

LUIZ HENRIQUE PAIFFER DOS SANTOS

**USO DE MODELOS AUTOREGRESSIVOS E GRÁFICOS DE
CONTROLE PARA MONITORAR VOLATILIDADE DE ATIVOS
FINANCEIROS**

Trabalho de Formatura apresentado à Escola
Politécnica da Universidade de São Paulo para
obtenção do diploma de Engenheiro de
Produção.

São Paulo

2012

LUIZ HENRIQUE PAIFFER DOS SANTOS

**USO DE MODELOS AUTOREGRESSIVOS COMBINADOS A
GRÁFICOS DE CONTROLE PARA MONITORAR VOLATILIDADE DE
ATIVOS FINANCEIROS**

Trabalho de Formatura apresentado à Escola
Politécnica da Universidade de São Paulo para
obtenção do diploma de Engenheiro de
Produção.

Orientador: Profa. Linda Lee Ho

São Paulo

2012

FICHA CATALOGRÁFICA

Santos, Luiz Henrique Paiffer dos

Uso de modelos autorregressivos e gráficos de controle para monitorar volatilidade de ativos financeiros / L.H.P. dos Santos.

-- São Paulo, 2012.

136 p.

Trabalho de Formatura - Escola Politécnica da Universidade de São Paulo. Departamento de Engenharia de Produção.

1.Regressão 2.Modelos para processos estocásticos 3.Con-
trole estatístico do processo I. Universidade de São Paulo.

Escola Politécnica. Departamento de Engenharia de Produção
II. t.

*Aos poucos que contribuíram de forma relevante
para a execução deste trabalho*

AGRADECIMENTOS

A conclusão deste trabalho foi em grande parte graças aos esforços empregados por mim e pela professora orientadora. Então, primeiramente, meus sinceros agradecimentos a Professora Linda Lee Ho, que orientou o trabalho de forma eficiente e objetiva, com seu conhecimento profundo nos temas deste trabalho.

Devo também agradecer aqueles que contribuíram de forma indireta.

Aos meus pais, Aldo e Nelman, por proporcionarem a oportunidade de cursar esta universidade e à minha irmã.

À Ana Carolina, minha namorada, pelo apoio e companhia inenarráveis.

Aos meus chefes e companheiros de trabalho, do Merrill Lynch, pela compreensão e por todo o conhecimento transferido.

À Agatha, pela divisão de conhecimento e pelo apoio no ambiente de trabalho.

À Daniela Soares, por toda a ajuda no cotidiano do curso.

Finalmente, aos meus amigos da POLI, em especial José Henrique e Henrique Pizzotti, que vivenciaram comigo todos os momentos que passei nesta universidade, inclusive neste ano de realização de meu trabalho de formatura.

“A ganância captura a essência do espírito evolucionário”

(Gordon Gekko, personagem do cinema norte-americano)

RESUMO

Este trabalho propõe uma metodologia para modelar volatilidade de preços de ativos financeiros e monitorá-la através de gráficos de controle, que alertam o usuário em casos de aumento da magnitude da mesma para que este tome alguma decisão. Dado o grande número de fatores que influenciam a formação do preço de um ativo, a volatilidade como medida de incerteza e risco é o parâmetro mais observado pelos gerenciadores de carteira de ativos. A primeira parte da metodologia proposta consiste em utilizar um modelo autorregressivo que assume que a volatilidade condicional não é constante ao longo do tempo (GARCH). Posteriormente, o trabalho analisa o emprego de gráficos de controle com memória, leia-se, EWMA e CUSUM, para monitorar a volatilidade condicional já modelada. A avaliação do desempenho das ferramentas é realizada através da observação do ARL de cada gráfico em situações que a volatilidade aumenta. Neste aspecto, os gráficos mostraram bons resultados, com vantagem para o EWMA. Finalmente, testou-se o uso dos gráficos em períodos passados para verificar se os mesmos teriam identificado momentos de alta volatilidade conhecidos e os resultados obtidos foram satisfatórios.

Palavras-Chave: volatilidade, modelos autorregressivos, gráficos de controle, monitoramento.

ABSTRACT

This paper proposes a methodology that includes modeling the volatility of financial assets prices and surveilling it using control charts, which warn the user in case the volatility increases so that a decision may be taken. As the price of an asset is affected by a large number of factors, volatility as a risk and uncertainty measure is the most watched parameter by a portfolio manager. The first part of the proposed methodology consists of using an autoregressive model which assumes that conditional volatility is not constant over time (GARCH). Afterwards, the paper shows the use of memory control charts, EWMA and CUSUM, to surveil the previously modeled conditional volatility. The performance's assessment of the proposed tools is through the ARL of each chart type in higher volatility scenarios. Regarding this aspect, charts performed well, with advantage to EWMA. Finally, some backtesting was used to verify if the control charts would have identified known high volatility periods and the results were pretty satisfying.

Key Words: volatility, autorregressive models, control charts, surveillance.

LISTAS DE FIGURAS

Figura 2-1 - Exemplo de resultado de teste ADF	27
Figura 2-2 - Exemplo de resultado do teste PP	29
Figura 2-3 - Gráfico da função de distribuição de probabilidade de uma normal padrão	30
Figura 2-4 - Exemplo de Q-Q Plot para uma distribuição que não adere à distribuição teórica (normal)	31
Figura 2-5 - Exemplo de correlograma com as f.a.c. e f.a.c.p, as estatísticas do teste de Box-Pierce-Ljung e os intervalos de confiança	35
Figura 4-1 - Diagrama de causa e efeito para um processo produtivo	44
Figura 4-2 - Diagrama de causa e efeito para o processo de formação do preço de um ativo .	45
Figura 5-1 - Etapas da metodologia.....	58
Figura 5-2 - Exemplo de série temporal de preços não estacionária.....	59
Figura 5-3 - Exemplo de série temporal de retornos	60
Figura 5-4 - Fluxograma do algoritmo de simulação dos limites de controle do gráfico EWMA	65
Figura 5-5 - Fluxograma do algoritmo para simulação do ARL fora de controle para o gráfico CUSUM.....	69
Figura 6-1 - Gráfico da série de preços da taxa de conversão USD/BRL.....	71
Figura 6-2 - Gráfico da série temporal de retornos USD/BRL.....	72
Figura 6-3 - Resultados do teste ADF	74
Figura 6-4 - Resultados do teste PP.....	75
Figura 6-5 - Correlograma da série de retornos.....	76
Figura 6-6 - Gráfico da função de autocorrelação dos retornos, com os níveis críticos	77
Figura 6-7 - Gráfico da função de autocorrelação parcial dos retornos, com os níveis críticos	77
Figura 6-8 - Histograma da série de retornos	78
Figura 6-9 - Q-Q Plot da série de retornos	78
Figura 6-10 - Resultados da estimação do modelo AR (18) para os retornos	80
Figura 6-11 - Nova estimação do modelo AR, com os coeficientes significativos.....	81
Figura 6-12 - Correlograma dos resíduos at	82
Figura 6-13 - Gráfico da função de autocorrelação dos resíduos at , com os níveis críticos ...	83
Figura 6-14 - Gráfico da função de autocorrelação parcial dos resíduos at , com os níveis críticos	83

Figura 6-15 - Correlograma para a série de resíduos quadrática at2	84
Figura 6-16 - Gráfico da função de autocorrelação dos resíduos quadráticos at2 , com os níveis críticos.....	85
Figura 6-17 - Gráfico da função de autocorrelação parcial dos resíduos quadráticos at2 , com os níveis críticos	85
Figura 6-18 - Estimação do modelo AR - GARCH (1, 1).....	87
Figura 6-19 - Nova estimação do modelo AR - GARCH (1,1), após remoção de coeficientes não significativos.....	88
Figura 6-20 - Correlograma dos resíduos após a aplicação do modelo AR - GARCH (1, 1) ..	89
Figura 6-21 - Gráfico da função de autocorrelação dos resíduos, com os níveis críticos	90
Figura 6-22 - Gráfico da função de autocorrelação parcial dos resíduos, com os níveis críticos	90
Figura 6-23 - Gráfico da função de autocorrelação dos resíduos quadráticos, com os níveis críticos	91
Figura 6-24 - Gráfico da função de autocorrelação parcial dos resíduos quadráticos, com os níveis críticos.....	91
Figura 6-25 - Correlograma dos resíduos quadráticos após a aplicação do modelo AR - GARCH (1, 1)	92
Figura 6-26 - Resultado do teste dos ML para heteroscedasticidade	93
Figura 6-27 - Superfície com os ARL_1 para cada combinação de fator de suavização e mudança na volatilidade para o gráfico EWMA	96
Figura 6-28 - Superfície com os ARL_1 para cada combinação de valor de referência e mudança na volatilidade para o gráfico CUSUM.....	97
Figura 6-29 - Gráfico de controle EWMA para monitoramento de volatilidade da cotação do USD/BRL	99
Figura 6-30 - Gráfico de controle CUSUM para monitoramento de volatilidade da cotação do USD/BRL	99
Figura 9-1 - Superfície com os ARL_1 para cada combinação de fator de suavização e mudança na volatilidade para o gráfico EWMA.....	114
Figura 9-2 - Superfície com os ARL_1 para cada combinação de valor de referência e mudança na volatilidade para o gráfico CUSUM	114

LISTAS DE TABELAS

Tabela 6-1 - Sumário estatístico da série de preços	71
Tabela 6-2-Sumário estatístico da série de retornos	73
Tabela 6-3 - Resultados do teste dos Multiplicadores de Lagrange	93
Tabela 6-4 - Limites de controle simulados para o gráfico EWMA	94
Tabela 6-5 - Limites de controle simulados para o gráfico CUSUM.....	94
Tabela 6-6 - ARLs fora de controle para o gráfico EWMA.....	95
Tabela 6-7 - ARLs fora de controle para o gráfico CUSUM	95
Tabela 9-1 - Limites de controle simulados para o gráfico EWMA	111
Tabela 9-2 - Limites de controle simulados para o gráfico CUSUM.....	112
Tabela 9-3 - ARLs fora de controle para o gráfico EWMA.....	112
Tabela 9-4 - ARLs fora de controle para o gráfico CUSUM	113

LISTA DE ABREVIATURA E SIGLAS

VBA	Visual Basic for Applications
RB	Ruído Branco
DF	Dickey Fuller
ADF	Augmented Dickey Fuller
PP	Phillips-Perron
JB	Jarque-Bera
LB	Ljung-Box
ML	Multiplicadores de Lagrange
AR	Modelo Autorregressivo
MA	Modelo de Médias Móveis
ARMA	Modelo Autorregressivo e de Médias Móveis
ARIMA	Modelo Autorregressivo Integrado de Médias Móveis
ARCH	Modelo Autorregressivo com Heteroscedasticidade Condicional
GARCH	Modelo Generalizado Autorregressivo com Heteroscedasticidade Condicional
CEP	Controle Estatístico de Processo
LC	Linha Central
LSC	Limite Superior de Controle
LIC	Limite Inferior de Controle
ARL	<i>Average Run Length</i>
CMC	Comprimento Médio de Corrida
EWMA	<i>Exponentially Weighted Moving Average</i>
CUSUM	<i>Cumulative Sum</i>

SUMÁRIO

1. INTRODUÇÃO.....	15
1.1. A empresa	16
1.2. O problema	17
1.3. Relevância.....	18
1.4. Objetivo	18
1.5. Estruturação do trabalho	18
1.6. Softwares utilizados	19
1.6.1. EViews 7.0.	19
1.6.2. Microsoft Excel 2010 e Visual Basic for Applications (VBA).....	20
1.6.3. Bloomberg	20
2. REVISÃO BIBLIOGRÁFICA	21
2.1. Introdução	21
2.2. Séries Temporais.....	21
2.3. Estacionariedade	24
2.1. Normalidade.....	28
1.5. Independência	33
1.6. Ruído Branco	35
1.7. Teste dos Multiplicadores de Lagrange (ML)	36
1.8. Distribuição dos retornos e verossimilhança	36
3. MODELOS PARAMÉTRICOS	38
3.1. Modelos Lineares.....	38
3.1.1. Modelos autorregressivos (AR).....	38
3.1.2. Modelo de médias móveis (MA).....	39
3.1.3. Modelos autorregressivos e de médias móveis (ARMA).....	39
3.1.4. Modelos autorregressivos integrados de médias móveis (ARIMA).....	40
3.2. Modelos não-lineares	40
3.2.1. Modelos ARCH	41
3.2.2. Modelos GARCH	42
4. Controle Estatístico de Processo (CEP)	44
4.1. Introdução	44

4.2.	CEP	46
4.3.	Gráficos de Controle	46
4.3.1.	Medida de desempenho – ARL	48
4.3.2.	Tipos de Gráfico de Controle	49
4.3.3.	Gráficos de controle com memória	53
4.3.4.	Escolha dos gráficos e da estatística.....	55
5.	METODOLOGIA.....	57
	Passo 1- Coleta dos dados	58
	Passo 2 - Visualização da série.....	59
	Passo 3 - Série transformada	59
	Passo 4 - Análise e pré-estimação	60
	Passo 5 - Estimação de um modelo ARMA para a média.....	61
	Passo 6 – Diagnóstico do modelo ARMA.....	62
	Passo 7 - Estimação do modelo ARMA – GARCH (1, 1)	62
	Passo 9 – Diagnóstico do modelo ARMA – GARCH (1, 1).....	63
	Passo 8 – Determinação dos limites de controle	63
	Passo 10 - Simulação do ARL fora de controle.....	66
	Passo 11 – Resultados	66
6.	APLICAÇÃO DO MÉTODO A UM CASO REAL.....	70
6.1.	Escolha da série e obtenção dos dados	70
6.2.	Visualização da série	70
6.3.	Série original x Série de retornos.....	72
6.4.	Análise e Pré-estimação.....	73
6.5.	Estimação de um modelo para a média	79
6.6.	Diagnóstico do modelo	81
6.7.	Estimação do modelo GARCH.....	86
6.8.	Pós-estimação e diagnóstico	88
6.9.	Obtenção dos limites de controle.....	93
6.10.	Obtenção do ARL fora de controle	94
6.11.	Resultados	96
7.	CONCLUSÃO.....	100
7.1.	Principais resultados obtidos	100

7.2. Dificuldades encontradas e sugestões para trabalhos futuros	101
REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	103
APÊNDICES	105
APÊNDICE A – CÓDIGOS VBA DOS ALGORITMOS DE SIMULAÇÃO	105
APÊNDICE B – RESULTADOS PARA OUTROS PARÂMETROS	111
ANEXOS	116
ANEXO A – TABELA DE SÉRIE DE PREÇOS.....	116

1. INTRODUÇÃO

O trabalho de formatura foi realizado em uma empresa de serviços do setor financeiro, em um banco de investimentos, que será mais bem descrito na seção 1.1. O foco do trabalho é de cunho quantitativo e busca empregar ferramentas para monitorar uma grandeza estatística importante no que concerne ao monitoramento de risco no ambiente financeiro.

O projeto foi idealizado com o intuito de suprir uma necessidade percebida pelo aluno no ambiente de trabalho, que não conta com modelos semelhantes ao que será proposto neste trabalho. Ainda, cabe ressaltar que, como será observado ao longo do desenvolvimento do texto, o projeto comprova a viabilidade de utilizar conceitos de engenharia, isto é, aplicados originalmente em processos produtivos (no caso da Engenharia de Produção) no universo das finanças. O fato acima citado coloca em evidência o potencial do Engenheiro de Produção e comprova a elevada aplicabilidade da natureza metodológica, e não puramente tecnológica, da graduação em questão.

A respeito das áreas de conhecimento aplicadas na elaboração deste trabalho, é possível discernir duas principais. A primeira delas trata-se do estudo de séries de tempos e modelos de previsão autorregressivos. Esta área de conhecimento não é aprofundada no trajeto acadêmico deste curso e, portanto os conhecimentos relacionados a esta foram adquiridos através de conteúdo bibliográfico selecionado pelo aluno e pelo professor orientador. Os principais objetivos graças a essa área de conhecimento foram a análise das séries de tempo financeiras e a elaboração de um modelo de previsão para monitorar a volatilidade das mesmas.

A segunda área de conhecimento, que trata de uma das principais ferramentas do Controle Estatístico de Processo (CEP), é amplamente estudada na graduação. O uso dos Gráficos de Controle é determinante no que diz respeito a monitoramento de parâmetros do processo.

Finalmente, após definir as ferramentas apropriadas para cumprir o objetivo do trabalho, está contemplado no escopo do mesmo utilizar essas ferramentas, a fim de concluir se o desempenho da mesma é satisfatório a ponto de resolver o problema que motivou o projeto.

1.1. A empresa

O presente trabalho de formatura está sendo realizado na empresa onde o aluno realiza seu estágio supervisionado. Trata-se de uma empresa do setor financeiro, o banco de investimento norte-americano, Bank of America Merrill Lynch Banco Múltiplo S.A.

O Bank of America Merrill Lynch é uma das maiores instituições financeiras do mundo. Originalmente, Bank of America e Merrill Lynch eram organizações separadas, embora ambas tivessem raízes nos Estados Unidos. Enquanto Merrill Lynch marcou sua história por ser um dos mais notáveis e agressivos bancos de investimento independentes, o Bank of America dedica grande parte dos seus serviços no mercado de varejo, com objetivos mais conservadores. No final de 2008, no auge da crise econômica, para evitar prejuízos maiores, o Merrill Lynch & Co. foi comprado pelo Bank of America Corporation, originando a instituição atual.

Bank of America não só deixou de manter sua força no mercado de bancos de varejo norte-americano como também impulsionou sua atuação no mercado corporativo com divisão de investimentos denominada, após a crise, como Bank of America Merrill Lynch.

No Brasil, Merrill Lynch & Co. tem presença desde 1954, com sede em São Paulo. Após a aquisição pelo Bank of America e a recente permissão para ser um banco comercial, a franquia brasileira, na qual o aluno estagia, denomina-se, como antes mencionado, Bank of America Merrill Lynch Banco Múltiplo S.A.. Por ela são oferecidos os serviços típicos de um banco de investimento como fusões e aquisições, atuação no mercado de capitais de dívida e ações, empréstimos, mesa de operações, gerenciamento de risco e pesquisa e elaboração de relatórios para clientes.

Dentre todas essas áreas de atuação, o aluno trabalha na mesa de operações de renda fixa e moedas, que pertence à tesouraria do banco. Em uma mesa de operações de tesouraria, há duas principais vertentes de atuação, sendo estas brevemente descritas abaixo:

- **Market-making:** como a definição intrínseca de banco afirma, o banco deve promover liquidez aos clientes. Nessa linha de atuação, os operadores (traders) fornecem, sob demanda do cliente, ativos e/ou estruturas de ativos que atendam às necessidades dos clientes (empresas). A facilidade do operador de acessar os mercados permite que ele próprio, em nome do banco, se proteja rapidamente da

exposição que tem com o cliente. Dessa forma, o banco funciona como um intermediador para que as empresas acessem produtos financeiros e, como está exposto a risco de crédito das contrapartes, cobra um spread por tomar esse risco;

- Posição proprietária: Nessa outra linha de atuação, a principal função é assumir risco em ativos financeiros através da compra ou venda dos mesmos de modo inteligente com o objetivo de obter lucro, o que caracteriza a própria definição de especulação.

No geral, a área exige aptidão por ciências exatas e explora o raciocínio analítico e as competências de um aluno de engenharia.

1.2. O problema

Dadas as duas linhas de ação de uma mesa de operações na seção anterior deste trabalho, o mesmo vai focar em um aspecto pertinente àquela que cuida da posição proprietária.

No gerenciamento de uma carteira de investimentos, para se obter êxito nas operações, o que significa maximizar a obtenção do lucro, é de grande utilidade monitorar com sapiência os preços dos ativos e inferir sobre o que vai acontecer com os mesmos no futuro, isto é, prever a direção e magnitude dos movimentos dos preços permite que os operadores entrem nas posições que se tornarão lucrativas se a realidade obedecer às previsões. As magnitudes dos movimentos bem como sua frequência constituem boa parte do risco de um determinado ativo.

A principal medida de risco, portanto, é mensurada por um dos conceitos mais importantes para o mercado financeiro, a volatilidade, que pode ser definida formalmente como “a variação, ao longo do tempo, da variância condicional de uma série temporal.” (Veiga, Fernandes e Baidya, 1993). A existência da volatilidade é essencial para a dinâmica do mercado financeiro, especialmente para os especuladores. No entanto, o monitoramento da volatilidade e a previsão da mesma é algo desejável seja qualquer a atividade financeira exercida.

Dado essa importância, estimar e prever a volatilidade de ativos financeiros é um tema frequentemente tratado na bibliografia, sendo mais explorada do que a própria média dos preços. O problema que este trabalho se propõe a resolver está relacionado a elaborar uma metodologia para prever e monitorar a volatilidade dos ativos financeiros. Mais que isso, o

problema consiste em saber quando ocorreu uma mudança significativa na magnitude da volatilidade.

1.3. Relevância

Os profissionais do mercado utilizam os mais diversos modos para elaborar suas teorias de “previsão”, seja com base em análises fundamentalistas, que são qualitativas e centradas nas teorias econômicas, ou em modelos mais quantitativos, que vão desde análises gráficas até poderosos modelos estatísticos.

Diante desse cenário, o aluno identificou na empresa que os métodos fundamentalistas prevalecem até o atual momento e constatou a ausência de métodos estatísticos e econométricos para observação e inferência sobre os dados do mercado para obter algum tipo de informação útil para o trabalho da área. Esse último tipo de estudo é pouco utilizado na empresa, porém há interesse por parte de alguns operadores, com afinidade para esse tipo de metodologia, em iniciar atividades nesta vertente. A relevância do problema é então embasada pela importância que o controle da volatilidade, principal medida de risco das instituições financeiras, representa nesse tipo de mercado.

1.4. Objetivo

O objetivo deste trabalho de formatura, portanto, é utilizar-se da base de conhecimento estatístico aprendidos durante o curso de Graduação em Engenharia de Produção e dos conhecimentos consideráveis em matemática característicos de um engenheiro para elaborar uma metodologia que permita ao leitor deste trabalho não somente modelar e prever, mas também monitorar com eficiência a grandeza que quantifica o risco de uma carteira de investimentos, a volatilidade.

Resumidamente, essa metodologia consistirá em determinar modelo autorregressivo que seja consistente com o comportamento das séries de tempo financeiras e posteriormente aplicar uma das ferramentas de Controle Estatístico de Processo, os Gráficos de Controle, para monitorar a volatilidade modelada.

1.5. Estruturação do trabalho

No capítulo Introdução, é relevante apresentar sumariamente como o trabalho foi estruturado, para que o leitor entenda como será apresentado o desenvolvimento do projeto.

O trabalho está dividido em capítulos, cujos resumos de conteúdo são descritos abaixo:

- Capítulo 2 – Revisão Bibliográfica, onde os referenciais teóricos que dão suporte para a realização do trabalho, desde a escolha da série temporal, até a avaliação dos resultados;
- Capítulo 3 – Modelos Autorregressivos, na qual são apresentados os modelos que serão utilizados para equacionar as séries de tempo;
- Capítulo 4 – Definem-se os conhecimentos necessários de Controle Estatístico de Processo e Gráficos de Controle, bem como seus parâmetros, que serão utilizados para monitorar o processo;
- Capítulo 5 – Explicação completa da metodologia proposta para solução do problema, com dados teóricos;
- Capítulo 6 – Aplicação da metodologia a um caso real;
- Capítulo 7 – Conclusões do presente estudo, mencionando o desempenho e a viabilidade do projeto, bem como as dificuldades encontradas, sugestões.

1.6. Softwares utilizados

Esta parte da revisão bibliográfica trata de um dos pontos chave do trabalho. Como o mesmo é majoritariamente quantitativo, dado o enfoque econométrico, a obtenção de bons resultados é diretamente proporcional à qualidade dos softwares utilizados. Vale ressaltar que, as maiores competências dos softwares estão ligadas à complexidade matemática envolvida e também ao poder de simulação, esta última que será bastante utilizada ao longo do desenvolvimento.

Foram utilizados basicamente três softwares: EViews 7.0, Microsoft Excel 2010 com Visual Basic for Applications e Bloomberg.

1.6.1. EViews 7.0.

O EViews é um dos softwares mais utilizados em econometria e fornece análise de dados sofisticada, ferramentas para regressão e previsão de dados. No caso deste trabalho, o EViews tem todos os recursos econométricos, desde a análise prévia da série de tempo, que inclui testes de normalidade, estacionariedade, independência, entre outros, passando pelo equacionamento do processo GARCH, até a verificação da adequação do modelo escolhido.

1.6.2. Microsoft Excel 2010 e Visual Basic for Applications (VBA)

As simulações, e os algoritmos desenvolvidos para tal, foram criados e executados na plataforma do VBA, que tem integração total com a interface original do programa EXCEL e então facilita a visualização dos resultados, bem como o tratamento dos dados.

1.6.3. Bloomberg

O Bloomberg é o maior provedor de dados presentes no mercado financeiro atual e serviu de fonte para os dados reais (séries temporais) utilizados neste trabalho.

2. REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

2.1. Introdução

Neste capítulo será feita uma revisão bibliográfica com o objetivo de explicitar os conceitos fundamentais para o desenvolvimento do trabalho, com o intuito de formalizar o conhecimento e ajudar os futuros leitores na compreensão do conteúdo. Os principais tópicos estão relacionados à definição de séries temporais, bem como seu tratamento e análise.

2.2. Séries Temporais

Para Milone e Angelini (1995) chama-se série temporal a todo conjunto de valores passíveis de ordenação cronológica. Morettin e Tolo (2006) definem o mesmo conceito de forma semelhante quando colocam uma série temporal como qualquer conjunto de observações ordenadas no tempo. Para Ribeiro e Paula (2000), uma série temporal é definida como um conjunto de observações de uma dada variável, geralmente distribuídas de maneira equidistante no tempo, e que possuem como característica central a presença de uma dependência serial entre elas.

Ainda, segundo Morettin e Tolo (2006), as séries temporais, divididas entre discretas e contínuas, são analisadas sobre dois principais enfoques: no domínio temporal e no domínio das frequências. Neste trabalho, o foco será a análise no domínio dos tempos, no qual os modelos propostos para estudo são paramétricos (possuem um número finito de parâmetros).

Entre os objetivos de analisar uma série temporal, Morettin e Tolo (2006) sugerem:

1. Investigar o mecanismo gerador da série temporal;
2. Fazer previsões de valores futuros da série, a curto ou a longo prazo;
3. Descrever apenas o comportamento da série, o que neste caso inclui a construção do gráfico, a verificação da existência de tendências, ciclos e variações sazonais, a construção de histogramas e diagramas de dispersão;
4. Procurar periodicidades relevantes nos dados;

Estatisticamente, uma série temporal é modelada por um processo estocástico controlado por leis de probabilidade. Para Ribeiro e Paula (2000), uma série temporal pode ser considerada como uma amostra de um determinado processo estocástico.

Morettin e Toloí (2006) definem um processo estocástico:

Definição: Seja T um conjunto arbitrário. Um processo estocástico é uma família $Z = \{Z(t), t \in T\}$, tal que, para cada $t \in T$, $Z(t)$ é uma variável aleatória.

Nos estudos de séries financeiras, a literatura mostra a preferência pela análise da série de retornos ao invés da série de preços. Segundo Campbell (1997), pode-se destacar duas razões para tal preferência:

1. O conceito de retorno é mais familiar aos profissionais do mercado financeiro e a maioria dos modelos utiliza essa medida como variável;
2. A medida de retorno, e sua respectivas séries, apresentam qualidades estatísticas superiores quando comparadas às de preços.

Morettin e Toloí (2006) complementam que na prática é preferível trabalhar com retornos, que são livres de escala, do que os preços propriamente ditos, pois os primeiros têm propriedades estatísticas mais interessantes, como estacionariedade e ergodicidade. Ainda, citam que as mais diversas classes de modelos como ARMA, ARIMA, ARCH, GARCH (serão revistos no capítulo 3) modelam com eficiência as séries de retornos.

Sendo assim, calcula-se o retorno de um ativo entre dois instantes (t e $t - 1$) por:

$$R_t = \frac{P_t - P_{t-1}}{P_{t-1}} = \frac{\Delta P_t}{P_{t-1}} \quad (2.1)$$

onde P_t é o preço do ativo no instante t e $\Delta P_t = P_t - P_{t-1}$ é a variação de preços entre os instantes $t-1$ e t .

No entanto, é comum em finanças a utilização do logaritmo do retorno bruto simples, que é dado pela razão simples de P_t e P_{t-1} . Para Jorion (1997), a vantagem mais relevante oriunda do log-retorno é o fato de que se a distribuição do mesmo for a normal, esta nunca poderá gerar um preço menor que zero, condizente com a natureza da variável preço. Matematicamente, o retorno continuamente composto, ou log-retorno, é obtido através do cálculo do logaritmo neperiano da razão dos preços nos instantes que se deseja calcular o retorno. Sendo assim, temos:

$$\ln(1 + R_t) = \ln\left(\frac{P_t}{P_{t-1}}\right) = \ln(P_t) - \ln(P_{t-1}) \cong R_t \quad (2.2)$$

Em Morettin e Toloï (2006) pode-se encontrar que para um determinado u muito pequeno temos:

$$\ln(1 + u) \approx u \quad (2.3)$$

A Equação 2.3 permite concluir que os retornos simples e os log-retornos serão em geral muito próximos. Especificamente no caso das séries financeiras, objeto de pesquisa neste trabalho, pode-se verificar a afirmação acima.

Morettin e Toloï (2006) afirmam que séries econômicas e financeiras apresentam algumas características comuns a outras séries temporais, como:

1. Tendências;
2. Sazonalidades;
3. Pontos influentes (atípicos);
4. Heteroscedasticidade condicional, isto é, a variância condicional não é constante ao longo do tempo;
5. Não linearidade, que em linhas gerais explica que as séries não reagem igualmente a choques positivos e negativos;

No entanto, ainda segundo os mesmos autores, retornos financeiros apresentam, por outro lado, outras características peculiares. Por exemplo, séries de retornos raramente apresentam tendências ou sazonalidades. Pode-se elencar alguns fatos estilizados para as séries de retornos financeiros:

1. Retornos são em geral não autocorrelacionados;
2. Os quadrados dos retornos são autocorrelacionados;
3. Séries de retornos apresentam agrupamentos de volatilidade ao longo do tempo (volatility clustering);
4. A distribuição (não condicional) dos retornos apresenta caudas mais pesadas do que uma distribuição normal; além disso, a distribuição, embora aproximadamente simétrica, é em geral leptocúrtica;
5. Algumas séries de retornos são não-lineares;

Durante a realização deste trabalho, os itens mais relevantes dessas características supracitadas serão analisados. Nas especificações dos modelos que serão apresentados no capítulo 3, alguns desses fatos estilizados serão premissas exigidas para que tratem a série de maneira correta. A saber, são três as características estudadas:

- Estacionariedade, mostrada na seção 2.3.
- Independência, mostrada na seção 2.4.
- Normalidade, na seção 2.5.

2.3. Estacionariedade

A maioria dos modelos estatísticos, inclusive os quais pretendemos utilizar neste trabalho, apresenta a hipótese de que a série apresente comportamento estacionário. Morettin (2011) coloca que uma das suposições básicas feitas na análise de séries temporais é que o processo estocástico gerador dos dados seja um processo estacionário. No que diz respeito às séries de retorno de ativos financeiros, o paradigma é a favor dos modelos, ao contrário das séries de preços originais.

Segundo Morettin e Tolo (2006), um processo Z é estacionário se ele se desenvolve no tempo de modo que a escolha de uma origem dos tempos não é importante. Em outras palavras, uma série é considerada estacionária quando as estatísticas amostrais, média e variância incondicional, são constantes e a covariância entre retornos defasados é função apenas desta defasagem. Logicamente, as características de $Z(t + x)$, para todo x , são as mesmas de $Z(t)$.

Definição: Um processo estocástico $Z = \{Z(t), t \in T\}$ diz-se estacionário de segunda ordem, ou simplesmente estacionário se, e somente se:

1. $E(Z(t)) = \mu$
2. $E(Z(t)) = \sigma^2 = \gamma_0$
3. $\gamma(t_1, t_2) = Cov(Z(t_1), Z(t_2))$ é uma função de $|t_1 - t_2|$

Nesse trabalho, serão utilizados dois testes, para verificar as propriedades estacionárias dos dados amostrais. Antes de iniciar a descrição sobre os testes, é necessária a introdução de dois conceitos importantes na identificação da estacionariedade de uma série temporal.

Um deles trata-se do conceito de *raiz unitária*. Um processo estocástico apresenta uma raiz unitária se, literalmente, a equação característica, isto é, o polinômio autorregressivo do processo tem 1 como uma de suas raízes.

Segundo Morettin (2011), dado um processo estocástico autorregressivo

$$Z_t = \phi \cdot Z_{t-1} + \varepsilon_t, \quad \varepsilon_t \sim RB N(0, \sigma^2)$$

onde RB é um processo particular (veja o item 2.6).

Um processo tem raiz unitária se

$$\phi = 1$$

Neste caso, quando a hipótese de raiz unitária é comprovada, ela apresenta a característica de permanência dos efeitos de algum choque sofrido num instante passado. Dessa forma, os efeitos de um choque aleatório acabam não sendo transitórios, e a série não apresenta comportamento estacionário.

Um dos procedimentos para testar a existência de uma raiz unitária em um processo estocástico foi criado por Dickey e Fuller (1979). Daqui pra frente, o teste será denotado por DF. Considerando o processo abaixo:

$$Z_t = \phi \cdot Z_{t-1} + \varepsilon_t, \quad \varepsilon_t \sim RB N(0, \sigma^2)$$

Segue-se, subtraindo Z_{t-1} dos dois lados da equação, resultando

$$\Delta Z_t = \phi^* \cdot Z_{t-1} + \varepsilon_t$$

na qual $\phi^* = \phi - 1$. O procedimento de teste consiste nas seguintes hipóteses:

- a) $H_0: \phi^* = 0$
- b) $H_1: \phi^* < 0$

A estatística utilizada é

$$\hat{t}_{DF} = \frac{\widehat{\phi^*}}{\widehat{\sigma_{\phi^*}}} \quad (2.4)$$

sendo $\widehat{\phi^*}$ o estimador de mínimos quadrados por meio da regressão de ΔZ_t sobre Z_{t-1} . A Equação 2.4 pode ser escrita na forma

$$\hat{t}_{DF} = \frac{T^{-1} \cdot \sum Z_{t-1} \cdot \varepsilon_t}{S \cdot (T^{-2} \cdot \sum Z_{t-1}^2)^{\frac{1}{2}}} \quad (2.5)$$

onde T é o número de observações e

$$S^2 = \frac{1}{T-2} \cdot \sum_{t=2}^T (\Delta Z_t - \widehat{\phi}^* \cdot Z_{t-1})^2 \quad (2.6)$$

As distribuições para a estatística \hat{t} são tabuladas, para cada valor de T, e rejeita-se H_0 se a estatística calculada for menor que um valor crítico.

No entanto, o teste DF acima supõe um processo dependente de Z_{t-1} . Uma variação do teste, conhecida como teste de Dickey e Fuller Aumentado (ADF), admite que Z_t possa ser um processo mais complexo, dependente de mais termos anteriores.

A estatística para este teste é derivada de forma semelhante ao teste DF

$$\hat{t}_{ADF} = \frac{T^{-1} \cdot \sum Z_{t-1} \cdot \varepsilon_t}{S \cdot (T^{-2} \cdot \sum (Z_{t-1} - \bar{Z})^2)^{\frac{1}{2}}} \quad (2.7)$$

e a distribuição de \hat{t}_{ADF} também é tabulada.

Na prática, o teste ADF examina a condição do polinômio autorregressivo do processo ter uma raiz unitária, e, caso negativo, se a diferença da série remove essa raiz unitária. A elaboração do mesmo será realizada através do software EViews 7.0. A Figura 2-1 ilustra uma tela do software com os resultados do teste ADF.

A primeira parte dos resultados mostra, além de alguns parâmetros do teste, os valores críticos, que permitem responder o teste de hipótese em questão, que tem como hipótese nula que a série temporal tem uma raiz unitária. No exemplo da Figura 2-1, a estatística ADF tem valor -51,49 e o nível descritivo é 0.0001. Como a estatística é menor que os valores críticos para os níveis de significância mostrados (1; 5 e 10%) pode-se rejeitar a hipótese nula nestes níveis.

A segunda parte do quadro mostra dados referentes ao modelo de regressão que o EViews usou para calcular a estatística ADF.

O segundo teste considerado neste trabalho foi desenvolvido por Phillips e Perron (1988) e leva o nome de seus criadores, teste Phillips-Perron (PP). Trata-se de uma alternativa

não paramétrica para testar a existência de uma raiz unitária para uma série temporal. Mais que isso, segundo Morettin (2011), o teste em questão difere do ADF no momento em que supõe os erros correlacionados e possivelmente heteroscedásticos.

Considerando o processo

$$\Delta Z_t = \Theta_0 + \phi^* \cdot Z_{t-1} + \mu_t$$

Null Hypothesis: EXAMPLE has a unit root

Exogenous: Constant

Lag Length: 1 (Automatic - based on SIC, maxlag=31)

	t-Statistic	Prob.*
Augmented Dickey-Fuller test statistic	-51.49299	0.0001
Test critical values:		
1% level	-3.431629	
5% level	-2.861990	
10% level	-2.567053	

*Mackinnon (1996) one-sided p-values.

