

YOHANIS FUKS

## CONTRIBUIÇÕES PARA DELINEAMENTO DE EXPERIMENTOS

Trabalho de formatura apresentado à  
Escola Politécnica da Universidade de São  
Paulo para obtenção do diploma de  
Engenheiro de Produção

São Paulo

2014



YOHANIS FUKS

## CONTRIBUIÇÕES PARA DELINEAMENTO DE EXPERIMENTOS

Trabalho de formatura apresentado à  
Escola Politécnica da Universidade de São  
Paulo para obtenção do diploma de  
Engenheiro de Produção

Orientadora:  
Prof.<sup>a</sup> Dr.<sup>a</sup> Linda Lee Ho

São Paulo

2014

## **Catálogo-na-publicação**

**Fuks, Yohanis**

**Contribuições para delineamento de experimentos / Y. Fuks.  
-- São Paulo, 2014.**

**p.**

**Trabalho de Formatura - Escola Politécnica da Universidade  
de São Paulo. Departamento de Engenharia de Produção.**

**1.Planejamento e análise de experimentos I.Universidade de  
São Paulo. Escola Politécnica. Departamento de Engenharia de  
Produção II.t.**

Aos meus amigos e família.



## AGRADECIMENTOS

A todos os professores e funcionários que contribuíram para a minha formação intelectual e pessoal.

A Prof.<sup>a</sup> Dr.<sup>a</sup> Linda pela dedicação e apoio.

Ao Claudio Carmago por suas palavras de sabedoria diariamente.

Ao amigos Maurício Americano Paroni, Jaqueline Vaz e Helena Coelho Fernandes pelo apoio, estímulo e compreensão.



## RESUMO

O trabalho desenvolvido é capaz de reduzir o custo para levantamento de informação sobre produtos e processos através de experimentos. Este trabalho conta com uma revisão bibliográfica para auxiliar no planejamento dos experimentos levando em conta diversas restrições enfrentadas pelas indústrias. O trabalho resultou na programação de um sistema capaz de fornecer os melhores planos de experimentação para o usuário, segundo as restrições do usuário. O sistema abrange delineamentos split-split-plot e split-split-split-plot, usando 16 ou 32 experimentos não replicados.

Palavras-chave: Delineamento de experimento; Minimum aberration; Minimum setup design; Split-plot; Split-split-plot; Split-split-split-plot.



## ABSTRACT

The work developed is capable of reducing costs in order to obtain information about products and process through experiments. This report has a literature review to provide knowledge in experiment planning, considering different constraints in industries. It was developed a system to provide the experimenter the best plans to choose, considering the constraints provided by the experimenter. The system works for split-split-plot and split-split-split-plot designs, using 16 or 32 experiments without replication.

Keywords: Experiment planning; Minimum aberration; Minimum setup design; Split-plot; Split-split-plot; Split-split-split-plot.



## LISTA DE FIGURAS

Figura 2-1. Modelo de sistemas e processos .....	20
Figura 2-2. Diagrama de Ishikawa para levantar fatores que interferem na reação.....	26
Figura 2-3. Desdobramento de fatores em seus níveis. ....	28
Figura 2-4. Aleatorização de unidades experimentais, tratamentos e ordem de execução dos testes. ....	29
Figura 2-5. Alocação aleatória de tratamentos e unidades experimentais para coleta de dados. ....	30
Figura 2-6. Delineamento cruzado para caso do pipoqueiro. ....	32
Figura 2-7. Delineamento hierárquico para rendimento do café. ....	33
Figura 2-8. Modelo para ganho de informação através da experimentação. .	36
3-1. Delineamento completamente aleatório .....	50
3-2. Tratamentos do delineamento split-plot.....	51
3-3. Hierarquia entre whole-plot e sub-plot. ....	54
Figura 3-4. Divisão dos fatores do Baja em 4 estratos. ....	55
4-1. Agrupamento do fator no estrato de acordo com dificuldade de troca ...	56
4-2. Representação espacial dos vetores (1,0,0,0,0), (0,1,0,0,0) e (1,1,0,0,0) .....	58
Figura 4-3. Algoritmo para criação da tabela de efeitos .....	60
Figura 4-4. Entrada do plano do Baja no sistema.....	63
Figura 4-5. Geradores e setups necessários para cada estrato do plano Baja para 16 experimentos .....	65
Figura 4-6. Geradores e setups necessários para cada estrato do plano Baja para 32 experimentos .....	65
Figura 4-7. Fatores, geradores e conjunto de confundimentos para o caso do Baja. ....	67
Figura 4-8. Conjunto de confundimentos para cada estrato, plano do Baja. .	68
Figura 4-9. Contadores associados aos confundimentos. ....	69
Figura 4-10. Delineamento usado no algoritmo de Sitter e Bingham.....	70
Figura 4-11. Possíveis associação dos confundimentos e geradores segundo Sitter & Bingham.....	71
Figura 4-12. Representação das linhas que determinam os novos contadores para o delineamento. ....	74
Figura 5-1. Gráfico normal para delineamento fatorial fracionado .....	81
Figura 5-2. Gráfico normal com efeitos do primeiro estrato. ....	82
Figura 5-3. Gráfico normal com efeitos do segundo estrato. ....	82
Figura 5-4. Análise dos efeitos no segundo estrato .....	84
Figura 5-5. Análise dos efeitos no terceiro estrato.....	84



## LISTA DE TABELAS

Tabela 1. Ordem dos equipamentos a serem utilizados no delineamento. ...	16
Tabela 2. Ordem dos equipamentos a serem utilizados no delineamento. ...	17
Tabela 3. Tratamentos da reação química. ....	23
Tabela 4. Exemplos de tipos de variáveis resposta.....	25
Tabela 5. Descrição dos fatores e níveis a serem utilizados no experimento. .....	37
Tabela 6. Plano experimental .....	38
Tabela 7. Efeitos em um delineamento <b>23</b> . ....	40
Tabela 8. Matriz de contraste para delineamento <b>23</b> . ....	40
Tabela 9. 15 efeitos do delineamento de 4 fatores com 1 gerador. ....	43
Tabela 10. Geradores e suas características. ....	45
Tabela 11. Subgrupo definidor de contraste.....	45
Tabela 12. Fatores e Níveis para o delineamento. ....	47
Tabela 13. Tabela de contraste para delineamento fatorial fracionado .....	48
Tabela 14. Tratamentos para delineamento de 2 fatores, temperatura e receita.....	49
Tabela 15. Plano de experimento split-plot.....	52
Tabela 16. Estimativa de tempos gastos no delineamento.....	52
Tabela 17. Vetores base para formação de confundimento .....	58
Tabela 18. Conjunto de confundimentos possíveis. ....	59
Tabela 19. Tabela de efeitos para um delineamento de até 32 experimentos .....	61
Tabela 20. Menor número de provas para delineamento com resolução III .	62
Tabela 21. Fatores nos estratos para o plano do Baja .....	63
Tabela 22. Conjunto de geradores para quantidade de fatores livres. ....	66
Tabela 23. Contadores iniciais e finais para geradores do plano do Baja. ....	69
Tabela 24. Estrato sem confundimentos alocáveis.....	72
Tabela 25. Geradores F e G alocados no primeiro estrato.....	73
Tabela 26. Contador inicial e final para cada gerador do exemplo. ....	75
Tabela 27. Contadores iniciais e finais para geradores do plano do Baja. ....	75
Tabela 28. Melhores planos para Baja .....	78
Tabela 28. Plano executado para rendimento de reação química.....	80
Tabela 29. Efeitos e estimadores .....	80
Tabela 30. Efeitos por estrato no delineamento <b>21x22x22 – 1</b> .....	83



## LISTA DE ABREVIATURAS

$k$  = Número de fatores

$p$  = Número de geradores

$T$  = número de tratamentos

$I$  = Vetor unitário



## SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO.....	12
1.1 MOTIVAÇÃO E OBJETIVO .....	15
2 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA .....	20
2.1 PRINCIPAIS CARACTERÍSTICAS DE DELINEAMENTOS .....	24
2.2 PLANOS EXPERIMENTAIS .....	29
2.3 DELINEAMENTOS FATORIAIS .....	33
2.4 DELINEAMENTOS <b>2k</b> .....	34
2.5 FATORIAL DOIS NÍVEIS FRACIONADO <b>2k – p</b> .....	41
3 DELINEAMENTOS SPLIT PLOT .....	49
4 SISTEMA DE ESCOLHA DE PLANOS COM QUATRO ESTRATOS.....	56
4.1 CARACTERÍSTICAS DO SISTEMA.....	56
4.2 DESENVOLVIMENTO DO SISTEMA .....	57
5 ANÁLISE DO EXPERIMENTO .....	79
6 CONCLUSÕES E RECOMENDAÇÕES.....	85
BIBLIOGRAFIA.....	87
APÊNDICES .....	89



## 1 Introdução

Atualmente a competitividade no mercado está aumentando, o que tem forçado as empresas a fazerem lançamentos de produtos cada vez mais rápido. Para se manterem competitivas, as empresas têm buscado novas formas de inovação e novas formas para encurtar o ciclo de desenvolvimento dos produtos.

