálculo de I_0, organizados nas Tabelas C.1 e C.2. Sendo assim, no modelo de três camadas, as densidades normalizadas do planeta b são:

$$\hat{d_1} = d_1 = 1 \quad , \quad \hat{d_2} = \frac{d_2}{d_1} = \frac{4000}{8000} = 0.5 \quad , \quad \hat{d_3} = 0$$

E os raios normalizados:

$$x_1 = \frac{R_{\text{núcleo}}}{R_N} = 0.525 \quad , \quad x_2 = \frac{R_{\text{manto}}}{R_N} = 1$$

Calculando f_N, com $N = 2$:

$$f_2 = \sum_{i=1}^{2} (\hat{d_i} - \hat{d}_{i+1})\ {x_i}^3 = (\hat{d_1} - \hat{d_2}){x_1}^3 + (\hat{d_2} - \hat{d_3}){x_2}^3$$

$$f_2 = (1 - 0.5)\ (0.525)^3 + (0.5 - 0)\ (1)^3 = 0.5723515625$$

Em seguida, calculam-se os elementos da matriz $\mathbf{E}$:

$$(\mathbf{E})_{11} = -\frac{3}{2f_2}(\hat{d_1} - \hat{d_2}){x_1}^3 + \frac{5}{2} - \frac{5}{2f_2}(\hat{d_2} - \hat{d_3})({x_2}^3 - {x_1}^3) = 0.4424386782$$

$$(\mathbf{E})_{12} = -\frac{3}{2f_2}(\hat{d_2} - \hat{d_3})\ {x_1}^3 = -0.1896165764$$

$$(\mathbf{E})_{21} = -\frac{3}{2f_2}(\hat{d_1} - \hat{d_2})\ \frac{{x_1}^5}{{x_2}^2} = -0.05226306886$$

$$(\mathbf{E})_{22} = -\frac{3}{2f_2}(\hat{d_2} - \hat{d_3})\ {x_2}^3 + \frac{5}{2} = 1.189616576$$

Obtém-se a matriz inversa de $\mathbf{E}$:

$$\begin{bmatrix} 0.4424386782 & -0.1896165764 \\ -0.0522630688 & 1.189616576 \end{bmatrix}^{-1} = \begin{bmatrix} 2.303572581 & 0.3866743611 \\ 0.1012021645 & 0.8567379007 \end{bmatrix}$$

Enfim, resta apenas calcular os coeficientes $\mathcal{H}_i$, e então calcular k_f:

$$\mathcal{H}_1 = (\mathbf{E}^{-1})_{11}\ {x_1}^3 + (\mathbf{E}^{-1})_{12}\ {x_2}^3 = 0.720008512$$

$$\mathcal{H}_2 = (\mathbf{E}^{-1})_{21}\ {x_1}^3 + (\mathbf{E}^{-1})_{22}\ {x_2}^3 = 0.87138217$$

Para a massa e raio do planeta adotou-se $m = 0.46\, M_\oplus$ e $R_N = 0.837\, R_\oplus$ (Cadieux et al., 2025), assumindo $1\, M_\oplus = 5.972 \times 10^{24}$ kg e $1\, R_\oplus = 6371000$ m.

$$k_f = \frac{2\pi}{m{R_N}^2}\left[{R_1}^5\ \mathcal{H}_1\ (d_1 - d_2) + {R_2}^5\ \mathcal{H}_2\ (d_2 - d_3)\right] = 1.248681344 \approx 1.25$$

Tabela D.1 - Valores dos coeficientes usados no cálculo de k_f para os planetas b, d e f.

Planeta	b	d	f (atm. secundária)	f (atm. primordial)
f_N	0.5724	0.3800	0.5456	0.4472
$\mathcal{H}_1$	0.7200	0.4913	0.6994	0.5914
$\mathcal{H}_2$	0.8714	0.6155	0.9044	0.7774
$\mathcal{H}_3$	-	0.6960	-	0.7999

O mesmo processo realizado para calcular o k_f de L 98-59 b foi repetido para calcular os respectivos valores referentes aos planetas d e f (para ambos os cenários, de atmosfera primordial e secundária). Na Tabela D.1 encontram-se os valores dos coeficientes calculados para obter k_f. Ademais, todos os valores de massa e raio dos planetas foram retirados de Cadieux et al. (2025) e podem ser consultados no Apêndice A.