Augmented Dickey-Fuller Test Equation

Dependent Variable: D(EXAMPLE)

Method: Least Squares

Date: 10/13/12 Time: 17:03

Sample (adjusted): 3 4474

Included observations: 4472 after adjustments

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
EXAMPLE(-1)	-1.124910	0.021846	-51.49299	0.0000
D(EXAMPLE(-1))	0.052039	0.014939	3.483456	0.0005
C	0.000290	0.000189	1.535359	0.1248
R-squared	0.535894	Mean dependent var		1.08E-07
Adjusted R-squared	0.535686	S.D. dependent var		0.018557
S.E. of regression	0.012645	Akaike info criterion		-5.902475
Sum squared resid	0.714549	Schwarz criterion		-5.898178
Log likelihood	13200.94	Hannan-Quinn criter.		-5.900961
F-statistic	2580.129	Durbin-Watson stat		1.999748
Prob(F-statistic)	0.000000			

Figura 2-1 - Exemplo de resultado de teste ADF

onde μ_t satisfaz condições de irregularidade (ler Phillips e Perron, 1988). A estatística do teste PP é dada por

$$\tau_{PP} = \tau_{ADF} \cdot \left(\frac{\hat{\sigma}^2}{\hat{\lambda}^2} \right)^{\frac{1}{2}} - \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{\hat{\lambda}^2 - \hat{\sigma}^2}{\hat{\lambda}^2} \right) \cdot \left(\frac{\hat{\phi}^*}{\hat{\sigma}^2} \right) \quad (2.8)$$

onde $\hat{\sigma}^2$ e $\hat{\lambda}^2$ são estimadores consistentes calculados através de

$$\hat{\sigma}^2 = T^{-1} \cdot \sum_{t=1}^T \hat{\mu}_t^2 \quad (2.9)$$

na qual $\hat{\mu}_t$ é estimador de mínimos quadrados de μ_t e

$$\hat{\lambda}^2 = T^{-1} \cdot \sum_{t=1}^T \hat{\mu}_t^2 + \frac{2}{T} \cdot \sum_{j=1}^k \omega_j(k) \cdot \sum_{t=j+1}^T (\hat{\mu}_t \cdot \hat{\mu}_{t-j}) \quad (2.10)$$

com $\omega_j(k)$ sendo conhecido como estimador de Newey-West (1987) e definido por

$$\omega_j(kl) = 1 - \frac{j}{k+1} \quad (2.11)$$

Segundo Morettin (2006), Phillips e Perron sugerem a utilização de

$$k = T^{\frac{1}{4}} \quad (2.12)$$

e a estatística τ_{PP} segue a mesma distribuição limite que τ_{ADF} .

A tela de resultados do software EVIEWS 7.0 para o teste PP está na Figura 2-2 e é semelhante devido ao fato de que apesar da estatística de teste ser alterada. Novamente, no exemplo acima a estatística PP calculada é menor que os valores críticos e rejeita-se a hipótese nula da série ter uma raiz unitária.

2.1. Normalidade

Em primeiro lugar, cabe aqui descrever primeiramente os detalhes de um distribuição normal. A função de densidade de probabilidade da distribuição Gaussiana é a seguinte:

$$f(x) = \frac{1}{\sigma \cdot \sqrt{2\pi}} \cdot e^{-\frac{1}{2} \left(\frac{x-\mu}{\sigma} \right)^2}, \text{ para } -\infty < x < \infty \quad (2.13)$$

Quando μ e σ são desconhecidos, eles devem ser estimados por \bar{X} e S respectivamente. São calculados pra tal distribuição os estimadores para a média e o desvio padrão de cada etapa do processo a partir das seguintes equações:

$$\bar{X} = \sum_{i=1}^n \frac{X_i}{n} \quad (2.14)$$

$$s = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2}{n - 1}} \quad (2.15)$$

Null Hypothesis: EXAMPLE has a unit root
 Exogenous: Constant
 Bandwidth: 21 (Newey-West automatic) using Bartlett kernel

	Adj. t-Stat	Prob.*
Phillips-Perron test statistic	-72.39349	0.0001
Test critical values:		
1% level	-3.431629	
5% level	-2.861990	
10% level	-2.567053	

*Mackinnon (1996) one-sided p-values.

Residual variance (no correction)	0.000160
HAC corrected variance (Bartlett kernel)	0.000134

Phillips-Perron Test Equation
 Dependent Variable: D(EXAMPLE)
 Method: Least Squares
 Date: 10/13/12 Time: 17:11
 Sample (adjusted): 2 4474
 Included observations: 4473 after adjustments

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
EXAMPLE(-1)	-1.069270	0.014919	-71.66998	0.0000
C	0.000276	0.000189	1.457524	0.1450

R-squared	0.534639	Mean dependent var	-8.50E-07
Adjusted R-squared	0.534534	S.D. dependent var	0.018555
S.E. of regression	0.012659	Akaike info criterion	-5.900434
Sum squared resid	0.716490	Schwarz criterion	-5.897570
Log likelihood	13198.32	Hannan-Quinn criter.	-5.899424
F-statistic	5136.585	Durbin-Watson stat	2.007201
Prob(F-statistic)	0.000000		

Figura 2-2 - Exemplo de resultado do teste PP

Quando os parâmetros da distribuição μ e σ são iguais a 0 e 1, respectivamente, a distribuição é conhecida como normal padrão. No entanto, qualquer distribuição pode ser transformada na padrão através da seguinte transformação, em z:

$$z = \frac{x - \mu}{\sigma} \quad (2.16)$$

Apresenta-se então, na Figura 2-3, a conhecida como curva de Gauss, para uma distribuição normal padrão.

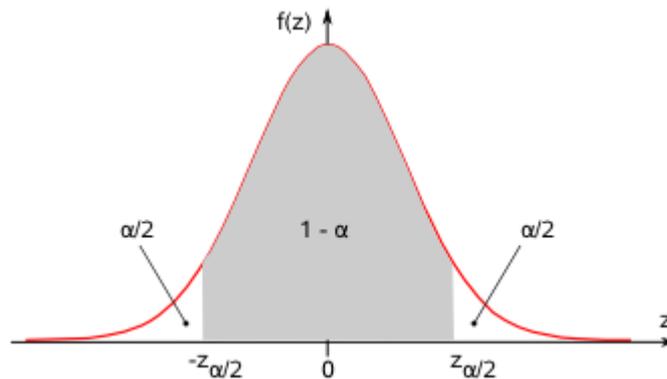


Figura 2-3 - Gráfico da função de distribuição de probabilidade de uma normal padrão

Dadas as especificações sobre a distribuição, é importante observar que em geral as séries de retornos de preços do mercado financeiro raramente apresentam distribuição Gaussiana. Isso porque apresentam assimetria ligeiramente positiva enquanto que apresentam caudas mais densas. Os modelos mais utilizados pela literatura para tratar as séries temporais de retorno em geral conseguem resultados satisfatórios mesmo com essas distorções. No entanto, os resultados quando a série subjacente apresenta distribuição normal são ainda mais confiáveis.

Há diversos métodos para verificar a normalidade de uma série temporal. A princípio, analisar um histograma simples pode dar uma boa noção, embora não proporcione segurança estatística. Assim, pode-se utilizar de outros recursos gráficos, e até testes estatísticos ou mesmo baseados na função de distribuição empírica.

Neste trabalho, vamos utilizar dois recursos para verificar a normalidade da série, de natureza distinta, para evitar qualquer viés.

O primeiro deles será o recurso Q-Q Plot, que consiste em um dos métodos gráficos mais comuns para o objetivo em questão. O procedimento compara graficamente os quantis teóricos da distribuição normal com os quantis dos dados da amostra que está sob verificação. Dado que é um procedimento gráfico, avalia-se a aderência visualmente. Como se pode

observar na Figura 2-4, um exemplo do gráfico, traça-se uma reta que corresponde à distribuição normal modelo. Em seguida, são plotados os pontos da amostra em avaliação. A relação linear entre os quantis teóricos e empíricos é diretamente proporcional à aderência dos pontos à reta-modelo.

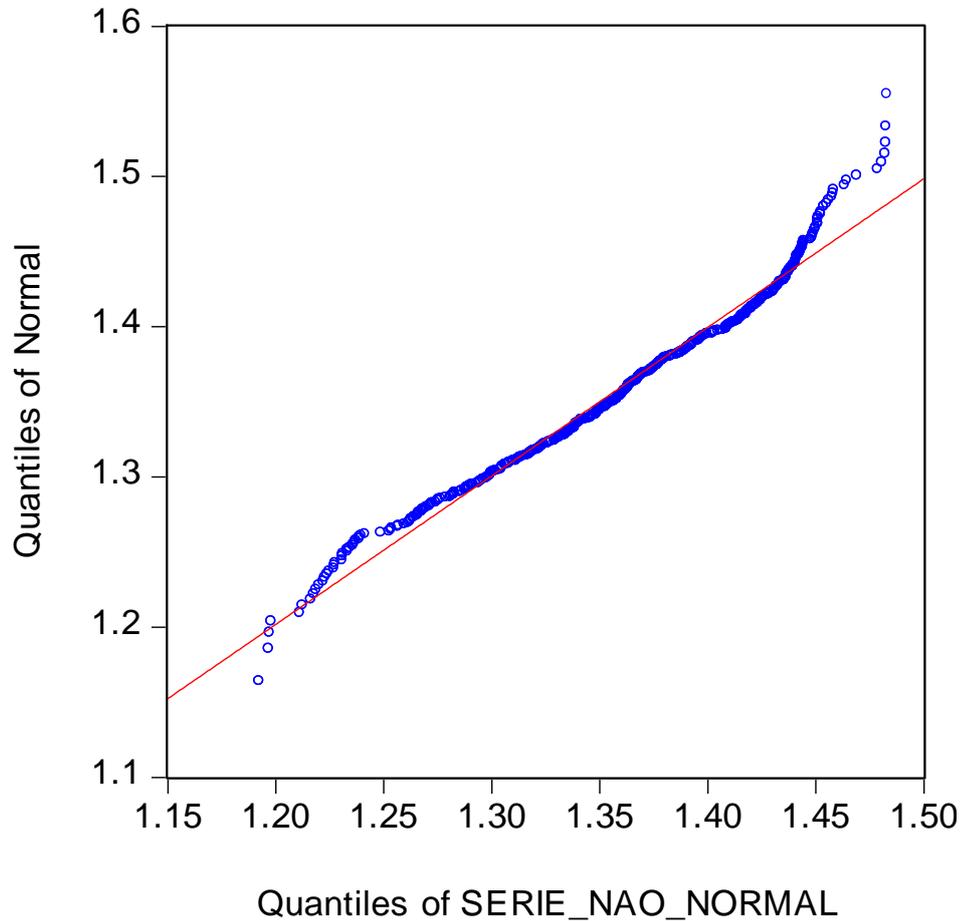


Figura 2-4 - Exemplo de Q-Q Plot para uma distribuição que não adere à distribuição teórica (normal)

O segundo método escolhido para averiguar a normalidade da série é de cunho estatístico. O teste Jarque-Bera se utiliza da propriedade da distribuição normal, a qual garante:

1. Todos os momentos ímpares a partir do terceiro assumem valor zero, e;
2. O quarto momento, assume valor 3.

O terceiro e quarto momentos da distribuição normal são os utilizados no presente teste, sendo necessário definir tais momentos, nomeados respectivamente por Assimetria e Curtose, a saber:

1. Assimetria (Skewness):

$$S = \frac{E(Z_t - \mu)^3}{\sigma^3} \quad (2.17)$$

2. Curtose (Kurtosis):

$$K = \frac{E(Z_t - \mu)^4}{\sigma^4} \quad (2.18)$$

Para uma amostra grande de tamanho T , $\{Z_1, \dots, Z_T\}$, os estimadores de S e K são dados respectivamente por:

$$\hat{S} = \frac{1}{T} \cdot \sum_{t=1}^T \left(\frac{Z_t - \bar{Z}}{\hat{\sigma}} \right)^3 \quad (2.19)$$

$$\hat{K} = \frac{1}{T} \cdot \sum_{t=1}^T \left(\frac{Z_t - \bar{Z}}{\hat{\sigma}} \right)^4 \quad (2.19)$$

onde

$$\bar{Z} = \sum_{t=1}^T \frac{Z_t}{T} \quad (2.20)$$

$$\hat{\sigma} = \sqrt{\frac{(Z_t - \bar{Z})^2}{T - 1}} \quad (2.21)$$

Portanto, sob a hipótese de distribuição normal \hat{S} tende a 0, enquanto que \hat{K} caminha para 3. O Teste Jarque-Bera, que funciona muito bem para grandes amostras, baseia-se nas diferenças entre assimetria e curtose da distribuição da série em relação à distribuição normal.

Trata-se de um teste de hipóteses, na qual a hipótese nula considera distribuição normal. A estatística (JB) combina as estatísticas individuais de Assimetria e Curtose e sob a hipótese nula de normalidade segue distribuição qui-quadrado com 2 graus de liberdade.

Matematicamente é expresso como

$$JB = \frac{n}{6} \times \left(\hat{S}^2 + \frac{1}{4} \times (\hat{K} - 3)^2 \right) \approx \chi_2^2 \quad (2.22)$$

1.5. Independência

Em um mercado financeiro eficiente do ponto de vista teórico, não é possível prever um preço futuro baseando-se em dados passados. Isso implica na teórica não-dependência linear entre um retorno atual e retornos passados.

Os testes de autocorrelação surgiram para mensurar a dependência entre variáveis de uma série temporal que se encontram em diferentes instantes. Dado um nível de significância, os testes verificam se os coeficientes de correlação são significativamente diferentes de zero.

Antes de especificar os testes, cabe introduzir o conceito de Função de Autocorrelação (f.a.c.):

$$\rho_k = \frac{\gamma_k}{\gamma_0} \quad (2.23)$$

onde γ_k é a covariância de defasagem k , dada por

$$\gamma_k = E\{Z_t \cdot Z_{t+k}\} \quad (2.24)$$

e γ_0 é a variância. O estimador de ρ_k pode ser calculado através de

$$\hat{\rho}_k = \frac{\hat{\gamma}_k}{\hat{\gamma}_0} \quad (2.24)$$

onde $\hat{\gamma}_k$ representa a covariância amostral na defasagem k , calculada por

$$\hat{\gamma}_k = \frac{\sum (Z_t - \bar{Z}) \cdot (Z_{t+k} - \bar{Z})}{T} \quad (2.25)$$

e $\hat{\gamma}_0$ é a variância, a saber

$$\hat{\gamma}_0 = \sum \frac{(Z_t - \bar{Z})^2}{T} \quad (2.26)$$

sendo T o tamanho da amostra.

Outro conceito muito importante no que se refere à dependência de elementos, Box, Jenkins e Reinsel (1994) propõe a função de autocorrelação parcial (f.a.c.p.) de defasagem k , denotada por ϕ_{kk} , e que, segundo Morettin e Toloí (2006), mede a correlação dependente entre Z_t e Z_{t-k} depois de eliminada a influência de $Z_{t-1}, \dots, Z_{t-k+1}$ (ver Morettin e Toloí (2006) para dedução do cálculo de ϕ_{kk}).

Segundo Morettin (2011), o teste sugerido por Box e Pierce (1970), e posteriormente aperfeiçoado por Ljung e Box (1978) (LB), propõe uma estatística que testa a hipótese de todos os coeficientes de autocorrelação serem simultaneamente nulos sob um grau de significância estatística. A estatística

$$LB = Q = n \cdot (n + 2) \cdot \sum_{k=1}^m \left(\frac{\hat{\rho}_k^2}{n - k} \right) \sim \chi_m^2 \quad (2.27)$$

tem uma distribuição χ^2 com m graus de liberdade e a hipótese nula de independência é rejeitada para valores altos de LB.

O teste também será executado através do software EViews 7.0. No software, ele constrói o correlograma da série temporal, que consiste na representação da f.a.c. e da f.a.c.p. para cada defasagem k , e aplica o teste Box-Pierce-Ljung para cada uma delas, colocando as estatísticas e as probabilidades correspondentes à distribuição χ_m^2 , como mostra a Figura 2-5, com os resultados do software.

Morettin (2011) ainda sugere outro procedimento para indicar se há uma possível quebra de comportamento de ruído branco em uma série. Seja n o número efetivo de observações, Morettin (2011) deduz (dedução omitida) que pode-se comparar os valores de f.a.c. e f.a.c.p. de uma série com limites $\pm 2/\sqrt{n}$. Na prática, considera-se a f.a.c. e f.a.c.p. significativas se estas estão fora deste intervalo. Os limites formam um intervalo de confiança para as funções e esse intervalo aparece nos resultados da Figura 2-5 também. No entanto, ao longo do desenvolvimento serão utilizados gráficos mais claros mostrando estes intervalos.

Sample: 1 4602
Included observations: 4474

Autocorrelation	Partial Correlation	AC	PAC	Q-Stat	Prob	
		1	-0.069	-0.069	21.482	0.000
		2	-0.047	-0.052	31.369	0.000
		3	0.009	0.002	31.766	0.000
		4	-0.005	-0.007	31.879	0.000
		5	-0.048	-0.048	42.026	0.000
		6	0.007	-0.001	42.234	0.000
		7	-0.034	-0.039	47.537	0.000
		8	0.017	0.013	48.906	0.000
		9	-0.003	-0.005	48.945	0.000
		10	0.035	0.035	54.554	0.000
		11	-0.031	-0.027	58.733	0.000
		12	0.044	0.041	67.376	0.000
		13	0.019	0.023	68.923	0.000
		14	-0.024	-0.018	71.611	0.000
		15	-0.030	-0.028	75.773	0.000
		16	0.042	0.034	83.713	0.000
		17	0.003	0.013	83.761	0.000
		18	-0.047	-0.044	93.773	0.000
		19	0.014	0.010	94.695	0.000
		20	0.016	0.010	95.866	0.000
		21	-0.049	-0.043	106.61	0.000
		22	0.022	0.012	108.84	0.000
		23	0.003	0.002	108.89	0.000
		24	-0.002	0.002	108.90	0.000
		25	-0.003	-0.007	108.95	0.000
		26	-0.006	-0.011	109.13	0.000
		27	0.042	0.048	117.21	0.000
		28	-0.003	0.000	117.24	0.000
		29	0.021	0.022	119.14	0.000
		30	0.010	0.016	119.59	0.000

Figura 2-5 - Exemplo de correlograma com as f.a.c. e f.a.c.p., as estatísticas do teste de Box-Pierce-Ljung e os intervalos de confiança

1.6. Ruído Branco

Aqui será apresentado um processo estocástico que é utilizado com frequência na literatura de séries temporais e modelos de precisão.

Segundo Morettin (2011), entende-se por ruído branco uma sequência de variáveis aleatórias

$$\{Z_t, t \geq 1\}$$

tal que todas elas apresentam a mesma distribuição probabilística e são mutuamente independentes (i.i.d.). Ainda, as variáveis são não correlacionadas e o processo apresenta

comportamento estacionário. A notação para ruído branco fica definida, como foi por Morettin (2011), como

$$\varepsilon_t \sim RB(0, \sigma^2)$$

Caso a distribuição probabilística seja conhecida, como por exemplo, a distribuição Normal, pode-se escrever

$$\varepsilon_t \sim RB N(0, \sigma^2)$$

1.7. Teste dos Multiplicadores de Lagrange (ML)

Segundo Morettin (2011), Engle (1982) sugeriu fazer uma regressão dos quadrados dos retornos, da forma

$$R_t^2 = \alpha_0 + \alpha_1 \cdot R_{t-1}^2 + \dots + \alpha_m \cdot R_{t-m}^2$$

para $t = m+1, \dots, T$. A hipótese nula considera α_i igual a 0 para todo $1 < i < m$. A estatística de teste, para T suficientemente grande, é

$$S = T \cdot R^2 \sim \chi^2(m) \quad (2.28)$$

sendo R^2 é o coeficiente de determinação da regressão anterior. Rejeita-se a hipótese nula quando S é significativamente grande, isto é, neste caso há heteroscedasticidade condicional na série.

1.8. Distribuição dos retornos e verossimilhança

Morettin (2011) sugere que uma série de retornos $\{R_t, 1 < t < T\}$ pode ser considerada parte de uma realização de um processo estocástico. Especifica-se um processo completamente se as distribuições finito-dimensionais são conhecidas de cada elemento da série temporal. No entanto, supondo que há invariância temporal, ou seja, que a distribuição é a mesma para todo instante de tempo, podemos escrever, sobre as funções de distribuição,

$$F_t(R_1, \dots, R_n) = F_1(R_1)F_2(R_2 | R_1) \dots F_n(R_n | R_1, \dots, R_{n-1}) \quad (2.29)$$

Ainda segundo Morettin (2011) uma função de distribuição depende, em geral, de covariáveis Y e de um vetor de parâmetros θ , que a caracterizam. Considerando uma distribuição contínua para os retornos, pode-se obter a função de verossimilhança de acordo com a distribuição que se quer adequar a série de retornos e então, estimar θ . Por exemplo, considere que a distribuição contínua dos retornos seja normal, com média μ_t e variância σ_t^2 , então a função de verossimilhança é

$$f(R_1, \dots, R_n; \theta) = f_1(R_1; \theta) \prod_{t=2}^n \frac{1}{\sigma_t \cdot \sqrt{2 \cdot \pi}} \cdot \exp\left(-\frac{(R_t - \mu_t)^2}{2\sigma_t^2}\right) \quad (2.30)$$

Morettin (2011) conclui que o estimador de máxima verossimilhança de θ é obtido maximizando-se essa função ou o logaritmo dela. Este último procedimento consiste no método de máxima verossimilhança condicional e é largamente utilizado na estimação de parâmetros de modelos autorregressivos, como será verificado no desenvolvimento deste trabalho.

3. MODELOS PARAMÉTRICOS

Neste capítulo serão descritos os principais modelos paramétricos de previsão, bem como suas principais características. Segundo Morettin (2011), Box e Jenkins (1970) sugerem uma abordagem consagrada para a construção de um modelo, que consiste num ciclo iterativo com os seguintes passos, que devem ser repetidos até que o modelo se mostre adequado:

1. Uma classe geral de modelos é considerada para a análise (especificação);
2. Há identificação de um modelo, com base na análise de autocorrelações, autocorrelações parciais e outros critérios;
3. A seguir vem a fase de estimação, na qual os parâmetros do modelo identificado são estimados;
4. finalmente, há a verificação ou diagnóstico do modelo ajustado, através de uma análise de resíduos, para validar a adequação do modelo.

É importante clarificar que, neste capítulo, não serão explicitados os métodos para a realização das etapas anteriores, de modo que estas informações serão apresentadas durante a apresentação da metodologia, no capítulo 5.

3.1. Modelos Lineares

Os modelos descritos a seguir supõe que a série temporal seja gerada através de um sistema linear, cuja entrada é um ruído branco. Serão mostrados os modelos mais comuns no tratamento de séries financeiras de modo que não só suas equações genéricas serão mostradas mas também o comportamento de suas funções de autocorrelação e autocorrelação parcial, que são ferramentas importantes para identificação dos modelos.

Os itens 3.1.1, 3.1.2 e 3.1.3 tratarão de modelos apropriados para descrever séries estacionárias enquanto que o item 3.1.4 se dedica à classe de modelos mais difundida para modelar séries não estacionárias.

3.1.1. Modelos autorregressivos (AR)

Segundo Morettin e Toloi (2006), um modelo autorregressivo de ordem p , denotado por $AR(p)$ é tal que:

$$Z_t = \Phi_1 \cdot Z_{t-1} + \Phi_2 \cdot Z_{t-2} + \dots + \Phi_p \cdot Z_{t-p} + a_t \quad (3.1)$$

onde a_t é um ruído branco;

Esse modelo pressupõe que o valor atual da série é uma combinação linear dos p valores passados da série e de um ruído branco a_t . A função de autocorrelação de um processo autorregressivo é constituída de uma mistura de polinômios, exponenciais e senóides amortecidas e é infinita em extensão. Já a função de autocorrelação parcial não é nula somente para defasagens menores que p (veja Box, Jenkins e Reinsel, 1994).

3.1.2. Modelo de médias móveis (MA)

Segundo Morettin e Tolo (2006), um modelo de médias móveis ordem q , denotado por MA(q) é tal que, para um processo de média nula:

$$Z_t = \theta_1 \cdot a_{t-1} + \theta_2 \cdot a_{t-2} + \dots + \theta_q \cdot a_{t-q} \quad (3.2)$$

onde a_t é um ruído branco;

Nesse modelo o valor atual da série é uma média ponderada dele próprio mais os q últimos valores de um processo ruído branco.

Segundo Morettin e Tolo (2006), a f.a.c. de um processo MA(q) se anula para defasagens maiores do que q , sendo portanto finita. Já a função de autocorrelação parcial se comporta por exponenciais e/ou senóides amortecidas (veja Box, Jenkins e Reinsel, 1994).

3.1.3. Modelos autorregressivos e de médias móveis (ARMA)

Morettin e Tolo (2006) sugerem que para muitas séries encontradas na prática, se o objetivo for um modelo com um número reduzido de parâmetros, isto é, mais parcimonioso, a inclusão de termos tanto autorregressivos quanto de médias móveis é adequada.

Portanto, um modelo deste tipo, denotado por ARMA(p, q) pode ser escrito da forma

$$Z_t = \Phi_1 \cdot Z_{t-1} + \Phi_2 \cdot Z_{t-2} + \dots + \Phi_p \cdot Z_{t-p} + \theta_1 \cdot a_{t-1} + \theta_2 \cdot a_{t-2} + \dots + \theta_q \cdot a_{t-q} + a_t \quad (3.3)$$

Morettin e Tolo (2006) verificam que se a função de autocorrelação de um processo ARMA(p, q) se comporta:

- Se $q < p$ a f.a.c. consiste numa mistura de exponenciais e/ou senóides amortecidas;
- Se $q \geq p$, os primeiros $q - p - 1$ não seguirão este padrão

A função de autocorrelação parcial, por sua vez, se comporta por exponenciais e/ou senóides amortecidas (veja Box, Jenkins e Reinsel, 1994).

3.1.4. Modelos autorregressivos integrados de médias móveis (ARIMA)

Os modelos mostrados até agora assumem que as séries são estacionárias, diferente do encontrado nas séries reais. Se uma série Z_t é não estacionária, segundo Morettin e Tolo (2006), a série

$$W_t = Z_t - Z_{t-d} \quad (3.4)$$

é uma diferença de Z_t e, portanto, Z_t é uma integral de Z_t . O modelo ARIMA (p, d, q) é um caso especial de processo integrado no sentido de que supõe que a d -ésima diferença de uma série não estacionária pode ser representada por um modelo ARMA(p, q), estacionário.

Neste trabalho, como serão utilizadas séries de retornos financeiras, que são em geral estacionárias, os modelos ARIMA não serão necessários.

3.2. Modelos não-lineares

Como já mencionado anteriormente, a incerteza tem um papel muito importante no âmbito do mercado financeiro. Dado isso, a volatilidade como medida de incerteza e risco é o parâmetro mais observado pelos gerenciadores de carteira de ativos, daí a busca por modelos de previsão da mesma.

Dentre os modelos regressivos, sabe-se que os modelos ARMA são largamente aplicados na prática em séries de tempo lineares. No entanto, no caso de séries lineares, Mandelbrot (1968) foi o primeiro a notar o comportamento peculiar de séries de retorno de preços de ativos. O autor em questão se referia ao que é denominado de heteroscedasticidade, isto é, as séries econômicas apresentam períodos de grandes oscilações seguidos por períodos de calma. Esse comportamento mostra que a variância condicional do processo, a

volatilidade, não é constante ao longo do tempo e mais, que a variância condicional atual depende das passadas, o que impossibilita o uso de modelos da classe ARMA para esse processo, dado que o modelo ARMA tem como premissa volatilidade constante.

Foi nesse contexto que Engle (1982) introduziu o conceito do processo ARCH, que posteriormente foi aperfeiçoado por Bollerslev (1986) para dar origem ao Generalized ARCH, ou simplesmente GARCH, como é conhecido.

3.2.1. Modelos ARCH

Segundo Morettin e Tolo (2006), os modelos autorregressivos com heteroscedasticidade condicional (ARCH) assumem que o log-retorno R_t de uma série original Z_t é não correlacionado serialmente, mas a volatilidade (variância condicional) h_t depende de retornos passados por meio de uma função quadrática. Para eliminar uma possível correlação serial de R_t , pode-se utilizar de modelos ARMA. Um modelo ARCH(r) pode ser definido como

$$R_t = \sqrt{h_t} \cdot \varepsilon_t \quad (3.5)$$

$$E h_t = \alpha_0 + \alpha_1 \cdot R_{t-1}^2 + \dots + \alpha_r \cdot R_{t-r}^2 \quad (3.6)$$

Onde ε_t é uma sequência de variáveis aleatórias independentes e identicamente distribuídas com média zero e variância um, $\alpha_0 > 0, \alpha_i \geq 0, i > 0$. Ainda segundo Morettin e Tolo (2006), na prática, supõe-se que $\varepsilon_t \sim N(0,1)$ ou $\varepsilon_t \sim t_\nu$.

Morettin e Tolo (2006) deduzem algumas propriedades do modelo, das quais os resultados, omitidas as deduções, são:

- i. $E(R_t) = 0$;
- ii. $Var(R_t) = \frac{\alpha_0}{1 - \sum \alpha_i}$;
- iii. $\gamma_R(k) = 0, k \geq 1$

Portanto,

$$R_t \sim RB(0, Var(R_t))$$

Finalmente, Morettin e Tolo (2006) prova que, se R_t segue um modelo ARCH, as caudas são mais pesadas que as da distribuição normal, isto é, o coeficiente de assimetria é maior que 3.

3.2.2. Modelos GARCH

Segundo Morettin e Tolo (2006), Bollerslev (1986) sugeriu o ARCH generalizado (GARCH), que considera que a volatilidade h_t , além de dependência dos retornos quadráticos passados, ainda depende dela mesma no passado. A mais notável vantagem deste é conseguir modelar a volatilidade com menos parâmetros que um ARCH, isto é, mais parcimonioso. Considerando o mesmo retorno R_t , com média zero e não correlacionado serialmente, um modelo GARCH(r, s) é definido por

$$R_t = \sqrt{h_t} \cdot \varepsilon_t \quad (3.7)$$

$$h_t = \alpha_0 + \sum_{i=1}^r \alpha_i \cdot R_{t-i}^2 + \sum_{j=1}^s \beta_j \cdot h_{t-j} \quad (3.8)$$

onde ε_t é uma sequência de variáveis aleatórias independentes e identicamente distribuídas com média zero e variância um, $\alpha_0 > 0, \alpha_i \geq 0, \beta_j \geq 0, \sum_{i=1}^{\max(r,s)} (\alpha_i + \beta_j) < 1$ e $i, j > 0$. Ainda segundo Morettin e Tolo (2006), na prática, também se supõe que $\varepsilon_t \sim N(0,1)$ ou $\varepsilon_t \sim t_\nu$ e seja ν_t tal que

$$\nu_t = R_t^2 - h_t \quad (3.9)$$

então

- i. $E(\nu_t) = 0$;
- ii. $E(R_t^2) = \frac{\alpha_0}{1 - \sum_{i=1}^{\max(r,s)} (\alpha_i + \beta_i)}$, ou seja, a volatilidade converge para esse valor a

longo prazo (detalhes em Morettin, 2011), portanto

$$Var(R_t) = \frac{\alpha_0}{1 - \sum_{i=1}^{\max(r,s)} (\alpha_i + \beta_i)} \quad (3.10)$$

Como no modelo ARCH, se R_t segue um modelo GARCH, as caudas apresentam mais densidade do que a distribuição normal.

4. Controle Estatístico de Processo (CEP)

4.1. Introdução

Para o entendimento pleno do CEP, cabe a apresentação de alguns conceitos básicos.

Processo: conjunto de atividades executadas com um certo objetivo ou finalidade ou conjunto de causas que gera um (ou mais) efeitos. No caso de um processo produtivo, a Figura 4-1 ilustra a definição do processo.

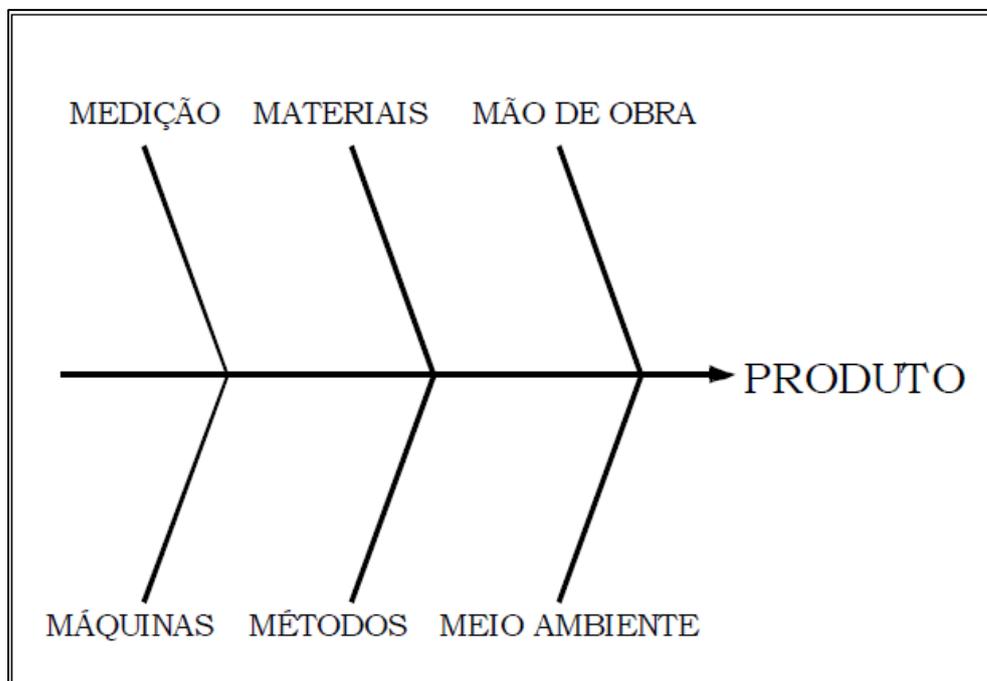


Figura 4-1 - Diagrama de causa e efeito para um processo produtivo

No presente trabalho, como o objeto de análise é uma série de tempo financeira, o produto final é o preço do ativo, o qual é influenciado (formado) por uma série de fatores mercadológicos. Em outras palavras, as séries de tempo financeiras estão sujeitas a mudanças estruturais frequentes como:

1. Mudanças na governança de empresas ou anúncio de resultados tem grande impacto no preço da ação;
2. Decisões políticas e/ou macroeconômicas afetam o valor de uma moeda perante outras;

3. Mudanças legislativas;

Esses fatores podem levar a alterações na média, variância, entre outros. Não só a distribuição dos dados sofre uma mudança mas também o próprio preço do ativo ou seu respectivo retorno, que são na prática de grande relevância. É possível, portanto adaptar a Figura 4-1 para ilustrar o processo de formação do preço de um ativo financeiro na Figura 4-2.

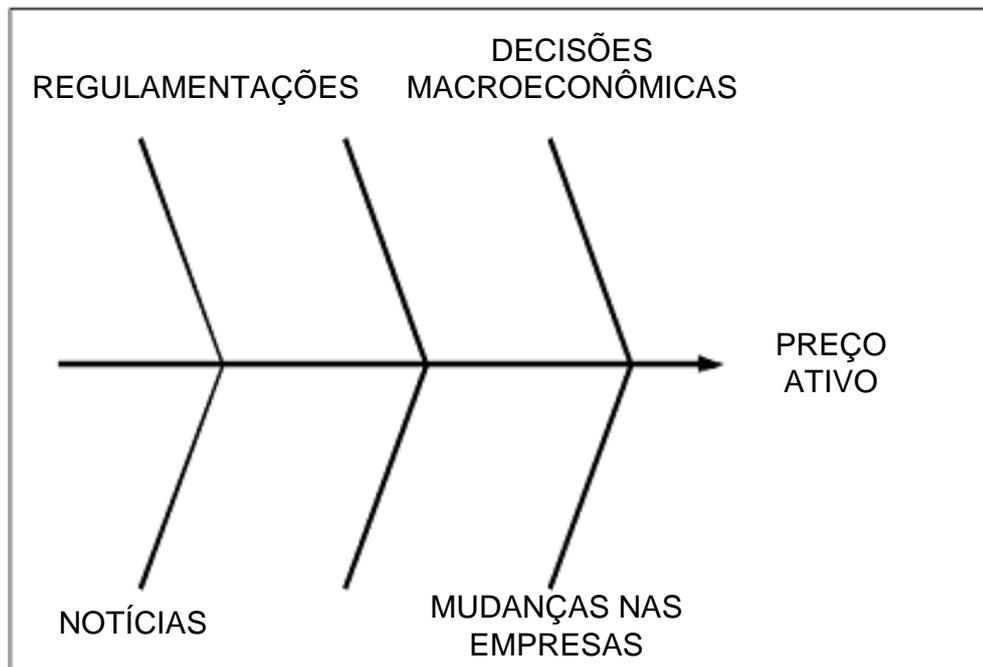


Figura 4-2 - Diagrama de causa e efeito para o processo de formação do preço de um ativo

Variabilidade do processo: Segundo Montgomery (2004), quanto maior a variabilidade de um processo, menores os níveis de qualidade do mesmo. Por esse motivo, é de grande utilidade que a variabilidade seja diminuída para que os efeitos de um processo apresentem a maior qualidade possível.