Segundo Oliveira et al. (2012), planejar e gerenciar a inovação tornou-se uma questão central para organizações que querem acompanhar e induzir mudanças no mercado. Além disso, os novos produtos derivados da inovação têm impacto direto no desempenho das organizações (GOFFIN e MITCHEL (2010)), que ficam mais competitivas, e dos clientes que ficam mais exigentes.

Mudanças rápidas e contínuas de produtos e serviços continuam a impactar a sociedade em geral. Desde o início do século XX, inovações mudaram completamente a sociedade. Em 1886 o carro foi inventado pelo alemão Karl Benz, em 1908 Ford inovou no modo de produção, que permitiu uma grande produção a custos mais baixos. Entre outras inovações podemos citar o avião comercial, antibióticos e telefone celular, ou seja, é inegável o impacto da inovação no padrão de consumo da sociedade e no resultado financeiro das empresas (GOFFIN e MITCHEL (2010)).

Oliveira et al. (2012) afirmam que para a indústria brasileira competir em nível mundial e sobreviver é essencial o papel da inovação. Assim, percebe-se a importância do assunto e do seu impacto na economia.

Novas tecnologias têm colaborado para reduzir o custo e o tempo de prototipagem de novos produtos (e.g. THOMKE (1998)), com o uso de métodos de prototipagem rápida gerando os produtos mais rápido e com maior precisão. O passo seguinte à prototipagem é testar o protótipo. Testar protótipos é a parte fundamental para o processo de desenvolvimento do produto, pois são com os testes que será adquirido conhecimento sobre o sistema. Thomke

(1998) ainda argumenta que a capacidade da empresa em inovar depende da experimentação.

A experimentação, realização de testes, é uma forma básica de adquirir conhecimento sobre o objeto de estudo, que pode levar ao desenvolvimento ou melhoria de produtos, serviços e processos. No entanto, muitas empresas falham em realizar os testes devido aos custos inerentes aos mesmos e ao desconhecimento em como realizar os experimentos e analisar os dados.

Um dos passos iniciais para realizar experimentos é o seu planejamento. Um bom planejamento permite economia de recursos físicos, financeiros e tempo. O planejamento ainda deve levar em conta as restrições físicas do sistema, de forma a tornar os testes possíveis de serem executados. Ademais, esta etapa permite levantar quais são os possíveis componentes que influenciam no resultado do produto.

Segundo Wu e Hamada (2009) o planejamento experimental é o corpo do conhecimento e das técnicas que permitem o investigador conduzir melhor os experimentos, analisar os dados eficientemente e fazer conexões entre a conclusão da análise de dados com os objetivos iniciais da investigação. Ou seja, fazer o planejamento envolve utilizar conhecimentos sobre o sistema e envolve as técnicas a serem usadas na execução dos testes com finalidade de obter dados para análise e interpretação.

Nos anos 30 do século passado, o planejamento de experimentos recebeu uma contribuição importante de resultados desenvolvidos por R. A. Fisher no Reino Unido, período de ganho de produtividade na agricultura devido ao trabalho de Fischer (WU e HAMADA (2009)). A ferramenta desenvolvida por Fisher focava em lidar com problemas encontrados na agricultura e na biologia (WU e HAMADA (2009)). Na agricultura há restrições em algumas características do solo, como fertilidade, por exemplo, que são difíceis de serem alteradas. Percebendo isso, Fisher desenvolveu um delineamento capaz de lidar com essa restrição (WU e HAMADA (2009)).

Tais restrições ainda influenciaram e possibilitaram o desenvolvimento dos conceitos sobre: **blocagem, aleatorização, replicação, análise de variância e delineamento de experimentos fracionados** por Fischer.

A segunda etapa do desenvolvimento do planejamento de experimentos ocorreu após a segunda guerra mundial, onde as indústrias químicas buscavam novas técnicas focando na modelagem de processos e na otimização destes. Os experimentos das indústrias químicas tendem a levar menos tempo que os experimentos da agricultura, porém deve-se manter um controle sobre o número de experimentos, pois o custo de execução geralmente é mais caro.

Na literatura existe uma ruptura entre abordagem sobre o gerenciamento de inovação e a obtenção de informações sobre as inovações. Em seu livro sobre gerenciamento de inovações, OLIVEIRA et al. (2012) defendem o uso de *roadmapping* para o planejamento de produtos e tecnologias (T-Plan). Nessa abordagem é defendido o estabelecimento de metas e requisitos para os produtos e tecnologias através do QFD (quality function deployment). Contudo, não há uma sequência na literatura mostrando como atingir essas metas e requisitos, ou ao menos entender quais são as características que influenciam o desempenho do produto e, portanto, são importantes para atingir essas metas.

Levando-se em conta custos, o plano de experimentos denominado **fatorial fracionado** tem sido uma boa alternativa para uma exploração inicial do sistema (MONTGOMERY (2005)). O conhecimento gerado pelo delineamento garante um conhecimento inicial sobre as fontes de influência no desempenho do produto.

O objeto de estudo da pesquisa será utilizar alguns critérios, empregados na literatura, para avaliar possíveis delineamentos fatoriais fracionados com diferentes níveis de restrições. Com esta avaliação experimentadores podem optar por qual delineamento usar, de acordo com as restrições intrínsecas do sistema.

Estes estudos ainda permitirão preencher a lacuna de conhecimento existente entre a parte gerencial e a parte prática da inovação, colaborando para empresas se manterem competitivas.

## 1.1 Motivação e objetivo

A Escola Politécnica da USP possui equipes de competição universitária. A equipe de Baja é vinculada à Society of Automotive Engineers (SAE) e é responsável pelo projeto e construção de protótipos de carros Baja para competição. Durante o ano são realizadas competições entre as equipes de diferentes universidades para determinar o melhor projeto, e geralmente são testadas algumas características dos carros como: velocidade final, melhor aceleração, durabilidade do carro, consumo de combustível e outras características. Assim, é possível determinar segundo algum critério de ponderação, qual faculdade apresenta o melhor projeto. As 3 melhores equipes da competição nacional participam da competição mundial.

O carro é composto de vários subsistemas e componentes. A cada ano novos projetos de subsistemas são executados e um novo carro é montado. Há um conjunto de subsistemas que podem ser utilizados em diferentes carros, pois os subsistemas são intercambiáveis e cabe à equipe escolher a configuração do carro.

A escolha da melhor configuração do carro para a competição era feita com base na tentativa e erro. Buscando entender mais sobre o carro e a melhor configuração para as provas da competição, a equipe Baja buscou aprender sobre delineamento de experimentos. A equipe levantou 9 possibilidades de subsistemas que podiam interferir no desempenho do carro quanto a durabilidade, consumo de combustível, aceleração e velocidade máxima atingida. Essas nove configurações são:

1. Tipo de chapa corta-fogo
2. Ângulo de polia conduzida

3. Material da polia conduzida
4. Tipo de mola na polia conduzida
5. Pressão da mola na polia conduzida
6. Material da polia motriz
7. Massa da polia motriz
8. Mola da polia motriz
9. Pressão do pneu

Estes 9 subsistemas foram divididos em 4 estratos, cada estrato correspondendo ao grau de dificuldade apresentado para a troca do subsistema. Uma explicação mais profunda sobre estratos se encontra no capítulo 4.

Se considerar que existem duas possibilidades de escolha para cada subsistema, se terá um total de 512 configurações possíveis ( $2^9$ ). E devido à proximidade da competição (uma semana), a equipe decidiu que seria possível executar um limite de 32 experimentos. Um experimento possível de ser aplicado é o delineamento fatorial fracionado. Neste experimento ocorrem trocas dos subsistemas de forma aleatorizada (HUNTER e HUNTER (2005)). A Tabela 1 ilustra uma parte de uma possível configuração de experimentos a serem executados em um experimento fracionado.

**Tabela 1. Ordem dos equipamentos a serem utilizados no delineamento.**

Experimento	Chapa corta-fogo	Ângulo da polia conduzida	....	Pressão do pneu
1	Chapa 1	Ângulo 1	....	Pressão 1
2	Chapa 2	Ângulo 2	....	Pressão 2
3	Chapa 2	Ângulo 1	....	Pressão 2
...	...	...	....	...
32	Chapa 1	Ângulo 2	....	Pressão 1

A equipe conta com apenas um carro para realizar os ensaios e para executar cada experimento teria que desmontá-lo e montá-lo de acordo com o plano da Tabela 1. Do experimento 1 para o experimento 2, as chapa corta-fogo são diferentes e para trocar as chapas é necessário desmontar o carro

inteiro, o que demandaria um dia todo. Já na mudança da pressão de pneu da pressão 1 para a pressão 2, não demandaria mais do que 5 minutos para trocar as pressões nos 4 pneus.