Apêndice E

Análise de soluções síncronas e assíncronas

E.1 Cálculo de b

Para analisar as soluções estacionárias seguindo a metodologia de Ferraz-Mello (2026), calculou-se o parâmetro b, dado por

$$b = \frac{A'\gamma'}{A\gamma} \quad \text{onde} \quad A'\gamma' = \frac{3\pi n^2 R^4 \Phi_0}{8 c_p T_0 C}, \quad A = \frac{3 k_f G M_*^2 R^5}{4 C a^6}$$

Os valores de k_f e I_0 ($I_0 = \frac{C}{MR^2}$) utilizados foram listados na Tabela 4.1; G é a constante gravitacional; os demais parâmetros planetários (R, a) e a massa da estrela (M_*) foram retirados de Cadieux et al. (2025) e podem ser consultados no Apêndice A. Na Tabela E.1, estão organizados os valores de A calculados para cada planeta; esse fator é o coeficiente que multiplica o somatório na Equação B.3.

Para o numerador, o movimento médio n foi calculado pela Equação E.1. O fluxo absorvido no ponto subestelar (Φ_0) foi estimado ao multiplicar a irradiância estelar S absorvida pelo planeta pela constante de eficiência de absorção ε, conforme a Equação E.2. A irradiância (fluxo) S, bem como a temperatura de equilíbrio T_0 e o período orbital P_{orb} foram retirados de Cadieux et al. (2025) (ver Tabela A.1). Os valores de S são dados em unidades de insolação terrestre $S_\oplus$ (ver Figura 2.1). Como referência, usou-se $S_\oplus = 1366$ W m^{-2} (Leconte et al., 2015). Para a eficiência de absorção, adotou-se o valor característico de Vênus, $\varepsilon = 4\%$ (Auclair-Desrotour et al., 2017c).

$$n = \frac{2\pi}{P_{\text{orb}}} \tag{E.1}$$

$$\Phi_0 = \varepsilon \times S \tag{E.2}$$

Em seguida, para obter o calor específico à pressão constante c_p, foi necessário considerar a composição da atmosfera de cada planeta. Para o planeta b, considerou-se uma atmosfera dominada por SO_2 (Bello-Arufe et al., 2025; Cadieux et al., 2025). Para o planeta d, observações sugerem uma atmosfera de peso molecular médio, com H_2 como gás de fundo. Há também indícios de detecção de SO_2 e H_2S (Nicholls et al., 2025). Para o planeta f, como já mencionado na Seção 4, estão sendo considerados dois cenários: um envoltório primordial rico em He/H, e um envoltório secundário rico em substâncias voláteis, semelhante ao da Terra. Para estimar os respectivos valores de c_p, consultaram-se os dados das NIST-JANAF *Thermochemical Tables*[1] (Chase, 1998).

Para a atmosfera do planeta b e a atmosfera primordial de f, considerou-se que eram inteiramente compostas por SO_2 e H_2, respectivamente. Para a atmosfera secundária do planeta f, inicialmente pensou-se em adotar o calor específico da atmosfera terrestre ($c_p \approx 1000$ J kg^{-1} K^{-1}); porém, considerando que a atmosfera pode ser composta por uma fração significativa de gases vulcânicos, que em geral são moléculas mais pesadas (o que diminui o calor específico da mistura atmosférica), optou-se por um valor um pouco menor, $c_p = 800$ J kg^{-1} K^{-1}. Em relação à atmosfera do planeta d, considerou-se que H_2 corresponde a cerca de 95% da massa atmosférica e que o restante é composto por SO_2 e H_2S. Para o cálculo de c_p nesse caso, fez-se a seguinte média

$$c_p = 0.95\ c_{p_{\mathrm{H_2}}} + 0.10 \left(\frac{c_{p_{\mathrm{SO_2}}} + c_{p_{\mathrm{H_2S}}}}{2} \right)$$

Os valores de calor específico utilizados, bem como os coeficientes $A'\gamma'$ calculados, estão listados na Tabela E.1. Os valores de b, listados na mesma tabela, foram calculados considerando $\gamma = 2 \times 10^{-7}$ s^{-1} por padrão.