Como se pode observar nas Figuras 4-1 e 4-2, a variabilidade de um processo está atrelada às mais diversas causas que interferem na formação do resultado de um processo. As causas da variabilidade de um processo se dividem em dois principais grupos, a saber:

- Causas comuns: São as causas inerentes ao processo, caracterizando a variabilidade natural do processo. Essas causas não podem detectadas ou corrigidas com ações simples.

- Causas especiais: São causas que causam anormalidades no processo. A variabilidade que essas impõem no processo são de maior magnitude e de maior facilidade de detecção quando comparadas às causas comuns.

Controle: O conceito de controle consiste em monitorar algo para prevenção ou detecção e correção.

4.2. CEP

O Controle Estatístico de Processo (CEP) consiste na união de tais conceitos. Em outras palavras, segundo Montgomery (2004), o CEP é uma poderosa coleção de ferramentas de solução de problemas úteis em processos produtivos na obtenção da estabilidade do processo e na melhoria da capacidade através da redução da variabilidade.

Essas ferramentas, que podem ser aplicadas a qualquer processo, são:

- Histograma ou diagrama de ramo e folhas;
- Gráfico de Pareto;
- Diagrama de causa-e-efeito;
- Diagrama de concentração de defeito;
- Gráfico de Controle;
- Diagrama de Dispersão;
- Folha de Verificação;

Para Montgomery (2004), um processo que apresenta somente causas comuns de variação está sob controle estatístico, enquanto que aquele que apresenta causas especiais é denominado como fora de controle.

Neste trabalho, dentre as sete ferramentas, o trabalho vai se concentrar no Gráfico de Controle para detectar as causas especiais dos processos nele tratados. Detalhes sobre os Gráficos de Controle serão colocados na seção 4.3.

4.3. Gráficos de Controle

Como as outras ferramentas do CEP, o objetivo do Gráfico de Controle é monitorar a estabilidade do processo.

Este trabalho vai utilizar somente os Gráficos de Controle para variáveis, isto é, que monitora as características de um processo que podem ser expressas através de valores numéricos. Dessa forma, os gráficos de controle monitoram estatísticas dessas variáveis como por exemplo a média, a variância, entre outros.

A partir do momento que se define a estatística a ser monitorada, as observações dessa estatística Z_t são plotadas no eixo vertical de um gráfico. Resumidamente, o gráfico de controle é constituído de:

- Linha Central (LC): linha paralela à abscissa que representa, em geral, o valor alvo do processo, que pode ser um valor baseado no passado histórico da estatística monitorada;
- Linha Superior de Controle (LSC): Essa linha representa o máximo valor aceitável para a variável do processo (Limite Superior de Controle), acima do qual o dado está fora de controle.
- Linha Inferior de Controle (LIC): Essa linha representa o mínimo valor aceitável para a variável do processo (Limite Superior de Controle), abaixo do qual o dado está fora de controle.

Em geral, os limites de controle são calculados de forma que, quando o processo encontra-se sob controle, a probabilidade do gráfico soar um alarme seja um número pequeno α (erro do tipo I). Para um gráfico com ambos os limites superior e inferior, sendo que Z_t encontra-se em controle estatístico:

$$P[Z_t > LSC \text{ e } Z_t < LIC] = \alpha \quad (4.1)$$

Quando se trabalha com gráficos de controle unilaterais, temos, para um gráfico unilateral superior:

$$P[Z_t > LSC] = \alpha \quad (4.2)$$

e por sua vez, para um inferior:

$$P[Z_t < LIC] = \alpha \quad (4.3)$$

Quanto menor o α escolhido, mais distante as linhas de controle estarão da linha central. Dessa forma, reduz-se a probabilidade de um alarme falso, que consiste em soar um alarme dado que o processo está sob controle. No entanto, deve-se atentar para o fato de que a probabilidade de um processo fora de controle ser negligenciado (erro do tipo II) também aumenta.

Os gráficos de controle tem tamanha importância como ferramenta de controle da qualidade porque na prática eles funcionam como testes de hipótese aplicados continuamente ao processo monitorado. O objetivo dos testes é sempre o mesmo, verificar se o processo está ou não sob controle. Dessa forma, tem-se:

- a) H_0 : o processo analisado está sob controle estatístico;
- b) H_1 : o processo analisado está fora de controle estatístico.

A hipótese nula é rejeitada se a estatística sob análise ultrapassa os limites de controle (LSC e LIC) enquanto que a mesma é aceita caso contrário, sempre com um nível de significância α .

4.3.1. Medida de desempenho - ARL

O desempenho de um gráfico de controle está intrinsicamente ligado à velocidade que ele detecta a presença de uma causa especial para que a tomada de decisões aconteça o quanto antes e o processo volte a ficar em controle.

Geralmente para comparar o desempenho de gráficos de controle o Average Run Length (ARL) ou, em português, Comprimento Médio de Corrida (CMC) representa o número de amostras avaliadas, dado um certo grau de qualidade, até que o gráfico emita um sinal de alarme, podendo este ser falso ou verdadeiro.

Estatisticamente, o conceito de ARL está relacionado às definições de erro do tipo I e II de modo que, segundo Crowder (1987):

- Erro do tipo I: Soar um alarme quando o processo encontra-se sob controle. A probabilidade de isso acontecer é comumente chamada de α e deve ser minimizada a ponto de diminuição dos custos;
- Erro do tipo II: Não soar alarme quando o processo encontra-se fora de controle. A probabilidade de tal evento é definida como β e também deve ser minimizada.

Portanto, quando o processo está sob controle, o ARL_0 deve ser o maior possível e pode ser definido como

$$ARL_0 = \frac{1}{\alpha} \quad (4.4)$$

enquanto que o ARL dado que o processo encontra-se fora de controle deve ser minimizado, sendo portanto definido, em função de β , por

$$ARL_1 = \frac{1}{1 - \beta} \quad (4.5)$$

O ARL dos gráficos de controle é determinado, portanto, a partir do nível de significância exigido. A determinação exata é fácil para os gráficos de Shewhart, mas em muitos casos não existem métodos analíticos ou estes são de grande complexidade. Então, são utilizados métodos iterativos para tais cálculos, os quais serão explicados no capítulo 5 deste trabalho.

4.3.2. Tipos de Gráfico de Controle

Existem vários quesitos pelos quais se pode classificar os gráficos de controle. Esses critérios podem variar desde o número de linhas de controle, o tipo de característica da qualidade, até o tipo de estatística a ser utilizada, dentre outros.

Quanto ao número de linhas de controle, um gráfico pode possuir uma ou duas delas. Nesse caso, é denominado unilateral ou bilateral, respectivamente. Já em relação ao tipo de característica da qualidade, o aspecto a ser monitorado no processo pode ser mensurável ou não. No primeiro caso, os gráficos de controle são denominados para variáveis enquanto que no segundo, nos quais se utiliza uma estatística de distribuição discreta, utilizam-se os gráficos de controle para atributos.

Concentrando-se nos gráficos de controle para variáveis, o tipo de estatística a ser utilizada depende de qual aspecto se quer monitorar no processo. Em geral, as características de mais interesse são a média e a dispersão do processo. Sendo assim, cabe aqui apresentar os gráficos mais comuns, um para a média e outro para a dispersão, respectivamente. Para as

formulações a seguir, considera-se que os dados apresentam distribuição normal, isto é o processo $Z(t)$ é tal que:

$$Z(t) \sim N(\mu, \sigma^2)$$

Para monitorar a dispersão dos dados, existem vários gráficos de controle, entre eles R , S^2 e S . Aqui, será apresentado somente o gráfico de controle S^2 .

Segundo Montgomery (2004), considerando um gráfico bilateral, o teste de hipótese a ser considerado quando o objetivo é medir a dispersão de um processo, é o seguinte:

- a) $H_0: \sigma_t^2 = \sigma^2$
- b) $H_1: \sigma_t^2 \neq \sigma^2$

Dado o teste de hipótese, o gráfico consiste em utilizar o estimador não-tendencioso da volatilidade, o S^2 . A variância do t-ésimo grupo é calculada através de

$$S_t^2 = \sum_{i=1}^n \frac{(X_i - \bar{X})^2}{n-1} \quad (4.6)$$

Se m for o número de amostras, com n elementos, um estimador não-tendencioso para σ^2 é

$$\bar{S}^2 = \frac{1}{m} \cdot \sum_{j=1}^m S_j^2 \quad (4.7)$$

O gráfico de controle S^2 fica configurado para 3 desvios padrão, pelas suas LC e seus limites LSC e LIC, da seguinte forma:

$$\begin{aligned} LSC &= \bar{S}^2 + 3 \cdot \bar{S}^2 \cdot \sqrt{\frac{2}{n-1}} \\ LC &= \bar{S}^2 \\ LIC &= \bar{S}^2 - 3 \cdot \bar{S}^2 \cdot \sqrt{\frac{2}{n-1}} \end{aligned} \quad (4.8)$$

enquanto que, probabilisticamente, dado um α e que a estatística segue uma distribuição χ^2 com $n - 1$ graus de liberdade, o gráfico é definido por

$$\begin{aligned} LSC &= \frac{\sigma^2}{n-1} \cdot \chi_{n-1;1-\alpha}^2 \\ LC &= \sigma^2 \end{aligned} \quad (4.9)$$

$$LIC = \frac{\sigma^2}{n-1} \cdot \chi_{n-1;\alpha}^2$$

e finalmente, se σ^2 não for conhecido, utiliza-se o estimador S^2 e obtém-se:

$$\begin{aligned} LSC &= \frac{\overline{S^2}}{n-1} \cdot \chi_{n-1;1-\alpha}^2 \\ LC &= \overline{S^2} \end{aligned} \quad (4.10)$$

$$LIC = \frac{\overline{S^2}}{n-1} \cdot \chi_{n-1;\alpha}^2$$

Ainda segundo Montgomery (2004), para monitorar a média de processos, o gráfico mais utilizado é o gráfico \bar{X} . Considerando um gráfico bilateral, o teste de hipótese a ser considerado quando o objetivo é medir o nível de um processo, é o seguinte:

- a) $H_0: \mu_t = \mu$
- b) $H_1: \mu_t \neq \mu$

A estatística mais utilizada para monitorar o nível de um processo é a própria média amostral, \bar{X} . Além de fácil entendimento, os cálculos são fáceis de implantar e o gráfico apresenta um bom desempenho.

O gráfico de controle de Shewhart para a média tem como estimador para a média, se a amostra tem n elementos, a seguinte estatística

$$\bar{X} = \frac{1}{n} \cdot \sum_{i=1}^n X_i \quad (4.11)$$

Dado que existem m amostras, a distribuição de \bar{X} é tal que

$$\bar{X} \sim N\left(\mu, \frac{\sigma^2}{n}\right) \quad (4.12)$$

Dessa forma, para três desvios padrão, o gráfico é construído segundo os seguintes limites de controle e linha central

$$\begin{aligned} LSC &= \mu + 3 \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \\ LC &= \mu \\ LIC &= \mu - 3 \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \end{aligned} \quad (4.13)$$

No entanto, a construção acima exige que μ e σ^2 sejam conhecidos, o que nem sempre é possível. Quando este último for o caso, deve-se utilizar estimadores, os quais considerando como m o tamanho da amostra, tem-se, para o estimador da média:

$$\bar{X} = \frac{\bar{X}_1 + \bar{X}_2 + \dots + \bar{X}_m}{m} \quad (4.14)$$

enquanto que para o desvio padrão utiliza-se

$$\frac{\bar{S}}{c_n} \quad (4.15)$$

onde c_n , para uma amostra de tamanho n se calcula através de:

$$c_n = \left(\frac{2}{n-1}\right)^{\frac{1}{2}} \cdot \frac{\Gamma(n/2)}{\Gamma[(n-1)/2]} \quad (4.16)$$

e está prontamente tabulado nas literaturas do assunto.

Com os estimadores formulados acima, a construção do gráfico \bar{X} fica:

$$\begin{aligned}
 LSC &= \bar{X} + 3 \cdot \frac{\bar{S}}{c_n \sqrt{n}} \\
 LC &= \bar{X} \\
 LIC &= \bar{X} - 3 \cdot \frac{\bar{S}}{c_n \sqrt{n}}
 \end{aligned}
 \tag{4.17}$$

4.3.3. Gráficos de controle com memória

Além dos aspectos que caracterizam os tipos de gráfico de controle mostrados na seção 4.3.2, há ainda mais uma subdivisão entre eles, que consiste no fato da estatística monitorada depender unicamente do dado empírico corrente ou se também leva em consideração dados passados.

Os gráficos de \bar{X} e S^2 de Shewhart previamente mostrados utilizam informações somente da última amostra, ignorando portanto os dados antecedentes. Segundo Montgomery (2004) os gráficos de Shewhart apresentam deficiência para monitorar desvios pequenos nos processos e atribui essa deficiência ao fato de Shewhart negligenciar a informação contida nos dados anteriores ao dado atual.

Em outras palavras, apesar de ter construção e formulação simplificadas, os gráficos de Shewhart apresentam bom desempenho para mudanças repentinas ou que levam a grandes desvios no processo. Assim, distúrbios de menor intensidade e contínuos demoram a ser detectados pelos gráficos tradicionais embora também representem efeito de uma causa especial, isto é, o processo está fora de controle.

Nesse contexto, Montgomery (2004) introduz os gráficos de soma acumulada (CUSUM) e os gráficos de média móvel exponencialmente ponderada (EWMA).

Roberts (1959) foi o primeiro a introduzir os gráficos Exponentially Weighted Moving Average (EWMA). A estatística é geralmente utilizada com observações individuais, mas pode também ser aplicada a estatísticas amostrais.

No gráfico EWMA a estatística utilizada é dada por:

$$EWMA_t = \lambda \cdot Z_t + (1 - \lambda) \cdot EWMA_{t-1} \quad (4.18)$$

onde:

- λ é a constante de suavização, $0 < \lambda < 1$;
- Z_t é o valor atual da série temporal;
- $EWMA_t$ é o valor atual da estatística, sendo que $EWMA_0$ deve ser estimado para a primeira amostra e pode assumir o valor nominal do processo.

Vale ressaltar que a estatística EWMA, independente da constante de suavização escolhida, atribui um peso maior às amostras recentes enquanto que a contribuição das amostras passadas decai de forma exponencial. A constante de suavização, embora a literatura mostre métodos analíticos para encontrar sua magnitude ideal, não será escolhida já que serão simulados os valores para diferentes λ e os resultados mostrarão qual escolha teve melhor desempenho.

Segundo Montgomery (2004), o CUSUM acumula valores individuais que podem ser medidas de distanciamento do valor alvo da estatística monitorada. Ainda segundo Montgomery o CUSUM, por ser cumulativo, tem na teoria maior capacidade de detectar mudanças pequenas, porém persistentes.

Os gráficos de CUSUM que serão utilizados neste trabalho são do tipo CUSUM tabular, que são aqueles que armazenam somas unilaterais independentes, denominadas $CUSUM_t^+$ e $CUSUM_t^-$. Neste trabalho, os gráficos serão utilizados para monitorar a variabilidade e concentrará-se no limite superior dado que o objetivo é monitorar aumentos na mesma. Conforme deduzido por Okhrin e Schmid (2008), a estatística superior para um gráfico CUSUM para uma série de observações individuais Z_t com média μ e desvio padrão σ , ambos em controle é

$$CUSUM_t^+ = \max(0, CUSUM_{t-1}^+ + (Z_t - \mu)^2 - k \cdot \sigma) \quad (4.19)$$

onde:

- k é denominado valor de referência e deve ser variado conforme o tamanho da magnitude que se deseja detectar;
- Z_t é o valor atual da série temporal;
- $CUSUM_t^+$ é o valor atual da estatística, sendo que $CUSUM_0^+ = 0$.

Montgomery (2004) sugere métodos analíticos para o cálculo do k ideal para os gráficos de CUSUM. No entanto, como este trabalho utilizará métodos de simulação, serão simulados os cenários para vários k e os resultados serão avaliados a posteriori.

4.3.4 Escolha dos gráficos e da estatística

Como se sabe, os gráficos de controle podem ser utilizados com diversas estatísticas, para as quais o desempenho do gráfico melhora ou piora para determinada variável. Entre as estatísticas para monitorar a dispersão de um processo, podem ser citadas a volatilidade, as próprias observações, o logaritmo das observações ao quadrado e até mesmo os resíduos.

Segundo Okhrin e Schmid (2008), é de grande interesse de usuários de modelos GARCH utilizar e monitorar a própria volatilidade condicional como medida de dispersão. Neste trabalho, utiliza-se então como medida estimada da volatilidade a própria volatilidade condicional do modelo GARCH, h_t .

No item 4.3.3. foram mostradas as vantagens dos gráficos com memória em relação aos que utilizam somente a última amostra. Quando se trata de séries financeiras, Okhrin e Schmid (2008) recomendam a utilização de gráficos com memória porque há disponibilidade de dados históricos e porque as mudanças são de pequena magnitude.

Diante disso, a metodologia deste trabalho, apresentada no capítulo 5, utilizará os dois gráficos com memória propostos no item 4.3.3, EWMA e CUSUM. Para utilizar a estatística escolhida com os gráfico de controle em questão, é necessário adaptar as formulações de ambos os gráficos. Ainda, como este trabalho pretende detectar aumentos na volatilidade, os gráficos de controles a ser utilizados são unilaterais.

Dessa forma, para o gráfico EWMA, tem-se:

$$EWMA_t = \lambda \cdot h_t + (1 - \lambda) \cdot EWMA_{t-1} \quad (4.20)$$

- λ é a constante de suavização, $0 < \lambda < 1$;

- h_t é a volatilidade condicional;
- $EWMA_t$ é o valor atual da estatística, sendo que $EWMA_0$ deve ser estimado para a primeira amostra e pode assumir o valor nominal do processo.

E para o CUSUM:

$$CUSUM_t^+ = \max\{0, CUSUM_{t-1}^+ + h_t - k \cdot \sigma^2\} \quad (4.21)$$

onde:

- k é denominado valor de referência e deve ser variado conforme o tamanho da magnitude que se deseja detectar;
- h_t é a volatilidade condicional;
- $CUSUM_t^+$ é o valor atual da estatística, sendo que $CUSUM_0^+ = 0$.

O teste de hipótese vinculado ao uso desses dois tipos de gráfico é:

- H_0 : o processo analisado está sob controle estatístico;
- H_1 : o processo analisado está fora de controle estatístico.

que se traduzem, para o EWMA, em:

- $H_0: EWMA_t \leq LSC$;
- $H_1: EWMA_t > LSC$;

e para o CUSUM, em:

- $H_0: CUSUM_t^+ \leq LSC$;
- $H_1: CUSUM_t^+ > LSC$;

5. METODOLOGIA

Neste capítulo do trabalho será explicitada a metodologia que utilizada para chegar aos objetivos propostos. Através dos passos apresentados a seguir é possível monitorar a volatilidade de uma série temporal financeira, considerando que a ferramenta se resume a detectar somente aumentos na volatilidade. No capítulo 6, será utilizado com uma série financeira empírica, para fins de mostrar a aplicação em um caso real. A Figura 5-1 mostra a sequencia das etapas da metodologia, que são descritas neste capítulo.

1. Coleta dos dados	<ul style="list-style-type: none"> • Coleta da série de preços
2. Visualização da série	<ul style="list-style-type: none"> • Gráfico de observações sucessivas • Visualizar estacionariedade
3. Série transformada	<ul style="list-style-type: none"> • Obter a série de retornos
4. Análise e pré-estimação	<ul style="list-style-type: none"> • Estacionariedade: analisar gráfico de observações sucessivas e aplicar os testes ADF e PP • Dependência: analisar f.a.c. e f.a.c.p. mediante comparação com os níveis críticos e o teste de Box-Pierce-Ljung • Normalidade: visualização do histograma e do gráfico Q-Q Plot e aplicar o teste Jarque-Bera
5. Estimação de um modelo ARMA para a média	<ul style="list-style-type: none"> • Estimar um modelo ARMA (p, q) para a média da série de retornos; • Identificar a ordem do modelos através da análise das f.a.c. e f.a.c.p.
6. Diagnóstico do modelo ARMA	<ul style="list-style-type: none"> • Análise das f.a.c. e f.a.c.p. dos resíduos: verificar se o modelo removeu a correlação serial • Verificar a existência de heteroscedasticidade nos resíduos: f.a.c. e f.a.c.p. dos resíduos quadráticos e teste ML

7. Estimacão de um modelo ARMA-GARCH	<ul style="list-style-type: none"> • Estimacão de um modelo GARCH para os resíduos do modelo ARMA • Utilizaco de ordem pequena (GARCH(1, 1))
8. Diagnóstico do modelo ARMA-GARCH	<ul style="list-style-type: none"> • Análise das f.a.c. e f.a.c.p. dos resíduos: verificar se o modelo removeu a correlaco serial • Verificar se a heteroscedasticidade foi removida: f.a.c. e f.a.c.p. dos resíduos quadráticos e teste ML
9. Determinaco dos limites de controle	<ul style="list-style-type: none"> • Simular os limites de controle de modo que o ARL_0 seja igual a um valor especificado
10. ARL fora de controle	<ul style="list-style-type: none"> • Simular, dado os limites especificados, do ARL fora de controle
11. Resultados	<ul style="list-style-type: none"> • Avaliar o desempenho de cada gráfico individualmente • Comparaco entre os os gráficos • Avaliaco qualitativa dos resultados, viabilidade da aplicacão na prática

Figura 5-1 - Etapas da metodologia

A seguir, cada passo terá seu procedimento detalhado:

Passo 1- Coleta dos dados

Essa etapa consiste em coletar os dados que servem como base histórica para o modelo. As entradas de um modelo de previsão são os elementos de uma série temporal histórica, que se trata de um processo estocástico P_t . As séries temporais serão de preços de ativos financeiros e podem ser capturadas de qualquer provedor de dados, sendo também utilizadas para estimar todos os parâmetros dos modelos autorregressivos: AR, MA, ARMA, ARCH ou GARCH.

Passo 2 - Visualização da série

Neste passo, a série de preços é visualizada através de um gráfico de observações sucessivas, exemplo na Figura 5-2, para averiguar sua estacionariedade, característica que as séries temporais de preços raramente apresentam. Através do gráfico, é possível perceber que o comportamento da série de preços não é estacionário, sendo, portanto, necessário algum tipo de transformação.

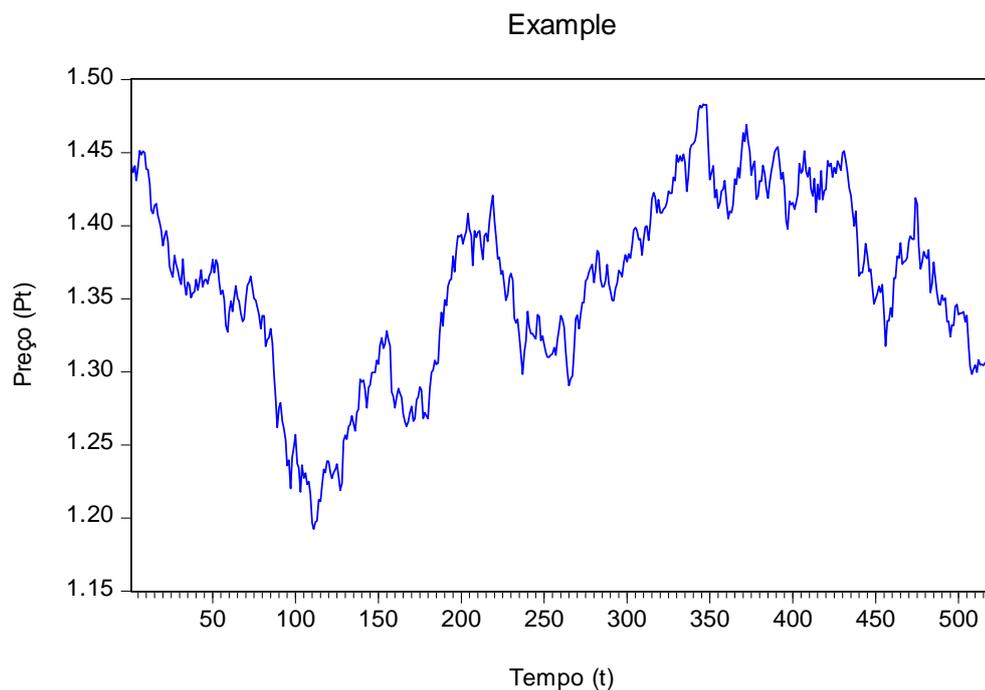


Figura 5-2 - Exemplo de série temporal de preços não estacionária

Passo 3 - Série transformada

Quando o objetivo é modelar séries temporais financeiras, é comum transformar a série de preços em uma série de retornos. Esta última apresenta características favoráveis à aplicação dos modelos econométricos, sendo uma delas a estacionariedade. Além disso, o modelo GARCH pressupõe que a série que serve como base seja de retornos. A série de log-retornos, R_t , é obtida através do logaritmo neperiano da razão entre dois preços consecutivos, na Equação 5.1.

$$R_t = \ln\left(\frac{P_t}{P_{t-1}}\right) \quad (5.1)$$

Passo 4 - Análise e pré-estimação

Nesta etapa do método concentram-se as análises sobre a série de retornos com o objetivo de verificar algumas características comportamentais dos elementos da mesma que podem ser características comumente verificadas em séries de retornos e que podem ou não ser exigidas para a aplicação do modelo GARCH.

A primeira característica a ser observada na série de retornos é a estacionariedade. Esse comportamento é um dos pressupostos pelo modelo GARCH. Para verificar a existência de comportamento estacionário, novamente pode-se utilizar o gráfico de observações sucessivas ($R_t \times t$) da série de retornos, na Figura 5-3.

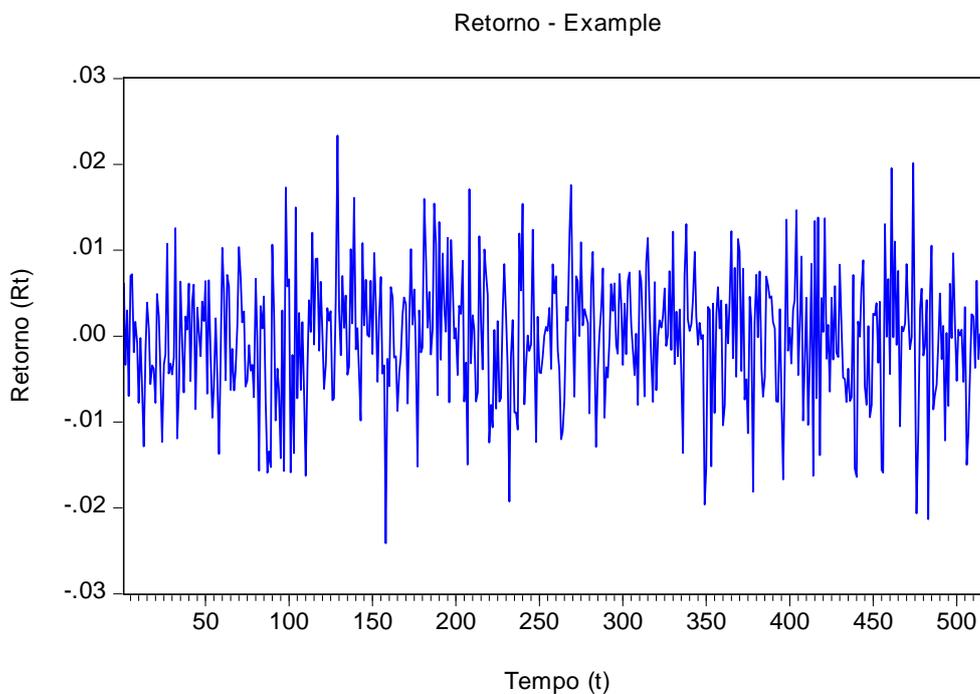


Figura 5-3 - Exemplo de série temporal de retornos

No gráfico da Figura 5-3, pode-se visualizar a série de log-retornos R_t , que é a série Pt (Figura 5-2) transformada. A série R_t apresenta visualmente comportamento estacionário, que é uma das características comuns à séries de retornos. Os testes Dickey Fuller Aumentado (ADF) e Phillis-Perron (PP) serão aplicados para comprovar a estacionariedade da série.

Uma vez que a série é estacionária, deve-se analisar, segundo Morettin (2011), as autocorrelações e autocorrelações parciais estimadas. Isto permite verificar a dependência do retorno atual com os retornos anteriores. Morettin (2011) sugere analisar a f.a.c. e f.a.c.p. dos retornos, bem como dos quadrados dos retornos. Essa análise pode ser feita através da

observação do gráfico das funções pelas defasagens, mediante comparação com os valores críticos ($\pm 2/\sqrt{n}$) e através do teste de Box-Pierce-Ljung.

O primeiro teste, que na prática consiste em avaliar as funções de autocorrelação, é útil na identificação da ordem dos modelos, o que funciona muito bem para modelos simples como AR, MA e ARCH puros. Para modelos mais complexos, como ARMA, ARIMA, GARCH, convém utilizar ordens mais parcimoniosas, como GARCH(1, 1), e depois verificar a adequação do modelo, segundo os métodos mostrados no passo respectivo.

Finalmente, convém inferir sobre a normalidade da distribuição dos retornos. Ao assumir que os retornos seguem um modelo ARCH ou GARCH, infere-se que a distribuição dos retornos apresente caudas mais pesadas, isto é, que o quarto momento (curtose) seja maior do que 3.

Para verificar essa propriedade, serão utilizados os recursos apresentados no referencial teórico deste trabalho, que contempla a visualização do histograma e do gráfico Q-Q Plot, bem como a aplicação do teste Jarque-Bera.

Passo 5 - Estimação de um modelo ARMA para a média

Um modelo GARCH de ordem (r, s) pressupõe que a série temporal não apresente correlação serial entre as observações. Para remover uma possível correlação, será ajustado primeiramente à série um modelo ARMA(p, q). Dado isso, o modelo aplicado por esta metodologia tem a seguinte forma:

$$R_t = \Phi_1 \cdot R_{t-1} + \Phi_2 \cdot R_{t-2} + \dots + \Phi_p \cdot R_{t-p} + \theta_1 \cdot a_{t-1} + \theta_2 \cdot a_{t-2} + \dots + \theta_q \cdot a_{t-q} + a_t \quad (5.2)$$

com

$$a_t = \varepsilon_t \cdot \sqrt{h_t} \quad (5.3)$$

e

$$h_t = \alpha_0 + \sum_{i=1}^r \alpha_i \cdot a_{t-i}^2 + \sum_{j=1}^s \beta_j \cdot h_{t-j} \quad (5.4)$$

onde ε_t é uma sequência de variáveis aleatórias independentes e identicamente distribuídas com média zero e variância um, $\alpha_0 > 0, \alpha_i \geq 0, \beta_j \geq 0, \sum_{i=1}^{\max(r,s)} (\alpha_i + \beta_j) < 1$ e $i, j > 0$. ε_t será melhor especificado no passo 7.

Essa etapa se concentra em equacionar um modelo para a média. O modelo ARMA (p, q) ou um caso especial desse, é identificado através da análise das f.a.c. e f.a.c.p. A estimação pode ser realizada através do software EVIEWS 7.0, que utiliza neste caso o método dos mínimos quadrados para realizar a regressão. Caso haja coeficientes não significativos, eliminam-se os mesmos e realiza-se a estimação de novo, somente com os significativos.

Passo 6 - Diagnóstico do modelo ARMA

Neste passo, analisa-se os resíduos a_t primeiramente com o objetivo de verificar a adequação do modelo para a média estimado no passo 5 e também a identificação do modelo ARCH/GARCH para monitorar a volatilidade que será estimado no passo 7.

Sendo assim, a primeira etapa consiste em analisar os valores da f.a.c. e f.a.c.p., comparando-as com os níveis críticos, juntamente com o teste de Box-Pierce-Ljung, dos resíduos a_t padronizados. Caso as correlações seriais tenham sido eliminadas, o modelo para a média está adequado.

Dado isso, deve-se repetir a mesma análise, porém para o quadrado dos resíduos. Nessa análise, o primeiro objetivo é detectar a existência de heteroscedasticidade, pois somente a presença desta justifica a necessidade de modelos ARCH/GARCH. Quanto à identificação da ordem do modelo, como já foi citado no passo 4, costuma-se utilizar modelos GARCH mais parcimoniosos, e neste trabalho será utilizado um GARCH(1, 1).

O teste dos Multiplicadores de Lagrange pode ser utilizado para confirmar a presença de heteroscedasticidade.

Passo 7 - Estimação do modelo ARMA - GARCH (1, 1)

Verificadas as condições para aplicação do modelo GARCH (1, 1), a etapa seguinte consiste em estimar os parâmetros do modelo, cuja modelagem é dada pelas equações 5.2, 5.3 e pela 5.4 simplificada para

$$h_t = \alpha_0 + \alpha_1 \cdot a_{t-1}^2 + \beta_1 \cdot h_{t-1} \quad (5.5)$$

onde

$$\varepsilon_t \sim RB(0, \sigma^2)$$

Mais que isso, sem perda de generalidade, considera-se que ε_t apresenta normalidade e que sua média é igual a 0 enquanto a variância obtém o valor da unidade. Portanto

$$\varepsilon_t \sim RB N(0, 1)$$

Os parâmetros α_0 , α_i e β_j são determinados através do método de máxima verossimilhança. No caso deste trabalho, r e s serão iguais a 1. Quando um modelo GARCH é estimado, com o pressuposto de que os erros assumem uma distribuição, neste caso normal, a equação da média (ARMA(p, q)) é atualizada e pode ser que alguns coeficientes que antes eram significativos passem a não ser. Neste caso, deve-se eliminá-los e atualizar o modelo novamente.

Passo 9 - Diagnóstico do modelo ARMA - GARCH (1, 1)

Como sugere Morettin (2011), a verificação da adequação de um modelo consiste em analisar os resíduos do mesmo. De um modo geral, se o modelo for adequado, os erros empíricos devem ser o comportamento que o modelo assumiu para os erros. Sendo assim, deve-se repetir a análise feita no passo 6.

Passo 8 - Determinação dos limites de controle

Uma das etapas mais importantes em um projeto que utiliza gráficos de controle é a determinação dos limites de controle. Na literatura é usual adotar os limites com três desvios padrão para cada lado do gráfico. Neste trabalho, os limites de controle serão determinados através de simulação, de modo que o ARL_0 (ARL quando o processo está sob controle) seja igual a um valor constante estabelecido, denotado por ARL_{espec} .

O ARL_0 é definido pelo inverso da probabilidade α de um alarme falso ser dado. Em um gráfico de \bar{X} de Shewhart, o ARL em controle é igual a 370, e este é calculado analiticamente, já que as distribuições são conhecidas e há pressupostos que não podem ser observados nas séries de tempos.

Em gráficos de EWMA e CUSUM para monitorar volatilidade segundo modelos GARCH, pelas estatísticas definidas nas equações 4.20 e 4.21, serão utilizados métodos de simulação para determinar os limites de controle dado um ARL específico, denotado daqui em diante por ARL_{espec} . Costuma-se escolher o ARL_{espec} igual a 370, como no gráfico de Shewhart, ou qualquer número suficientemente grande porque dado que o processo encontra-se em controle qualquer alarme seria falso.

No caso deste trabalho, o intervalo de tempo entre as amostras, isto é, entre os elementos de uma série histórica financeira é geralmente de um dia (preço de fechamento dos pregões) e portanto, grande se comparado ao das amostragens consideradas por Shewhart e/ou na literatura. Dessa forma, se for optado por um ARL_{espec} muito grande, os ARL_I (fora de controle), por mais eficiente que os gráficos sejam, não serão suficientemente pequenos para que sejam úteis na prática. Por esses motivos, optou-se por um ARL_{espec} igual a 100, que correspondem a mais de quatro meses se considerarmos somente os dias úteis.

A seguir, estão os algoritmos utilizados para obter os limites de controle, denotados por LC_{final} , através de simulação, para os gráficos EWMA e CUSUM, respectivamente.

- EWMA:

Para o EWMA, foi desenvolvido um algoritmo, cujo fluxograma é mostrado na Figura 5-4 (e código se encontra no Apêndice A). No caso do EWMA, o algoritmo é executado para cinco valores diferentes de fator de suavização λ (0.1; 0.3; 0.5; 0.7 e 0.9).

Primeiramente, define-se:

- $Prec$ é a precisão da iteração do limite de controle;
- $N_{sim} = 40000$ é o número de simulações
- α_0, α_1 e β_1 são os coeficientes do modelo GARCH (1, 1).

- CUSUM

Para o CUSUM, foi desenvolvido um algoritmo similar ao do EWMA, cujo fluxograma é mostrado na Figura 5-5 (e código se encontra no Apêndice A). O algoritmo é replicado para cinco valores de referência k (0.25; 0.5; 1; 1.5; 2).

Primeiramente, define-se:

- $Prec$ é a precisão da iteração do limite de controle;
- $N_{sim} = 40000$ é o número de simulações;

c) α_0, α_1 e β_1 são os coeficientes do modelo GARCH (1, 1).