A equipe constatou que é inviável realizar os 32 experimentos aleatórios utilizando os experimentos fracionados propostos pela literatura. Buscaram-se outras alternativas de planos para levar adiante a execução dos 32 experimentos. O primeiro foi considerar experimentos com restrição na aleatorização, conhecidos na literatura como experimentos do tipo split-plot. Além disso, a equipe aplicou o critério número mínimo de setups, (**minimum setups design** (MS design)), proposto por Vivacqua et al. (2014), em que dado um número de subsistemas do protótipo, o delineamento MS fornece o número mínimo experimentos necessários para se obter informação sobre o sistema. A Tabela 2 ilustra uma parte plano possível, levando em conta a restrição de aleatorização. Os primeiros dezesseis experimentos seriam executados utilizando a chapa corta-fogo 1 e os outros dezesseis últimos com a chapa corta-fogo 2.

**Tabela 2. Ordem dos equipamentos a serem utilizados no delineamento.**

Experimento	Chapa corta-fogo	Ângulo da polia conduzida	...	Pressão do pneu
1	Chapa 1	Ângulo 1	...	Pressão 1
...	...	...	...	...
16	Chapa 1	Ângulo 2	...	Pressão 2
17	Chapa 2	Ângulo 1	...	Pressão 2
...	...	...	...	...
32	Chapa 2	Ângulo 2	...	Pressão 1

Desta forma, durante uma semana a equipe realizou os experimentos, analisou os dados obtidos e interpretou os resultados. Com as informações obtidas pelos experimentos pode-se determinar as melhores configurações dos carros para as competições.

Existem 2 motivos para a execução dos experimentos pela equipe. O primeiro é buscar mais informação e conhecimento sobre o desempenho de um produto novo, pois anualmente há um projeto de carro novo e sistemas novos. E o segundo para ganhar competitividade nas competições.

As mesmas restrições que a equipe Baja encontrou estão presentes nas indústrias e empresas. Assim, o conhecimento adquirido no case do Baja pode fornecer novos meios para as empresas testarem seus protótipos e produtos.

Na indústria, BISGAARD (1996) apresenta o fato de que experimentos que possuem subsistemas com diferentes dificuldades de trocas (i.e. split-plot) são mais comuns na prática do que aparecem na literatura de engenharia. Além disso, Ganju e Lucas (1999) recomendam que o planejamento da aleatorização seja baseado de acordo com as restrições operacionais, e não na facilidade de tratamento de dados, isto é, garantir dados sobre o seu sistema em operação e não para facilitar os cálculos.

Na literatura existem catálogos de planos de experimentos limitados ao número de fatores, que fornecem as melhores opções de planos para realizar os experimentos. As opções de planos são classificadas segundo o método do **minimum aberration** (SITTER e BINGHAM (1999)), que será descrito no capítulo 2. No entanto, os catálogos existentes não abrangem a restrição com o número mínimo de setups e, além disso, contam com no máximo dois estratos. Assim, o presente trabalho visa contribuir para a literatura com planos que contenham informações sobre os delineamentos segundo o critério do **minimum aberration**, levando-se em conta o número mínimo de experimentos necessários e diferentes estratos.

Ademais, há diversos artigos que mostram algoritmos para a criação de delineamentos fatoriais fracionados usando o critério do minimum aberration (e.g. FANG et al. (2007) e HUANG et al (1998)). Porém, não há artigos apresentando um algoritmo de busca para a criação de planos fracionados com número mínimo de setup. Neste sentido será desenvolvido um programa que forneça uma configuração de experimento que atenda o critério do minimum

aberration, mas levando-se em conta também as restrições de aleatorização que apresentam uma barreira para as indústrias testarem.

Este trabalho apresenta a seguinte estrutura:

- Capítulo 2 apresenta uma revisão bibliográfica dos principais conceitos empregados num planejamento de experimentos:
- Capítulo 3 apresenta uma revisão sobre o delineamento split-plot e sobre o efeito da aleatorização restrita sobre o planejamento.
- Capítulo 4 apresenta o desenvolvimento do programa gerador de planos e os algoritmos desenvolvidos.
- Capítulo 5 apresenta a ferramenta para fazer a análise dos dados obtidos nos testes split-split-plot.
- Capítulo 6 apresenta a conclusão do estudo.

## 2 Revisão Bibliográfica

Para o desenvolvimento do trabalho proposto é necessário definir termos que são utilizados em planejamento de experimentos. Estes conceitos serão utilizados para explicar o trabalho desenvolvido, e também para analisar os resultados dos testes.

Segundo MONTGOMERY (2009), os experimentos são usados para se obter dados sobre sistemas ou processos, que estão representados pelo modelo na Figura 2-1.

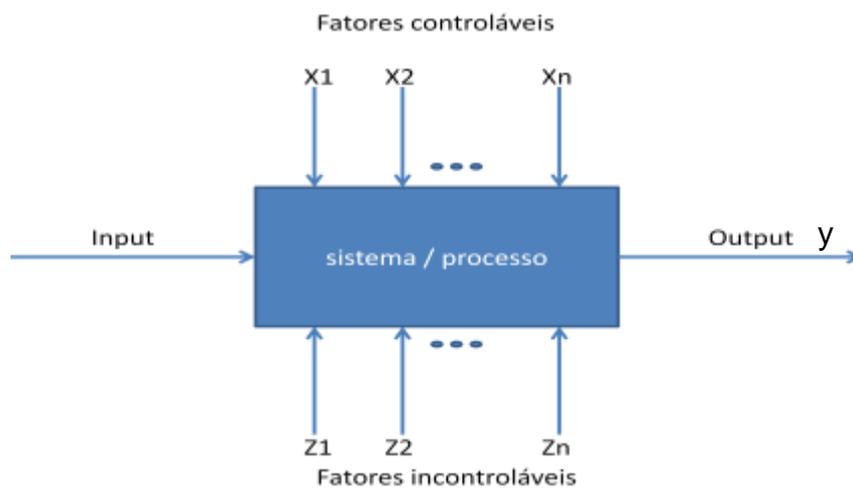


Figura 2-1. Modelo de sistemas e processos

Fonte: Montgomery (2009) adaptado.

Para MONTGOMERY (2009), um processo pode ser visualizado como uma combinação de máquinas, método, pessoas e outras fontes responsáveis pela transformação de um material (input) em algo com características diferentes (output), seja um produto ou um material.

O objetivo dos testes é levantar informações sobre um sistema, sobre a influência das variáveis  $X$ s e  $Z$ s sobre a saída  $Y$  (ver figura 2-1). É fundamental estabelecer alguma forma de mensurar a característica desejada, pois conforme dito pelo consultor estratégico H. James Harrington, “Medir é o primeiro passo que leva para o controle e eventualmente para a melhoria. Se você não pode medir algo, então você não pode entendê-la. Se não puder

entendê-la, não poderá controlá-la. Se não puder controlar não poderá melhorar.” (HARRINGTON *apud* LEVY, 1999, p. 10.)

Denomina-se **variável resposta** uma informação do sistema que pode ser mensurada e que possua conexão com o objetivo do experimento. A variável resposta é utilizada para estudar o desempenho do objeto de análise no teste. Por exemplo, caso o objetivo do teste seja ganhar conhecimento sobre a quantidade do produto C no produto final de uma reação química, então a variável resposta pode ser o **peso do produto** formado.

Cada sistema é formado por um conjunto de variáveis. São chamados de **fatores** as variáveis escolhidas pelo experimentador e que estão sob seu controle (i.e.  $X_i$  da figura 2-1), ou seja, o experimentador é capaz de alterar as variáveis de forma controlada e prevista. As variáveis que também afetam o resultado do experimento, porém o experimentador não possui controle sobre elas são denominadas **fator ruído** (i.e.  $Z_i$  da figura 2-1). Por exemplo, a umidade do ar na fábrica onde será realizado o experimento é um fator ruído quando não é possível o experimentador controlar o seu valor, sabendo que isto pode interferir na variável resposta.

Os fatores podem ser classificados em **fatores fixos** e **fatores aleatórios**. Ribeiro e Caten (2011) descrevem como fatores fixos os fatores em que é possível repetir o experimento com precisão. Por exemplo, se a **temperatura** é um fator e o experimentador escolher duas temperaturas para teste, 20°C e 40°C, é fácil repetir o experimento. Já os fatores aleatórios são definidos por Ribeiro e Caten (2011) como os fatores que tornam impossível repetir o experimento. Por exemplo, o experimentador escolhe 3 lotes aleatoriamente entre 20 para executar os testes. Se houver necessidade de repetir o experimento, serão determinados 3 lotes aleatórios novamente, no entanto provavelmente não serão os mesmos 3 lotes que a primeira vez, e portanto o teste será diferente do primeiro.

Em geral, os fatores serão sempre representados por letras maiúsculas. A única letra que não será usada é a letra “1”, pois esta se refere ao vetor unitário, ou identidade.

Assim, se houverem 10 fatores no sistema, eles serão representados como: **A, B, C, D, E, F, G, H, J e K**.