E.2 Cálculo de Γ

O próximo passo para avaliar a existência de raízes assíncronas é calcular $\Gamma = \gamma/\gamma'$. O fator de relaxação no numerador é o mesmo utilizado no cálculo de b; entretanto, é necessário obter o fator γ' desacoplado de $A'\gamma'$, o que não é possível apenas com as equações de Ferraz-Mello (2026). Portanto, outros métodos foram utilizados para estimá-lo. A primeira tentativa consiste em reescalar o valor de referência de Vênus com base na temperatura de

[1] https://janaf.nist.gov

Tabela E.1 - Valores de calor específico à pressão constante (c_p) adotados e coeficientes A e $A'\gamma'$ calculados para os planetas b, d e f.

Planeta	c_p (J kg^{-1}K^{-1})	A (s^{-2})	$A'\gamma'$ (s^{-3})	b
b	765	2.38×10^{-12}	9.24×10^{-24}	2.05×10^{-4}
d	13800	4.21×10^{-14}	1.93×10^{-25}	3.34×10^{-5}
f (atm. secundária)	800	1.38×10^{-16}	4.10×10^{-26}	1.49×10^{-3}
f (atm. primordial)	14300	9.89×10^{-17}	2.76×10^{-27}	1.28×10^{-4}

emissão (T_0) do planeta. Para uma segunda alternativa, utilizou-se uma fórmula obtida por Leconte et al. (2015), baseada na inércia térmica do sistema, para estimar a frequência térmica intrínseca ω_0, definida pelos autores como o inverso do tempo necessário para uma "laje" (*slab*) atmosférica irradiar sua energia e atingir o equilíbrio; neste trabalho, foi considerada equivalente a γ'.

E.2.1 Lei de escala a partir de Vênus

Vênus é considerado um caso de referência no estudo das marés atmosféricas. Portanto, nesse método, o valor de referência de Vênus é extrapolado utilizando uma lei de escala baseada na temperatura de emissão do planeta. Sabendo que $\gamma' \propto T_0^3$ (Leconte et al., 2015), e $\gamma'_{\text{Vênus}} = 3.77 \times 10^{-7}$ s^{-1} para $T_0 = 737$ K (Auclair-Desrotour et al., 2017c), obtém-se a lei dada pela Equação E.3. Os valores de T_0 dos planetas são os mesmos utilizados anteriormente no cálculo de b. Os γ' obtidos para os planetas estão organizados na Tabela E.2. Note que a lei de escala não depende de nenhum fator atmosférico, como o calor específico ou a pressão; portanto, o resultado para o planeta f é apenas um, visto que não há diferença entre os cenários de atmosfera primordial ou secundária.

$$\gamma'_{\text{planeta}} = \gamma'_{\text{Vênus}} \times \left(\frac{T_{0,\text{planeta}}}{737} \right)^3 \tag{E.3}$$

Vale ressaltar que os valores dos parâmetros adotados para Vênus mencionados até o momento (como ε e $\gamma'_{\text{Vênus}}$) são resultados de ajustes que buscam conciliar os modelos teóricos com o estado dinâmico observado. Esses modelos são fundamentados na hipótese de que sua rotação atual é estacionária, o que pode não se verificar na realidade, dado que a constante evolução da luminosidade estelar pode manter o sistema em um estado

de variação contínua no equilíbrio entre as marés gravitacional e atmosférica (Revol et al., 2023; Ferraz-Mello, 2026).

E.2.2 Método da inércia térmica

Neste método, utilizou-se a fórmula de Leconte et al. (2015), descrita na Equação E.4. Na expressão, $\sigma_{\rm SB}$ é a constante de Stefan-Boltzmann, T_0 é a temperatura de emissão/equilíbrio do planeta, e $C_{\rm slab}$ é a capacidade térmica, dada por

$$C_{\rm slab} = \frac{c_p\ p_s}{g} + C_{\rm surf}$$

onde c_p é o calor específico da mistura atmosférica, p_s é a pressão de superfície, g é a gravidade do planeta ($g = \frac{GM}{R^2}$) e $C_{\rm surf}$ é a capacidade térmica na superfície. Em uma aproximação de primeira ordem, para planetas rochosos e considerando atmosferas espessas, o termo $C_{\rm surf}$ pode ser ignorado.