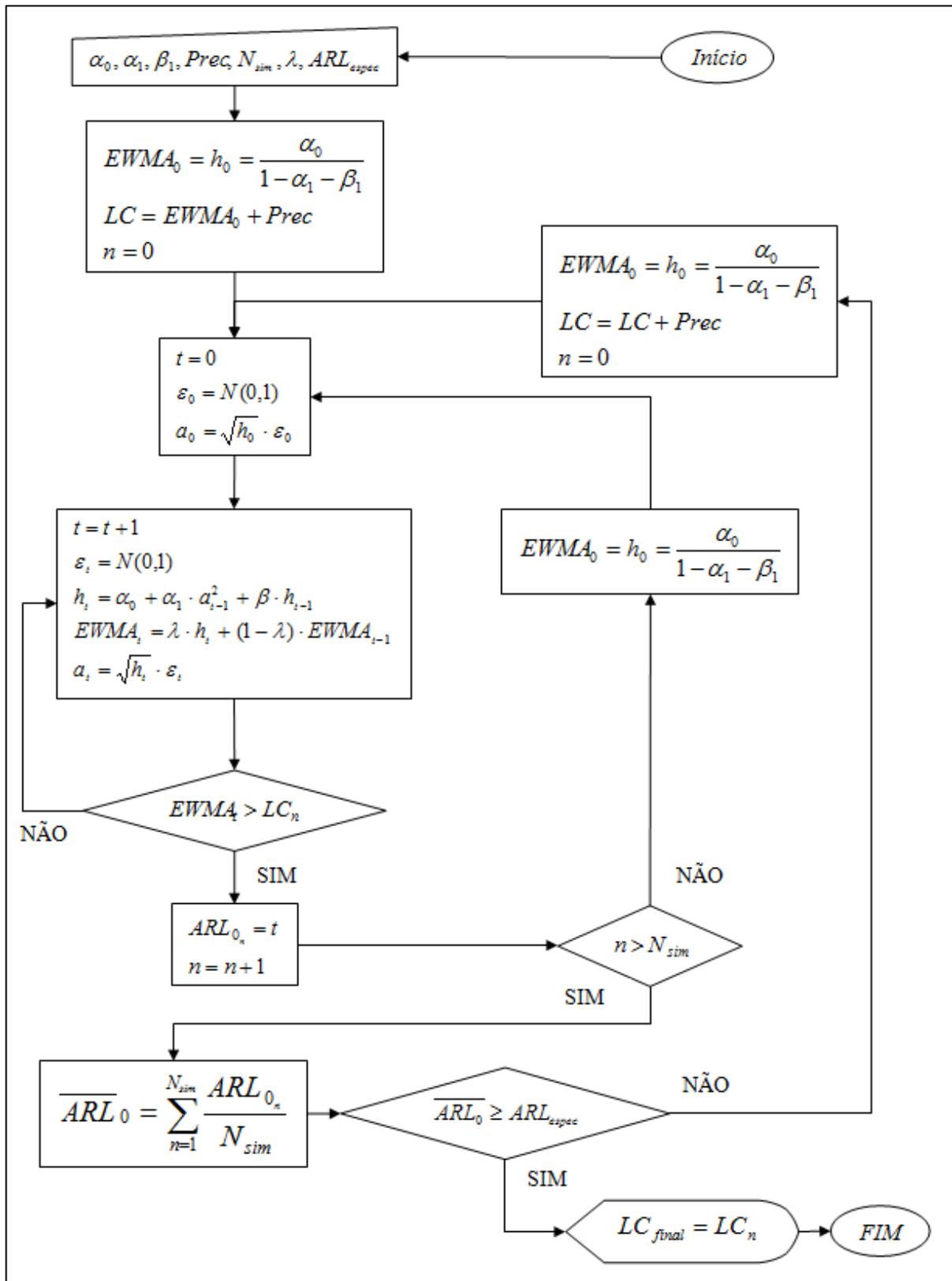


Figura 5-4 - Fluxograma do algoritmo de simulação dos limites de controle do gráfico EWMA

Passo 10 - Simulação do ARL fora de controle

Nesta etapa do método, o objetivo consiste em utilizar os limites de controle (LC_{final}) da etapa anterior para simular condições em que o processo está fora de controle. A lógica dos algoritmos, mostrados nas Figuras 5-6 (EWMA) e 5-7 (CUSUM), é muito parecida neste caso, simplificada pelo fato de não se variar os limites de controle e resume-se a calcular o ARL médio para situações fora de controle, ou seja, estimar o ARL_I .

Para simular uma situação fora de controle, os erros então serão gerados de forma que

$$\varepsilon_t \sim RB N(0, \Delta)$$

onde Δ é o impacto multiplicador no desvio padrão da distribuição e assumirá os valores: 1.0 (em controle) e 1.25, 1.5, 1.75, 2.0, 2.5, 3.0, estes últimos sendo os cenários fora de controle. Novamente, é importante ressaltar que esse algoritmo será repetido para cada um dos cinco fatores de suavização no caso do gráfico EWMA e para cada um dos cinco valores de referência no caso do gráfico CUSUM. Os códigos dos algoritmos se encontram no Apêndice A.

Passo 11 – Resultados

Nesta etapa o desempenho dos gráficos é verificado através dos ARL_I obtidos com as simulações. Em primeiro lugar, serão avaliados os resultados de cada gráfico individualmente, de acordo com a variação de seu parâmetro de calibragem, sendo o fator de suavização λ no EWMA e o valor de referência k no CUSUM, e do tamanho da mudança Δ ocorrida na variabilidade do processo. Depois dessa análise individual, os desempenhos devem ser comparados entre os dois tipos de gráfico para avaliar qual deles é superior para cada magnitude de mudança Δ . Finalmente, cabe avaliar qualitativamente a utilidade da metodologia na prática, isto é, se os melhores resultados atingidos são realmente eficientes para resolver o problema do trabalho.

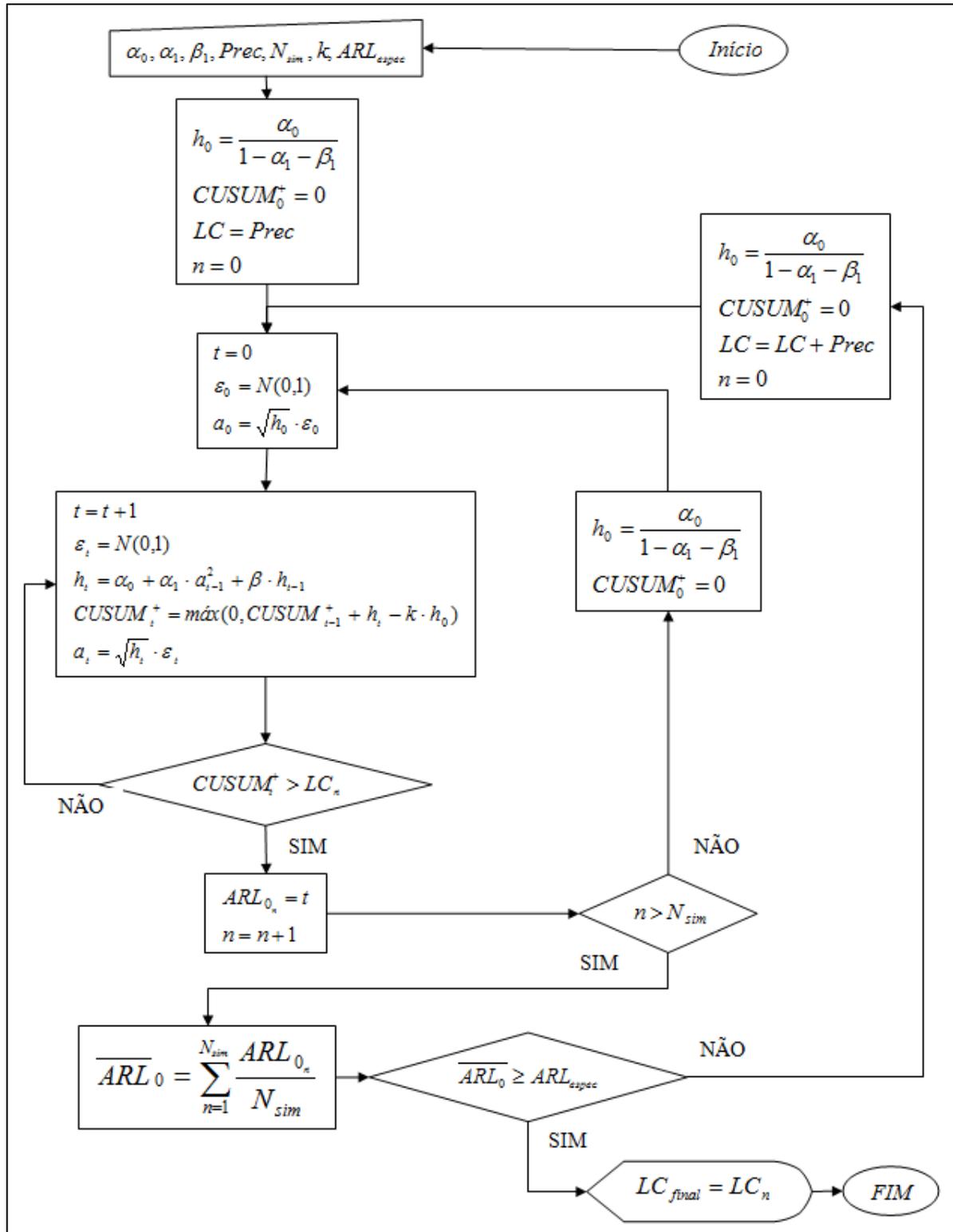


Figura 5-6 - Fluxograma do algoritmo de simulação dos limites de controle do gráfico CUSUM

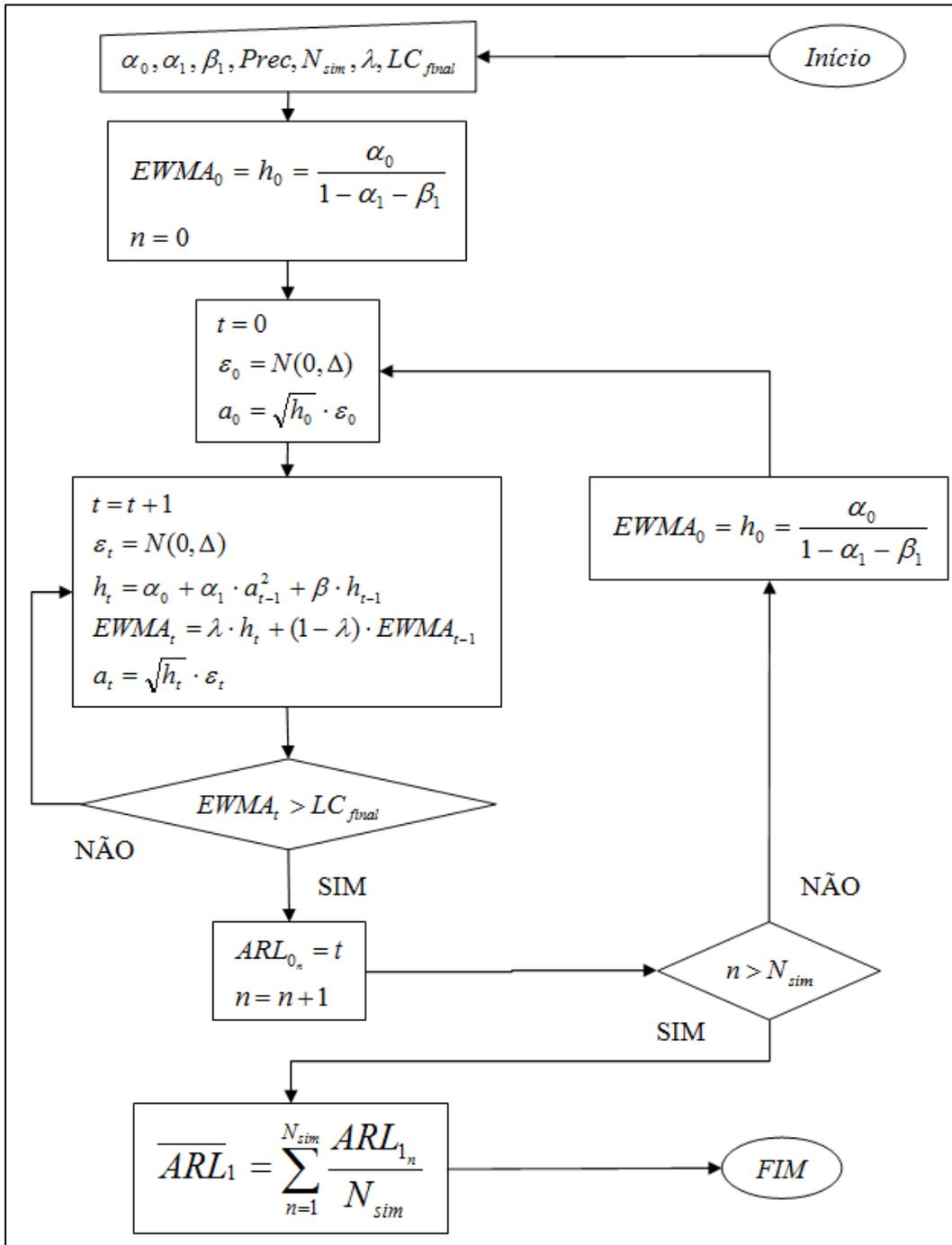


Figura 5-6 – Fluxograma do algoritmo para simulação do ARL fora de controle para o gráfico EWMA

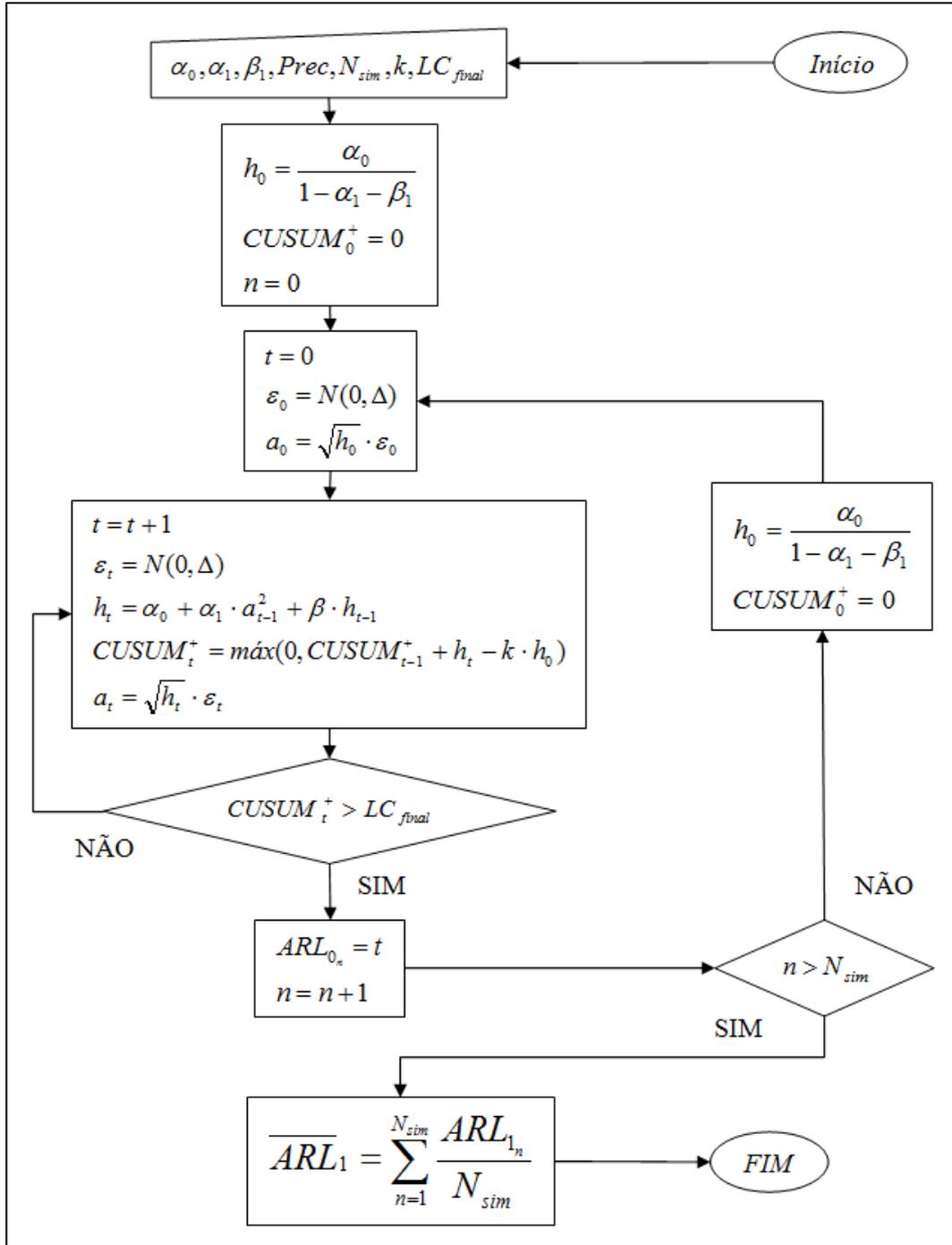


Figura 5-5 - Fluxograma do algoritmo para simulação do ARL fora de controle para o gráfico CUSUM

6. APLICAÇÃO DO MÉTODO A UM CASO REAL

Neste capítulo a metodologia proposta pelo capítulo 5 será aplicada a um caso real. Para tal cada um dos passos será elucidado nas próximas seções.

6.1. Escolha da série e coleta dos dados

Para atingir em plenitude o objetivo do trabalho é necessário que as teorias e métodos propostos sejam devidamente aplicados a um caso real. Considerando o universo das finanças, foi escolhida uma série de preços. Mais especificamente, será analisada a taxa de conversão (cotação) a vista do Real Brasileiro frente ao Dólar Americano. A escolha pontual, nesse caso, se deve por fatores como alta liquidez do ativo no mercado e também ao fato de ser de fácil compreensão e visualização. A alta liquidez evita distorções nos dados e facilita a adequação estatística aos modelos enquanto que a facilidade de compreensão ajuda na validação e análise dos resultados obtidos.

Após a escolha do ativo, o próximo passo consiste em definir qual período será considerado como base histórica do trabalho. Trata-se de uma etapa delicada porque toda a informação contida nesses dados será considerada como histórica e, portanto, como referência para estimação dos parâmetros do modelo.

Levando em consideração os aspectos supracitados, serão utilizados como base histórica o período de janeiro de 1998 a setembro de 2012.

6.2. Visualização da série

Nesta seção, o simples objetivo consiste em analisar visualmente o gráfico da série de preços do USD/BRL a vista (USD/BRL Spot Rate) e a Tabela com os principais dados estatísticos da série em questão. A representação de um par de moedas Moeda 1/Moeda 2 consiste no número de unidades da moeda 2 necessários para comprar uma unidade da moeda 1. No caso, o gráfico de preços representa portanto a quantidade de reais brasileiros (BRL) necessária para comprar um Dólar Americano (USD).

Os dados foram obtidos com o auxílio do sistema Bloomberg, e se encontram no Anexo A. Primeiramente, cabe analisar o gráfico da série temporal de preços, na Figura 6-1.



Figura 6-1 - Gráfico da série de preços da taxa de conversão USD/BRL

Analisando-se o gráfico da Figura 6-1, é notável que a série já não apresenta comportamento estacionário, fato inclusive dado como estilizado para séries de preços.

Em seguida, a Tabela 6-1 contém um sumário estatístico da série, com as grandezas estatísticas relevantes. As mesmas foram obtidas através do software EXCEL 2010, embora sejam de baixa complexidade.

Tabela 6-1 - Sumário estatístico da série de preços

<i>Preços USD/BRL</i>	
Média	2,128
Erro padrão	0,009
Mediana	2,002
Moda	1,803
Desvio padrão	0,561
Variância da amostra	0,314
Curtose	0,251
Assimetria	0,667
Intervalo	2,835
Mínimo	1,116
Máximo	3,951
Soma	8116,720

6.3. Série original x Série de retornos

Na Revisão Bibliográfica, já foram explicadas as diversas vantagens de se utilizar a série de retornos ao invés da série de preços propriamente ditas. Nesta etapa, portanto, a série original de preços é convertida para uma série de retornos, afim de que, entre outros, seja obtida uma série estacionária, além do fato dos modelos da família ARCH/GARCH utilizarem como variável dependente o retorno.

A transformação é obtida conforme enunciado na metodologia e a partir dela obtém-se a série dos log-retornos, plotada no gráfico da Figura 6-2.

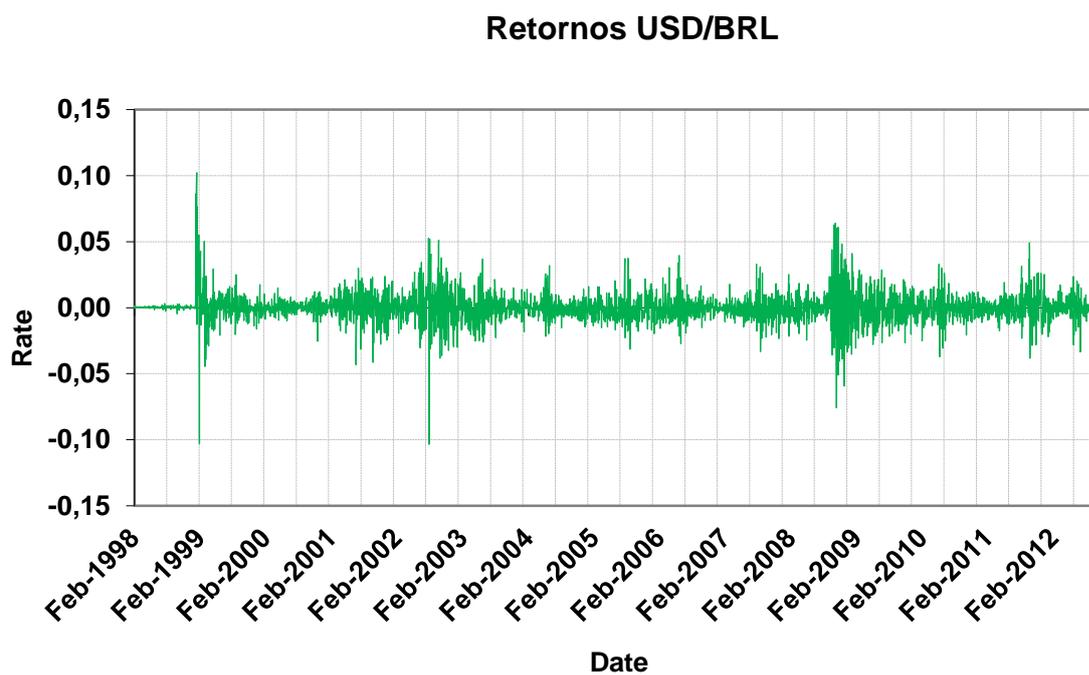


Figura 6-2 - Gráfico da série temporal de retornos USD/BRL

Visualmente, a série aparenta ter comportamento estacionário, o que já era esperado segundo a literatura. A Tabela 6-2 mostra o resumo estatístico, obtido com o software EXCEL 2010.

Tabela 6-2-Sumário estatístico da série de retornos

<i>Retornos USD/BRL</i>	
Média	1,570E-04
Erro padrão	1,782E-04
Mediana	0E+00
Modo	0E+00
Desvio padrão	1,100E-02
Variância da amostra	1,211E-04
Curtose	15,3987331
Assimetria	0,381
Intervalo	0,203
Mínimo	-0,103
Máximo	0,100
Soma	0,599
Contagem	3813

6.4. Análise e Pré-estimação

Como devidamente conceituado na Revisão Bibliográfica, uma série de tempo pode ser brevemente classificada como estacionária quando suas estatísticas são constantes ao longo do tempo.

Apesar de a série apresentar visualmente comportamento estatístico e de as séries de retornos serem em geral estacionárias, será utilizado o teste da raiz unitária para comprovar estatisticamente tal característica.

O teste ADF (Augmented Dickey-Fuller) verifica, sob a hipótese nula, se as séries não são estacionárias. A partir dos resultados do teste ADF mostrados na Figura 6-3, pode-se notar que a hipótese nula é rejeitada para todos os níveis de significância testados, o que permite concluir que a série de retornos é estacionária segundo o teste em questão.

O segundo teste, Philips-Perron, também testa, sob hipótese nula, se as séries não são estacionárias. Na Figura 6-4 são mostrados os resultados do teste PP. Novamente, como no teste ADF, a hipótese nula é rejeitada sob todos os níveis de significância testados. Conclui-se, portanto, que a série é estacionária sobre o teste em questão.

Null Hypothesis: RT has a unit root
 Exogenous: Constant
 Lag Length: 2 (Automatic - based on SIC, maxlag=29)

	t-Statistic	Prob.*
Augmented Dickey-Fuller test statistic	-34.81921	0.0000
Test critical values:		
1% level	-3.431881	
5% level	-2.862102	
10% level	-2.567112	

*Mackinnon (1996) one-sided p-values.

Augmented Dickey-Fuller Test Equation
 Dependent Variable: D(RT)
 Method: Least Squares
 Date: 10/08/12 Time: 09:33
 Sample (adjusted): 4 3813
 Included observations: 3810 after adjustments

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
RT(-1)	-0.972412	0.027927	-34.81921	0.0000
D(RT(-1))	0.007047	0.022517	0.312941	0.7543
D(RT(-2))	-0.047130	0.016192	-2.910692	0.0036
C	0.000153	0.000178	0.858635	0.3906
R-squared	0.487281	Mean dependent var		1.49E-06
Adjusted R-squared	0.486877	S.D. dependent var		0.015327
S.E. of regression	0.010979	Akaike info criterion		-6.184535
Sum squared resid	0.458806	Schwarz criterion		-6.177978
Log likelihood	11785.54	Hannan-Quinn criter.		-6.182205
F-statistic	1205.724	Durbin-Watson stat		2.001399
Prob(F-statistic)	0.000000			

Figura 6-3 - Resultados do teste ADF

Dado que a série foi considerada estacionária, a próxima característica consiste em verificar as dependências entre os elementos atuais da série e os elementos passados com o objetivo de identificar quais modelos se adequam melhor à série analisada. Como será realizado na seção 6.5, deve-se identificar um processo para a média. A identificação de um modelo para a média é feito através da análise da função de autocorrelação e da função de autocorrelação parcial dos retornos. Na Figura 6-5 são mostrados os resultados para o correlograma dos retornos.

Para facilitar a observação das autocorrelações significantes, cabe analisar a representação gráfica da função de autocorrelação, Figura 6-6, e da função de autocorrelação parcial, Figura 6-7, bem como os níveis críticos ($\pm 2/\sqrt{n}$) definidos no referencial teórico, de significância.

Null Hypothesis: RT has a unit root
 Exogenous: Constant
 Bandwidth: 4 (Newey-West automatic) using Bartlett kernel

	Adj. t-Stat	Prob.*
Phillips-Perron test statistic	-59.85121	0.0001
Test critical values:		
1% level	-3.431880	
5% level	-2.862101	
10% level	-2.567112	

*Mackinnon (1996) one-sided p-values.

Residual variance (no correction)	0.000121
HAC corrected variance (Bartlett kernel)	0.000119

Phillips-Perron Test Equation
 Dependent Variable: D(RT)
 Method: Least Squares
 Date: 10/08/12 Time: 09:26
 Sample (adjusted): 2 3813
 Included observations: 3812 after adjustments

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
RT(-1)	-0.969456	0.016194	-59.86576	0.0000
C	0.000152	0.000178	0.854393	0.3929

R-squared	0.484711	Mean dependent var	1.49E-06
Adjusted R-squared	0.484576	S.D. dependent var	0.015323
S.E. of regression	0.011001	Akaike info criterion	-6.181110
Sum squared resid	0.461106	Schwarz criterion	-6.177833
Log likelihood	11783.20	Hannan-Quinn criter.	-6.179945
F-statistic	3583.909	Durbin-Watson stat	1.996713
Prob(F-statistic)	0.000000		

Figura 6-4 - Resultados do teste PP

De acordo com os padrões de comportamento das f.a.c. e f.a.c.p. dos processos AR, MA, ARMA, entre outros, percebe-se que a série é autocorrelacionada e que o perfil das autocorrelações mais se assemelha a um processo AR puro. O teste de Box-Pierce-Ljung comprovou a hipótese de dependência entre os elementos para praticamente todas as defasagens.

Ainda, pelo gráfico da f.a.c.p., Figura 6-7, percebe-se que há níveis significativos de dependência até a décima oitava defasagem (ordem), o que justifica a tentativa de modelar um AR(18) para depois decidir estatisticamente quais coeficientes são significativos.

Included observations: 3813

Autocorrelation	Partial Correlation	AC	PAC	Q-Stat	Prob	
		1	0.031	0.031	3.5596	0.059
		2	-0.052	-0.053	13.751	0.001
		3	0.044	0.047	21.036	0.000
		4	0.021	0.016	22.762	0.000
		5	-0.016	-0.013	23.747	0.000
		6	0.008	0.009	23.987	0.001
		7	0.011	0.007	24.444	0.001
		8	-0.009	-0.008	24.743	0.002
		9	0.019	0.020	26.129	0.002
		10	0.037	0.034	31.361	0.001
		11	-0.008	-0.008	31.603	0.001
		12	0.027	0.030	34.434	0.001
		13	0.033	0.026	38.580	0.000
		14	-0.044	-0.043	45.873	0.000
		15	0.029	0.034	49.167	0.000
		16	0.061	0.050	63.290	0.000
		17	0.007	0.010	63.475	0.000
		18	-0.043	-0.039	70.639	0.000
		19	0.037	0.032	75.859	0.000
		20	0.021	0.012	77.491	0.000
		21	0.003	0.011	77.533	0.000
		22	0.003	-0.002	77.565	0.000
		23	0.009	0.005	77.877	0.000
		24	-0.004	-0.002	77.937	0.000
		25	0.016	0.012	78.956	0.000
		26	0.010	0.005	79.339	0.000
		27	0.014	0.018	80.083	0.000
		28	-0.020	-0.026	81.603	0.000
		29	0.017	0.015	82.688	0.000
		30	-0.025	-0.026	85.120	0.000

Figura 6-5 - Correlograma da série de retornos

A terceira característica a ser observada na série temporal de retornos nesta fase de pré-estimação infere sobre a distribuição de probabilidade que os retornos se comportam. Neste caso, vamos testar a aderência da distribuição empírica à distribuição normal.

Primeiramente, antes de realizar os testes estatísticos, é relevante observar o histograma da série. A partir do gráfico da Figura 6-8, a priori pode-se perceber que o formato da distribuição aparenta ser deslocado para a direita. De fato, como observado na Tabela 6-2, a assimetria é positiva (0,38). Prosseguindo, pode-se analisar o recurso gráfico Q-Q Plot, mostrado na Figura 6-9.

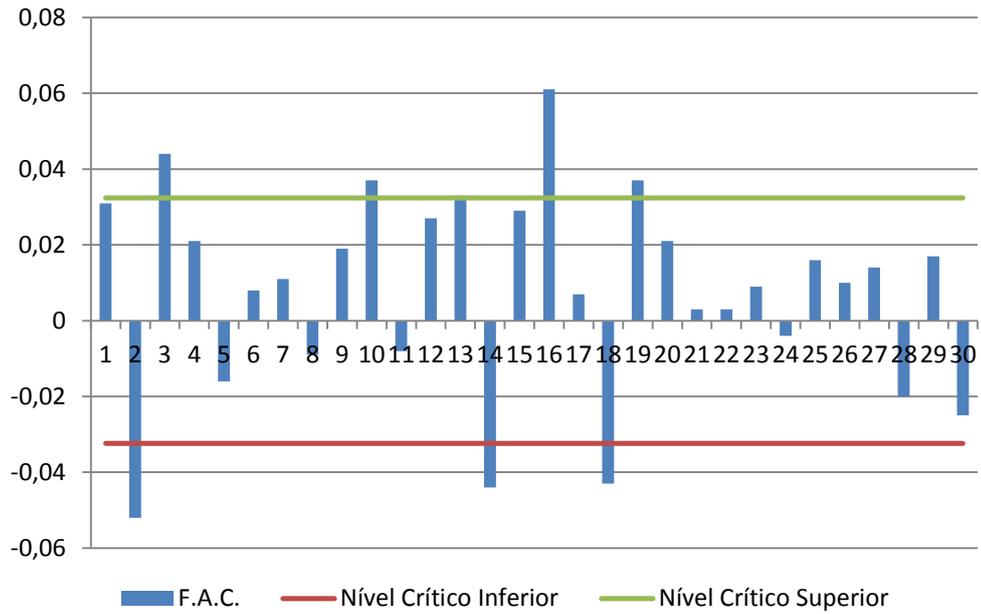


Figura 6-6 - Gráfico da função de autocorrelação dos retornos, com os níveis críticos

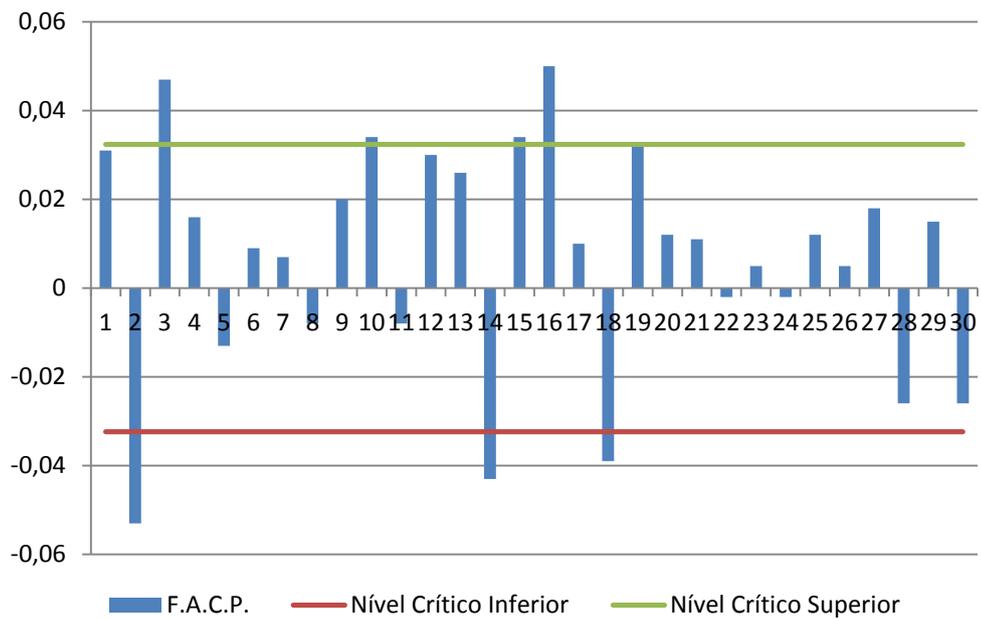


Figura 6-7 - Gráfico da função de autocorrelação parcial dos retornos, com os níveis críticos

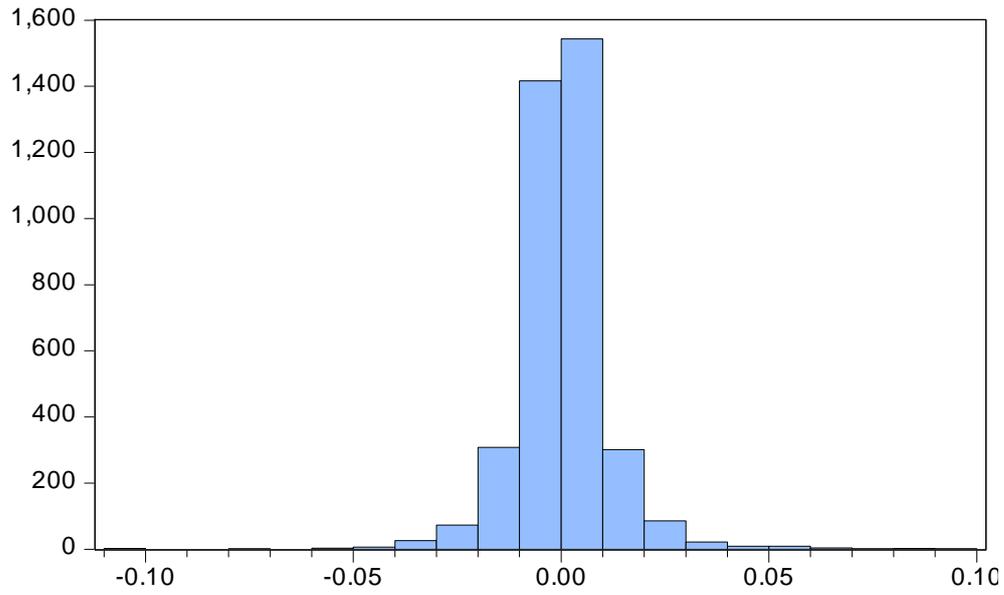


Figura 6-8 - Histograma da série de retornos

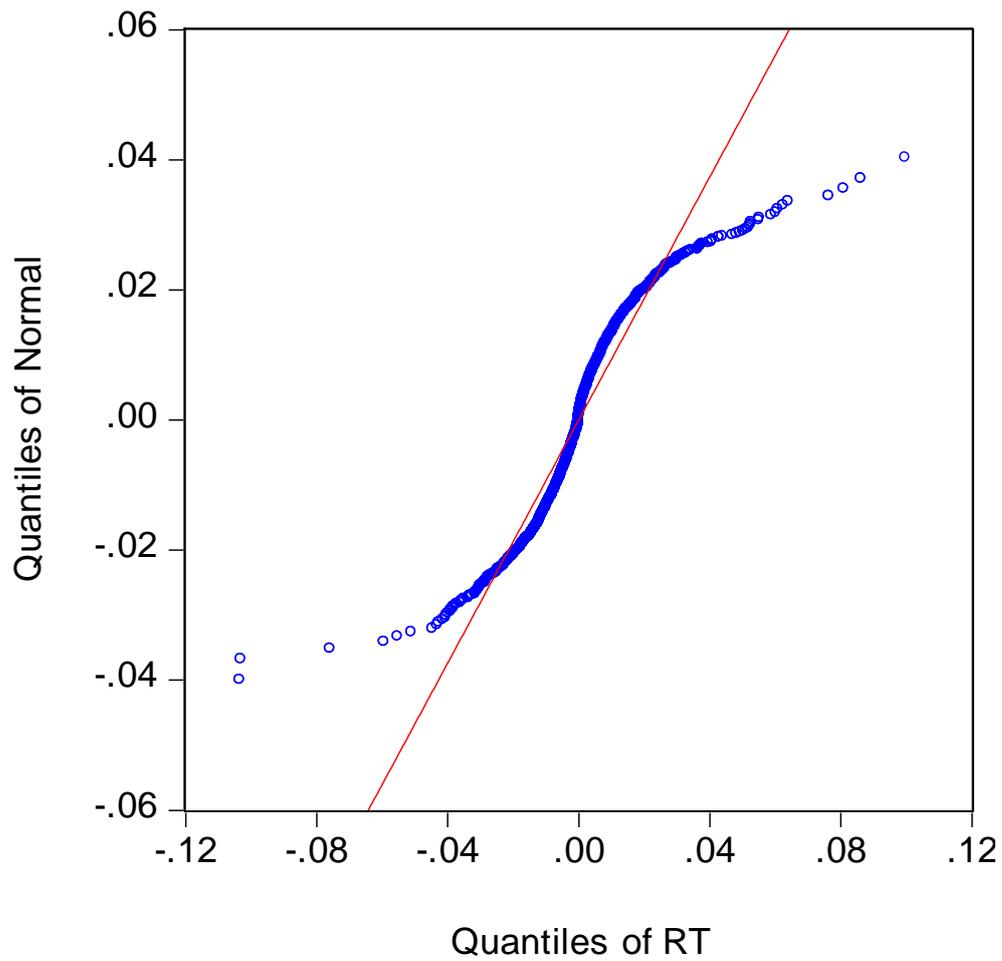


Figura 6-9 - Q-Q Plot da série de retornos

O gráfico Quantile-Quantile mostra que os pontos empíricos não aderem à reta teórica que representa os pontos de uma distribuição normal perfeita.