Para cada fator existem configurações possíveis (característica do fator) que serão escolhidas pelo experimentador para cada configuração. Denomina-se essas características dos fatores como **níveis**. Por exemplo, para o fator **temperatura do reagente A**, existem diversas características que podem ser associadas ao fator e são mensuráveis como: 10°C, 40°C ou 100°C. Portanto, entende-se como nível uma especificação mensurável do fator.

Em experimentos onde há **k** fatores de 2 níveis (denominados experimentos fatoriais  $2^k$ ), terão os níveis destes fatores representados por “+1” para **nível alto** do fator e “-1” para o **nível baixo** do fator. Nível alto e baixo são apenas uma convenção, não necessariamente o nível alto é o de maior valor. Ainda assim, é recomendado utilizar nível alto para o maior valor do nível, para evitar confusão por parte de quem preparar o experimento.

A **unidade experimental** trata-se objeto que será submetido ao teste para obter a variável resposta, isto é, a unidade que é alvo do estudo. Por exemplo, após uma reação química mede-se o peso de produto sólido formado após uma filtração. Esta quantidade (i.e. peso) está associada a alguma unidade experimental. Neste caso, a unidade experimental é o béquer, pois o objeto de estudo foi o béquer.

**Tratamento** é uma combinação de diferentes níveis dos fatores do sistema. Assim, há diferentes tratamentos possíveis em cada teste. Cada escolha de níveis diferente determina um novo tratamento. Por exemplo, para o caso de reação química ( $A + B \xrightarrow[\Delta]{\text{Cat}} C$ ) com os seguintes fatores e níveis:

- **Quantidade de catalisador em pó:** 50g de catalisador ou 100g de catalisador.
- **Temperatura do reagente A:** 40°C ou 100°C.

Podem-se determinar os seguintes tratamentos demonstrados na Tabela 3:

Tabela 3. Tratamentos da reação química.

Tratamentos	Quantidade de catalisador em pó:	Temperatura do reagente A:
Tratamento 1	50g	40°C
Tratamento 2	100g	40°C
Tratamento 3	50g	100°C
Tratamento 4	100g	100°C

Em um delineamento com  $k$  fatores, cada um com  $k_i$  níveis, o número total de tratamentos  $T$  possíveis é:

$$T = \prod_1^k k_i \quad (1)$$

Sendo  $T$  o número total de tratamentos, se as experiências forem executadas uma única vez, ou seja, se não for realizado o mesmo tratamento mais de uma vez, então o número de unidades experimentais necessárias é igual a  $T$ . Delineamentos com experiências realizadas apenas uma vez são denominados **experimentos sem réplicas**.

Caso necessário, ou desejável, pode-se realizar o mesmo tratamento em mais de uma unidade experimental. Assim, diz-se que o experimento é **replicado**  $r$  vezes quando se realiza o mesmo tratamento  $r$  vezes. O número de unidades experimentais necessários neste caso é  $rT$ . A diferença entre réplica e repetição está na fonte de variação que será estudada no sistema.

**Repetir** é mensurar mais de uma vez a variável resposta na mesma unidade experimental em sequência. Isso resulta em medições que ajudarão a avaliar a precisão do instrumento de medição. A fonte de variação está no instrumento de medição.

**Replicar** é realizar os tratamentos dos testes mais de uma vez, geralmente em unidades experimentais diferentes. Replicar envolve aleatorizar o delineamento mais  $r$  vezes. Como as unidades experimentais são diferentes a cada medida, a influência da unidade experimental no resultado do experimento diminui, ou seja, replicar garante uma maior influência dos fatores na variável resposta.

No caso da reação química  $A + B \xrightarrow[\Delta]{\text{Cat}} C$ , após a reação o produto é filtrado e pesado. Se o produto for pesado mais de 2 vezes e os valores anotados, então o experimento foi repetido. Neste caso, o experimentador ganhará informação sobre a variação que a balança causa no resultado medido.

Se forem realizados 2 vezes ou mais cada tratamento, o experimento foi replicado. O experimentador gasta mais material para realizar o experimento, mas ganha mais informação sobre a variação natural do sistema.

Quando as unidades experimentais não forem homogêneas, mas existir alguma característica em comum que divida o grupo de unidades experimentais, existem 3 possibilidades. A primeira: se essa característica for capaz de alterar o resultado do teste, mas não é alvo de estudo, deve-se agrupar o conjunto de unidades experimentais em **blocos** de acordo com a característica. Segundo: se a característica pode influenciar o resultado do teste e é alvo de estudo, então a característica deve ser tratada como um fator. Terceiro: se a característica não impactar no resultado do delineamento, então deve ser ignorada. Por exemplo, se o experimento químico for realizado em béqueres de materiais diferentes e a reação envolve temperatura, o responsável pode optar por separar as unidades experimentais por blocos, onde cada bloco é definido pelo material do béquer, pois desconfia-se que o material do béquer pode interferir na temperatura dos reagentes.

## 2.1 Principais características de delineamentos

Segundo MILIKEN e Johnson (1998), experimentos bem planejados e analisados fornecem uma maior quantidade de informação sobre as condições investigadas de acordo com os recursos gastos. Assim, destaca-se a importância de conhecer os principais delineamentos presentes na literatura.

Com finalidade de tornar este trabalho um guia para pessoas que queiram conduzir experimentos, segue a sequência de passos para planejar e executar o experimento utilizando os conceitos já abordados.

### Estratégia de experimentação

1. Definição de objetivo: Deve-se ficar claro qual o objetivo, ou meta, a ser atingido com os testes. Objetivo do produto ou do processo.
2. Escolha de variável resposta: A resposta é a característica de interesse observada do sistema. Podem existir diversas saídas, porém deve-se focar naquelas que são importantes para o objetivo. Variáveis resposta podem ser classificadas como discretas (e.g. nominais, ordinais e contagem) e contínuas. A Tabela 4 apresenta exemplos para cada classificação de variável resposta. As variáveis resposta ainda podem ser classificadas estrategicamente em 3 categorias (i.e. nominal é melhor (e.g. tensão no transformador), maior é melhor (e.g. rendimento da reação química) e menor é melhor (e.g. tijolos quebrados)) que impactam no planejamento e nas conclusões.

**Tabela 4. Exemplos de tipos de variáveis resposta.**

Tipo variável resposta	Tipo	Exemplo
Discreta	Nominais	Fracasso ou sucesso (i.e. 0 ou 1)
Discreta	Ordinais	Grau de satisfação (i.e. 0, 1, 2..10)
Discreta	Contagens	Número de bactérias
Contínua	Contínua	Diâmetro da peça, tempo de reação

3. Escolha de fatores: Para se determinar os fatores, pode-se usar o diagrama de Ishikawa, ou espinha-de-peixe. A partir de uma variável resposta Y de um sistema, o diagrama ajuda a levantar possibilidades sobre quais são os fatores do sistema que impactam na variável resposta. Os fatores podem estar agrupados em:

- Máquina: Causa que pode estar associada com as máquinas envolvidas na execução do trabalho.
- Pessoal: Causa que pode estar associada com as pessoas que executam o trabalho.
- Métodos: Causa que pode estar associada com o método de execução do trabalho.
- Materiais: Causa que pode estar associada com o material utilizado no trabalho.
- Meio ambiente: Causa associada com o ambiente em que está sendo realizado o trabalho (e.g. umidade do ar)
- Medidas: Causa associada à forma de medir a variável resposta.

Usando o diagrama de Ishikawa para o exemplo da reação química resulta na Figura 2-2.

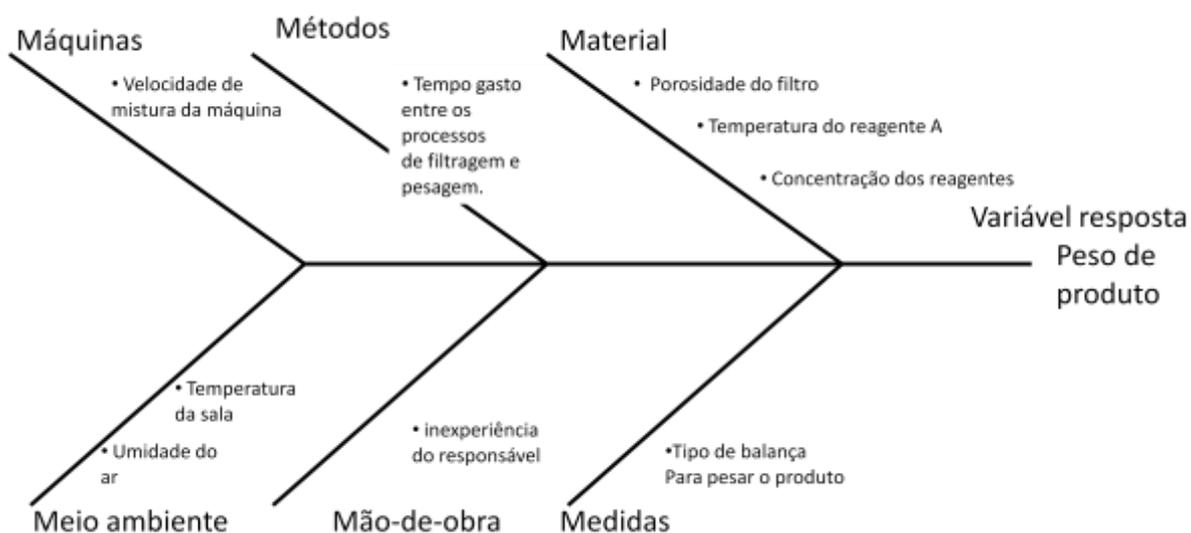


Figura 2-2. Diagrama de Ishikawa para levantar fatores que interferem na reação.