$$\omega_0 \approx \frac{2\sigma_{\rm SB} T_0^3}{C_{\rm slab}} \tag{E.4}$$

Inicialmente, para p_s, optou-se por testar dois cenários de pressão atmosférica distintos: 10 e 100 bar. Posteriormente, no caso específico do planeta d, utilizou-se o valor de 30 kbar (Nicholls et al., 2026). Os valores dos demais parâmetros continuam os mesmos que foram usados anteriormente. Os fatores γ' (ω_0) calculados para os respectivos valores de pressão estão listados na Tabela E.2. Por fim, os valores de Γ obtidos para cada caso (adotando $\gamma = 2 \times 10^{-7}$ s^{-1}) estão compilados na Tabela E.3.

Tabela E.2 - Valores de γ' calculados pela lei de escala e pelo método da inércia térmica para os planetas b, d e f.

Planeta	γ' (s^{-1})			
	Lei de escala	$p_s = 10$ bar	$p_s = 100$ bar	$p_s = 30$ kbar
b	2.24×10^{-7}	2.27×10^{-7}	2.27×10^{-8}	-
d	6.78×10^{-8}	3.60×10^{-9}	3.60×10^{-10}	1.20×10^{-12}
f (atm. secundária)	2.18×10^{-8}	4.40×10^{-8}	4.40×10^{-9}	-
f (atm. primordial)		2.46×10^{-9}	2.46×10^{-10}	-

Tabela E.3 - Valores do parâmetro Γ obtidos para os planetas b, d e f.

Planeta	Lei de escala	$p_s = 10$ bar	$p_s = 100$ bar	$p_s = 30$ kbar
b	0.892	0.881	8.81	-
d	2.95	55.6	556	1.67×10^5
f (atm. secundária)	9.17	4.54	45.4	-
f (atm. primordial)		81.3	813	-

Como exemplificado pelo caso do planeta f, em que não há distinção entre os resultados para os cenários de atmosfera primordial e secundária, o método da lei de escala falha em prever comportamento rotacional de planetas com composições atmosféricas diversas por negligenciar parâmetros relevantes como calor específico e pressão de superfície. Portanto, esses resultados são utilizados estritamente para fins de comparação, como uma estimativa de ordem zero baseada apenas na temperatura do planeta. Em casos de uma atmosfera secundária mais fina ($p_s \approx 10$ bar), o planeta se comporta de maneira mais previsível e os resultados de ambos os métodos podem convergir, como observado para o planeta b. Os resultados do planeta f também são da mesma ordem de grandeza nesse caso. Entretanto, se o planeta possuir um envelope primordial, mais denso e de alto peso molecular, a inércia térmica do gás torna-se altamente relevante para a dinâmica de marés, algo que a lei de escala proposta não é capaz de capturar.

E.2.3 Análise da existência das raízes

De acordo com Ferraz-Mello (2026), a condição de existência de raízes reais assíncronas $\pm\nu_0$, sendo o parâmetro ν_0 definido pela Equação E.5, é que o numerador e o denominador sejam simultaneamente positivos ou negativos (ou seja, ${\nu_0}^2 > 0$).

$$\nu_0^2 = \gamma'^2 \frac{1 - b\Gamma^2}{b - 1} \tag{E.5}$$

Essa condição define os seguintes casos:

$$\begin{cases} \text{Caso I:} \quad \Gamma^{-2} < b < 1 \quad (\Gamma > 1) \\ \text{Caso II:} \quad 1 < b < \Gamma^{-2} \quad (\Gamma < 1) \end{cases}$$

O planeta b, adotando os valores de b e Γ calculados anteriormente, não satisfaz essas condições em nenhum dos cenários de pressão testados, o que significa que ele não possui raízes assíncronas reais. Isto o coloca no domínio 0 de Ferraz-Mello (2026) (ver Figura 5.2), que corresponde ao sincronismo estável. Para os planetas d e f (tanto atmosfera primordial quanto secundária), a condição de existência não é satisfeita quando a atmosfera é fina ($p_s = 10$ bar), de modo que os planetas tendem ao sincronismo nesse cenário. Entretanto, sob maiores pressões, o limiar de Γ^{-2} torna-se tão baixo que mesmo um valor pequeno de b pode satisfazer a condição. Isso coloca ambos os planetas no domínio I, onde há soluções assíncronas estáveis e a solução síncrona torna-se instável. Vale ressaltar que os parâmetros físicos do planeta f são os que apresentam maior incerteza, e uma pequena variação nos valores utilizados pode fazer com que o planeta transicione de um domínio para outro.