O teste Jarque-Bera, ao contrário dos recursos gráficos até então apresentados, é um teste de hipóteses com estatística calculada e que permite aceitar ou rejeitar a hipótese nula de que a distribuição empírica comporta-se como uma distribuição normal. Calculando-se os estimadores para a Curtose (15,4) e a Assimetria da série (0,38), é possível chegar ao valor da estatística Jarque-Bera para a mesma (24515,9). Comparando com o nível crítico χ_2^2 , 5% (5,9915), temos que a probabilidade é praticamente nula e portanto, o teste Jarque-Bera rejeitou a hipótese da distribuição empírica dos retornos ser gaussiana com 5% de significância. Para fins desta metodologia, isso é válido afinal a distribuição dos retornos do USD/BRL apresentou caudas mais pesadas (Curtose > 3), como sugere o referencial teórico ao elucidar que um processo modelado por modelos ARCH/GARCH pressupõe que a série de retornos subjacente seja mais leptocúrtica.

6.5. Estimação de um modelo para a média

Dado que a série real se comportou de acordo com os pressupostos da metodologia, pode-se seguir para a etapa de estimação. Primeiramente, é necessário estimar a equação que modela a média dos retornos. Na etapa de pré-estimação, concluiu-se que há dependência significativa até a décima oitava ordem, porém não em todas elas. Será estimado um modelo AR (18) através do software EVIEWS 7.0., o qual se utilizará do método dos mínimos quadrados para realizar a regressão. A tela de resultados para o teste encontra-se na Figura 6-10.

Dependent Variable: RT
Method: Least Squares
Date: 10/10/12 Time: 21:25
Sample (adjusted): 19 3813
Included observations: 3795 after adjustments
Convergence achieved after 2 iterations

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
AR(1)	0.034301	0.016260	2.109547	0.0350
AR(2)	-0.048962	0.016269	-3.009554	0.0026
AR(3)	0.042393	0.016270	2.605621	0.0092
AR(4)	0.014711	0.016274	0.903948	0.3661
AR(5)	-0.011268	0.016262	-0.692900	0.4884
AR(6)	0.004790	0.016257	0.294622	0.7683
AR(7)	0.006695	0.016252	0.411927	0.6804
AR(8)	-0.004739	0.016253	-0.291568	0.7706
AR(9)	0.016830	0.016243	1.036162	0.3002
AR(10)	0.035047	0.016243	2.157692	0.0310
AR(11)	-0.005115	0.016253	-0.314690	0.7530
AR(12)	0.025291	0.016253	1.556119	0.1198
AR(13)	0.026831	0.016258	1.650367	0.0990
AR(14)	-0.041289	0.016263	-2.538839	0.0112
AR(15)	0.034901	0.016277	2.144172	0.0321
AR(16)	0.047721	0.016273	2.932591	0.0034
AR(17)	0.011018	0.016272	0.677123	0.4984
AR(18)	-0.038722	0.016263	-2.380956	0.0173
R-squared	0.016607	Mean dependent var		0.000156
Adjusted R-squared	0.012181	S.D. dependent var		0.011029
S.E. of regression	0.010962	Akaike info criterion		-6.184029
Sum squared resid	0.453866	Schwarz criterion		-6.154425
Log likelihood	11752.19	Hannan-Quinn criter.		-6.173507
Durbin-Watson stat	1.997434			
Inverted AR Roots	.83	.75-.38i	.75+.38i	.68
	.58+.62i	.58-.62i	.32+.81i	.32-.81i
	.00-.88i	.00+.88i	-.34+.82i	-.34-.82i
	-.54-.58i	-.54+.58i	-.68-.44i	-.68+.44i
	-.83-.16i	-.83+.16i		

Figura 6-10 - Resultados da estimação do modelo AR (18) para os retornos

A partir da estimação do modelo, pelas probabilidades, pode-se afirmar, com 5% de significância, que as dependências relevantes estatisticamente são as primeira, segunda, terceira, décima, décima quarta, décima quinta, décima sexta e décima oitava ordens. Dessa forma, estima-se novamente o modelo, somente com os coeficientes significativos, como mostrado a Figura 6-11.

Sample (adjusted): 19 3813
 Included observations: 3795 after adjustments
 Convergence achieved after 2 iterations

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
AR(1)	0.035472	0.016200	2.189551	0.0286
AR(2)	-0.049000	0.016206	-3.023666	0.0025
AR(3)	0.045042	0.016186	2.782842	0.0054
AR(10)	0.036241	0.016144	2.244787	0.0248
AR(14)	-0.041278	0.016184	-2.550474	0.0108
AR(15)	0.033471	0.016199	2.066197	0.0389
AR(16)	0.050770	0.016221	3.129841	0.0018
AR(18)	-0.039299	0.016210	-2.424335	0.0154
R-squared	0.014301	Mean dependent var		0.000156
Adjusted R-squared	0.012479	S.D. dependent var		0.011029
S.E. of regression	0.010960	Akaike info criterion		-6.186957
Sum squared resid	0.454931	Schwarz criterion		-6.173800
Log likelihood	11747.75	Hannan-Quinn criter.		-6.182281
Durbin-Watson stat	1.999256			
Inverted AR Roots	.77+.09i	.77-.09i	.73-.37i	.73+.37i
	.59+.62i	.59-.62i	.32-.83i	.32+.83i
	-.01-.88i	-.01+.88i	-.33-.81i	-.33+.81i
	-.57-.58i	-.57+.58i	-.67+.42i	-.67-.42i
	-.81+.15i	-.81-.15i		

Figura 6-11 - Nova estimação do modelo AR, com os coeficientes significativos

A partir da nova estimação, na qual todos os coeficientes foram significativos, obtém-se que o modelo AR para a média é da forma

$$R_t = \phi_1 \cdot R_{t-1} + \phi_2 \cdot R_{t-2} + \phi_3 \cdot R_{t-3} + \phi_{10} \cdot R_{t-10} + \phi_{14} \cdot R_{t-14} + \phi_{15} \cdot R_{t-15} + \phi_{16} \cdot R_{t-16} + \phi_{18} \cdot R_{t-18} + a_t \quad (6.1)$$

onde a_t são os resíduos e substituindo os valores, tem-se:

$$R_t = 0.035472 \cdot R_{t-1} - 0.049 \cdot R_{t-2} + 0.045042 \cdot R_{t-3} + 0.036241 \cdot R_{t-10} - 0.041278 \cdot R_{t-14} + 0.033471 \cdot R_{t-15} + 0.050770 \cdot R_{t-16} - 0.039299 \cdot R_{t-18} + a_t \quad (6.1)$$

6.6. Diagnóstico do modelo

Usualmente, para verificar a adequação de um modelo AR, verifica-se se os resíduos a_t se comportam como esperado. Neste caso, quando se aplica o modelo, pretende-se que o modelo elimine a autocorrelação da série, sendo os resíduos aproximadamente não

correlacionados. Para tal, basta verificar a f.a.c. e a f.a.c.p. dos resíduos, assim como o teste de Box-Pierce-Ljung, para concluir que o modelo é adequado. No caso, como se pode observar no correlograma da Figura 6-12 que o teste de Box-Pierce-Ljung aceitou a hipótese nula de ausência de correlação e nos gráficos das f.a.c. e f.a.c.p., respectivamente Figuras 6-13 e 6-14, dos resíduos a_t as funções não ultrapassaram os valores críticos e portanto conclui-se que o modelo foi adequado para remover a correlação serial da série de retornos.

Sample: 19 3813
 Included observations: 3795
 Q-statistic probabilities adjusted for 8 ARMA term(s)

Autocorrelation	Partial Correlation	AC	PAC	Q-Stat	Prob	
		1	0.000	0.000	9.E-05	
		2	0.000	0.000	0.0003	
		3	-0.003	-0.003	0.0431	
		4	0.013	0.013	0.6807	
		5	-0.010	-0.010	1.0297	
		6	0.004	0.004	1.0895	
		7	0.008	0.008	1.3380	
		8	-0.005	-0.005	1.4213	
		9	0.015	0.016	2.3333	0.127
		10	-0.002	-0.002	2.3505	0.309
		11	-0.006	-0.007	2.5082	0.474
		12	0.025	0.026	4.9210	0.296
		13	0.029	0.028	8.1364	0.149
		14	-0.000	0.000	8.1365	0.228
		15	0.001	0.001	8.1406	0.320
		16	-0.005	-0.006	8.2271	0.412
		17	0.012	0.012	8.7576	0.460
		18	0.002	0.002	8.7670	0.554
		19	0.029	0.029	12.083	0.357
		20	0.015	0.016	12.969	0.371
		21	0.016	0.015	13.922	0.379
		22	-0.001	-0.001	13.926	0.455
		23	0.001	0.001	13.931	0.531
		24	-0.001	-0.001	13.932	0.604
		25	0.017	0.015	14.989	0.596
		26	0.001	-0.000	14.995	0.662
		27	0.022	0.022	16.810	0.603
		28	-0.024	-0.025	19.050	0.519
		29	0.016	0.015	20.052	0.518
		30	-0.026	-0.026	22.583	0.426

Figura 6-12 - Correlograma dos resíduos a_t

Em seguida, para verificar a aplicabilidade de um modelo ARCH/GARCH para modelar a volatilidade condicional, um dos objetivos da metodologia proposta por este trabalho, é necessário que a série apresente heteroscedasticidade condicional, o que pode ser testado de duas formas, conforme sugerido no capítulo 5.

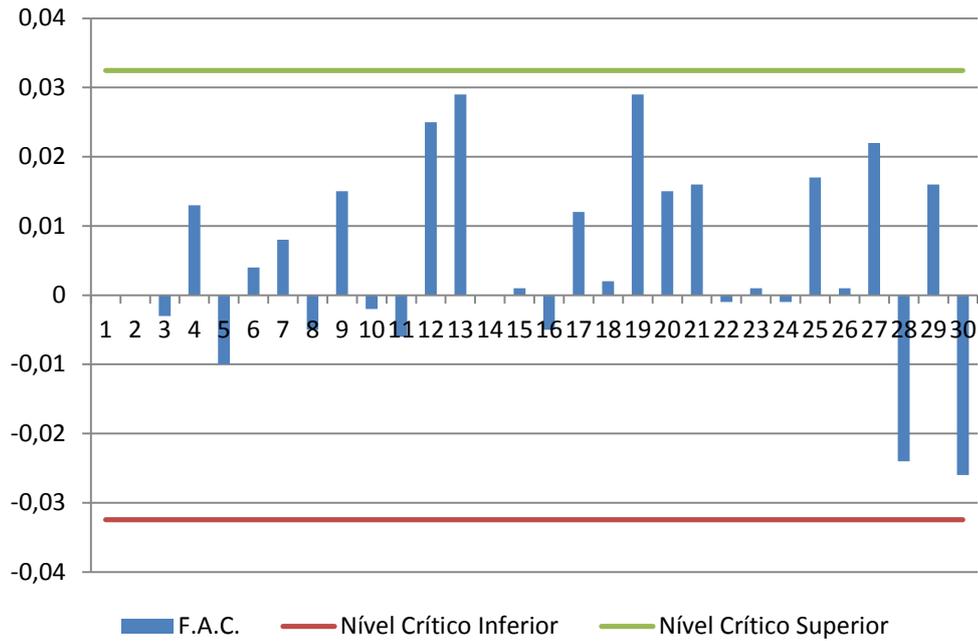


Figura 6-13 - Gráfico da função de autocorrelação dos resíduos a_t , com os níveis críticos

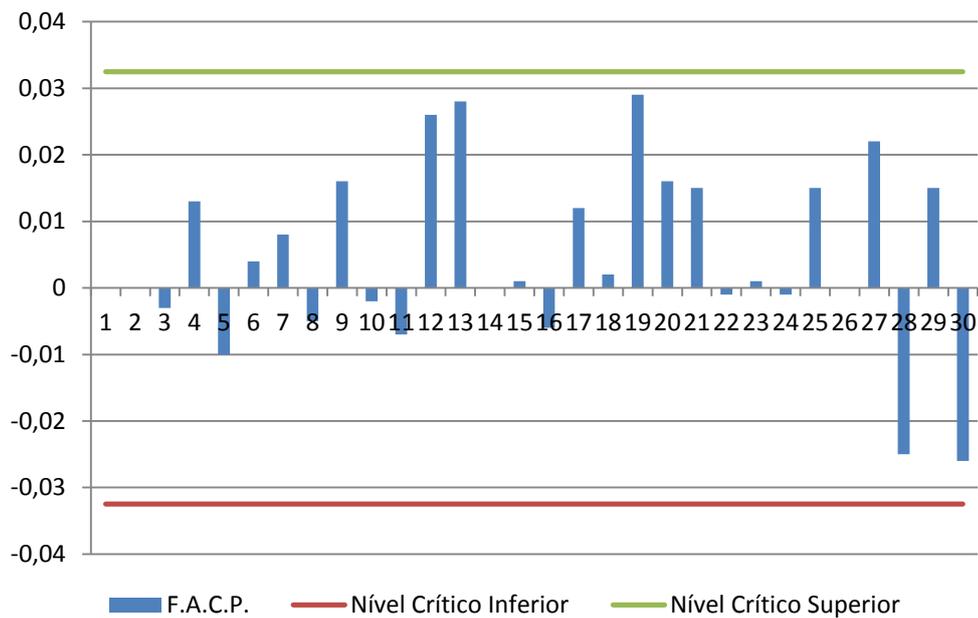


Figura 6-14 - Gráfico da função de autocorrelação parcial dos resíduos a_t , com os níveis críticos

A primeira delas, e a única que utilizaremos nesta etapa, consiste em repetir a análise da f.a.c. e da f.a.c.p., porém dessa vez para o quadrado dos resíduos a_t , que serão modelados pelo ARCH/GARCH. Novamente, serão utilizados os gráficos com os níveis críticos, bem como o teste de Box-Pierce-Ljung. Sendo assim, a Figura 6-15 mostra os resultados do

correlograma para a série de resíduos quadrática, enquanto as Figuras 6-16 e 6-17 trazem os gráficos e os intervalos de significância para a f.a.c. e a f.a.c.p., respectivamente.

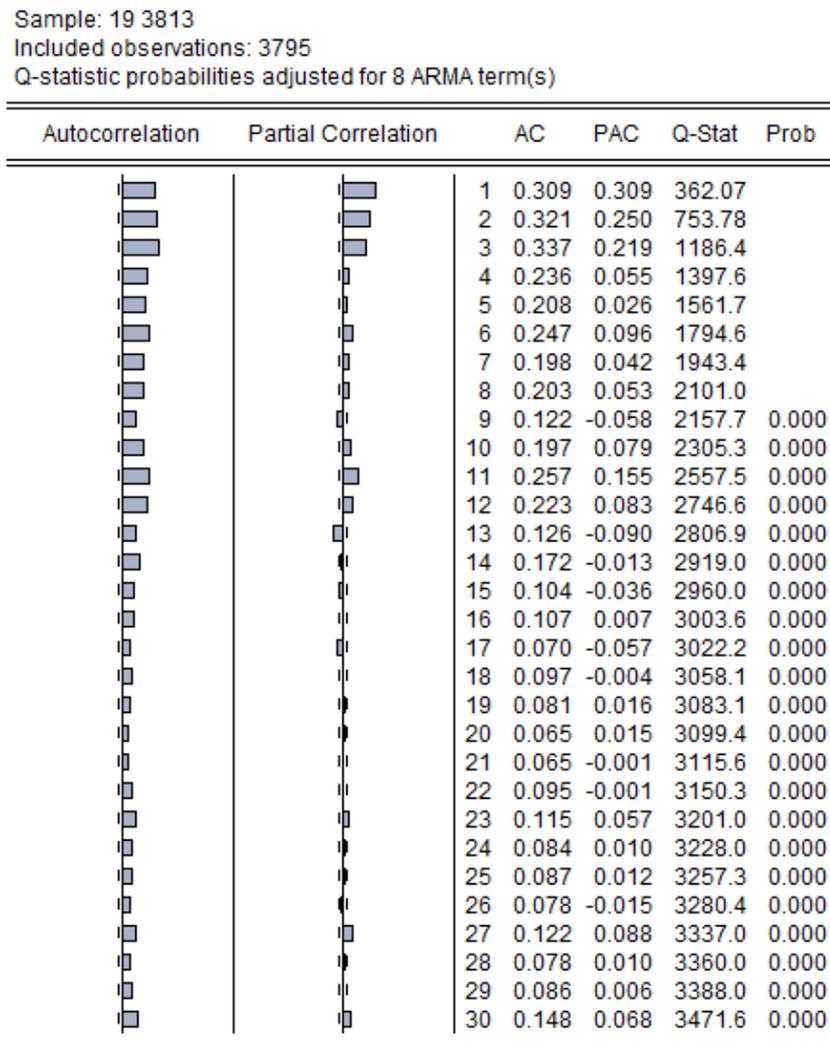


Figura 6-15 - Correlograma para a série de resíduos quadrática a_t^2

A estatística do teste Box-Pierce-Ljung mostrou haver dependência para todas as defasagens. Como se percebe, pela f.a.c. e pela f.a.c.p. dos resíduos quadráticos, há dependência entre eles, isto é, o valor atual do retorno depende dos valores anteriores e então esses resultados mostram a presença de heteroscedasticidade. Como no caso dos retornos, pode-se usar a f.a.c.p. dos retornos quadráticos para identificar a ordem de um modelo da família ARCH/GARCH.

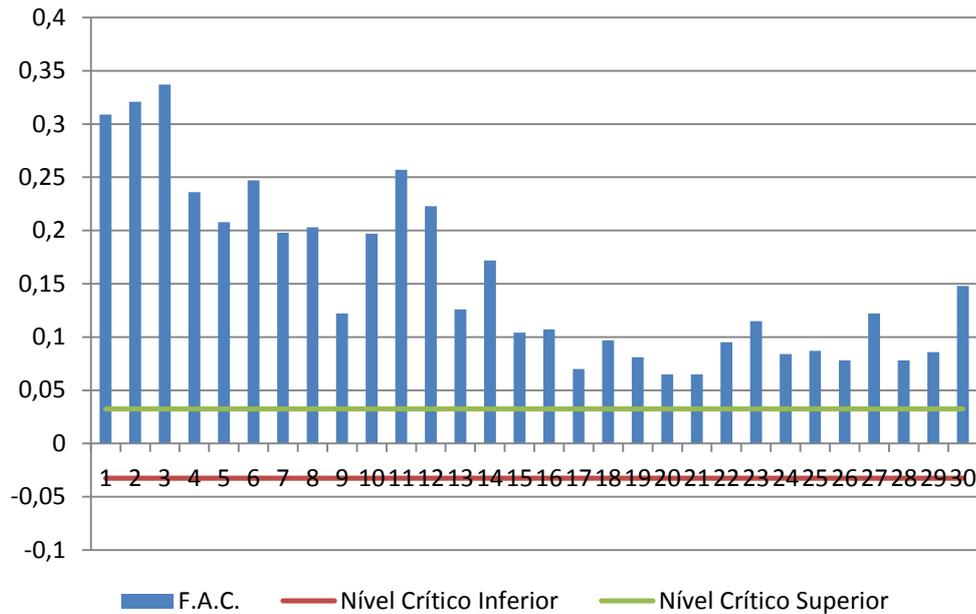


Figura 6-16 - Gráfico da função de autocorrelação dos resíduos quadráticos a_t^2 , com os níveis críticos

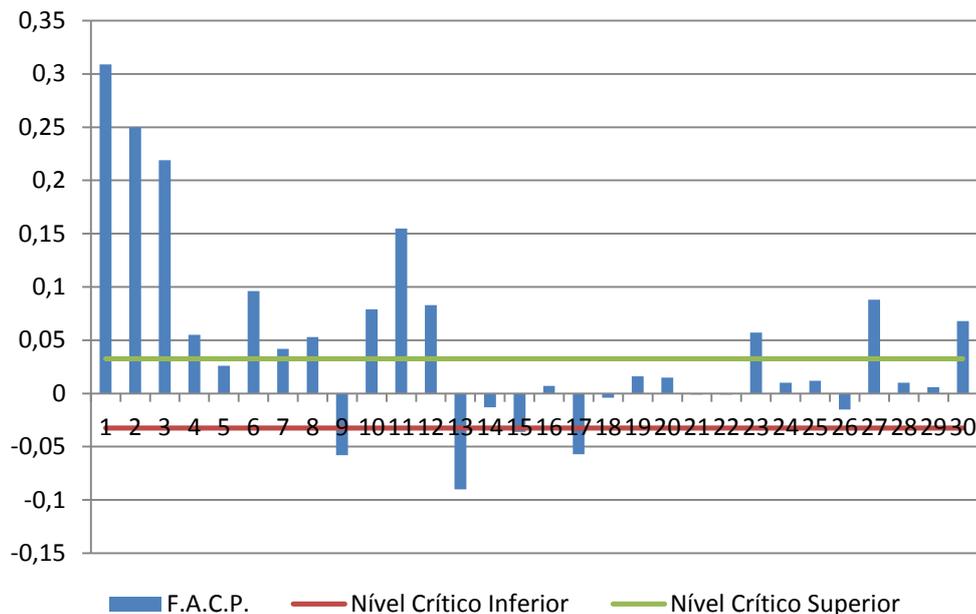


Figura 6-17 - Gráfico da função de autocorrelação parcial dos resíduos quadráticos a_t^2 , com os níveis críticos

Ao analisar o caso presente, percebe-se que há uma forte dependência entre os retornos quadráticos, embora sem um padrão definido. Mais que isso, o uso de modelos GARCH tem a vantagem de ser mais parcimonioso, e então Morettin (2011) sugere utilizar ordens baixas, neste trabalho GARCH (1, 1) e depois utilizar os procedimentos de diagnóstico para avaliar a adequação do modelo.

6.7. Estimação do modelo GARCH

Uma vez adequado o modelo para a média e verificada a presença de heteroscedasticidade, eis que o modelo proposto para monitorar a série será, por agora, um AR (18) – GARCH (1, 1), sendo que a adequação do GARCH ainda precisa ser verificada. O modelo tem, a priori, o equacionamento

$$R_t = \phi_1 \cdot R_{t-1} + \phi_2 \cdot R_{t-2} + \phi_3 \cdot R_{t-3} + \phi_{10} \cdot R_{t-10} + \phi_{14} \cdot R_{t-14} + \\ + \phi_{15} \cdot R_{t-15} + \phi_{16} \cdot R_{t-16} + \phi_{18} \cdot R_{t-18} + a_t \quad (6.1)$$

$$a_t = \sqrt{h_t} \cdot \varepsilon_t \quad (6.2)$$

$$h_t = \alpha_0 + \alpha_1 \cdot a_{t-1}^2 + \beta_1 \cdot h_{t-1}^2 \quad (6.3)$$

Dado esse equacionamento, os estimadores dos parâmetros α_0 , α_1 e β_1 são obtidos por métodos numéricos de máxima verossimilhança condicional e supondo normalidade dos ε_t . O resultado da estimação pode ser visto na Figura 6-18.

Primeiramente, analisando a equação da média, observa-se que somente os coeficientes ϕ_{10} e ϕ_{16} são significantes com 5% de significância. Sendo assim, Morettin (2011) recomenda que os coeficientes não significativos devem ser removidos e o modelo novamente estimado. Portanto, segue o modelo sugerido após a remoção

$$R_t = \phi_{10} \cdot R_{t-10} + \phi_{16} \cdot R_{t-16} + a_t \quad (6.4)$$

$$a_t = \sqrt{h_t} \cdot \varepsilon_t \quad (6.5)$$

$$h_t = \alpha_0 + \alpha_1 \cdot a_{t-1}^2 + \beta_1 \cdot h_{t-1}^2 \quad (6.6)$$

Dependent Variable: RT
Method: ML - ARCH
Date: 10/06/12 Time: 01:54
Sample (adjusted): 19 3813
Included observations: 3795 after adjustments
Convergence achieved after 307 iterations
Presample variance: backcast (parameter = 0.7)
GARCH = C(9) + C(10)*RESID(-1)^2 + C(11)*GARCH(-1)

Variable	Coefficient	Std. Error	z-Statistic	Prob.
AR(1)	-0.008439	0.017949	-0.470170	0.6382
AR(2)	-0.028530	0.017590	-1.621961	0.1048
AR(3)	-0.022629	0.017533	-1.290648	0.1968
AR(10)	0.035613	0.016838	2.115016	0.0344
AR(14)	-0.006979	0.015747	-0.443184	0.6576
AR(15)	-0.003528	0.015208	-0.231965	0.8166
AR(16)	0.038079	0.015299	2.488929	0.0128
AR(18)	-0.019462	0.015044	-1.293736	0.1958
Variance Equation				
C	3.41E-06	2.06E-07	16.56714	0.0000
RESID(-1)^2	0.135731	0.009422	14.40535	0.0000
GARCH(-1)	0.829316	0.010216	81.18074	0.0000
R-squared	0.004742	Mean dependent var		0.000156
Adjusted R-squared	0.002903	S.D. dependent var		0.011029
S.E. of regression	0.011013	Akaike info criterion		-6.716377
Sum squared resid	0.459342	Schwarz criterion		-6.698286
Log likelihood	12755.32	Hannan-Quinn criter.		-6.709947
Durbin-Watson stat	1.918581			
Inverted AR Roots	.73+.07i	.73-.07i	.70+.36i	.70-.36i
	.57+.59i	.57-.59i	.31-.79i	.31+.79i
	.00-.84i	.00+.84i	-.31-.79i	-.31+.79i
	-.57+.59i	-.57-.59i	-.71-.36i	-.71+.36i
	-.73-.02i	-.73+.02i		

Figura 6-18 - Estimação do modelo AR - GARCH (1, 1)

Com essa nova configuração, a estimação dos parâmetros é mostrada na Figura 6-19. Agora, todos os coeficientes são significantes tanto para a equação da média quanto da volatilidade condicional, sendo o modelo proposto dado por

$$R_t = 0.036240 \cdot R_{t-10} + 0.039076 \cdot R_{t-16} + a_t \quad (6.7)$$

$$a_t = \sqrt{h_t} \cdot \varepsilon_t \quad (6.8)$$

$$h_t = 0.0000034 + 0.135631 \cdot a_{t-1}^2 + 0.829625 \cdot h_{t-1}^2 \quad (6.9)$$

Sample (adjusted): 17 3813
 Included observations: 3797 after adjustments
 Convergence achieved after 170 iterations
 Presample variance: backcast (parameter = 0.7)
 GARCH = C(3) + C(4)*RESID(-1)^2 + C(5)*GARCH(-1)

Variable	Coefficient	Std. Error	z-Statistic	Prob.
AR(10)	0.036240	0.016773	2.160600	0.0307
AR(16)	0.039076	0.015254	2.561685	0.0104
Variance Equation				
C	3.40E-06	2.02E-07	16.84764	0.0000
RESID(-1)^2	0.135631	0.009266	14.63832	0.0000
GARCH(-1)	0.829625	0.010023	82.77472	0.0000
R-squared	0.004391	Mean dependent var	0.000156	
Adjusted R-squared	0.004129	S.D. dependent var	0.011026	
S.E. of regression	0.011004	Akaike info criterion	-6.719053	
Sum squared resid	0.459504	Schwarz criterion	-6.710834	
Log likelihood	12761.12	Hannan-Quinn criter.	-6.716132	
Durbin-Watson stat	1.941722			
Inverted AR Roots	.83	.74+.32i	.74-.32i	.59+.57i
	.59-.57i	.31-.77i	.31+.77i	-.00-.80i
	-.00+.80i	-.31-.77i	-.31+.77i	-.59+.57i
	-.59-.57i	-.74-.32i	-.74+.32i	-.83

Figura 6-19 - Nova estimação do modelo AR - GARCH (1,1), após remoção de coeficientes não significativos

6.8. Pós-estimação e diagnóstico

Por motivos didáticos e de organização, o diagnóstico do modelo AR para a média foi apresentado no item 6.6 devido ao fato de que essa etapa era necessária para a estimação do GARCH (1, 1) para a volatilidade.

Dessa forma, esta seção vai se dedicar a verificar a adequação do modelo GARCH a série estudada. Novamente, estudar a adequação do modelo consiste em avaliar os resíduos do mesmo. O primeiro passo consiste em analisar as f.a.c. e f.a.c.p. dos resíduos através dos gráficos com os níveis críticos, juntamente com o teste de Box-Pierce-Ljung. O correlograma para os resíduos é mostrado na Figura 6-20.

Sample: 17 3813
 Included observations: 3797
 Q-statistic probabilities adjusted for 2 ARMA term(s)

Autocorrelation	Partial Correlation	AC	PAC	Q-Stat	Prob	
		1	0.016	0.016	0.9683	
		2	0.002	0.001	0.9800	
		3	0.007	0.007	1.1443	0.285
		4	0.011	0.011	1.6407	0.440
		5	0.011	0.011	2.0946	0.553
		6	0.036	0.036	7.0993	0.131
		7	0.014	0.013	7.8819	0.163
		8	-0.002	-0.003	7.8938	0.246
		9	-0.003	-0.004	7.9297	0.339
		10	0.016	0.015	8.8777	0.353
		11	0.006	0.005	9.0266	0.435
		12	0.013	0.012	9.7125	0.466
		13	0.028	0.027	12.794	0.307
		14	-0.018	-0.020	14.087	0.295
		15	0.008	0.008	14.340	0.350
		16	-0.004	-0.006	14.400	0.420
		17	0.019	0.018	15.751	0.399
		18	-0.000	-0.002	15.751	0.470
		19	0.016	0.014	16.730	0.473
		20	0.019	0.019	18.131	0.447
		21	0.011	0.010	18.575	0.484
		22	0.003	0.002	18.612	0.547
		23	0.019	0.016	19.998	0.521
		24	-0.028	-0.030	22.961	0.404
		25	0.006	0.005	23.108	0.455
		26	-0.006	-0.008	23.238	0.506
		27	0.011	0.010	23.689	0.537
		28	-0.018	-0.020	24.975	0.520
		29	0.006	0.006	25.107	0.568
		30	-0.013	-0.014	25.782	0.585

Figura 6-20 - Correlograma dos resíduos após a aplicação do modelo AR - GARCH (1, 1)

Segundo o teste de Box-Pierce-Ljung, rejeita-se a hipótese de dependência para todas as defasagens, o que indica adequação do modelo. Os gráficos da f.a.c. e f.a.c.p., nas Figuras 6-21 e 6-22, verificam que a f.a.c. e a f.a.c.p. não ultrapassam os níveis críticos em praticamente todas as defasagens, sendo o modelo adequado para modelar a dependência linear entre os retornos sucessivos.

A segunda parte da verificação consiste em analisar se o modelo conseguiu remover a heteroscedasticidade da série. Primeiramente, apresenta-se a f.a.c. e a f.a.c.p. dos quadrados dos resíduos padronizados, nas Figuras 6-23 e 6-24, respectivamente. O gráfico das f.a.c. e f.a.c.p. comprova que o valor dessas funções não ultrapassa os níveis críticos em nenhuma defasagem.

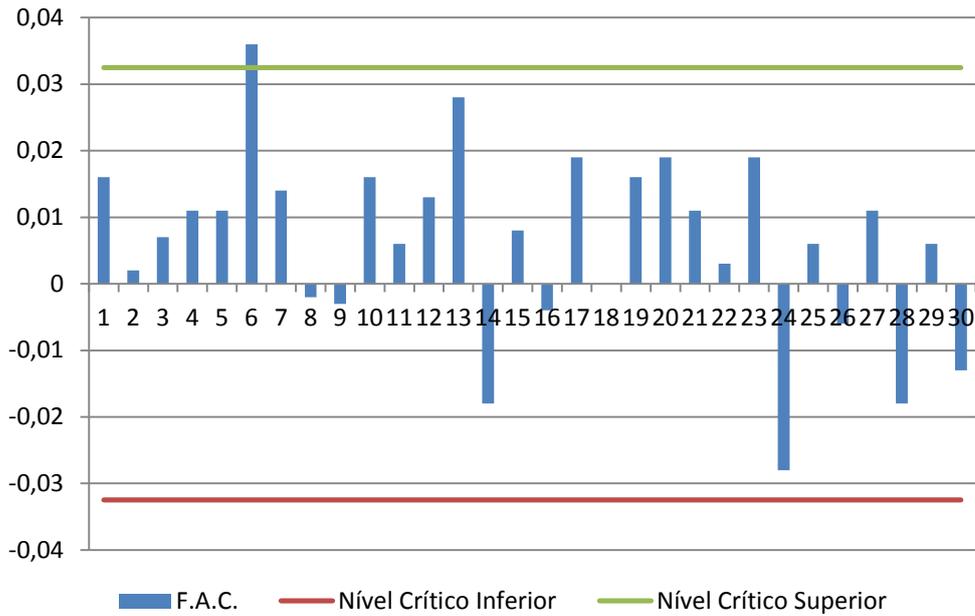


Figura 6-21 - Gráfico da função de autocorrelação dos resíduos, com os níveis críticos

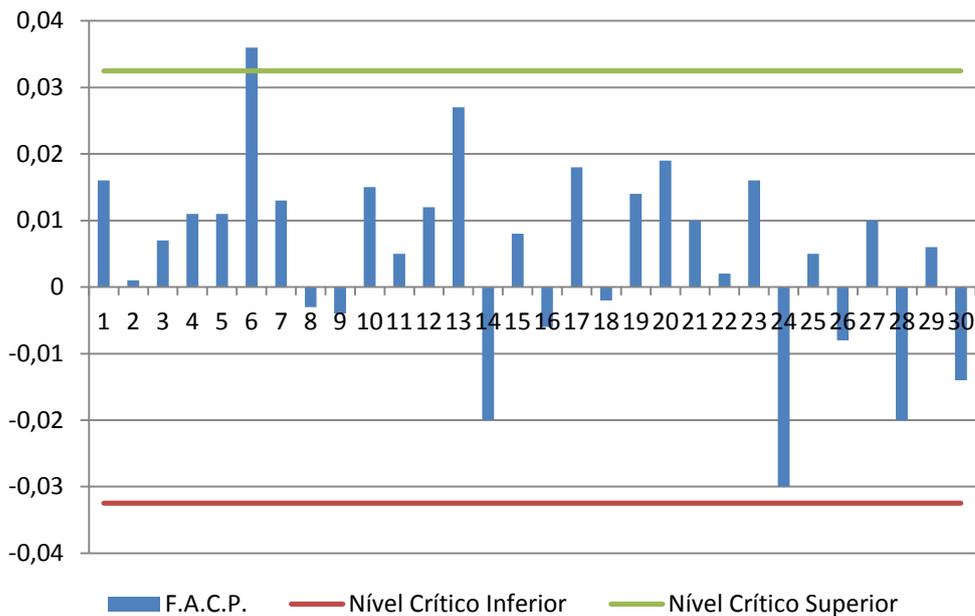


Figura 6-22 - Gráfico da função de autocorrelação parcial dos resíduos, com os níveis críticos

Analisando as estatísticas de Box-Pierce-Ljung, que podem ser vistas no correlograma da Figura 6-25, pode-se concluir que não existe heteroscedasticidade condicional nos resíduos do modelo.