Os fatores podem ser levantados pela equipe responsável pelo sistema, ou outros através de uma reunião de brainstorming. Mais conhecimento sobre o diagrama de Ishikawa pode ser adquirido no site [www.asq.org](http://www.asq.org) da American Society for Quality (ASQ), onde há um tutorial para construção de “*fishbone diagram*”.

4. Para cada fator, devem ser escolhidos os níveis que devem ser testados. Para isso, determina-se quais são as características mensuráveis de cada fator. A equipe responsável pelo sistema deve indicar quais são os valores e configurações possíveis dos fatores que devem ser testados, pois eles possuem o conhecimento das possibilidades. Neste trabalho serão considerados apenas fatores fixos. Um desdobramento para encontrar os possíveis níveis é mostrado na Figura 2-3, para cada fator são selecionados os níveis suspeitos de impactar na variável resposta do sistema. Para a reação química é descartado a possibilidade da porosidade do filtro de 10  $\mu\text{m}$  pois este tamanho do poro é muito próximo do tamanho da partícula, e a equipe acredita que pode haver imprecisão na coleta de dados com este filtro, logo ele é descartado.

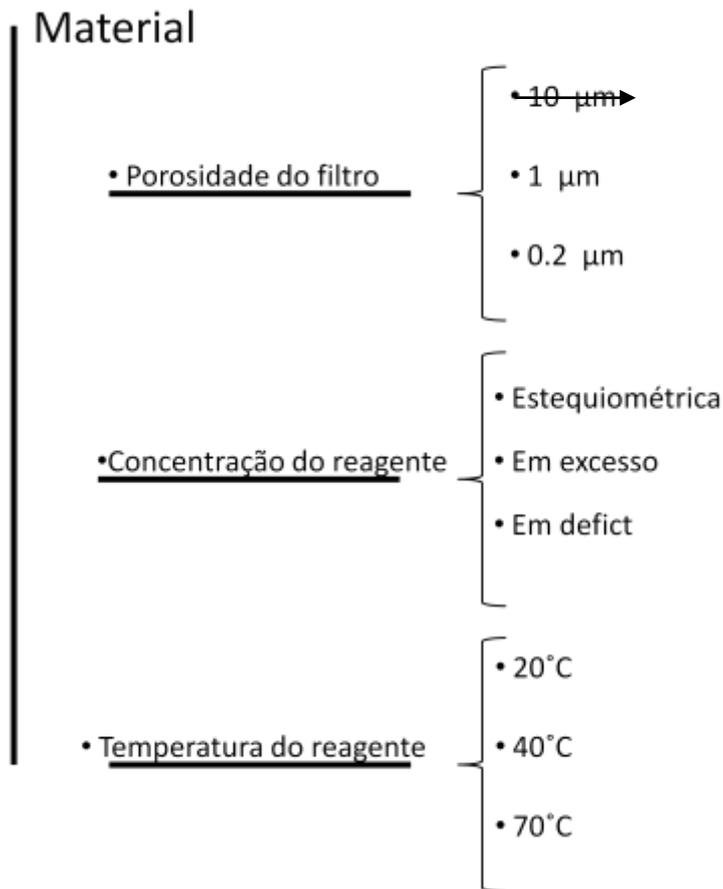


Figura 2-3. Desdobramento de fatores em seus níveis.

5. Planejar experimento: O planejamento será o foco do estudo, então deixaremos para explicar as diferentes formas de planejamento no capítulo 2.
6. Realizar experimento: Usa-se uma matriz de planejamento (descrita na seção 2.4) que indica os tratamentos a serem executados e em que ordem eles serão executados. Os experimentos são executados e a variável resposta é anotada para a análise de dados, e assim, determinar os fatores ativos.
7. Analisar dados: A forma de se analisar os dados depende do planejamento realizado. Os dados devem ser tratados de diferentes formas de acordo com os pressupostos feitos para o experimento, isto é, os dados de delineamentos com réplicas são tratados de forma diferente dos delineamentos sem réplicas. O foco do trabalho

são experimentos sem réplicas, então o capítulo 5 abordará o tratamento dos dados obtidos no delineamento sem réplica.

8. Conclusão sobre o sistema: A partir da análise de dados é possível tirar conclusões sobre os fatores que são relevantes para a variável resposta do sistema, neste caso diz-se que o fator está ativo. Assim, o conhecimento sobre o sistema é adquirido e pode ser utilizado para melhorar o mesmo ou planejar novos testes.

## 2.2 Planos experimentais

Neste capítulo são apresentados os principais delineamentos da literatura. O primeiro a ser abordado é o delineamento completamente aleatorizado.

A **aleatorização** está na associação entre unidade experimental, tratamentos e ordem de execução dos tratamentos. Ou seja, qual unidade experimental irá receber o tratamento destacado e em que ordem os experimentos serão realizados conforme ilustra a Figura 2-4.



Figura 2-4. Aleatorização de unidades experimentais, tratamentos e ordem de execução dos testes.

A aleatorização garante uma melhor qualidade estatística dos dados extraídos. Caso não seja feita uma aleatorização pode ocorrer um maior efeito de “ruídos”, que são os fatores externos, não identificados, que podem impactar nos dados. Segundo Box; Hunter e Hunter (2005), Fisher mostrou que a aleatorização física permite conduzir o teste de hipótese sem precisar fazer outras suposições a respeito da forma da distribuição estatística.

A aleatorização possui um papel fundamental na experimentação, pois garante que externalidades do sistema afetem homogeneamente o resultado do experimento quando feita nos tratamentos. Isso implica que os dados obtidos ficam mais restritos aos fatores do sistema, e, portanto, uma melhor informação sobre os efeitos dos fatores no sistema é obtida, enquanto aleatorizar a unidade experimental reduz a influência da variância entre as unidades no resultado do teste. A Figura 2-5 ilustra a aleatorização nos tratamentos e nas unidades experimentais.

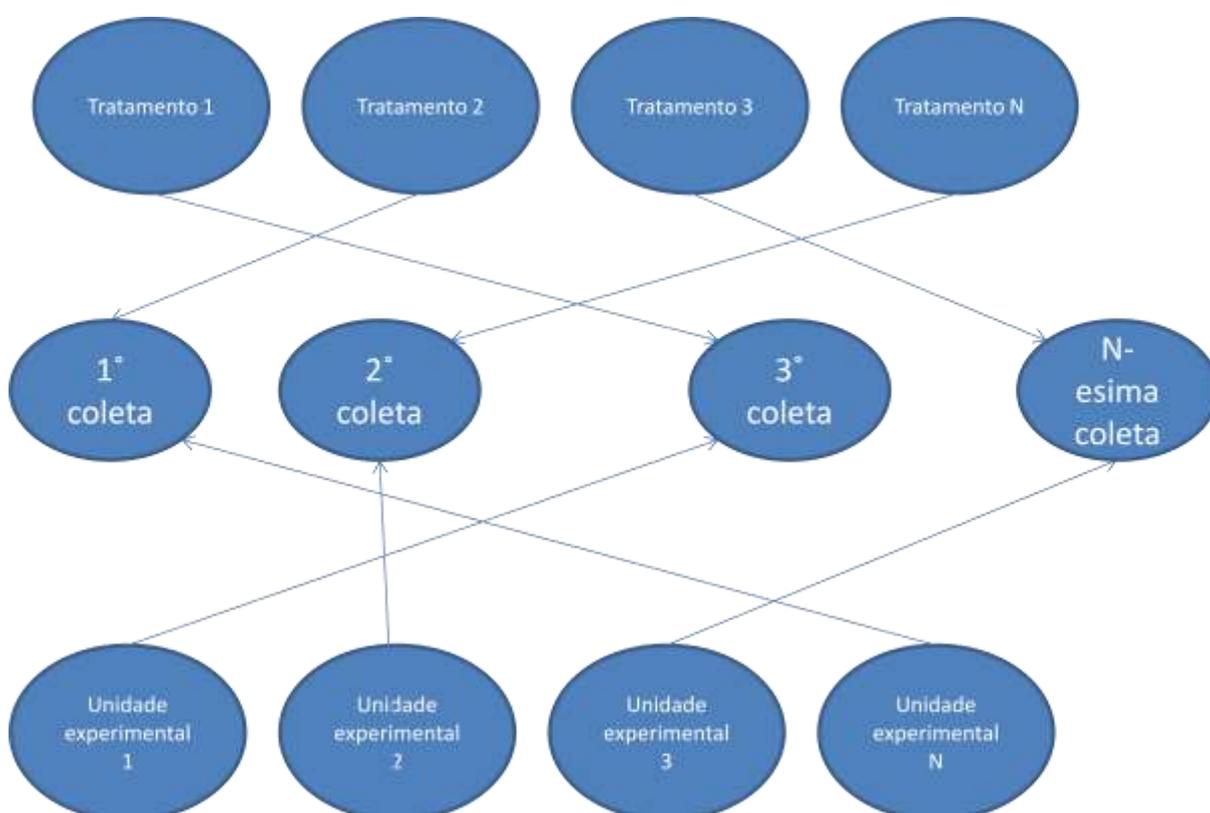


Figura 2-5. Alocação aleatória de tratamentos e unidades experimentais para coleta de dados.