É possível determinar também se essas soluções assíncronas são prógradas ou retrógradas ao analisar a relação entre ν e Ω. A frequência semidiurna ν é definida por

$$\nu = 2(\Omega - n)$$

No sincronismo, $\Omega = n$, então $\nu = 0$. As outras soluções estacionárias ($\pm\nu_0$) indicam o deslocamento em relação à solução síncrona. Assim, as velocidades de rotação estacionárias são

$$\Omega = n \pm \frac{|\nu_0|}{2}$$

Um deslocamento positivo indica uma solução supersíncrona ($\Omega/n > 1$), enquanto um deslocamento negativo indica uma solução subsíncrona ($\Omega/n < 1$). No caso de uma rotação retrógrada, na qual o planeta gira no sentido oposto ao seu movimento orbital, a velocidade de rotação é negativa ($\Omega < 0$), o que implica $n - |\nu_0|/2 < 0$ (o sinal de ν_0 é negativo pois toda solução retrógrada é necessariamente subsíncrona). Assim, uma solução retrógrada deve satisfazer $|\nu_0/n| > 2$.

A solução supersíncrona é sempre prógrada. Logo, se $|\nu_0/n| > 2$, há uma solução prógrada e outra retrógrada, enquanto se $|\nu_0/n| < 2$, ambas as soluções assíncronas são prógradas. Considerando apenas os casos dos planetas d e f para altas pressões ($p_s \geq 100$ bar), todas as razões $|\nu_0/n|$ são ordens de grandeza menores que 2, ou seja, as soluções assíncronas estáveis são prógradas em todos os casos.

Apêndice F

Cálculo do torque atmosférico

A componente do torque atmosférico "antigo", calculada segundo as equações de Ferraz-Mello (2026) e Leconte et al. (2015) no Apêndice E, é A'. Para calcular o "novo" torque atmosférico, utilizou-se a Equação 5.3, de Auclair-Desrotour et al. (2017b):

$$\mathcal{T} = 2\pi R^2 \frac{\kappa \rho_s}{g} U_2 J_2 \frac{\sigma}{\sigma^2 + \sigma_0^2}$$

Na equação, κ é a constante termodinâmica adimensional do gás ($\kappa = (\Gamma - 1)/\Gamma$, sendo Γ o índice adiabático), g é a gravidade superficial e σ é a frequência de forçamento $\sigma = 2(\Omega - n)$. O parâmetro σ_0 relaciona-se com ω_0 (ou γ') de Leconte et al. (2015) (ver Apêndice E) por $\sigma_0 = 2\omega_0$. Ademais, a densidade superficial ρ_s é calculada pela Equação F.1, onde p_s e T_s são a pressão e a temperatura na superfície do planeta, e R_s é a constante específica do gás.

$$\rho_s = \frac{p_s}{T_s \; R_s} \tag{F.1}$$

Por fim, U_2 e J_2 são as componentes quadrupolares do potencial gravitacional de maré e do forçamento térmico, respectivamente, cujas expressões retiradas de Auclair-Desrotour et al. (2017c) são

$$U_2 = \frac{1}{2}\sqrt{\frac{3}{2}} \frac{R^2 G M_*}{a^3} \quad \text{e} \quad J_2 = \frac{1}{2}\sqrt{\frac{3}{2}} \frac{\alpha \varepsilon R^2 L_*}{M_A a^2}$$

onde M_* e L_* são a massa e a luminosidade da estrela, α é o fator de forma do planeta, ε é a fração de absorção efetiva (mesma utilizada na Equação E.2), e M_A é a massa da atmosfera, calculada pela Equação F.2.