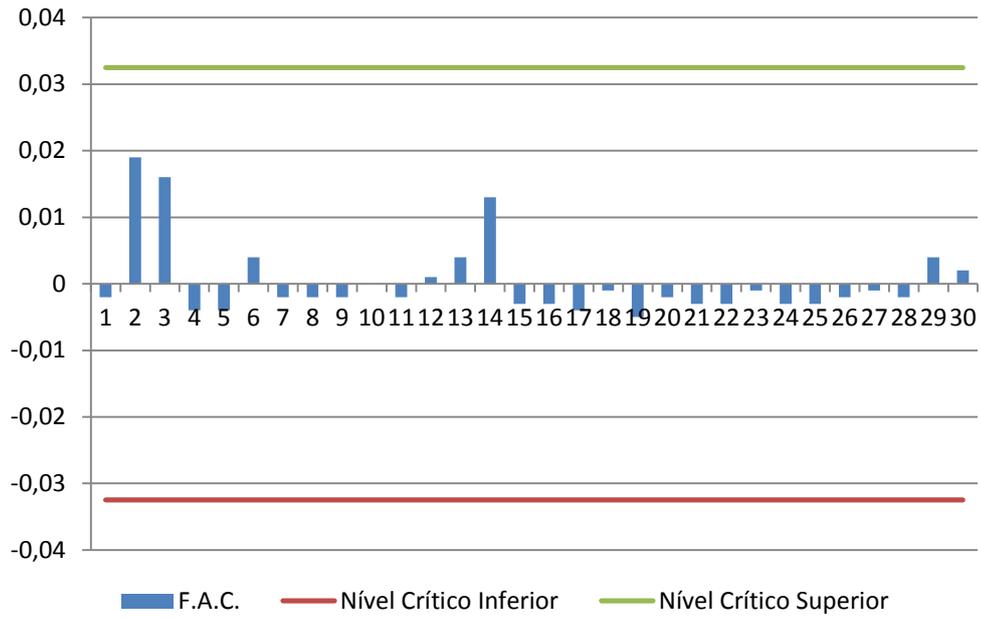


Figura 6-23 - Gráfico da função de autocorrelação dos resíduos quadráticos, com os níveis críticos

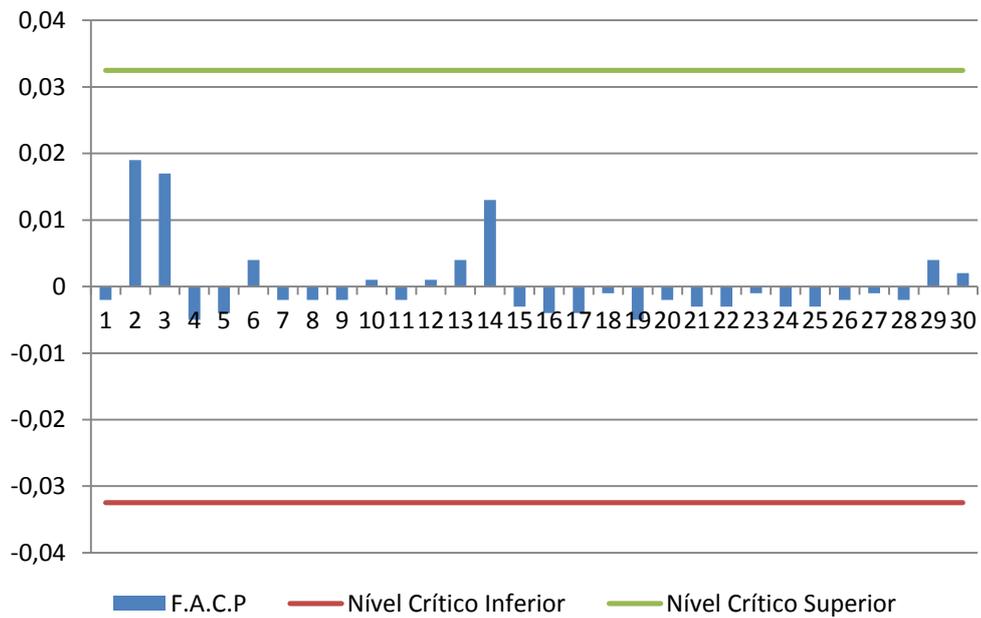


Figura 6-24 - Gráfico da função de autocorrelação parcial dos resíduos quadráticos, com os níveis críticos

Sample: 17 3813
 Included observations: 3797
 Q-statistic probabilities adjusted for 2 ARMA term(s)

Autocorrelation	Partial Correlation	AC	PAC	Q-Stat	Prob	
		1	-0.002	-0.002	0.0134	
		2	0.019	0.019	1.4372	
		3	0.016	0.017	2.4685	0.116
		4	-0.004	-0.005	2.5371	0.281
		5	-0.004	-0.004	2.5904	0.459
		6	0.004	0.004	2.6668	0.615
		7	-0.002	-0.002	2.6903	0.748
		8	-0.002	-0.002	2.7051	0.845
		9	-0.002	-0.002	2.7177	0.910
		10	0.000	0.001	2.7183	0.951
		11	-0.002	-0.002	2.7357	0.974
		12	0.001	0.001	2.7434	0.987
		13	0.004	0.004	2.7913	0.993
		14	0.013	0.013	3.4107	0.992
		15	-0.003	-0.003	3.4382	0.996
		16	-0.003	-0.004	3.4699	0.998
		17	-0.004	-0.004	3.5260	0.999
		18	-0.001	-0.001	3.5302	1.000
		19	-0.005	-0.005	3.6207	1.000
		20	-0.002	-0.002	3.6435	1.000
		21	-0.003	-0.003	3.6797	1.000
		22	-0.003	-0.003	3.7200	1.000
		23	-0.001	-0.001	3.7277	1.000
		24	-0.003	-0.003	3.7745	1.000
		25	-0.003	-0.003	3.8196	1.000
		26	-0.002	-0.002	3.8384	1.000
		27	-0.001	-0.001	3.8457	1.000
		28	-0.002	-0.002	3.8653	1.000
		29	0.004	0.004	3.9155	1.000
		30	0.002	0.002	3.9324	1.000

Figura 6-25 - Correlograma dos resíduos quadráticos após a aplicação do modelo AR - GARCH (1, 1)

Finalmente, coloca-se em prática o último teste pressuposto pela metodologia para verificar heteroscedasticidade nos resíduos. A execução do teste ML é realizada para uma certa ordem escolhida para o polinômio regressivo que faz parte da execução do teste. Na Figura 6-26 podem ser vistos os resultados para a aplicação do mesmo, escolhendo a ordem do polinômio igual a 10.

O teste resultou em $S = 2.730645$, o que representa uma probabilidade de 98,71%. Portanto, o teste aceita a hipótese nula de ausência de heteroscedasticidade, comprovando a adequação do modelo.

Na Tabela 6-3, encontram-se os resultados do teste de ML para outras ordens de polinômio regressivo que é utilizado, comprovando que os resíduos não apresentam heteroscedasticidade.

Heteroskedasticity Test: ARCH

F-statistic	0.272468	Prob. F(10,3776)	0.9871
Obs*R-squared	2.730645	Prob. Chi-Square(10)	0.9871

Test Equation:

Dependent Variable: WGT_RESID^2

Method: Least Squares

Date: 10/13/12 Time: 16:40

Sample (adjusted): 27 3813

Included observations: 3787 after adjustments

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C	0.978636	0.112741	8.680419	0.0000
WGT_RESID^2(-1)	-0.002140	0.016274	-0.131480	0.8954
WGT_RESID^2(-2)	0.019508	0.016274	1.198772	0.2307
WGT_RESID^2(-3)	0.016499	0.016277	1.013673	0.3108
WGT_RESID^2(-4)	-0.004672	0.016279	-0.286974	0.7741
WGT_RESID^2(-5)	-0.004357	0.016279	-0.267623	0.7890
WGT_RESID^2(-6)	0.004412	0.016279	0.271039	0.7864
WGT_RESID^2(-7)	-0.002153	0.016279	-0.132287	0.8948
WGT_RESID^2(-8)	-0.002070	0.016277	-0.127169	0.8988
WGT_RESID^2(-9)	-0.001928	0.016273	-0.118477	0.9057
WGT_RESID^2(-10)	0.000536	0.016273	0.032962	0.9737
R-squared	0.000721	Mean dependent var	1.002319	
Adjusted R-squared	-0.001925	S.D. dependent var	6.197506	
S.E. of regression	6.203469	Akaike info criterion	6.490995	
Sum squared resid	145311.9	Schwarz criterion	6.509118	
Log likelihood	-12279.70	Hannan-Quinn criter.	6.497437	
F-statistic	0.272468	Durbin-Watson stat	2.000002	
Prob(F-statistic)	0.987147			

Figura 6-26 - Resultado do teste dos ML para heteroscedasticidade

Tabela 6-3 - Resultados do teste dos Multiplicadores de Lagrange

Ordem	S	Probabilidade	Heteroscedasticidade
4	2.548301	63,60%	Não
8	2.719327	95,07%	Não
12	2,749316	99,71%	Não
16	3,484406	99,95%	Não
20	3,642433	100%	Não

6.9. Obtenção dos limites de controle

Utilizando os mesmos algoritmos da metodologia, chega-se aos valores mostrados nas Tabelas 6-4 e 6-5. Novamente, como esperado pela literatura, os limites superiores de controle do gráfico EWMA são diretamente proporcionais ao fator de suavização λ enquanto que os do gráfico CUSUM são inversamente proporcionais ao valor de referência k .

Tabela 6-4 - Limites de controle simulados para o gráfico EWMA

λ	$LC_{final} (10^{-4})$
0.10	1,1389
0.30	1,2965
0.50	1,4016
0.70	1,5391
0.90	1,5937

Tabela 6-5 - Limites de controle simulados para o gráfico CUSUM

k	$LC_{final} (10^{-6})$
0.25	6263,4000
0.50	2712,5000
1.00	298,0400
1.50	20,0820
2.00	2,1836

6.10. Obtenção do ARL fora de controle

Com os mesmos algoritmos da metodologia, simulam-se os valores apresentados nas Tabelas 6-6 e 6-7 e representados nas superfícies das Figuras 6-27 e 6-28.

Tabela 6-6 - ARLs fora de controle para o gráfico EWMA

EWMA					
Δ	λ				
	0.10	0.30	0.50	0.70	0.90
1.00	100,02	99,91	99,99	100,07	100,04
1.25	17,50	17,96	18,01	15,02	16,47
1.50	8,01	8,68	8,87	7,90	8,30
1.75	7,02	6,82	6,85	5,28	5,34
2.00	5,96	5,27	4,74	5,06	5,31
2.50	4,66	3,93	3,50	4,01	3,82
3.00	3,98	3,43	3,18	3,56	3,28

Tabela 6-7 - ARLs fora de controle para o gráfico CUSUM

CUSUM					
Δ	k				
	0.25	0.50	1.00	1.50	2.00
1.00	100,09	100,02	100,06	99,94	99,92
1.25	38,50	23,85	19,32	16,03	15,23
1.50	23,56	18,72	10,82	9,45	8,88
1.75	14,79	11,11	6,99	6,62	6,38
2.00	12,67	10,45	5,21	3,72	3,61

2.50	10,42	8,05	4,94	4,06	3,86
3.00	7,07	7,19	3,89	3,45	3,38

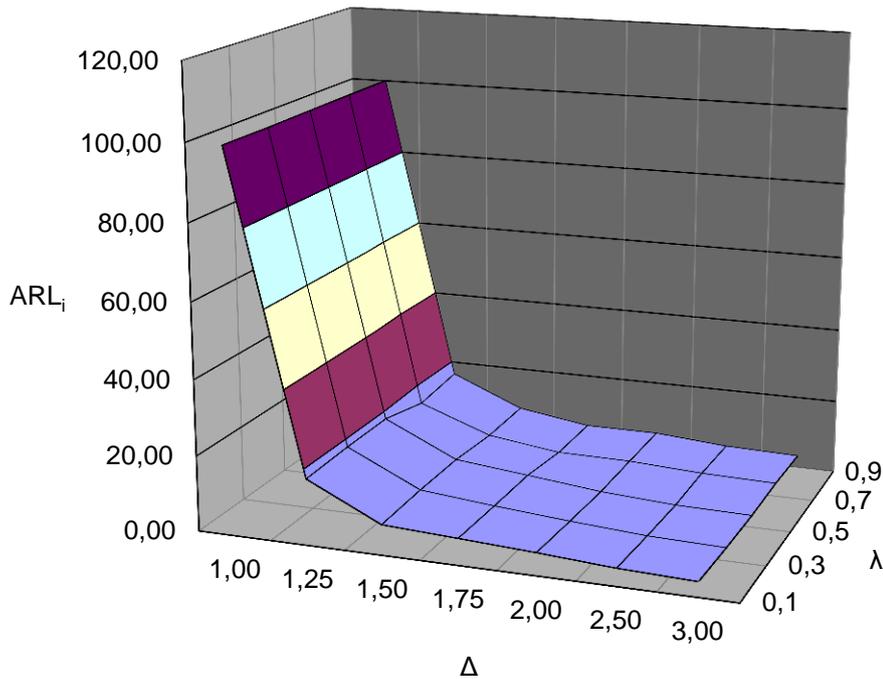


Figura 6-27 - Superfície com os ARL₁ para cada combinação de fator de suavização e mudança na volatilidade para o gráfico EWMA

6.11. Resultados

Em primeiro lugar, cabe uma análise individual de cada tipo de gráfico. Com relação ao EWMA, os resultados foram bem distribuídos entre as combinações de λ e Δ . Obviamente, dentro de cada λ , os ARL₁ foram inversamente proporcionais aos valores de Δ , mas, no entanto foi difícil encontrar um padrão para os resultados.

Dentre os poucos percebidos, pode-se mostrar, através da Tabela 6-6 e da superfície da Figura 6-27, que para pequenas mudanças na volatilidade, os gráficos com $\lambda = 0,1$, $\lambda = 0,7$ e $\lambda = 0,9$ obtiveram vantagem, com destaque para o segundo destes.

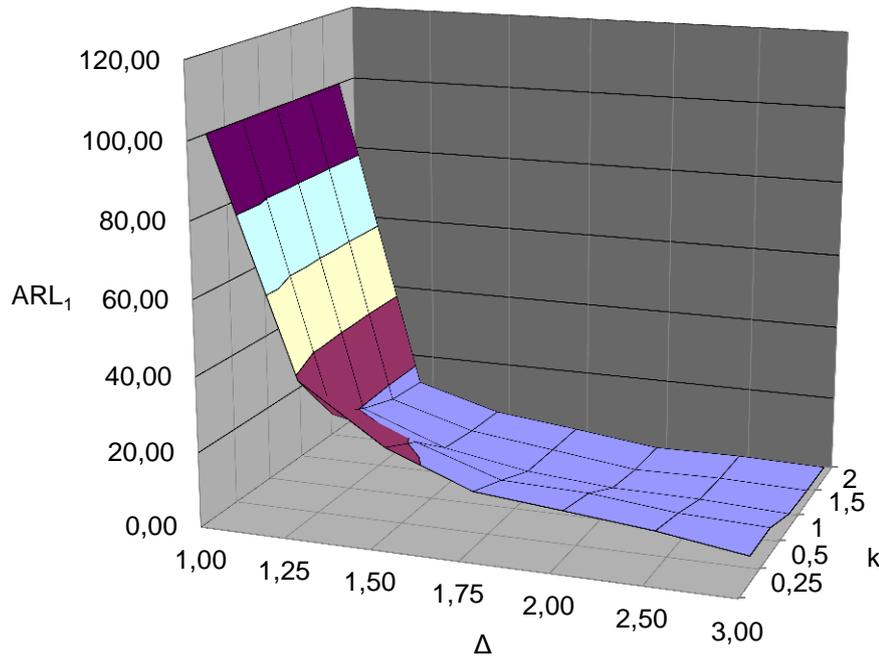


Figura 6-28 - Superfície com os ARL₁ para cada combinação de valor de referência e mudança na volatilidade para o gráfico CUSUM

Já os gráficos com λ intermediários, leia-se 0,3 e 0,5, obtiveram desempenho superior aos demais para aumentos de grande magnitude na volatilidade.

A partir da Tabela 6-7 e da superfície mostrada na Figura 6-28, pode-se partir para a análise dos resultados do gráfico CUSUM. Este, ao contrário do EWMA, apresentou um padrão mais facilmente identificado dado que, sem exceção, o desempenho do gráfico CUSUM melhorou quase que linearmente conforme o valor de referência k é aumentado. Em outras palavras, o ARL₁ diminuí conforme aumentamos k . Ainda, somente para confirmar o esperado, o ARL₁ se mostrou inversamente proporcional ao Δ .

Uma vez feita a análise individual dos padrões dos resultados de cada gráfico, cabe enfim comparar o desempenho entre eles e acima disso, se o melhor deles apresenta resultados satisfatórios do ponto de vista prático, isto é, a viabilidade da ferramenta estudada por esta metodologia.

Ambos os gráficos, a partir do estado em controle, no qual apresentam ARL₀ igual a 100, apresentam resultados expressivos para o ARL₁ conforme a mudança de magnitude Δ é introduzida na volatilidade. Analisando-se as Tabelas 6-6 e 6-7, é fácil notar que o desempenho dos gráficos EWMA é melhor que os dos gráficos CUSUM. O EWMA apresenta

desempenho satisfatório e regular para todos os Δ e λ escolhidos, embora existam pequenas melhoras, conforme explicado anteriormente. Já o CUSUM apresenta resultados ruins, principalmente para pequenos valores de Δ embora quando $k = 2$ o desempenho se aproxime bastante dos gráficos EWMA, porém ainda inferiores.

Na prática, considerando o desempenho do melhor dos gráficos (EWMA), o uso dessa metodologia é bastante eficiente para monitorar a volatilidade. É claro que isso depende do intervalo de tempo que a série temporal é coletada, mas a escolha de um intervalo suficientemente pequeno não afeta significativamente a elaboração nem tampouco o desempenho final da metodologia.

Embora o desempenho dos gráficos segundo o ARL tenha sido satisfatório, é interessante aplicar o uso dos gráficos para um período passado já conhecido e verificar se a ferramenta de fato identificaria aumentos na volatilidade. Sendo assim, isso será feito para o mesmo período utilizado como base histórica para esse caso do USD/BRL, isto é, janeiro de 1998 a setembro de 2012. A Figura 6-29 mostra um gráfico onde a estatística $EWMA_t$ é plotada contra o período de tempo em questão. Neste gráfico, foi utilizado λ igual a 0,9. Como se pode observar, a maioria das vezes nas quais o alarme foi soado ($EWMA > LC_{final}$) a volatilidade apresentou grandes aumentos. São exemplos a Crise da Moratória Russa em 1999, a Crise de 2002 devido a um ataque especulativo com os investidores retirando seus capitais do Brasil e a mais recente Crise internacional de 2008. Outros aumentos de menor magnitude também foram detectados.

Já a figura 6-30 mostra o gráfico da estatística $CUSUM_t^+$ plotada contra o tempo e com o parâmetro k igual a 0,5. Ainda, a estatística $CUSUM_t^+$ foi zerada cada vez que o limite de controle era alcançado. Novamente, o gráfico é capaz de soar alarmes antes de a volatilidade atingir altos níveis. As mesmas crises citadas para o EWMA são vistas para o CUSUM, embora seja notável que este último apresente um maior número de alarmes, além dos principais.

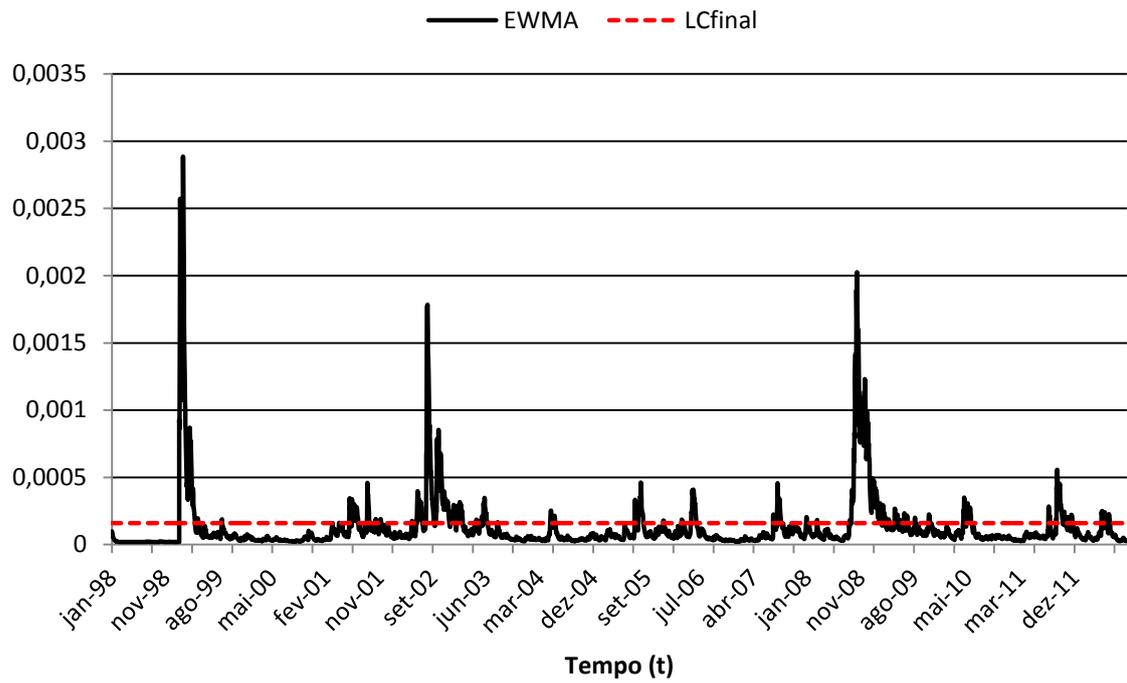


Figura 6-29 - Gráfico de controle EWMA para monitoramento de volatilidade da cotação do USD/BRL

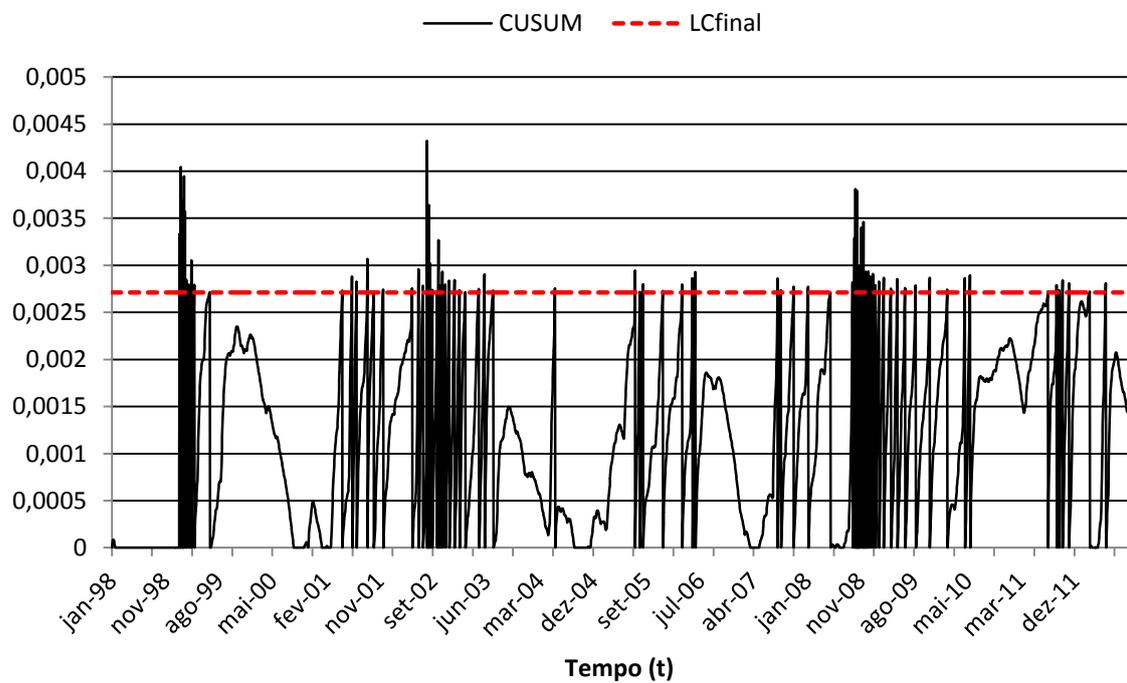


Figura 6-30 - Gráfico de controle CUSUM para monitoramento de volatilidade da cotação do USD/BRL

7. CONCLUSÃO

Este último capítulo apresenta as conclusões finais do projeto, com ênfase para os resultados obtidos. Serão mencionadas também as dificuldades encontradas, bem como as contribuições obtidas com as aplicações das ferramentas propostas.

7.1. Principais resultados obtidos

O trabalho tinha o objetivo de elaborar uma metodologia que fosse capaz de modelar a volatilidade de um ativo financeiro e a partir deste modelo, monitorá-la com o uso de gráficos de controle. No capítulo 6, no qual a metodologia proposta foi aplicada a um caso real, foi possível verificar que a metodologia funciona para cumprir o objetivo do trabalho já que, como visto nas Tabelas 6-6 e 6-7, o ARL diminui consideravelmente quando a volatilidade aumenta. Na prática, quando o gráfico soar um alarme, o usuário da ferramenta sabe que precisa tomar alguma decisão porque o processo encontra-se fora de controle.

Dentre os dois tipos de gráficos utilizados, o EWMA mostrou desempenho melhor em relação ao CUSUM, com ARLs menores em quase todos os casos, permitindo, portanto que o alarme seja soado antes.

É importante deixar claro que o desempenho depende do intervalo de tempo que a série temporal é coletada, sendo talvez necessário alterar o ARL_{espec} para calibrar o modelo caso o intervalo entre as observações seja muito diferente de um dia (utilizado neste trabalho) e analisar esse tipo de mudança pode ser uma sugestão para trabalhos futuros. Apesar disso, a escolha de um intervalo suficientemente pequeno não deve afetar significativamente a elaboração nem tampouco o desempenho final da metodologia.

A aplicação dos gráficos para um período passado (backtesting) permitiu verificar que a ferramenta foi capaz de identificar os momentos históricos com aumento de volatilidade, comprovando a utilidade da mesma. Sob esse ponto de vista, o desempenho dos gráficos EWMA e CUSUM foi similar, não sendo possível tirar nenhuma conclusão comparativa entre eles.

7.2. Dificuldades encontradas e sugestões para trabalhos futuros

Devem ser citadas as partes da elaboração deste trabalho que mais desafiaram o aluno. Entre elas, destaca-se o fato de uma das principais bases teóricas deste projeto, leia-se modelos paramétricos autorregressivos, tanto da família ARIMA quanto o ARCH/GARCH, serem um assunto completamente novo para o aluno. A novidade, aliada ao fato da relativa complexidade do assunto, demandou por parte do aluno tempo e esforço para dominar os tópicos antes de usá-los na metodologia.

Outra dificuldade que pode ser destacada foi durante as etapas de simulações. Apesar de simples, a necessidade de um grande número de iterações consumiu muito tempo e recursos computacionais para conclusão.

Por outro lado, pode-se citar possíveis melhoras neste projeto que não puderam ser aqui exploradas por falta de recursos e/ou por não estarem no escopo. Estas cabem como sugestões para outros trabalhos de modo que possam até gerar soluções superiores em relação às propostas neste projeto.

Uma das sugestões está relacionada à estatística usada nos gráficos de controle. Além da própria volatilidade condicional, Okhrin e Schmid (2008) sugerem utilizar observações quadráticas da série de retornos, logaritmos das observações quadráticas e até mesmo resíduos, todos estes aplicados aos mesmos gráficos de CUSUM e EWMA. Okhrin e Schmid (2008) mostram que essas estatísticas podem até superar o sofisticado modelo GARCH como estimador da volatilidade condicional e um possível trabalho futuro poderia comparar o uso de diferentes estatísticas.

Por fim, outra sugestão faz referência ao sentido da mudança de magnitude da volatilidade. Neste trabalho, como especificado, só se preocupou em monitorar aumentos da volatilidade. No entanto, seria interessante elaborar métodos eficientes para detectar diminuições da volatilidade. Os modelos presentes na literatura em geral apresentam desempenho muito inferior ao tentar detectar $\Delta < 1$ e, portanto melhorá-los pode ser um desafio a ser explorado.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

BOLLERSLEV, T., *Generalised autoregressive conditional heteroskedasticity*, *Journal of Econometrics*, 31, 307-327, 1986.

BOX, G. E. P., JENKINS, G. M., & REINSEL, G. C.. *Time series analysis: Forecasting and control*, Englewood Cliffs, NJ: Prentice Hall Inc. ,1994.

BOX, G. E. P.; PIERCE, D. A.. *Distribution of Residual Autocorrelations in Autoregressive-Integrated Moving Average Time Series Models*, *Journal of the American Statistical Association*, 64, 1509-1526, 1970.

CAMPBELL, J.Y., LO, A. AND MACKINLAY, A. C.. *The Econometrics of Financial Markets*, Princeton University Press, Princeton, N.J., 1997.

CROWDER, S.V. *A Simple Method for Studying Run Length Distributions of Exponentially Weighted Moving Average Charts*. *Technometrics*, 29, 393-407, 1987.

DICKEY, D.A.; FULLER W.A., *Distribution of the Estimators for Autoregressive Time Series with a Unit Root*, *Journal of the American Statistical Association*, 74, 427-431, 1979.

ENGLE, R. F., *Autoregressive conditional heteroskedasticity with estimates of the variance of United Kingdom inflation*, *Econometrica*, 50, 987-1008, 1982.

EIEWS, *EViews 7.0 Help System*, 1998.

JORION, P.. *Value at Risk: The New Benchmark for Controlling Market Risk*, Irwin Professional: Illinois , 1997.

LJUNG, G. M. AND BOX, G. E. P.. *On a Measure of a Lack of Fit in Time Series Models*. *Biometrika*, 65, 297-303, 1978.

MANDELBROT, B. *New methods in statistical economics*. *The Journal of Political Economy*, 71, 421-440,1963

MANDELBROT, B. *The variation of certain speculative prices*. *Journal of Business*, 36,394-419, 1963.

MILONE, GIUSEPPE; ANGELINI, FLÁVIO. *Estatística Aplicada*. São Paulo: Atlas, 1995.

MONTGOMERY, D. C.; RUNGER, G. C. *Estatística Aplicada e Probabilidade para Engenheiros*, 2ª Edição, Rio de Janeiro, Editora LTC, 2003.

MONTGOMERY, D.; RUNGER, G.; RUBELE, N. *Estatística Aplicada a Engenharia*, Editora LTC, 2004.

MORETTIN, P.A., *Econometria financeira-Um curso em séries temporais financeiras*, Ed. Blucher, 2011.

MORETTIN, P.A.; TOLOI, C.M.C., *Análise de Séries Temporais*, Ed. Blucher, 2006.

NEWBY, WHITNEY K; WEST, KENNETH D .. *A Simple, Positive Semi-definite, Heteroskedasticity and Autocorrelation Consistent Covariance Matrix*, *Econometrica*, 55, 703-708, 1987.

OKHRIN, Y. AND SCHMID, W., *Financial Surveillance*, Marianne Frisen (Editor), Wiley, 153-169, 2008.

PHILLIPS, P.C.B; P. PERRON, *Testing for a Unit Root in Time Series Regression*, *Biometrika*, 75, 335-346, 1988.

RIBEIRO; LUIZ CLÁUDIO; PAULA, ANAPARECIDA VIEIRA. *Previsão de população através dos modelos ARIMA de Box e Jenkins*, 2000 – In: *Encontro Nacional de Estudos Populacionais: Universidade Federal de Minas Gerais, Caxambu, 2000*. Disponível em: www.abep.nepo.unicamp.br/anais_2000.htm.

ROBERTS, S. W.. *Control chart tests based on Geometric Moving Averages*. *Technometrics* 1, 239-250, 1959.

TUBINO, D. F., *Manual de Planejamento e Controle da Produção*. 2.ed. São Paulo: Atlas S.A., 2000.

VEIGA FILHO, A.L.; FERNANDES, C. A. C.; BAIDYA, T.. *Medidas de Volatilidade para Opções*. XXV sbpo/sobrapo, 1993.

APÊNDICES

APÊNDICE A – CÓDIGOS VBA DOS ALGORITMOS DE SIMULAÇÃO

- Simulação dos limites de controle para EWMA

```

Sub simul_arl_0_ewma()
Dim ci As Double
Dim arl As Integer
Dim n_aleat As Double
Dim mean As Double
Dim stdev As Double
Dim garch(10000) As Double
Dim ewma(10000) As Double
Dim retorno(10000) As Double
Dim SUM_ARL as Double
Dim lambda As Double
Dim lim_change As Integer
Dim prec as double
Dim Nsim as integer

upper = True
mean = 0
stdev = 1
garch(0) = cte / (1 - alfa - beta)
ewma(0) = garch(0)
Nsim = 20000

n_aleat = rand(mean, stdev)
retorno(0) = n_aleat * (garch(0) ^ (1 / 2))
c2 = ewma(0) + prec

For lim_change = 1 To 10000

```

```

If upper = False Then
c2 = c2 + prec
End If
upper = True

For cont_sim = 1 To Nsim
i = 1
Do While ewma(i - 1) < c2
rand(mean, stdev)
garch(i) = cte + alfa * (retorno(i - 1) ^ 2) + beta * garch(i - 1)
retorno(i) = n_aleat * (garch(i) ^ (1 / 2))
ewma(i) = lambda * garch(i) + (1 - lambda) * ewma(i - 1)
i = i + 1
Loop

If ewma(i - 1) > c2 Then
upper = False
End If

SUM_ARL = SUM_ARL + i - 1
Next cont_sim
If SUM_ARL/Nsim > 100 Then
Exit For
End If
Next lim_change
End Sub

```

- **Simulação do limite de controle superior para o gráfico CUSUM**

```

Sub simul_arl_cusum()
Dim c2 As Double
Dim n_aleat As Double
Dim mean As Double
Dim stdev As Double
Dim garch(10000) As Double

```

Dim cusum_sup(10000) As Double

Dim retorno(10000) As Double

Dim k As Double

Dim lim_change As Integer

upper = True

k = Worksheets("ARL Cusum").Cells(16, 3)

mean = 0

stdev = 1

garch(0) = cte / (1 - alfa - beta)

Worksheets("ARL Cusum").Cells(2, 3).Calculate

n_aleat = Worksheets("ARL Cusum").Cells(2, 3)

*retorno(0) = n_aleat * (garch(0) ^ (1 / 2))*

cusum_sup(0) = 0

c2 = 0

For lim_change = 1 To 10000

If upper = False Then

c2 = c2 + Worksheets("ARL Cusum").Cells(7, 6)

End If

upper = True

n = Worksheets("ARL Cusum").Cells(11, 6)

For cont_sim = 1 To n

Worksheets("ARL Cusum").Cells(20, lim_change + 2) = -c1

Worksheets("ARL Cusum").Cells(21, lim_change + 2) = c2

i = 1

Do While (cusum_sup(i - 1) < c2 And cusum_inf(i - 1) > -c1 And i < 1500) Or i = 1

Worksheets("ARL Cusum").Cells(2, 3).Calculate

n_aleat = Worksheets("ARL Cusum").Cells(2, 3)

*garch(i) = cte + alfa * (retorno(i - 1) ^ 2) + beta * garch(i - 1)*

```

retorno(i) = n_aleat * (garch(i) ^ (1 / 2))
cusum_sup(i) = Application.WorksheetFunction.Max(0, cusum_sup(i - 1) + garch(i) - k *
(garch(0)))

i = i + 1
Loop
If cusum_sup(i - 1) >= c2 Then
upper = False
End If

Worksheets("ARL Cusum").Cells(cont_sim + 22, lim_change + 2) = i - 1
Next cont_sim
Worksheets("ARL Cusum").Calculate
If Worksheets("ARL Cusum").Cells(18, lim_change + 2) > 100 Then
Exit For
End If
Next lim_change
End Sub

```

- **Simulação do ARL fora de controle para EWMA**

```

Sub arl_ooc()
Dim c2 As Double
Dim arl As Integer
Dim aleat As Double
Dim n_aleat As Double
Dim mean As Double
Dim stdev As Double
Dim garch(10000) As Double
Dim ewma(10000) As Double
Dim retorno(10000) As Double
Dim lambda As Double
Dim var_shift As Double

```

```

j = 2

```

For j = 2 To 8

stdev = Worksheets("ARL OOC").Cells(19, j)

Worksheets("ARL OOC").Cells(13, 3) = stdev

garch(0) = cte / (1 - alfa - beta)

ewma(0) = garch(0)

Worksheets("ARL in control").Cells(2, 3).Calculate

n_aleat = Worksheets("ARL in control").Cells(2, 3)

*retorno(0) = n_aleat * (garch(0) ^ (1 / 2))*

c1 = Worksheets("ARL OOC").Cells(6, 6)

c2 = Worksheets("ARL OOC").Cells(7, 6)

n = Worksheets("ARL OOC").Cells(11, 6)

For cont_sim = 1 To n

i = 1

Do While ewma(i - 1) < c2 And ewma(i - 1) > c1 And i < 1000

Worksheets("ARL OOC").Cells(2, 3).Calculate

n_aleat = Worksheets("ARL OOC").Cells(2, 3)