A aleatorização é desejada, mas algumas vezes não é exequível (esse caso será tratado no capítulo 3).

Entre os vários tipos de experimentos completamente aleatorizados, destacam-se os experimentos cruzados e os hierárquicos

### **Delineamentos cruzados**

Segundo STOCKBURGER (1996), delineamentos cruzados correspondem aos delineamentos em que as unidades experimentais podem ficar sujeitas a todos os tratamentos possíveis, isto é, não existe restrição em relação à definição de um tratamento a uma unidade experimental. Por exemplo, desejando-se estudar o rendimento da preparação de pipocas de uma marca, o pipoqueiro escolhe diferentes tipos de óleos e diferentes temperaturas. Não há indícios para afirmar que um lote de milho não possa ser preparado com um determinado tipo de óleo enquanto outro pode, afinal o milho é do mesmo pacote. Ou seja, as unidades experimentais podem receber todos os tratamentos possíveis. O exemplo do pipoqueiro está ilustrado na Figura 2-6.

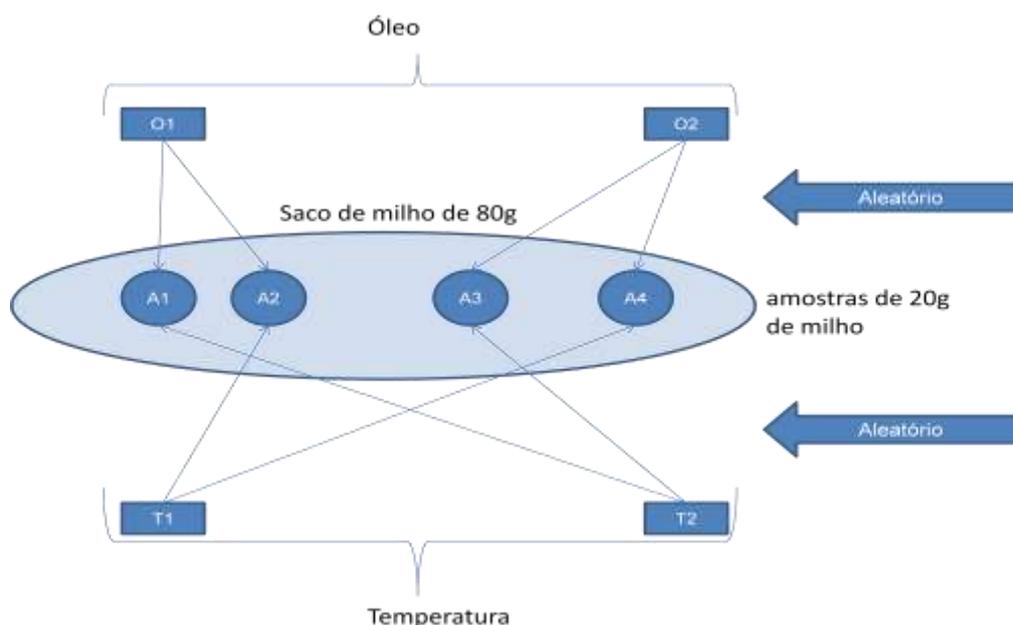


Figura 2-6. Delineamento cruzado para caso do pipoqueiro.

O delineamento cruzado apresenta duas vantagens, segundo STOCKBURGER (1996). A primeira é a necessidade de menos unidades experimentais, pois cada unidade experimental pode receber mais de 1 tratamento (isto se o experimento não for destrutivo). A segunda vantagem é que esse tipo de delineamento é mais capaz de resultar em efeitos significativos.

A principal desvantagem de usar um delineamento cruzado é consequência de sua vantagem. Quando se usa a mesma unidade experimental é preciso tomar cuidado para que o primeiro tratamento não cause efeitos permanentes na unidade experimental. Se isto ocorrer, então ocorrerá interferência nos próximos tratamentos.

### Delineamentos hierárquicos

Um delineamento hierárquico diz respeito à estrutura dos fatores e seus níveis. Diz-se que um delineamento é hierárquico quando níveis de um fator B

só ocorrem em determinados níveis de um fator A, ou seja, o fator A possui uma maior hierarquia e determina quais os possíveis níveis de B.

GASPARI-PEZZOPANE et al. (2004) utilizaram o delineamento hierárquico na pesquisa desenvolvida sobre o rendimento do café. Define-se o rendimento do café como a relação entre a massa de café maduro e a massa de café beneficiado. Café beneficiado na indústria cafeeira trata-se de café após seco passar pelo processo denominado “beneficiamento”. Em um dos delineamentos realizados, coletaram-se 100 frutos de cada uma de duas plantas. O rendimento era determinado pela média constituída de todas as frutas da mesma planta.

A Figura 2-7 ilustra o exemplo estudado por GASPARI-PEZZOPANE et al. (2004) onde a genética das plantas é o fator **A** e a fazenda onde está a plantação é fator **B**, **F** representa o fruto. Como cada fruto está associado a uma planta que está associada a uma fazenda, então a condição de hierarquia está satisfeita.

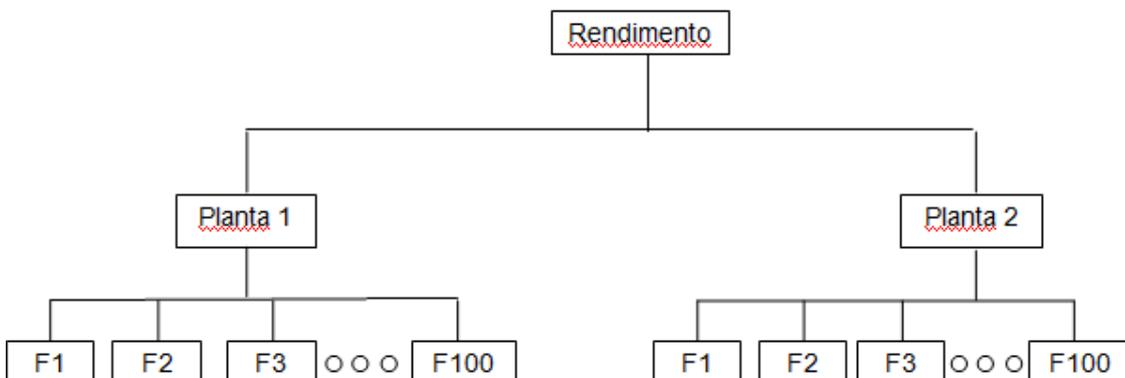


Figura 2-7. Delineamento hierárquico para rendimento do café.

## 2.3 Delineamentos Fatoriais

Delineamentos fatoriais são delineamentos completamente cruzados onde os **k** fatores têm o mesmo número **s** de níveis. O número total de tratamentos é dado por **N**.

$$N=s^k \quad (2)$$

Porém, o caso mais comum e o que será estudado, é denominado **delineamento  $2^k$** , pois todos os fatores possuem apenas 2 níveis. Sendo assim, o número de tratamentos será:

$$N=2^k \quad (3)$$

Existem delineamentos fatoriais de 2 níveis ( $2^k$ ), 3 níveis ( $3^k$ ), e **s** níveis ( $s^k$ ) onde **s** costuma ser um número primo.

Box e Hunter (2005) listam as principais vantagens para esse delineamento:

1. Requer um menor número de testes por fator estudado.
2. A interpretação das observações produzidas pelo delineamento pode derivar de senso comum, aritmética básica e gráficos computacionais.
3. Quando os fatores são quantitativos, mesmo que não seja possível todos os níveis, uma escolha de valores, não próximos, para os níveis permite uma direção promissora para futuras experiências.
4. O delineamento pode ser aumentado quando é necessária uma maior exploração. O processo é denominado desdobramento.
5. É possível realizar apenas parte das combinações do delineamento fatorial e ainda assim obter informação sobre o sistema. Esse delineamento é denominado *delineamento fatorial fracionado* e será estudado na seção 2.5.
6. Delineamento fatorial fracionado e o delineamento fatorial completo são parte de uma estratégia natural para estudo de um sistema. O fracionado permite fazer um levantamento inicial rápido e mais barato sobre os fatores ativos do sistema, ou seja, fazer um levantamento dos fatores que são ativos e aqueles que não são.