$$M_A = \frac{p_s \, 4\pi R}{g} \tag{F.2}$$

Para calcular o torque $\mathcal{T}$ do planeta d, os parâmetros físicos do planeta e da estrela (R, T_s, M_*, L_*) foram retirados de Cadieux et al. (2025) e podem ser consultados no Apêndice A. A constante do gás R_s foi calculada considerando o gás H_2, pois, como gás de fundo, compõe a maior parte da camada gasosa. Também em razão do gás H_2, utilizou-se $\kappa = 0.286$, valor para gases diatômicos. A fração de absorção ε adotada é 4%, como já mencionado. Para o fator de forma α, parâmetro que descreve a distribuição espacial das fontes de aquecimento térmico (Revol et al., 2023), adotou-se o valor utilizado para Vênus, 0.19 (Auclair-Desrotour et al., 2017b). A Figura 5.3 ilustra os resultados obtidos à pressão $p_s = 30$ kbar.

Para L 98-59 f, considerando o cenário de atmosfera primordial, as únicas diferenças em relação aos parâmetros do planeta d são os valores de R, T_s, σ_0 e p_s utilizados. A pressão adotada é $p_s = 100$ bar. No cenário de atmosfera secundária, além dos parâmetros supracitados, houve alterações nos valores de κ e R_s. Como mencionado no Apêndice E, na discussão sobre o calor específico adotado, considerou-se que o envoltório secundário do planeta f pode ser composto por gases vulcânicos. Vários dos principais gases vulcânicos são triatômicos (SO_2, CO_2, H_2O, H_2S, etc.); por essa razão, admitiu-se para a mistura um valor de κ mais próximo do valor associado a gases triatômicos ($\kappa = 0.167$). O valor adotado para κ foi 0.18. Em relação a R_s, em vez de utilizar o valor da constante de um gás específico (como foi utilizado o valor do gás H_2 para a atmosfera de L 98-59 d e para a atmosfera primordial de L 98-59 f), utilizou-se a identidade termodinâmica dada pela Equação F.3, que relaciona R_s, c_p e κ, para calculá-lo.

$$c_p = \frac{R_s}{\kappa} \tag{F.3}$$

Substituindo os valores adotados $c_p = 800$ J kg^{-1} K^{-1} e $\kappa = 0.18$, obtém-se $R_s = 144$ J kg^{-1} K^{-1} para a atmosfera secundária de L 98-59 f.

Ao contrário do planeta d, para o qual foi possível visualizar as soluções assíncronas ao ampliar o gráfico na região de interesse, é muito mais difícil observá-las em ambos os cenários testados para o planeta f. Sendo assim, recorreu-se à escala logarítmica (no eixo vertical) para facilitar a visualização (Figuras F.1 e F.2). As quedas bruscas para

$-\infty$ observadas nos gráficos correspondem aos momentos em que o torque se anula ($\dot{\Omega} = 0$), ou seja, às soluções estacionárias. Ao comparar ambas as atmosferas (primordial e secundária), nota-se mais facilmente o efeito do torque do envoltório primordial. Quando $\gamma = 2 \times 10^{-7}$ s^{-1}, o novo torque total apresenta três soluções estacionárias. Por outro lado, no cenário da atmosfera secundária, para o mesmo fator de relaxação, apesar de matematicamente existirem soluções assíncronas, pois a condição de existência do Caso I é satisfeita (ver Apêndice E), não é possível distingui-las da solução síncrona no gráfico. Porém, aumentar a escala de γ em um fator de 10, o que "alarga" a curva do torque, pode facilitar a observação das soluções. Esse procedimento também é utilizado por Ferraz-Mello (2026) para tornar visíveis as soluções estacionárias nos diagramas de fase de Vênus. De fato, quando $\gamma = 2 \times 10^{-6}$ s^{-1} nos diagramas do L 98-59 f, observa-se, pouco antes de $\Omega/n = 1$, uma pequena queda e uma subida logo em seguida, formando uma "corcova", que mostra a competição entre os torques gravitacional e atmosférico. Nesse gráfico, observa-se claramente que $\Omega/n = 1$ deixa de ser uma solução estável e que uma solução assíncrona torna-se o novo atrator.