*garch(i) = cte + alfa * (retorno(i - 1) ^ 2) + beta * garch(i - 1)*

*retorno(i) = n_aleat * (garch(i) ^ (1 / 2))*

*ewma(i) = lambda * garch(i) + (1 - lambda) * ewma(i - 1)*

i = i + 1

Loop

Worksheets("ARL OOC").Cells(cont_sim + 22, lim_change + j) = i - 1

Next cont_sim

Next j

End Sub

- **ARL fora de controle para CUSUM**

```

Sub arl_ooc_cusum()

Dim c2 As Double
Dim arl As Integer
Dim aleat As Double
Dim n_aleat As Double
Dim garch(10000) As Double
Dim cusum_sup(10000) As Double
Dim cusum_inf(10000) As Double
Dim retorno(10000) As Double
Dim k As Double
For j = 2 To 8
stdev = Worksheets("ARL Cusum OOC").Cells(19, j)
Worksheets("ARL Cusum OOC").Cells(13, 3) = stdev
garch(0) = cte / (1 - alfa - beta)

n_aleat = Worksheets("ARL Cusum OOC").Cells(2, 3)
retorno(0) = n_aleat * (garch(0) ^ (1 / 2))
cusum_sup(0) = 0
c2 = Worksheets("ARL Cusum OOC").Cells(7, 6)

For cont_sim = 1 To Nsim

i = 1
Do While (cusum_sup(i - 1) < c2

```

```

Worksheets("ARL Cusum OOC").Cells(2, 3).Calculate
n_aleat = Worksheets("ARL Cusum OOC").Cells(2, 3)
garch(i) = cte + alfa * (retorno(i - 1) ^ 2) + beta * garch(i - 1)
retorno(i) = n_aleat * (garch(i) ^ (1 / 2))
cusum_sup(i) = Application.WorksheetFunction.Max(0, cusum_sup(i - 1) + garch(i) - k *
(garch(0)))
i = i + 1
Loop
Worksheets("ARL Cusum OOC").Cells(cont_sim + 22, lim_change + j) = i
Next cont_sim
Next j
End Sub

```

APÊNDICE B – RESULTADOS PARA OUTROS PARÂMETROS

Seguem resultados simulados para os seguintes coeficientes do modelo GARCH:

$$\alpha_0 = 0.001$$

$$\alpha_1 = 0.25$$

$$\beta_1 = 0.70$$

Tabela 9-1 - Limites de controle simulados para o gráfico EWMA

λ	LC_{final}
0.10	0,02292023
0.30	0,03218199
0.50	0,03500549

0.70 0,03767923

0.90 0,04331778

Tabela 9-2 - Limites de controle simulados para o gráfico CUSUM

k	LC_{final}
0.25	1,321002347
0.50	0,383923183
1.00	0,223784866
1.50	0,021415540
2.00	0,003695036

Tabela 9-3 - ARLs fora de controle para o gráfico EWMA

EWMA					
Δ	λ				
	0.10	0.30	0.50	0.70	0.90
1.00	99,93	100,12	100,08	99,95	100,03
1.25	17,92	18,16	18,69	11,50	16,51
1.50	7,99	7,95	9,16	7,85	8,81
1.75	5,61	6,71	6,34	5,55	4,89
2.00	5,09	5,25	4,15	5,43	5,13
2.50	4,22	3,39	3,27	3,99	3,74

3.00	3,52	2,87	2,86	3,51	3,41
------	------	------	------	------	------

Tabela 9-4 - ARLs fora de controle para o gráfico CUSUM

CUSUM					
Δ	k				
	0.25	0.50	1.00	1.50	2.00
1.00	100,03	99,96	100,09	99,89	99,94
1.25	39,34	24,94	27,31	22,14	20,05
1.50	22,20	14,10	10,52	9,85	9,44
1.75	15,48	11,64	8,05	7,68	7,32
2.00	12,53	6,53	9,12	6,80	6,44
2.50	9,89	7,57	7,12	4,20	3,58
3.00	7,88	5,59	5,51	3,89	3,69

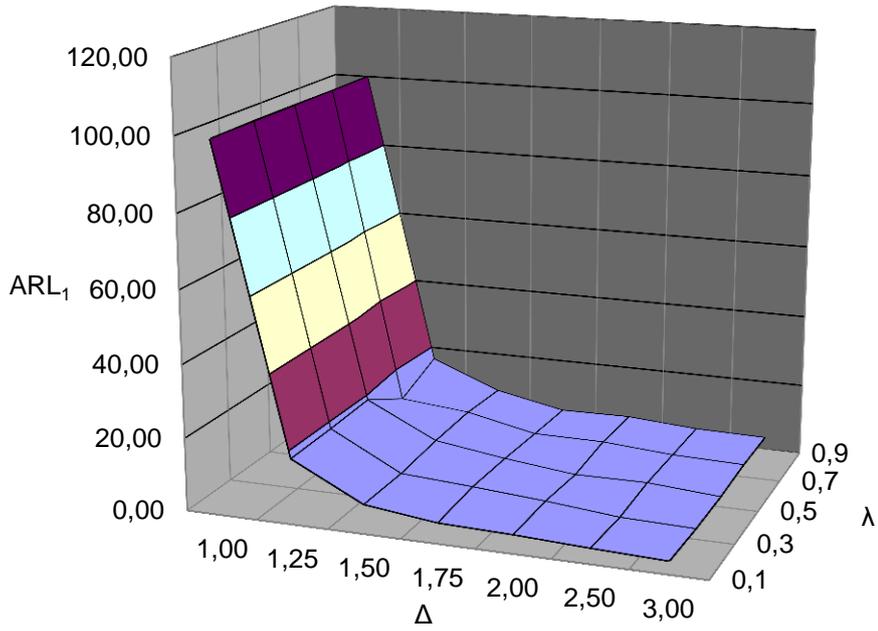


Figura 0-1 - Superfície com os ARL₁ para cada combinação de fator de suavização e mudança na volatilidade para o gráfico EWMA

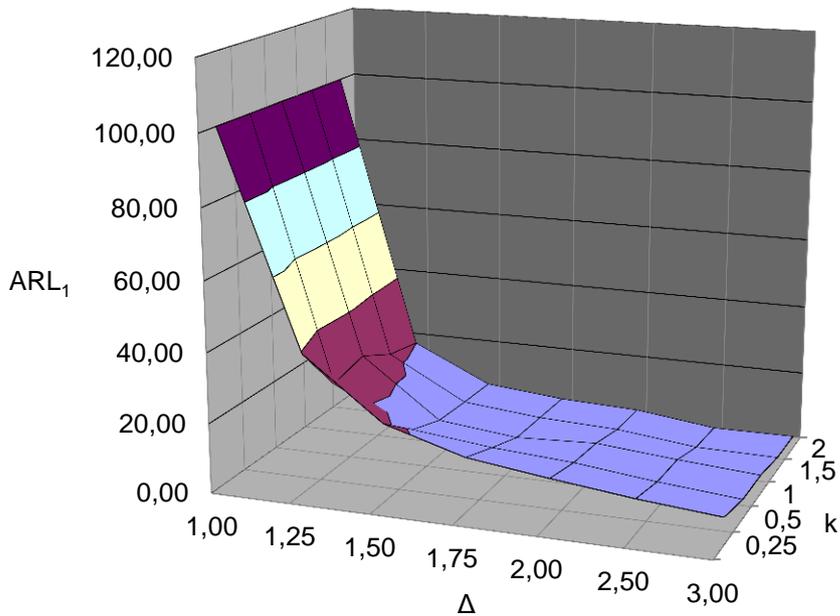


Figura 0-2 - Superfície com os ARL₁ para cada combinação de valor de referência e mudança na volatilidade para o gráfico CUSUM

ANEXOS

ANEXO A – TABELA DE SÉRIE DE PREÇOS

#	Preço	#	Preço	#	Preço	#	Preço
1	1,116	955	2,544	1909	2,536	2863	2,2948
2	1,1161	956	2,531	1910	2,5146	2864	2,2532
3	1,116	957	2,5635	1911	2,5425	2865	2,3156
4	1,1161	958	2,566	1912	2,528	2866	2,3168
5	1,1171	959	2,554	1913	2,5105	2867	2,3705
6	1,1175	960	2,5835	1914	2,4887	2868	2,3543
7	1,118	961	2,5815	1915	2,4639	2869	2,3304
8	1,1188	962	2,5643	1916	2,4625	2870	2,3535
9	1,1182	963	2,607	1917	2,457	2871	2,3747
10	1,1184	964	2,664	1918	2,4505	2872	2,3373
11	1,1204	965	2,6885	1919	2,469	2873	2,3205
12	1,1201	966	2,668	1920	2,453	2874	2,3297
13	1,1196	967	2,67	1921	2,4713	2875	2,3227
14	1,1201	968	2,666	1922	2,4735	2876	2,3424
15	1,1203	969	2,694	1923	2,4755	2877	2,2717
16	1,12	970	2,71	1924	2,4808	2878	2,2935
17	1,121	971	2,768	1925	2,457	2879	2,323
18	1,1212	972	2,8325	1926	2,4408	2880	2,3147
19	1,122	973	2,7175	1927	2,4417	2881	2,3052
20	1,1223	974	2,723	1928	2,4259	2882	2,3075
21	1,1228	975	2,747	1929	2,4276	2883	2,2823
22	1,1234	976	2,6745	1930	2,4088	2884	2,2435
23	1,1232	977	2,67	1931	2,4088	2885	2,2589
24	1,124	978	2,689	1932	2,385	2886	2,3093
25	1,1237	979	2,705	1933	2,3678	2887	2,2692
26	1,1236	980	2,721	1934	2,4076	2888	2,3071
27	1,125	981	2,737	1935	2,457	2889	2,254
28	1,1251	982	2,777	1936	2,416	2890	2,274
29	1,126	983	2,76	1937	2,4255	2891	2,3394
30	1,1261	984	2,78	1938	2,4505	2892	2,355
31	1,1264	985	2,7695	1939	2,4565	2893	2,3738
32	1,1272	986	2,781	1940	2,462	2894	2,3835
33	1,127	987	2,785	1941	2,4961	2895	2,3815
34	1,128	988	2,762	1942	2,4733	2896	2,384
35	1,1282	989	2,71	1943	2,444	2897	2,3691
36	1,1288	990	2,722	1944	2,4343	2898	2,3556
37	1,1291	991	2,7595	1945	2,4233	2899	2,3866
38	1,129	992	2,7335	1946	2,4051	2900	2,4473

39	1,129	993	2,721	1947	2,383	2901	2,4171
40	1,1292	994	2,731	1948	2,389	2902	2,3691
41	1,1294	995	2,76	1949	2,371	2903	2,393
42	1,13	996	2,714	1950	2,3851	2904	2,3755
43	1,1301	997	2,725	1951	2,4047	2905	2,3862
44	1,1301	998	2,722	1952	2,379	2906	2,3334
45	1,131	999	2,7175	1953	2,3751	2907	2,3402
46	1,131	1000	2,6965	1954	2,3696	2908	2,2957
47	1,1311	1001	2,672	1955	2,3525	2909	2,3052
48	1,1319	1002	2,673	1956	2,3325	2910	2,2842
49	1,132	1003	2,6	1957	2,3565	2911	2,2825
50	1,1321	1004	2,61	1958	2,3665	2912	2,2495
51	1,1324	1005	2,559	1959	2,3773	2913	2,2564
52	1,133	1006	2,5325	1960	2,3939	2914	2,27
53	1,133	1007	2,535	1961	2,3773	2915	2,2449
54	1,1331	1008	2,55	1962	2,3749	2916	2,2492
55	1,134	1009	2,521	1963	2,3405	2917	2,2378
56	1,134	1010	2,544	1964	2,3395	2918	2,2488
57	1,1342	1011	2,544	1965	2,3556	2919	2,2911
58	1,1345	1012	2,5265	1966	2,336	2920	2,331
59	1,1348	1013	2,52	1967	2,3395	2921	2,3228
60	1,1353	1014	2,5535	1968	2,3352	2922	2,2738
61	1,1356	1015	2,543	1969	2,343	2923	2,2312
62	1,136	1016	2,5335	1970	2,3394	2924	2,2097
63	1,1362	1017	2,502	1971	2,357	2925	2,2227
64	1,137	1018	2,457	1972	2,3963	2926	2,2156
65	1,1371	1019	2,467	1973	2,487	2927	2,2032
66	1,1371	1020	2,482	1974	2,431	2928	2,171
67	1,1381	1021	2,5415	1975	2,4405	2929	2,171
68	1,1384	1022	2,4985	1976	2,4081	2930	2,173
69	1,1384	1023	2,4515	1977	2,3787	2931	2,2086
70	1,1394	1024	2,437	1978	2,3693	2932	2,1835
71	1,139	1025	2,436	1979	2,339	2933	2,1741
72	1,139	1026	2,42	1980	2,3115	2934	2,1952
73	1,1392	1027	2,39	1981	2,3038	2935	2,2477
74	1,14	1028	2,332	1982	2,3124	2936	2,2212
75	1,1403	1029	2,3675	1983	2,3289	2937	2,2106
76	1,1405	1030	2,357	1984	2,2875	2938	2,2054
77	1,141	1031	2,373	1985	2,2783	2939	2,1838
78	1,1414	1032	2,376	1986	2,3651	2940	2,2236
79	1,1412	1033	2,355	1987	2,3732	2941	2,2008
80	1,1423	1034	2,305	1988	2,333	2942	2,1796
81	1,1424	1035	2,2945	1989	2,347	2943	2,1904
82	1,1432	1036	2,335	1990	2,3545	2944	2,174
83	1,1432	1037	2,3425	1991	2,3976	2945	2,1142
84	1,1444	1038	2,338	1992	2,4486	2946	2,1361

85	1,1449	1039	2,338	1993	2,3731	2947	2,1137
86	1,1443	1040	2,3245	1994	2,4005	2948	2,1113
87	1,1435	1041	2,332	1995	2,4528	2949	2,0608
88	1,1435	1042	2,3115	1996	2,4005	2950	2,0678
89	1,1445	1043	2,3105	1997	2,4025	2951	2,0705
90	1,1448	1044	2,3105	1998	2,3883	2952	2,114
91	1,1447	1045	2,302	1999	2,383	2953	2,0862
92	1,1449	1046	2,295	2000	2,357	2954	2,1153
93	1,1455	1047	2,331	2001	2,3561	2955	2,0706
94	1,1459	1048	2,327	2002	2,3305	2956	2,0404
95	1,1468	1049	2,374	2003	2,3341	2957	2,0335
96	1,1469	1050	2,375	2004	2,324	2958	2,0311
97	1,1468	1051	2,423	2005	2,3248	2959	2,0269
98	1,1471	1052	2,4015	2006	2,319	2960	2,0274
99	1,1484	1053	2,395	2007	2,309	2961	2,0067
100	1,1482	1054	2,375	2008	2,3189	2962	2,0405
101	1,1493	1055	2,363	2009	2,333	2963	2,0025
102	1,1511	1056	2,3775	2010	2,3205	2964	1,9702
103	1,1523	1057	2,365	2011	2,3005	2965	1,9518
104	1,1527	1058	2,373	2012	2,2988	2966	1,9231
105	1,1515	1059	2,38	2013	2,294	2967	1,9648
106	1,1496	1060	2,378	2014	2,297	2968	1,9378
107	1,1501	1061	2,396	2015	2,275	2969	1,9615
108	1,1516	1062	2,407	2016	2,2748	2970	1,9633
109	1,1513	1063	2,424	2017	2,2645	2971	1,944
110	1,1515	1064	2,437	2018	2,2486	2972	1,9474
111	1,1513	1065	2,4325	2019	2,2601	2973	1,924
112	1,152	1066	2,413	2020	2,2272	2974	1,926
113	1,1525	1067	2,42	2021	2,214	2975	1,9502
114	1,1533	1068	2,423	2022	2,2275	2976	1,9735
115	1,1542	1069	2,42	2023	2,2365	2977	1,9706
116	1,1535	1070	2,4355	2024	2,2625	2978	1,972
117	1,1545	1071	2,4625	2025	2,2678	2979	1,9753
118	1,1547	1072	2,4555	2026	2,2905	2980	2,0327
119	1,1545	1073	2,4565	2027	2,2499	2981	1,9794
120	1,1549	1074	2,4565	2028	2,2415	2982	1,9709
121	1,1556	1075	2,409	2029	2,2335	2983	1,9426
122	1,1558	1076	2,4305	2030	2,2545	2984	1,9363
123	1,155	1077	2,427	2031	2,2685	2985	1,9567
124	1,1551	1078	2,4315	2032	2,245	2986	1,9518
125	1,1555	1079	2,425	2033	2,236	2987	1,9325
126	1,1557	1080	2,4195	2034	2,242	2988	1,9557
127	1,156	1081	2,4225	2035	2,2383	2989	1,9534
128	1,1562	1082	2,4215	2036	2,2595	2990	1,9525
129	1,1565	1083	2,394	2037	2,265	2991	1,9975
130	1,1568	1084	2,395	2038	2,261	2992	2,0032

131	1,1568	1085	2,356	2039	2,2635	2993	2,0092
132	1,1571	1086	2,3635	2040	2,2868	2994	1,9958
133	1,1579	1087	2,3445	2041	2,2895	2995	1,9782
134	1,1584	1088	2,3255	2042	2,265	2996	1,9605
135	1,1592	1089	2,3315	2043	2,2518	2997	1,933
136	1,1615	1090	2,3675	2044	2,243	2998	1,9318
137	1,1608	1091	2,3705	2045	2,2385	2999	1,9261
138	1,1614	1092	2,3515	2046	2,222	3000	1,9
139	1,1631	1093	2,356	2047	2,212	3001	1,8977
140	1,1611	1094	2,3295	2048	2,2065	3002	1,9038
141	1,1617	1095	2,349	2049	2,1935	3003	1,8991
142	1,1614	1096	2,344	2050	2,1755	3004	1,8958
143	1,1603	1097	2,3465	2051	2,1635	3005	1,8735
144	1,1606	1098	2,341	2052	2,1615	3006	1,8809
145	1,1605	1099	2,343	2053	2,209	3007	1,8935
146	1,1642	1100	2,344	2054	2,2095	3008	1,883
147	1,1651	1101	2,342	2055	2,2015	3009	1,8651
148	1,1657	1102	2,3615	2056	2,1945	3010	1,825
149	1,1659	1103	2,365	2057	2,226	3011	1,8163
150	1,1628	1104	2,3465	2058	2,22	3012	1,8136
151	1,162	1105	2,323	2059	2,248	3013	1,8418
152	1,163	1106	2,325	2060	2,239	3014	1,8203
153	1,1639	1107	2,325	2061	2,2405	3015	1,8407
154	1,1655	1108	2,296	2062	2,234	3016	1,849
155	1,1671	1109	2,298	2063	2,198	3017	1,8388
156	1,1678	1110	2,312	2064	2,1873	3018	1,8237
157	1,1679	1111	2,301	2065	2,2035	3019	1,8484
158	1,1687	1112	2,277	2066	2,2248	3020	1,8807
159	1,1686	1113	2,284	2067	2,2088	3021	1,8443
160	1,1696	1114	2,277	2068	2,1952	3022	1,8415
161	1,1713	1115	2,265	2069	2,1755	3023	1,8442
162	1,1712	1116	2,283	2070	2,1945	3024	1,8299
163	1,1725	1117	2,294	2071	2,2223	3025	1,841
164	1,1735	1118	2,323	2072	2,252	3026	1,8616
165	1,1737	1119	2,3145	2073	2,261	3027	1,862
166	1,1733	1120	2,3225	2074	2,2615	3028	1,8668
167	1,1749	1121	2,3225	2075	2,2695	3029	1,8812
168	1,1747	1122	2,3305	2076	2,3085	3030	1,8804
169	1,1743	1123	2,34	2077	2,337	3031	1,9137
170	1,1726	1124	2,361	2078	2,38	3032	1,8864
171	1,1747	1125	2,354	2079	2,3475	3033	1,8603
172	1,176	1126	2,363	2080	2,308	3034	1,8442
173	1,1765	1127	2,3715	2081	2,341	3035	1,8426
174	1,1768	1128	2,364	2082	2,315	3036	1,8296
175	1,177	1129	2,361	2083	2,341	3037	1,8338
176	1,1775	1130	2,361	2084	2,337	3038	1,8105

177	1,1781	1131	2,4065	2085	2,341	3039	1,8306
178	1,1775	1132	2,407	2086	2,3258	3040	1,8125
179	1,1768	1133	2,421	2087	2,3355	3041	1,8037
180	1,1791	1134	2,4315	2088	2,3364	3042	1,8027
181	1,1794	1135	2,437	2089	2,3315	3043	1,8055
182	1,1793	1136	2,472	2090	2,286	3044	1,8082
183	1,1804	1137	2,4645	2091	2,2897	3045	1,8247
184	1,1798	1138	2,5315	2092	2,283	3046	1,7929
185	1,1796	1139	2,507	2093	2,2535	3047	1,798
186	1,1801	1140	2,502	2094	2,2618	3048	1,8002
187	1,1807	1141	2,462	2095	2,2798	3049	1,7901
188	1,1816	1142	2,476	2096	2,2756	3050	1,7872
189	1,183	1143	2,4785	2097	2,2725	3051	1,7882
190	1,1839	1144	2,489	2098	2,2715	3052	1,767
191	1,1835	1145	2,524	2099	2,3035	3053	1,7866
192	1,1848	1146	2,528	2100	2,3165	3054	1,782
193	1,1849	1147	2,519	2101	2,2888	3055	1,7598
194	1,185	1148	2,524	2102	2,2775	3056	1,7596
195	1,1856	1149	2,527	2103	2,257	3057	1,7485
196	1,18	1150	2,513	2104	2,241	3058	1,7364
197	1,1832	1151	2,512	2105	2,2428	3059	1,741
198	1,186	1152	2,513	2106	2,229	3060	1,744
199	1,1849	1153	2,5345	2107	2,21	3061	1,7216
200	1,1832	1154	2,596	2108	2,2125	3062	1,7009
201	1,1845	1155	2,607	2109	2,212	3063	1,701
202	1,1867	1156	2,677	2110	2,225	3064	1,71
203	1,1845	1157	2,6345	2111	2,2265	3065	1,7177
204	1,1877	1158	2,6355	2112	2,21	3066	1,7547
205	1,1888	1159	2,7085	2113	2,1755	3067	1,7345
206	1,1886	1160	2,791	2114	2,1905	3068	1,7185
207	1,1886	1161	2,7075	2115	2,1863	3069	1,7173
208	1,1899	1162	2,715	2116	2,17	3070	1,7328
209	1,1896	1163	2,651	2117	2,1615	3071	1,7448
210	1,1899	1164	2,7175	2118	2,1545	3072	1,7793
211	1,1905	1165	2,707	2119	2,138	3073	1,7328
212	1,1911	1166	2,8015	2120	2,136	3074	1,7612
213	1,1913	1167	2,8305	2121	2,116	3075	1,764
214	1,1918	1168	2,774	2122	2,1175	3076	1,7446
215	1,192	1169	2,829	2123	2,1175	3077	1,7207
216	1,1918	1170	2,8805	2124	2,166	3078	1,7165
217	1,1928	1171	2,831	2125	2,141	3079	1,7202
218	1,1929	1172	2,8175	2126	2,1335	3080	1,6989
219	1,1916	1173	2,893	2127	2,14	3081	1,7117
220	1,1912	1174	2,901	2128	2,1405	3082	1,7182
221	1,1907	1175	2,85	2129	2,1235	3083	1,7359
222	1,1882	1176	2,8725	2130	2,1155	3084	1,7225

223	1,1894	1177	2,8785	2131	2,104	3085	1,7122
224	1,1907	1178	2,861	2132	2,11	3086	1,7117
225	1,1904	1179	2,8525	2133	2,1475	3087	1,7255
226	1,1909	1180	2,8485	2134	2,142	3088	1,7268
227	1,1911	1181	2,8015	2135	2,18	3089	1,7314
228	1,1905	1182	2,81	2136	2,1618	3090	1,7265
229	1,1905	1183	2,8555	2137	2,1373	3091	1,7313
230	1,1908	1184	2,877	2138	2,134	3092	1,7221
231	1,1928	1185	2,896	2139	2,124	3093	1,7469
232	1,1946	1186	2,85	2140	2,1157	3094	1,7408
233	1,197	1187	2,869	2141	2,1135	3095	1,7557
234	1,1974	1188	2,9025	2142	2,124	3096	1,7207
235	1,1977	1189	2,9225	2143	2,147	3097	1,7186
236	1,1986	1190	2,9435	2144	2,171	3098	1,7103
237	1,1999	1191	2,9955	2145	2,1539	3099	1,7315
238	1,2008	1192	3,0125	2146	2,1615	3100	1,7336
239	1,2012	1193	3,175	2147	2,158	3101	1,762
240	1,2008	1194	3,3465	2148	2,174	3102	1,7622
241	1,2018	1195	3,46	2149	2,241	3103	1,7567
242	1,2022	1196	3,12	2150	2,2142	3104	1,7585
243	1,2025	1197	3,005	2151	2,187	3105	1,7465
244	1,203	1198	3,165	2152	2,164	3106	1,752
245	1,2033	1199	3,11	2153	2,1407	3107	1,7563
246	1,2024	1200	3,0175	2154	2,1404	3108	1,7818
247	1,2036	1201	2,925	2155	2,1378	3109	1,7802
248	1,2021	1202	3,02	2156	2,133	3110	1,7846
249	1,2047	1203	3,145	2157	2,149	3111	1,7809
250	1,2049	1204	3,1625	2158	2,155	3112	1,76
251	1,206	1205	3,195	2159	2,131	3113	1,763
252	1,2064	1206	3,2075	2160	2,1364	3114	1,763
253	1,2065	1207	3,12	2161	2,138	3115	1,7418
254	1,207	1208	3,101	2162	2,138	3116	1,7407
255	1,2074	1209	3,0985	2163	2,1374	3117	1,7416
256	1,2075	1210	3,081	2164	2,1155	3118	1,7445
257	1,2075	1211	3,1395	2165	2,1147	3119	1,72
258	1,208	1212	3,108	2166	2,12	3120	1,7306
259	1,208	1213	3,09	2167	2,1215	3121	1,731
260	1,2079	1214	3,119	2168	2,114	3122	1,7465
261	1,2083	1215	3,124	2169	2,1305	3123	1,7264
262	1,2083	1216	3,057	2170	2,119	3124	1,7373
263	1,2074	1217	3,006	2171	2,1015	3125	1,7484
264	1,208	1218	3,06	2172	2,087	3126	1,7569
265	1,2092	1219	3,1	2173	2,08	3127	1,7602
266	1,2097	1220	3,115	2174	2,0618	3128	1,7723
267	1,21	1221	3,1525	2175	2,0761	3129	1,7643
268	1,2106	1222	3,1585	2176	2,0703	3130	1,7701

269	1,211	1223	3,1005	2177	2,0555	3131	1,7888
270	1,32	1224	3,1265	2178	2,074	3132	1,803
271	1,3189	1225	3,11	2179	2,059	3133	1,8247
272	1,43	1226	3,1245	2180	2,0743	3134	1,821
273	1,58	1227	3,1595	2181	2,0981	3135	1,8353
274	1,56	1228	3,215	2182	2,1445	3136	1,858
275	1,575	1229	3,275	2183	2,1665	3137	1,872
276	1,7	1230	3,3525	2184	2,136	3138	1,895
277	1,715	1231	3,454	2185	2,2095	3139	1,8481
278	1,78	1232	3,4025	2186	2,1805	3140	1,8297
279	1,83	1233	3,5665	2187	2,209	3141	1,8525
280	1,91	1234	3,7535	2188	2,298	3142	1,8769
281	1,94	1235	3,698	2189	2,3525	3143	1,8793
282	2,05	1236	3,771	2190	2,3275	3144	1,8755
283	1,94	1237	3,8725	2191	2,278	3145	1,8473
284	1,75	1238	3,7395	2192	2,2415	3146	1,8562
285	1,79	1239	3,599	2193	2,293	3147	1,8433
286	1,8	1240	3,66	2194	2,3125	3148	1,8544
287	1,83	1241	3,695	2195	2,307	3149	1,8304
288	1,91	1242	3,61	2196	2,2451	3150	1,8088
289	1,905	1243	3,675	2197	2,2766	3151	1,8027
290	1,88	1244	3,769	2198	2,2645	3152	1,8113
291	1,9	1245	3,914	2199	2,242	3153	1,8269
292	1,895	1246	3,9505	2200	2,2545	3154	1,8246
293	1,9	1247	3,81	2201	2,2585	3155	1,8238
294	1,89	1248	3,85	2202	2,2592	3156	1,8076
295	1,91	1249	3,845	2203	2,289	3157	1,7978
296	1,91	1250	3,9375	2204	2,3096	3158	1,7928
297	1,93	1251	3,877	2205	2,281	3159	1,7915
298	1,96	1252	3,8675	2206	2,2635	3160	1,7884
299	2,005	1253	3,938	2207	2,245	3161	1,7782
300	2,04	1254	3,9105	2208	2,2603	3162	1,7885
301	2,045	1255	3,9055	2209	2,2355	3163	1,7757
302	2,035	1256	3,813	2210	2,2268	3164	1,7688
303	2,14	1257	3,7275	2211	2,239	3165	1,7639
304	2,15	1258	3,801	2212	2,2315	3166	1,7624
305	2,15	1259	3,82	2213	2,241	3167	1,7644
306	2,065	1260	3,7125	2214	2,2405	3168	1,7674
307	1,975	1261	3,63	2215	2,22	3169	1,767
308	1,955	1262	3,5925	2216	2,1775	3170	1,7917
309	1,88	1263	3,5605	2217	2,165	3171	1,8017
310	1,865	1264	3,547	2218	2,1685	3172	1,7897
311	1,91	1265	3,655	2219	2,17	3173	1,7761
312	1,9125	1266	3,566	2220	2,208	3174	1,8012
313	1,86	1267	3,545	2221	2,177	3175	1,8191
314	1,8675	1268	3,525	2222	2,182	3176	1,819

315	1,88	1269	3,621	2223	2,1789	3177	1,7945
316	1,8475	1270	3,654	2224	2,183	3178	1,7899
317	1,8525	1271	3,7	2225	2,2025	3179	1,7813
318	1,845	1272	3,6875	2226	2,2244	3180	1,7646
319	1,85	1273	3,57	2227	2,212	3181	1,7618
320	1,84	1274	3,5245	2228	2,2016	3182	1,7531
321	1,7875	1275	3,5155	2229	2,191	3183	1,7813
322	1,7725	1276	3,5255	2230	2,1765	3184	1,7809
323	1,7525	1277	3,5575	2231	2,1911	3185	1,764
324	1,7425	1278	3,5468	2232	2,1988	3186	1,7532
325	1,7175	1279	3,61	2233	2,1896	3187	1,7495
326	1,725	1280	3,611	2234	2,2005	3188	1,7455
327	1,725	1281	3,6025	2235	2,195	3189	1,7488
328	1,7375	1282	3,653	2236	2,1922	3190	1,7582
329	1,7325	1283	3,605	2237	2,1754	3191	1,754
330	1,7325	1284	3,669	2238	2,177	3192	1,7509
331	1,715	1285	3,7155	2239	2,191	3193	1,7638
332	1,7075	1286	3,792	2240	2,1821	3194	1,7565
333	1,69	1287	3,747	2241	2,176	3195	1,7465
334	1,6625	1288	3,7825	2242	2,1814	3196	1,7713
335	1,6725	1289	3,807	2243	2,1851	3197	1,7485
336	1,6575	1290	3,749	2244	2,1714	3198	1,7277
337	1,6725	1291	3,7905	2245	2,1663	3199	1,7394
338	1,6775	1292	3,7275	2246	2,1565	3200	1,727
339	1,7275	1293	3,6185	2247	2,166	3201	1,7648
340	1,7275	1294	3,585	2248	2,1635	3202	1,7951
341	1,6975	1295	3,524	2249	2,1434	3203	1,8551
342	1,69	1296	3,474	2250	2,1409	3204	1,838
343	1,71	1297	3,48	2251	2,1415	3205	1,771
344	1,7075	1298	3,512	2252	2,1469	3206	1,7904
345	1,68	1299	3,5085	2253	2,1286	3207	1,7741
346	1,67	1300	3,505	2254	2,1341	3208	1,7756
347	1,665	1301	3,583	2255	2,1515	3209	1,7993
348	1,674	1302	3,535	2256	2,1526	3210	1,8006
349	1,684	1303	3,54	2257	2,156	3211	1,8219
350	1,683	1304	3,54	2258	2,1404	3212	1,8278
351	1,673	1305	3,54	2259	2,1369	3213	1,8836
352	1,66	1306	3,5275	2260	2,1365	3214	1,8534
353	1,647	1307	3,44	2261	2,145	3215	1,8704
354	1,655	1308	3,338	2262	2,139	3216	1,8451
355	1,656	1309	3,281	2263	2,123	3217	1,8717
356	1,653	1310	3,341	2264	2,1386	3218	1,8153
357	1,655	1311	3,316	2265	2,15	3219	1,8171
358	1,667	1312	3,2975	2266	2,1524	3220	1,8209
359	1,665	1313	3,295	2267	2,158	3221	1,8478
360	1,675	1314	3,261	2268	2,1854	3222	1,8176

361	1,6855	1315	3,314	2269	2,1683	3223	1,8654
362	1,703	1316	3,321	2270	2,1602	3224	1,8798
363	1,725	1317	3,375	2271	2,16	3225	1,8543
364	1,737	1318	3,4145	2272	2,151	3226	1,8501
365	1,701	1319	3,49	2273	2,1467	3227	1,8045
366	1,721	1320	3,534	2274	2,1591	3228	1,8107
367	1,722	1321	3,5275	2275	2,1759	3229	1,8111
368	1,721	1322	3,6225	2276	2,212	3230	1,7875
369	1,74	1323	3,634	2277	2,2075	3231	1,7873
370	1,7375	1324	3,6385	2278	2,2203	3232	1,7802
371	1,739	1325	3,577	2279	2,1871	3233	1,7721
372	1,7355	1326	3,555	2280	2,1862	3234	1,7712
373	1,7415	1327	3,4975	2281	2,17	3235	1,788
374	1,751	1328	3,515	2282	2,169	3236	1,7873
375	1,75	1329	3,567	2283	2,1565	3237	1,7836
376	1,762	1330	3,59	2284	2,1754	3238	1,7802
377	1,781	1331	3,59	2285	2,1639	3239	1,7803
378	1,787	1332	3,58	2286	2,1635	3240	1,8134
379	1,78	1333	3,5875	2287	2,162	3241	1,8047
380	1,765	1334	3,591	2288	2,1552	3242	1,7911
381	1,749	1335	3,607	2289	2,1553	3243	1,7721
382	1,759	1336	3,659	2290	2,159	3244	1,7774
383	1,761	1337	3,665	2291	2,1581	3245	1,7796
384	1,775	1338	3,6175	2292	2,1371	3246	1,7674
385	1,788	1339	3,5915	2293	2,1294	3247	1,7605
386	1,795	1340	3,61	2294	2,1315	3248	1,7554
387	1,789	1341	3,6125	2295	2,1371	3249	1,7607
388	1,775	1342	3,6225	2296	2,1409	3250	1,757
389	1,771	1343	3,582	2297	2,1402	3251	1,7626
390	1,7525	1344	3,6025	2298	2,1392	3252	1,7629
391	1,771	1345	3,581	2299	2,1502	3253	1,7821
392	1,761	1346	3,5545	2300	2,1442	3254	1,7926
393	1,768	1347	3,5685	2301	2,1402	3255	1,7742
394	1,777	1348	3,565	2302	2,1336	3256	1,7808
395	1,778	1349	3,565	2303	2,1494	3257	1,7581
396	1,8005	1350	3,5525	2304	2,1418	3258	1,7738
397	1,807	1351	3,496	2305	2,1443	3259	1,7624
398	1,833	1352	3,4975	2306	2,1443	3260	1,7672
399	1,825	1353	3,523	2307	2,139	3261	1,769
400	1,821	1354	3,4825	2308	2,1372	3262	1,758
401	1,807	1355	3,4675	2309	2,1379	3263	1,7549
402	1,795	1356	3,4075	2310	2,1445	3264	1,752
403	1,789	1357	3,4325	2311	2,1415	3265	1,7574
404	1,818	1358	3,4405	2312	2,1514	3266	1,7522
405	1,812	1359	3,4435	2313	2,1688	3267	1,7518
406	1,815	1360	3,4665	2314	2,148	3268	1,7609