## 2.4 Delineamentos $2^k$

O experimento fatorial de 2 níveis completo trata-se de uma das ferramentas mais importantes para levantamento de informação de um sistema. Existem softwares que fornecem o planejamento de experimentos fatoriais (e.g. **Minitab**, **R**, **Jump**, **SAS** entre outros), devido à sua eficiência no levantamento de informação sobre os fatores de um sistema.

O número de tratamentos a serem realizados é  $2^k$ , se o delineamento não for replicado. Entre delineamentos com **k** fatores e um de **k+1** fatores, há uma diferença de  $2^k$  a serem executados. Por exemplo, usando (2), um sistema de 4 fatores necessita 16 experimentos, um de 5 fatores necessita 32 e um de 6 fatores 64 experimentos. A diferença entre 4 para 5 fatores, 5 para 6 fatores é respectivamente: 16 ( $2^4$ ) experimentos e 32 ( $2^5$ ) experimentos. Assim, o número de fatores pode limitar a execução do delineamento fatorial completo.

A análise dos dados obtidos no delineamento indicará quais fatores influenciam o desempenho do sistema, e assim os fatores que não apresentarem relevância estatística sobre a variável resposta podem ser descartados. O processo pode ser interativo: à medida que os testes são realizados, fatores sem relevância estatística são descartados e com o conhecimento adquirido podem surgir novos fatores não selecionados anteriormente, conforme mostra o fluxograma ilustrado na Figura 2-8.

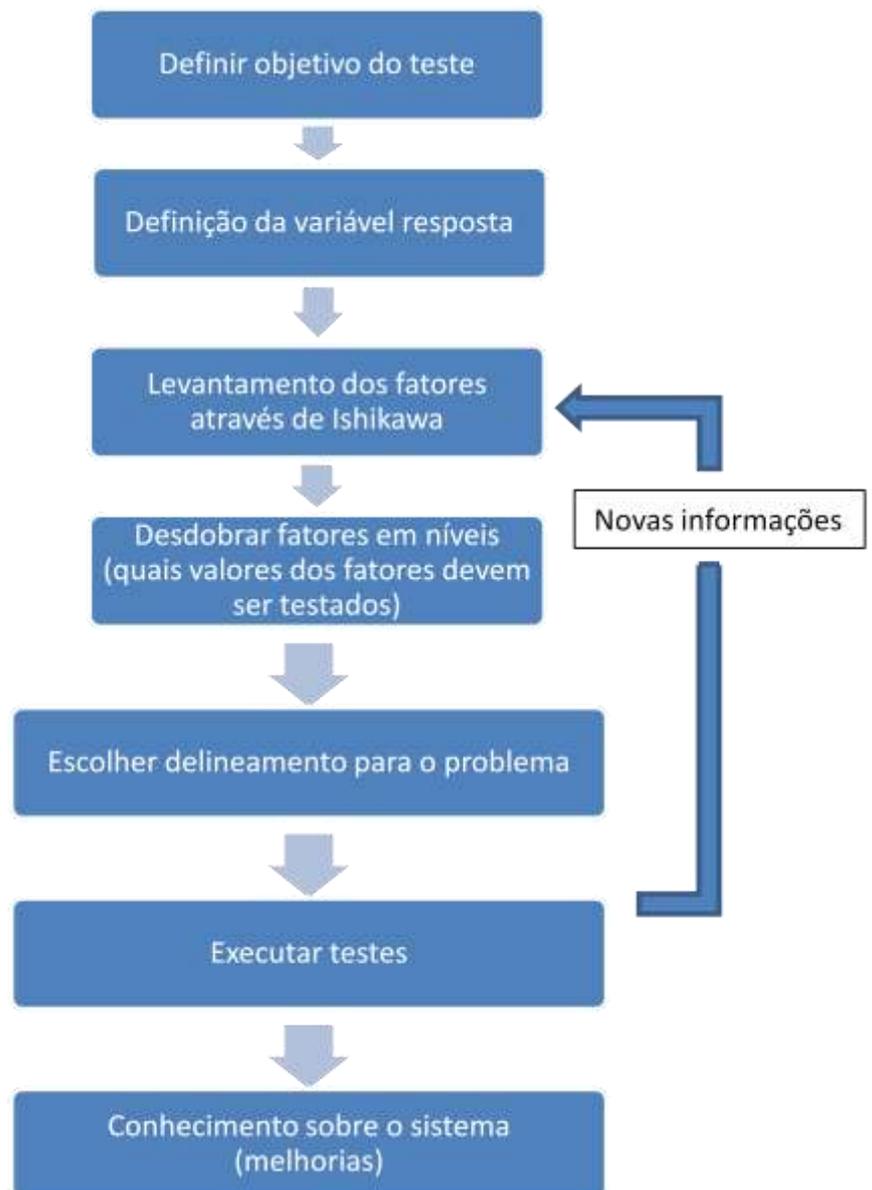


Figura 2-8. Modelo para ganho de informação através da experimentação.

Fonte: Autor

O número de testes a serem executados pode ser um fator limitante para a execução do experimento. Por exemplo, caso seja desejado testar 10 fatores sem réplica, são necessários 1024 testes, enquanto 11 fatores serão 2048 (4096 se houver 1 réplica do delineamento). Ou seja, levando em conta o custo e o tempo para a execução, executar o experimento fatorial completo pode se tornar inviável. Para esse caso pode-se escolher uma fração  $(1/2, 1/4, (1/2)^k)$

adequada das combinações possíveis de um delineamento completo. Este tipo de plano é conhecido como **delineamento fatorial fracionado**.

MONTGOMERY (2005) oferece um exemplo para delineamento de experimentos fatorial completo sem réplica, onde objetivo do experimentador é entender a variação da quantidade de produto sólido formado em uma reação química. Os fatores levantados são: Temperatura dos reagentes (A), Velocidade do misturador (B) e Concentração do reagente A (C). A Tabela 5 apresenta os valores para cada nível de cada fator.

**Tabela 5. Descrição dos fatores e níveis a serem utilizados no experimento.**

Fator	Nível alto	Nível baixo
	+1	-1
Temperatura dos reagentes (A)	40°C	10°C
Velocidade do misturador (B)	30 rpm	60rpm
Concentração do reagente A (C)	10 Mol/L.	25 Mol/L.

Fonte: Montgomery (2005) adaptado.

Com a Tabela 5 é possível criar uma tabela que abrange todos os tratamentos existentes. Os tratamentos e as ordens para execução dos tratamentos estão apresentados na Tabela 6.

Tabela 6. Plano experimental

Número do teste	Aleatorização dos testes	A	B	C
1	4	+1	+1	+1
2	7	-1	+1	+1
3	5	+1	-1	+1
4	1	-1	-1	+1
5	3	+1	+1	-1
6	6	-1	+1	-1
7	2	+1	-1	-1
8	8	-1	-1	-1

Quando o experimento envolve dois ou mais fatores, além de verificar se os fatores individuais estão ativos, há interesse em verificar se a interação entre os fatores está ativa, ou seja, um fator pode influenciar o desempenho do outro. Assim, podem ocorrer interações duplas (i.e. entre dois fatores), interações triplas (i.e. entre 3 fatores) e assim por diante. A interação é representada pela união das letras maiúsculas que representam os fatores. Por exemplo, a interação entre o fator **A** e o fator **B** é representada por **AB**; a interação tripla entre os fatores **A**, **B** e **C** é representada por **ABC** e assim por diante.

Para construir uma tabela de contraste, para um caso com **k** fatores, será adotado o seguinte procedimento:

1. Para um sistema com **k** fatores, construir uma tabela com  $2^k - 1$  colunas.
2. As **k** primeiras colunas são alocadas para os fatores; em seguida as interações duplas, depois as triplas até chegar à interação **k**-tupla.
3. Definir para cada coluna o número **C** associado ao índice da **coluna - 1**. Isto é, a primeira coluna é **C = 0**, a segunda coluna **C = 1** e assim por diante.

4. Associar a cada fator o número  $2^c$ .
5. A coluna abaixo de cada fator será preenchida alternando entre nível alto (+1) e baixo (-1) com a frequência igual ao número resultante do passo 4 até atingir  $2^k$  linhas.
6. As interações duplas dos fatores **i** e **j** são os produtos escalares dos fatores **i** e **j** onde:
  - $+1 \wedge +1 = +1$
  - $+1 \wedge -1 = -1$
  - $-1 \wedge -1 = +1$

De modo similar são obtidas as colunas das interações triplas, quádruplas e assim por diante.

Com a tabela de contraste criada, os tratamentos por teste estão determinados. Em seguida, é determinada a ordem de execução (aleatório ou não) e é feita a coleta de dados.