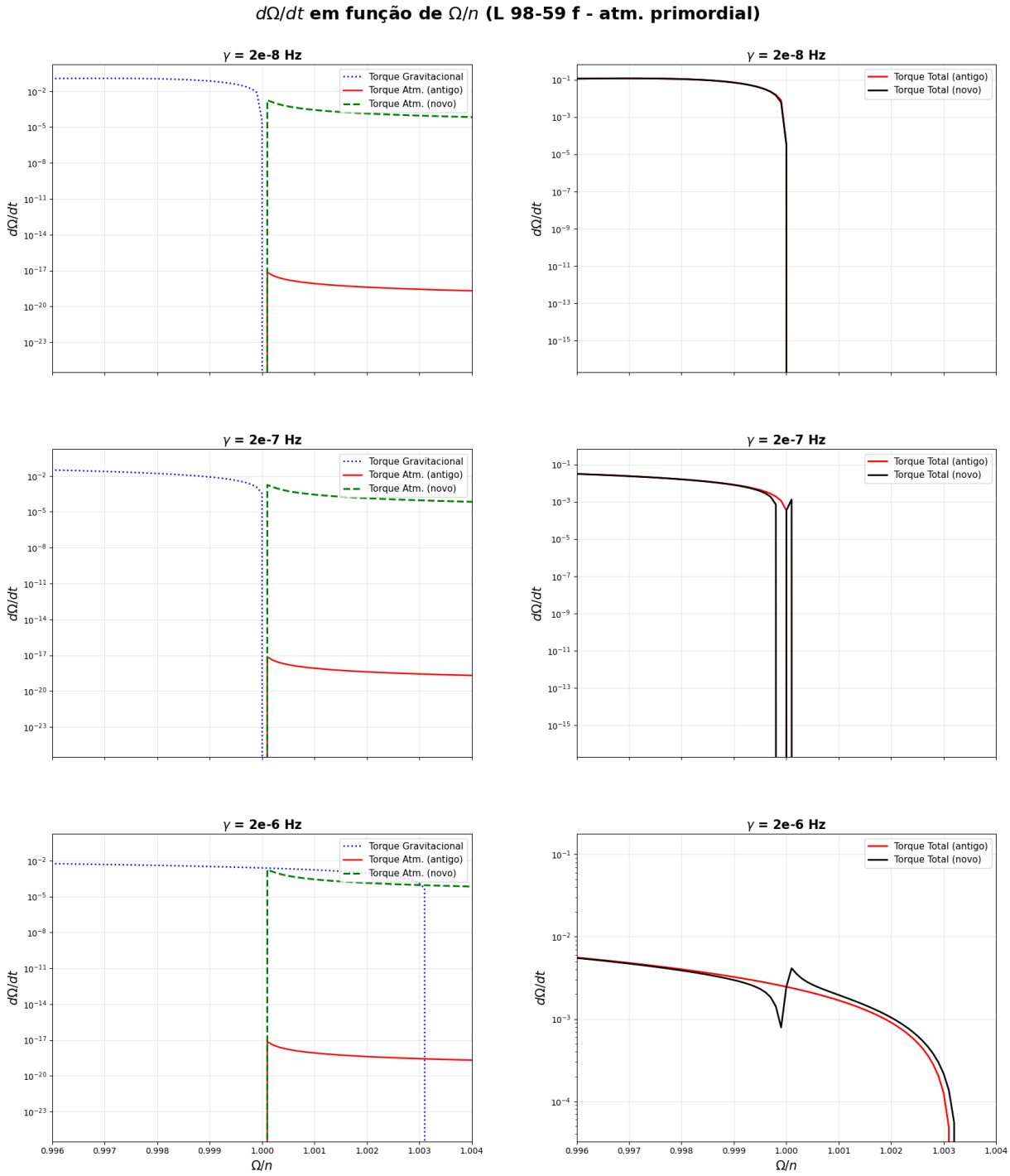

Figura F.1: Diagrama de fase de L 98-59 f (atmosfera primordial) para $e = 0.044$, $k_f = 0.678$ e $p_s = 100$ bar, considerando diferentes fatores de relaxação. À esquerda, a linha pontilhada (azul) corresponde ao torque gravitacional do planeta, a linha sólida (vermelha) é o torque atmosférico "antigo", e a linha tracejada (verde) é o torque atmosférico "novo". À direita, as curvas são a soma dos torques gravitacionais e atmosféricos.