407	1,818	1361	3,4735	2315	2,147	3269	1,7489
408	1,824	1362	3,4035	2316	2,1528	3270	1,7534
409	1,812	1363	3,398	2317	2,1605	3271	1,7748
410	1,79	1364	3,3675	2318	2,16	3272	1,7697
411	1,792	1365	3,3815	2319	2,1632	3273	1,772
412	1,801	1366	3,3815	2320	2,166	3274	1,7546
413	1,828	1367	3,364	2321	2,1685	3275	1,7544
414	1,818	1368	3,3525	2322	2,1691	3276	1,7531
415	1,829	1369	3,3135	2323	2,1912	3277	1,7555
416	1,848	1370	3,26	2324	2,1868	3278	1,7562
417	1,847	1371	3,257	2325	2,1686	3279	1,77
418	1,861	1372	3,22	2326	2,1649	3280	1,7705
419	1,865	1373	3,1525	2327	2,1668	3281	1,7635
420	1,859	1374	3,1825	2328	2,1637	3282	1,7619
421	1,869	1375	3,193	2329	2,1505	3283	1,7501
422	1,875	1376	3,2475	2330	2,1462	3284	1,7594
423	1,8815	1377	3,204	2331	2,1432	3285	1,7559
424	1,877	1378	3,1615	2332	2,1395	3286	1,746
425	1,909	1379	3,0825	2333	2,1372	3287	1,726
426	1,9365	1380	3,0925	2334	2,1517	3288	1,7328
427	1,8975	1381	3,0325	2335	2,147	3289	1,7267
428	1,874	1382	3,0325	2336	2,1476	3290	1,7263
429	1,9215	1383	3,035	2337	2,1458	3291	1,7203
430	1,904	1384	3,0425	2338	2,1488	3292	1,7222
431	1,917	1385	3	2339	2,1612	3293	1,7106
432	1,939	1386	3,0105	2340	2,1572	3294	1,7099
433	1,928	1387	3,009	2341	2,1571	3295	1,7236
434	1,919	1388	2,958	2342	2,1478	3296	1,7118
435	1,936	1389	2,9105	2343	2,143	3297	1,7213
436	1,913	1390	2,9105	2344	2,1432	3298	1,7331
437	1,913	1391	2,9105	2345	2,1363	3299	1,7108
438	1,903	1392	2,968	2346	2,1364	3300	1,7183
439	1,903	1393	3,0375	2347	2,1311	3301	1,723
440	1,885	1394	3,022	2348	2,1394	3302	1,7109
441	1,8725	1395	2,9475	2349	2,1441	3303	1,7106
442	1,873	1396	2,9125	2350	2,1523	3304	1,7079
443	1,8905	1397	2,8725	2351	2,1512	3305	1,7009
444	1,877	1398	2,864	2352	2,149	3306	1,6873
445	1,88	1399	2,89	2353	2,1485	3307	1,6897
446	1,883	1400	2,8905	2354	2,1445	3308	1,6979
447	1,877	1401	2,967	2355	2,1414	3309	1,6632
448	1,872	1402	2,9425	2356	2,142	3310	1,6788
449	1,8875	1403	2,9975	2357	2,1401	3311	1,6811
450	1,889	1404	3,0375	2358	2,1342	3312	1,6661
451	1,906	1405	3,001	2359	2,1352	3313	1,6699
452	1,909	1406	2,98	2360	2,1304	3314	1,653

453	1,9235	1407	2,9155	2361	2,136	3315	1,6602
454	1,9285	1408	3,025	2362	2,1323	3316	1,6651
455	1,922	1409	3,028	2363	2,1278	3317	1,674
456	1,9375	1410	3,012	2364	2,133	3318	1,6827
457	1,935	1411	2,9345	2365	2,1381	3319	1,6775
458	1,941	1412	2,9675	2366	2,1345	3320	1,6969
459	1,952	1413	2,978	2367	2,1311	3321	1,7057
460	1,953	1414	2,944	2368	2,1229	3322	1,6956
461	1,934	1415	2,916	2369	2,1004	3323	1,7036
462	1,955	1416	2,8575	2370	2,1043	3324	1,7214
463	1,948	1417	2,8755	2371	2,0933	3325	1,7042
464	1,952	1418	2,8625	2372	2,0859	3326	1,6991
465	1,958	1419	2,869	2373	2,0925	3327	1,703
466	1,966	1420	2,8515	2374	2,0929	3328	1,6898
467	1,98	1421	2,8635	2375	2,108	3329	1,6708
468	1,998	1422	2,8385	2376	2,1135	3330	1,6799
469	2,002	1423	2,8725	2377	2,1076	3331	1,7003
470	1,989	1424	2,8625	2378	2,0915	3332	1,7013
471	1,993	1425	2,8865	2379	2,0934	3333	1,7079
472	1,9715	1426	2,8875	2380	2,092	3334	1,7157
473	1,983	1427	2,8875	2381	2,084	3335	1,7222
474	1,993	1428	2,86	2382	2,0765	3336	1,7416
475	1,99	1429	2,8675	2383	2,0815	3337	1,7269
476	1,973	1430	2,8595	2384	2,0877	3338	1,7115
477	1,949	1431	2,899	2385	2,0825	3339	1,7156
478	1,942	1432	2,876	2386	2,1197	3340	1,7216
479	1,945	1433	2,844	2387	2,1205	3341	1,7357
480	1,942	1434	2,835	2388	2,1188	3342	1,7216
481	1,92	1435	2,8155	2389	2,1318	3343	1,7216
482	1,92	1436	2,824	2390	2,134	3344	1,7279
483	1,924	1437	2,839	2391	2,1168	3345	1,7185
484	1,936	1438	2,8825	2392	2,1123	3346	1,7143
485	1,929	1439	2,871	2393	2,1065	3347	1,7049
486	1,931	1440	2,86	2394	2,0983	3348	1,6963
487	1,934	1441	2,891	2395	2,0876	3349	1,687
488	1,9355	1442	2,891	2396	2,1035	3350	1,6749
489	1,9315	1443	2,854	2397	2,0972	3351	1,6818
490	1,929	1444	2,8655	2398	2,0888	3352	1,6903
491	1,9295	1445	2,8435	2399	2,0922	3353	1,7103
492	1,932	1446	2,8675	2400	2,0785	3354	1,707
493	1,9335	1447	2,8875	2401	2,0762	3355	1,6939
494	1,9315	1448	2,878	2402	2,059	3356	1,6974
495	1,931	1449	2,883	2403	2,0583	3357	1,7095
496	1,9255	1450	2,9	2404	2,0612	3358	1,7027
497	1,9225	1451	2,8855	2405	2,0603	3359	1,7143
498	1,9215	1452	2,891	2406	2,062	3360	1,7066

499	1,923	1453	2,8975	2407	2,0685	3361	1,6954
500	1,9115	1454	2,937	2408	2,0444	3362	1,7003
501	1,8855	1455	2,9685	2409	2,0594	3363	1,6913
502	1,878	1456	2,966	2410	2,0478	3364	1,6909
503	1,868	1457	3,03	2411	2,0362	3365	1,6859
504	1,86	1458	3,0675	2412	2,0332	3366	1,6915
505	1,865	1459	3,0173	2413	2,0315	3367	1,6788
506	1,8705	1460	3,0525	2414	2,0242	3368	1,66
507	1,864	1461	2,984	2415	2,0273	3369	1,6613
508	1,8525	1462	2,9865	2416	2,0378	3370	1,6472
509	1,854	1463	3,0025	2417	2,0343	3371	1,6605
510	1,848	1464	3,0285	2418	2,0215	3372	1,6739
511	1,8365	1465	3,0065	2419	2,0354	3373	1,6869
512	1,807	1466	3,006	2420	2,0351	3374	1,684
513	1,811	1467	2,992	2421	2,0327	3375	1,6891
514	1,8265	1468	2,9925	2422	2,0292	3376	1,6837
515	1,8225	1469	2,986	2423	2,026	3377	1,6734
516	1,8305	1470	3,0025	2424	2,0355	3378	1,6726
517	1,831	1471	2,999	2425	2,0344	3379	1,6851
518	1,83	1472	2,9865	2426	2,0206	3380	1,6805
519	1,828	1473	2,9955	2427	2,0274	3381	1,6744
520	1,8065	1474	2,987	2428	2,0313	3382	1,6708
521	1,7985	1475	2,9561	2429	2,0345	3383	1,6735
522	1,799	1476	2,955	2430	2,0225	3384	1,6777
523	1,819	1477	2,976	2431	2,027	3385	1,6708
524	1,851	1478	2,9865	2432	2,0335	3386	1,6718
525	1,839	1479	2,963	2433	2,0203	3387	1,668
526	1,8415	1480	2,961	2434	2,0221	3388	1,6764
527	1,827	1481	2,9255	2435	2,0178	3389	1,683
528	1,815	1482	2,907	2436	2,0222	3390	1,667
529	1,8225	1483	2,95	2437	2,0183	3391	1,6644
530	1,828	1484	2,9215	2438	2,0075	3392	1,6672
531	1,8133	1485	2,891	2439	1,9815	3393	1,6681
532	1,804	1486	2,9135	2440	1,9527	3394	1,6737
533	1,792	1487	2,902	2441	1,952	3395	1,6795
534	1,7925	1488	2,888	2442	1,9607	3396	1,6646
535	1,791	1489	2,908	2443	1,938	3397	1,6593
536	1,782	1490	2,9072	2444	1,9432	3398	1,6675
537	1,7725	1491	2,901	2445	1,9508	3399	1,6657
538	1,7735	1492	2,902	2446	1,9692	3400	1,667
539	1,7785	1493	2,8935	2447	1,951	3401	1,6698
540	1,7788	1494	2,931	2448	1,9422	3402	1,6692
541	1,7803	1495	2,9215	2449	1,949	3403	1,661
542	1,799	1496	2,94	2450	1,94	3404	1,6621
543	1,784	1497	2,935	2451	1,9246	3405	1,6682
544	1,784	1498	2,9263	2452	1,9049	3406	1,6724

545	1,786	1499	2,9	2453	1,927	3407	1,674
546	1,7835	1500	2,895	2454	1,9457	3408	1,6641
547	1,768	1501	2,8875	2455	1,9514	3409	1,663
548	1,769	1502	2,886	2456	1,9653	3410	1,6643
549	1,7648	1503	2,8625	2457	1,9595	3411	1,6639
550	1,7688	1504	2,859	2458	1,941	3412	1,6576
551	1,767	1505	2,845	2459	1,946	3413	1,6493
552	1,7685	1506	2,8315	2460	1,944	3414	1,6546
553	1,772	1507	2,831	2461	1,9256	3415	1,654
554	1,776	1508	2,835	2462	1,912	3416	1,6622
555	1,774	1509	2,833	2463	1,9048	3417	1,6649
556	1,771	1510	2,838	2464	1,9045	3418	1,6598
557	1,777	1511	2,851	2465	1,9287	3419	1,6653
558	1,7785	1512	2,868	2466	1,9159	3420	1,6756
559	1,786	1513	2,869	2467	1,9417	3421	1,678
560	1,7835	1514	2,8473	2468	1,9505	3422	1,6655
561	1,777	1515	2,8608	2469	1,9535	3423	1,666
562	1,774	1516	2,862	2470	1,9434	3424	1,6598
563	1,777	1517	2,87	2471	1,9215	3425	1,6604
564	1,7665	1518	2,8688	2472	1,929	3426	1,6594
565	1,763	1519	2,8532	2473	1,915	3427	1,662
566	1,7565	1520	2,8395	2474	1,9092	3428	1,6629
567	1,745	1521	2,8482	2475	1,91	3429	1,6463
568	1,7453	1522	2,8675	2476	1,9135	3430	1,6288
569	1,7445	1523	2,853	2477	1,902	3431	1,6318
570	1,741	1524	2,8578	2478	1,896	3432	1,607
571	1,7338	1525	2,868	2479	1,8918	3433	1,6073
572	1,745	1526	2,8715	2480	1,8918	3434	1,6096
573	1,7445	1527	2,867	2481	1,8731	3435	1,6144
574	1,7375	1528	2,8883	2482	1,862	3436	1,5863
575	1,7395	1529	2,9083	2483	1,87	3437	1,5689
576	1,739	1530	2,9035	2484	1,86	3438	1,5833
577	1,739	1531	2,9475	2485	1,8595	3439	1,5947
578	1,737	1532	2,9425	2486	1,8543	3440	1,5865
579	1,7355	1533	2,9415	2487	1,8565	3441	1,5782
580	1,731	1534	2,9405	2488	1,8417	3442	1,5762
581	1,719	1535	2,9405	2489	1,8623	3443	1,59
582	1,7325	1536	2,9387	2490	1,866	3444	1,5763
583	1,7515	1537	2,9185	2491	1,9285	3445	1,5663
584	1,743	1538	2,9172	2492	1,8945	3446	1,5688
585	1,7445	1539	2,9335	2493	1,8759	3447	1,5621
586	1,7495	1540	2,9465	2494	1,8825	3448	1,5665
587	1,736	1541	2,9379	2495	1,882	3449	1,578
588	1,741	1542	2,946	2496	1,8745	3450	1,5754
589	1,746	1543	2,923	2497	1,8999	3451	1,5893
590	1,7485	1544	2,9315	2498	1,9063	3452	1,5876

591	1,746	1545	2,9338	2499	1,9056	3453	1,6182
592	1,741	1546	2,9447	2500	1,884	3454	1,622
593	1,7425	1547	2,937	2501	1,9265	3455	1,6149
594	1,743	1548	2,9403	2502	1,9515	3456	1,6141
595	1,756	1549	2,9388	2503	1,9422	3457	1,6037
596	1,7825	1550	2,9475	2504	1,9853	3458	1,6218
597	1,786	1551	2,937	2505	2,0295	3459	1,6198
598	1,779	1552	2,9345	2506	2,093	3460	1,6362
599	1,762	1553	2,9195	2507	2,0246	3461	1,6348
600	1,774	1554	2,9365	2508	2,0287	3462	1,6156
601	1,778	1555	2,9305	2509	2,0341	3463	1,6096
602	1,778	1556	2,9345	2510	2,011	3464	1,6163
603	1,7925	1557	2,9225	2511	1,9874	3465	1,6228
604	1,789	1558	2,9195	2512	1,9419	3466	1,6332
605	1,8015	1559	2,9095	2513	1,9497	3467	1,6241
606	1,807	1560	2,909	2514	2,0015	3468	1,6292
607	1,807	1561	2,908	2515	1,9658	3469	1,6151
608	1,807	1562	2,8985	2516	1,975	3470	1,5945
609	1,803	1563	2,867	2517	1,9619	3471	1,5944
610	1,815	1564	2,9069	2518	1,954	3472	1,5801
611	1,8105	1565	2,8915	2519	1,9475	3473	1,5942
612	1,801	1566	2,8915	2520	1,967	3474	1,575
613	1,806	1567	2,879	2521	1,945	3475	1,5763
614	1,812	1568	2,8503	2522	1,9455	3476	1,5843
615	1,819	1569	2,864	2523	1,9237	3477	1,5798
616	1,825	1570	2,855	2524	1,909	3478	1,5815
617	1,836	1571	2,847	2525	1,904	3479	1,5832
618	1,824	1572	2,833	2526	1,9005	3480	1,597
619	1,819	1573	2,782	2527	1,9195	3481	1,5832
620	1,83	1574	2,815	2528	1,877	3482	1,5837
621	1,833	1575	2,8144	2529	1,8681	3483	1,6002
622	1,839	1576	2,8145	2530	1,8819	3484	1,603
623	1,851	1577	2,829	2531	1,8677	3485	1,5978
624	1,855	1578	2,838	2532	1,8701	3486	1,5965
625	1,84	1579	2,8375	2533	1,8591	3487	1,5862
626	1,8475	1580	2,84	2534	1,846	3488	1,5909
627	1,837	1581	2,8378	2535	1,843	3489	1,6046
628	1,838	1582	2,841	2536	1,8336	3490	1,5944
629	1,831	1583	2,85	2537	1,809	3491	1,5759
630	1,824	1584	2,8675	2538	1,8242	3492	1,5677
631	1,819	1585	2,9075	2539	1,839	3493	1,5633
632	1,801	1586	2,931	2540	1,8244	3494	1,556
633	1,791	1587	2,9345	2541	1,804	3495	1,5534
634	1,8005	1588	2,9305	2542	1,8178	3496	1,5648
635	1,795	1589	2,9205	2543	1,803	3497	1,5694
636	1,803	1590	2,928	2544	1,8041	3498	1,5538

637	1,802	1591	2,9305	2545	1,8055	3499	1,5625
638	1,806	1592	2,932	2546	1,8143	3500	1,5775
639	1,811	1593	2,9255	2547	1,8147	3501	1,5791
640	1,81	1594	2,9195	2548	1,8217	3502	1,5755
641	1,811	1595	2,9005	2549	1,7848	3503	1,5791
642	1,803	1596	2,902	2550	1,8035	3504	1,5745
643	1,803	1597	2,9045	2551	1,817	3505	1,5745
644	1,8005	1598	2,9125	2552	1,7966	3506	1,5636
645	1,811	1599	2,9176	2553	1,8076	3507	1,5653
646	1,8115	1600	2,9495	2554	1,7943	3508	1,5526
647	1,826	1601	2,9645	2555	1,768	3509	1,552
648	1,822	1602	2,9613	2556	1,756	3510	1,54
649	1,823	1603	2,9605	2557	1,7524	3511	1,5391
650	1,8195	1604	2,96	2558	1,736	3512	1,5555
651	1,81	1605	2,9395	2559	1,7477	3513	1,5672
652	1,806	1606	2,9215	2560	1,7489	3514	1,5493
653	1,814	1607	2,9059	2561	1,7355	3515	1,5661
654	1,8105	1608	2,8985	2562	1,74	3516	1,5673
655	1,8035	1609	2,886	2563	1,7429	3517	1,5603
656	1,8015	1610	2,8785	2564	1,7454	3518	1,5879
657	1,8	1611	2,8891	2565	1,7775	3519	1,5761
658	1,7935	1612	2,868	2566	1,766	3520	1,6263
659	1,8025	1613	2,879	2567	1,733	3521	1,589
660	1,8025	1614	2,8875	2568	1,7455	3522	1,625
661	1,812	1615	2,913	2569	1,7664	3523	1,6257
662	1,802	1616	2,9205	2570	1,7585	3524	1,6117
663	1,795	1617	2,9025	2571	1,7759	3525	1,5889
664	1,7965	1618	2,903	2572	1,7795	3526	1,5901
665	1,8035	1619	2,899	2573	1,8033	3527	1,588
666	1,797	1620	2,9095	2574	1,8232	3528	1,5991
667	1,797	1621	2,9045	2575	1,8365	3529	1,5996
668	1,791	1622	2,9015	2576	1,794	3530	1,6078
669	1,791	1623	2,907	2577	1,7935	3531	1,5968
670	1,7885	1624	2,9205	2578	1,7924	3532	1,6137
671	1,779	1625	2,933	2579	1,7929	3533	1,6094
672	1,784	1626	2,944	2580	1,8088	3534	1,6033
673	1,7815	1627	2,9395	2581	1,7964	3535	1,5914
674	1,788	1628	2,9367	2582	1,7748	3536	1,5951
675	1,795	1629	2,9073	2583	1,7591	3537	1,5896
676	1,793	1630	2,8953	2584	1,7657	3538	1,6197
677	1,792	1631	2,8895	2585	1,7571	3539	1,641
678	1,796	1632	2,894	2586	1,7728	3540	1,6452
679	1,795	1633	2,8755	2587	1,782	3541	1,6571
680	1,7955	1634	2,8795	2588	1,7955	3542	1,6602
681	1,796	1635	2,8775	2589	1,813	3543	1,6741
682	1,799	1636	2,885	2590	1,8125	3544	1,7026

683	1,803	1637	2,8855	2591	1,801	3545	1,7099
684	1,803	1638	2,8813	2592	1,804	3546	1,7144
685	1,811	1639	2,892	2593	1,7926	3547	1,7069
686	1,81	1640	2,8861	2594	1,791	3548	1,7331
687	1,817	1641	2,9195	2595	1,7922	3549	1,7976
688	1,8215	1642	2,913	2596	1,7711	3550	1,7855
689	1,816	1643	2,907	2597	1,7602	3551	1,8756
690	1,822	1644	2,9283	2598	1,7761	3552	1,9055
691	1,82	1645	2,928	2599	1,78	3553	1,8339
692	1,8235	1646	2,923	2600	1,7712	3554	1,8242
693	1,8315	1647	2,911	2601	1,7521	3555	1,8059
694	1,827	1648	2,9095	2602	1,7547	3556	1,8408
695	1,8235	1649	2,9175	2603	1,764	3557	1,8403
696	1,8235	1650	2,9625	2604	1,7605	3558	1,8793
697	1,824	1651	2,963	2605	1,7684	3559	1,8911
698	1,826	1652	2,933	2606	1,757	3560	1,8581
699	1,821	1653	2,9755	2607	1,7471	3561	1,8327
700	1,82	1654	2,9733	2608	1,7342	3562	1,7811
701	1,8205	1655	2,9535	2609	1,7521	3563	1,7715
702	1,817	1656	2,9963	2610	1,7729	3564	1,7632
703	1,821	1657	3,0615	2611	1,7856	3565	1,7759
704	1,8295	1658	3,141	2612	1,7852	3566	1,751
705	1,8315	1659	3,0735	2613	1,8306	3567	1,7328
706	1,838	1660	3,142	2614	1,7924	3568	1,7741
707	1,844	1661	3,134	2615	1,8245	3569	1,7543
708	1,858	1662	3,09	2616	1,7855	3570	1,774
709	1,852	1663	3,1218	2617	1,7816	3571	1,7809
710	1,855	1664	3,13	2618	1,7839	3572	1,7755
711	1,854	1665	3,1345	2619	1,78	3573	1,7506
712	1,844	1666	3,2118	2620	1,7797	3574	1,7658
713	1,8465	1667	3,194	2621	1,7592	3575	1,7586
714	1,8505	1668	3,1743	2622	1,7454	3576	1,7099
715	1,85	1669	3,137	2623	1,744	3577	1,6721
716	1,843	1670	3,1815	2624	1,763	3578	1,7157
717	1,844	1671	3,1195	2625	1,7522	3579	1,7449
718	1,852	1672	3,089	2626	1,7572	3580	1,7375
719	1,852	1673	3,189	2627	1,7692	3581	1,7517
720	1,853	1674	3,1455	2628	1,7574	3582	1,7477
721	1,847	1675	3,1313	2629	1,7495	3583	1,7325
722	1,855	1676	3,158	2630	1,7426	3584	1,7789
723	1,853	1677	3,1283	2631	1,7502	3585	1,7616
724	1,856	1678	3,111	2632	1,7534	3586	1,7435
725	1,861	1679	3,111	2633	1,7353	3587	1,7669
726	1,8605	1680	3,1248	2634	1,7322	3588	1,7701
727	1,873	1681	3,1095	2635	1,7225	3589	1,7795
728	1,865	1682	3,142	2636	1,7095	3590	1,7865

729	1,871	1683	3,1665	2637	1,7075	3591	1,8069
730	1,874	1684	3,1309	2638	1,705	3592	1,8183
731	1,878	1685	3,1314	2639	1,6839	3593	1,8662
732	1,885	1686	3,1397	2640	1,6705	3594	1,898
733	1,8955	1687	3,1395	2641	1,6689	3595	1,8917
734	1,913	1688	3,133	2642	1,6907	3596	1,8547
735	1,927	1689	3,133	2643	1,672	3597	1,8454
736	1,9345	1690	3,1093	2644	1,6859	3598	1,8085
737	1,914	1691	3,0983	2645	1,6701	3599	1,8001
738	1,912	1692	3,1103	2646	1,6789	3600	1,7907
739	1,901	1693	3,125	2647	1,6834	3601	1,7859
740	1,9185	1694	3,11	2648	1,7064	3602	1,7915
741	1,9185	1695	3,085	2649	1,6822	3603	1,7996
742	1,942	1696	3,075	2650	1,6738	3604	1,8243
743	1,938	1697	3,0385	2651	1,6918	3605	1,7981
744	1,952	1698	3,023	2652	1,7119	3606	1,844
745	1,9665	1699	3,0535	2653	1,7226	3607	1,8638
746	1,969	1700	3,043	2654	1,6891	3608	1,8799
747	1,948	1701	3,058	2655	1,7205	3609	1,8602
748	1,952	1702	3,041	2656	1,7328	3610	1,8513
749	1,951	1703	3,035	2657	1,7318	3611	1,8673
750	1,952	1704	3,042	2658	1,7465	3612	1,846
751	1,9505	1705	3,0276	2659	1,7309	3613	1,8597
752	1,966	1706	3,02	2660	1,7251	3614	1,856
753	1,9165	1707	3	2661	1,736	3615	1,8571
754	1,92	1708	2,9967	2662	1,7434	3616	1,8582
755	1,931	1709	3,0003	2663	1,7519	3617	1,8605
756	1,952	1710	3,0283	2664	1,7444	3618	1,8736
757	1,9585	1711	3,041	2665	1,727	3619	1,8669
758	1,9705	1712	3,056	2666	1,717	3620	1,8668
759	1,967	1713	3,075	2667	1,7095	3621	1,8714
760	1,956	1714	3,0583	2668	1,7039	3622	1,8307
761	1,98	1715	3,0428	2669	1,6935	3623	1,8326
762	1,9745	1716	3,036	2670	1,6885	3624	1,8432
763	1,978	1717	3,0365	2671	1,684	3625	1,8566
764	1,956	1718	3,05	2672	1,6906	3626	1,8332
765	1,972	1719	3,0498	2673	1,687	3627	1,7996
766	1,974	1720	3,0609	2674	1,6833	3628	1,8025
767	1,969	1721	3,0783	2675	1,6619	3629	1,7796
768	1,967	1722	3,0315	2676	1,6577	3630	1,7863
769	1,968	1723	3,0415	2677	1,669	3631	1,7861
770	1,956	1724	3,028	2678	1,664	3632	1,7873
771	1,963	1725	3,036	2679	1,6602	3633	1,7671
772	1,965	1726	3,0385	2680	1,6579	3634	1,765
773	1,9555	1727	3,021	2681	1,67	3635	1,7552
774	1,9515	1728	3,004	2682	1,6667	3636	1,755

775	1,96	1729	3,0009	2683	1,6884	3637	1,7585
776	1,9535	1730	2,98	2684	1,7044	3638	1,762
777	1,9585	1731	2,9855	2685	1,6629	3639	1,7491
778	1,9535	1732	2,966	2686	1,6626	3640	1,737
779	1,96	1733	2,9676	2687	1,6498	3641	1,7488
780	1,959	1734	2,9565	2688	1,658	3642	1,7468
781	1,95	1735	2,9547	2689	1,6597	3643	1,7343
782	1,95	1736	2,956	2690	1,6892	3644	1,7189
783	1,9525	1737	2,954	2691	1,6928	3645	1,7179
784	1,9425	1738	2,9426	2692	1,6852	3646	1,7257
785	1,931	1739	2,927	2693	1,6645	3647	1,7256
786	1,942	1740	2,9351	2694	1,6557	3648	1,7206
787	1,954	1741	2,939	2695	1,663	3649	1,7169
788	1,9495	1742	2,927	2696	1,6545	3650	1,7224
789	1,943	1743	2,91	2697	1,641	3651	1,7163
790	1,943	1744	2,9	2698	1,6488	3652	1,7247
791	1,955	1745	2,9	2699	1,6495	3653	1,7285
792	1,9475	1746	2,8978	2700	1,6582	3654	1,7164
793	1,948	1747	2,9035	2701	1,6593	3655	1,7139
794	1,9515	1748	2,9095	2702	1,6587	3656	1,706
795	1,9555	1749	2,906	2703	1,6705	3657	1,7137
796	1,9545	1750	2,903	2704	1,6547	3658	1,71
797	1,9575	1751	2,885	2705	1,637	3659	1,7068
798	1,9565	1752	2,8665	2706	1,627	3660	1,6958
799	1,9605	1753	2,8734	2707	1,6315	3661	1,7174
800	1,969	1754	2,8649	2708	1,6286	3662	1,7142
801	1,974	1755	2,8843	2709	1,6287	3663	1,7304
802	1,9735	1756	2,8783	2710	1,6264	3664	1,7395
803	1,973	1757	2,8705	2711	1,6341	3665	1,7584
804	1,9665	1758	2,873	2712	1,6262	3666	1,7661
805	1,972	1759	2,867	2713	1,6455	3667	1,7607
806	1,99	1760	2,8505	2714	1,6408	3668	1,7912
807	1,987	1761	2,8608	2715	1,6342	3669	1,7969
808	2,0035	1762	2,839	2716	1,6355	3670	1,7922
809	1,999	1763	2,825	2717	1,6247	3671	1,8044
810	2,0045	1764	2,829	2718	1,6073	3672	1,7983
811	1,99	1765	2,8358	2719	1,6063	3673	1,7998
812	1,981	1766	2,85	2720	1,603	3674	1,8207
813	1,9835	1767	2,8325	2721	1,6057	3675	1,8147
814	1,9875	1768	2,819	2722	1,6115	3676	1,818
815	1,9885	1769	2,8235	2723	1,6028	3677	1,8192
816	1,989	1770	2,8425	2724	1,5915	3678	1,8102
817	2,0025	1771	2,8686	2725	1,6042	3679	1,8172
818	2,0025	1772	2,8565	2726	1,594	3680	1,822
819	2,01	1773	2,863	2727	1,6037	3681	1,8259
820	2,04	1774	2,8714	2728	1,598	3682	1,8214

821	2,0425	1775	2,8748	2729	1,6086	3683	1,8268
822	2,0355	1776	2,8553	2730	1,6137	3684	1,8323
823	2,0285	1777	2,871	2731	1,607	3685	1,8246
824	2,0325	1778	2,88	2732	1,6015	3686	1,8264
825	2,046	1779	2,8628	2733	1,612	3687	1,8228
826	2,0395	1780	2,8615	2734	1,6095	3688	1,8179
827	2,027	1781	2,8619	2735	1,605	3689	1,8336
828	2,022	1782	2,857	2736	1,601	3690	1,8356
829	2,0335	1783	2,8536	2737	1,5948	3691	1,8268
830	2,041	1784	2,8535	2738	1,5931	3692	1,8386
831	2,0515	1785	2,8285	2739	1,5966	3693	1,8473
832	2,045	1786	2,8175	2740	1,5983	3694	1,8611
833	2,059	1787	2,8195	2741	1,5893	3695	1,8786
834	2,062	1788	2,837	2742	1,5814	3696	1,8805
835	2,078	1789	2,8285	2743	1,5792	3697	1,8724
836	2,0965	1790	2,8252	2744	1,5836	3698	1,8809
837	2,129	1791	2,818	2745	1,5781	3699	1,879
838	2,112	1792	2,7905	2746	1,5728	3700	1,88
839	2,084	1793	2,7925	2747	1,5757	3701	1,8856
840	2,122	1794	2,787	2748	1,5686	3702	1,8878
841	2,161	1795	2,7595	2749	1,562	3703	1,9083
842	2,172	1796	2,7725	2750	1,5654	3704	1,9232
843	2,134	1797	2,7835	2751	1,56	3705	1,908
844	2,123	1798	2,755	2752	1,5619	3706	1,9276
845	2,124	1799	2,742	2753	1,5746	3707	1,9199
846	2,1515	1800	2,7545	2754	1,5775	3708	1,9402
847	2,1525	1801	2,745	2755	1,5972	3709	1,9699
848	2,166	1802	2,737	2756	1,6087	3710	1,9535
849	2,176	1803	2,748	2757	1,6236	3711	1,9665
850	2,173	1804	2,72	2758	1,6226	3712	1,9962
851	2,153	1805	2,71	2759	1,6115	3713	2,0019
852	2,1655	1806	2,732	2760	1,6236	3714	2,0009
853	2,157	1807	2,7085	2761	1,638	3715	2,0087
854	2,1375	1808	2,7177	2762	1,6394	3716	2,0238
855	2,154	1809	2,756	2763	1,6234	3717	2,0419
856	2,154	1810	2,759	2764	1,6185	3718	2,0907
857	2,165	1811	2,7791	2765	1,609	3719	2,0326
858	2,196	1812	2,7743	2766	1,627	3720	2,0292
859	2,197	1813	2,757	2767	1,6312	3721	1,9874
860	2,181	1814	2,7655	2768	1,6288	3722	1,983
861	2,188	1815	2,7255	2769	1,6219	3723	1,9929
862	2,235	1816	2,741	2770	1,6324	3724	2,0159
863	2,2615	1817	2,712	2771	1,6315	3725	2,0227
864	2,2655	1818	2,6775	2772	1,6497	3726	2,0401
865	2,288	1819	2,6995	2773	1,6592	3727	2,0585
866	2,244	1820	2,7055	2774	1,6775	3728	2,0225

867	2,203	1821	2,7013	2775	1,7175	3729	2,0328
868	2,2	1822	2,691	2776	1,716	3730	2,0237
869	2,2015	1823	2,6875	2777	1,736	3731	2,0645
870	2,2365	1824	2,6891	2778	1,777	3732	2,0684
871	2,208	1825	2,666	2779	1,7878	3733	2,0727
872	2,202	1826	2,6531	2780	1,8123	3734	2,0556
873	2,2145	1827	2,656	2781	1,781	3735	2,0509
874	2,245	1828	2,6759	2782	1,8149	3736	2,059
875	2,2625	1829	2,719	2783	1,808	3737	2,0289
876	2,258	1830	2,714	2784	1,8892	3738	2,0258
877	2,289	1831	2,7218	2785	1,8965	3739	2,0619
878	2,313	1832	2,712	2786	1,8298	3740	2,0665
879	2,3395	1833	2,7035	2787	1,8032	3741	2,062
880	2,317	1834	2,7213	2788	1,8465	3742	2,0762
881	2,3045	1835	2,7065	2789	1,8596	3743	2,0754
882	2,303	1836	2,704	2790	1,8206	3744	2,0778
883	2,319	1837	2,7015	2791	1,8445	3745	2,0094
884	2,324	1838	2,701	2792	1,9634	3746	1,9854
885	2,348	1839	2,7195	2793	1,9046	3747	2,0155
886	2,3475	1840	2,71	2794	1,9176	3748	2,0285
887	2,3225	1841	2,7165	2795	2,0206	3749	2,0193
888	2,3355	1842	2,6869	2796	2,044	3750	2,0282
889	2,349	1843	2,6792	2797	2,179	3751	2,0324
890	2,345	1844	2,6815	2798	2,311	3752	2,0337
891	2,382	1845	2,6645	2799	2,3342	3753	2,0366
892	2,3815	1846	2,67	2800	2,2826	3754	2,0375
893	2,3855	1847	2,645	2801	2,313	3755	2,0371
894	2,389	1848	2,6088	2802	2,144	3756	2,035
895	2,3895	1849	2,61	2803	2,0963	3757	2,0218
896	2,361	1850	2,6025	2804	2,2265	3758	2,0232
897	2,361	1851	2,6018	2805	2,1335	3759	2,0122
898	2,379	1852	2,613	2806	2,119	3760	2,0242
899	2,405	1853	2,6123	2807	2,1183	3761	2,0387
900	2,421	1854	2,6315	2808	2,2386	3762	2,0478
901	2,4235	1855	2,6025	2809	2,379	3763	2,033
902	2,4115	1856	2,618	2810	2,2608	3764	2,0213
903	2,463	1857	2,6045	2811	2,3075	3765	2,0216
904	2,4795	1858	2,579	2812	2,2506	3766	2,0411
905	2,4745	1859	2,5855	2813	2,161	3767	2,0569
906	2,37	1860	2,578	2814	2,1335	3768	2,0443
907	2,302	1861	2,5665	2815	2,105	3769	2,0496
908	2,2995	1862	2,5757	2816	2,159	3770	2,0284
909	2,326	1863	2,5845	2817	2,1795	3771	2,0311
910	2,306	1864	2,6005	2818	2,1123	3772	2,0285
911	2,2985	1865	2,5945	2819	2,1295	3773	2,0212
912	2,3105	1866	2,6359	2820	2,2182	3774	2,0132

913	2,3315	1867	2,6183	2821	2,1643	3775	2,0157
914	2,3525	1868	2,5875	2822	2,172	3776	2,0209
915	2,424	1869	2,6275	2823	2,2085	3777	2,0262
916	2,4675	1870	2,639	2824	2,3176	3778	2,0229
917	2,4545	1871	2,681	2825	2,3305	3779	2,0173
918	2,4515	1872	2,656	2826	2,2415	3780	2,0155
919	2,4915	1873	2,6823	2827	2,2891	3781	2,0171
920	2,5015	1874	2,697	2828	2,327	3782	2,0164
921	2,553	1875	2,717	2829	2,3952	3783	2,0163
922	2,5785	1876	2,713	2830	2,3925	3784	2,0238
923	2,58	1877	2,7168	2831	2,4614	3785	2,0266
924	2,5	1878	2,7425	2832	2,3195	3786	2,0336
925	2,505	1879	2,764	2833	2,3148	3787	2,0428
926	2,4935	1880	2,7623	2834	2,2242	3788	2,0499
927	2,4485	1881	2,7208	2835	2,3067	3789	2,0484
928	2,4135	1882	2,7145	2836	2,3063	3790	2,0308
929	2,468	1883	2,725	2837	2,3373	3791	2,0329
930	2,4855	1884	2,7406	2838	2,4079	3792	2,0423
931	2,4965	1885	2,7489	2839	2,4975	3793	2,0391
932	2,4575	1886	2,7395	2840	2,5035	3794	2,029
933	2,422	1887	2,7395	2841	2,4335	3795	2,0227
934	2,4665	1888	2,7255	2842	2,5127	3796	2,0171
935	2,494	1889	2,7	2843	2,4716	3797	2,026
936	2,488	1890	2,6755	2844	2,4466	3798	2,0205
937	2,5015	1891	2,679	2845	2,3659	3799	2,0121
938	2,454	1892	2,6588	2846	2,3942	3800	2,032
939	2,4815	1893	2,641	2847	2,3848	3801	2,0234
940	2,468	1894	2,6297	2848	2,3149	3802	2,0246
941	2,4775	1895	2,6015	2849	2,3634	3803	2,0214
942	2,4625	1896	2,5931	2850	2,4274	3804	2,0231
943	2,499	1897	2,585	2851	2,3552	3805	2,0256
944	2,513	1898	2,5865	2852	2,4054	3806	2,0307
945	2,489	1899	2,5668	2853	2,377	3807	2,0356
946	2,4995	1900	2,561	2854	2,376	3808	2,0296
947	2,519	1901	2,5899	2855	2,366	3809	2,0264
948	2,519	1902	2,6148	2856	2,3972	3810	2,0268
949	2,551	1903	2,607	2857	2,3298	3811	2,0259
950	2,52	1904	2,5695	2858	2,3145	3812	2,023
951	2,5335	1905	2,5636	2859	2,3177	3813	2,0189
952	2,547	1906	2,55	2860	2,2372	3814	2,0306
953	2,5555	1907	2,5375	2861	2,1765		
954	2,555	1908	2,5243	2862	2,2676		