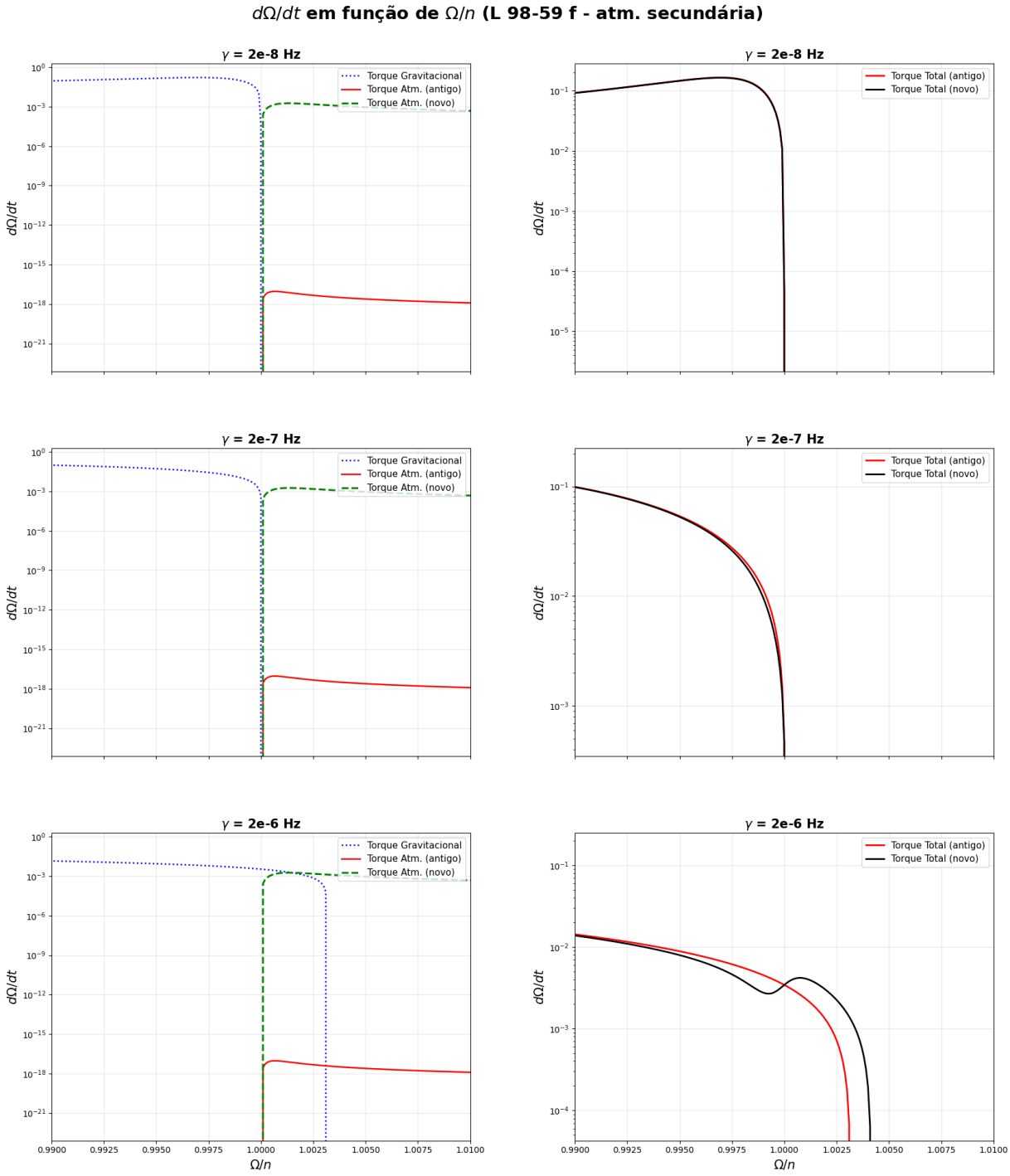

Figura F.2: Diagrama de fase de L 98-59 f (atmosfera secundária) para $e = 0.044$, $k_f = 1.04$ e $p_s = 100$ bar, considerando diferentes fatores de relaxação. À esquerda, a linha pontilhada (azul) corresponde ao torque gravitacional do planeta, a linha sólida (vermelha) é o torque atmosférico "antigo", e a linha tracejada (verde) é o torque atmosférico "novo". À direita, as curvas são a soma dos torques gravitacionais e atmosféricos.