O objetivo matemático do delineamento é determinar se existem fatores ativos através do estudo dos efeitos. O fator é classificado como ativo quando algum efeito relacionado a ele possui relevância estatística comprovada através de análises dos dados obtidos nos testes.

**Efeitos** podem ser classificados como: efeitos principais, secundários, terciários e assim por diante. Sendo **principais**: efeitos associados aos fatores principais. **Secundários**: efeitos causados por interações duplas. **Terciários**: efeitos causados por interações triplas. O número de efeitos de um delineamento  $2^k$  é igual a  $2^k - 1$ .

Para um delineamento de 3 fatores (i.e.  $k = 3$ ) existem 7 efeitos. A Tabela 7 apresenta os efeitos do delineamento.

Tabela 7. Efeitos em um delineamento 2<sup>3</sup>.

	Classificação	Efeito
1	Principal	A
2	Principal	B
3	Principal	C
4	Secundário	AB
5	Secundário	AC
6	Secundário	BC
7	Triplo	ABC

Se o efeito **BC** se mostrar ativo, então os fatores **B** e **C** devem ser levados em consideração para a análise. Para estimar o valor de cada efeito é necessário coletar dados dos testes. A Tabela 8 apresenta uma tabela de contraste para o delineamento 2<sup>3</sup>, onde  $y_i$  representa a medição da variável resposta para o tratamento da linha  $i$ .

Tabela 8. Matriz de contraste para delineamento 2<sup>3</sup>.

	A	B	C	AB	AC	BC	ABC	Resultado
1	+	+	+	+	+	+	+	$y_1$
2	-	+	+	-	-	+	-	$y_2$
3	+	-	+	-	+	-	-	$y_3$
4	-	-	+	+	-	-	+	$y_4$
5	+	+	-	+	-	-	-	$y_5$
6	-	+	-	-	+	-	+	$y_6$
7	+	-	-	-	-	+	+	$y_7$
8	-	-	-	+	+	+	-	$y_8$

Para estimar o valor de cada efeito, basta realizar a diferença entre duas médias do efeito. A primeira: média dos  $y_i$  nos níveis baixos. A segunda: média dos  $y_i$  nos níveis altos. Seja  $D_A$  o estimador do efeito A, ele será dado por:

$$D_A = \frac{y_1 + y_3 + y_5 + y_7}{4} - \frac{y_2 + y_4 + y_6 + y_8}{4}$$

De modo similar são obtidos os estimadores para os outros efeitos.

## 2.5 Fatorial dois níveis fracionado $2^{k-p}$

O delineamento fatorial fracionado é uma fração  $2^p$  do delineamento fatorial completo. Enquanto o fatorial completo sem réplica necessita de  $2^k$  tratamentos, o delineamento fracionado é uma fração de ordem  $2^n$  do fatorial completo ( $2^n = 2^{k-p}$ ), ou seja, pode ser  $\frac{1}{2}$ ,  $\frac{1}{4}$ ,  $\frac{1}{8}$  do fatorial completo e assim por diante.

Para reduzir o número de experimentos, utilizam-se **p** geradores. Os **geradores** decorrem do processo de associar um fator principal do sistema (i.e. um fator que está sendo testado) a uma interação entre 2 ou mais fatores (i.e. uma interação múltipla). Por exemplo, na Tabela 8 existem 3 fatores principais e 4 interações. Caso houvesse mais 1 fator a ser incluído no experimento, poder-se-ia **confundi-lo** com uma interação dupla ou tripla (i.e. AB, AC, BC ou ABC).

A escolha de confundir com a interação dupla ou tripla é feita com base na probabilidade de efeito ativado. Quanto maior o grau da interação, menor é a probabilidade do efeito da interação estar ativo. Portanto, se houver comprovação estatística de efeito ativado, maior a chance de ser a do efeito principal associado ao efeito da interação.

Para se calcular o número de experimentos necessários em um delineamento fatorial fracionado com **p** geradores, tem-se:

$$N = 2^{k-p} \quad (4)$$

Onde **k** é o número de fatores a serem testados e **p** o número de geradores no delineamento escolhido. A equação 4 ainda pode ser escrita como:

$$N = \frac{2^k}{2^p} \quad (5)$$

A equação 5 mostra como o delineamento fracionado impacta no número de experimentos a serem realizados. O efeito de introduzir um gerador ao

delineamento é reduzir o número de experimentos a serem realizados pela metade. Porém, como contrapartida existe alguma perda de informação estatística.

Um delineamento completo, sem réplica, com 4 fatores, necessita de 16 experimentos. Porém, se a meta for realizar apenas 8 experimentos, então deve-se associar o fator **D** a um dos 7 efeitos do delineamento de 3 fatores (ver Tabela 7). Obviamente, a escolha deve ser adequada. Por exemplo, evita-se confundir o fator **D** com um dos 3 fatores principais, isto é, evita-se  $D = A$ ,  $D = B$  e  $D = C$ . Desta forma, o conjunto de candidatos estará reduzido em  $\{AB, AC, BC \text{ e } ABC\}$ .

Associando **D** à interação **AB** resulta em  $D = AB$ . A equação é denominada **relação de definição** (WU e HAMADA(2009)). Há uma relação de definição para cada gerador do delineamento, isto é, para cada gerador **p**. A relação de definição é vista como uma equação. Podem-se multiplicar fatores em ambos os lados da equação. Se um fator se repetir no mesmo lado da equação, eles se anulam. Por exemplo, se a relação  $D = AB$  for multiplicada pelo fator **D**, então o resultado é  $I = ABD$  ( $D^2=ABD$ ), onde **I** é o vetor unitário, e portanto, não é um fator.

Considere o delineamento de 4 fatores e 1 gerador ( $D = ABC$ ), existem 15 efeitos ( $2^4 - 1$ ) conforme mostra a Tabela 9. Para obter a Tabela 9, multiplica-se cada efeito do delineamento  $2^3$  (ver Tabela 7) com a relação de definição  $I = ABCD$ , resultando assim na Tabela 9. Atenta-se que os efeitos principais e secundários estão confundidos a outros efeitos, esses confundimentos são consequência da relação de definição escolhida, e portanto, do confundimento escolhido.

Tabela 9. 15 efeitos do delineamento de 4 fatores com 1 gerador.

A =	BCD
B =	ACD
C =	ABD
AB =	CD
AC =	BD
BC =	AD
ABC =	D
I =	ABCD

O fator **D** foi associado à interação tripla ABC (i.e.  $D = ABC$ ), porém existem outras 3 alternativas de associação possíveis,  $D = AB$ ,  $D = AC$  e  $D = BC$ . Para determinar qual interação deve ser adotada no delineamento, é necessário mensurar a relevância de cada confundimento.

Segundo Wu e Hamada (2009), fatores principais ou interações duplas são definidas como **clears** (ou livres) se nenhum de seus confundimentos são fatores principais ou interações duplas e **strongly clear** (ou fortemente livres) quando fatores ou interações duplas estão confundidos com interações quádruplas ou maiores. Por exemplo, sendo  $C = ABD$  e  $D = ABCD$ , tem-se que **C** é um fator livre, e **D** um fator fortemente livre.

A classificação é importante para a estimativa estatística de efeito sobre o sistema, e, portanto, na escolha do plano experimental. Se um delineamento apontar para importância significativa do fator **A**, e ele estiver confundido com a interação **BCD** (i.e.  $A = BCD$ ), como efeito **livre** tem maior probabilidade de ser responsável pelo efeito ativado, então **A** é considerado responsável pela ativação. Isto é, se há um efeito ativado no confundimento  $A = BCD$ , então: ou o efeito de **A** ou de **BCD** é responsável pela ativação, mas a informação de que **A** é um fator livre permite afirmar que este é o efeito que responsável pela ativação.

Para cada escolha de confundimento existe um plano associado. A classificação de fatores e interações como livres, ou fortemente livres, fornece informação para a escolha do plano a ser executado. Melhores planos contém

maior número de fatores e interações duplas classificadas como fortemente livres, em seguida de planos com maior número fatores principais e interações duplas livres.

A quantidade de efeitos principais classificados como livres e fortemente livres impacta na **resolução** do delineamento. A **resolução** indica a qualidade dos estimadores dos efeitos principais, e, portanto, fornece informação para a escolha do melhor plano.

A resolução é representada com algarismos romanos. A menor resolução desejada para um plano é **III**. Esta resolução indica que um fator principal está associado a uma interação dupla, por exemplo,  $C = AB$ . Já um plano com resolução **IV** indica que um fator principal está associado a uma interação tripla (e.g.  $D = ABC$ ) e assim por diante. Portanto, quanto maior a resolução, melhor a qualidade dos estimadores dos efeitos principais.

Segundo Wu e Hamada (2009), a resolução é dada pelo comprimento da palavra associada ao vetor unitário. Isto é, para o delineamento com relação de definição  $C = AB$ , tem-se que  $I = ABC$ . Portanto, a resolução do delineamento é **III**, pois há 3 letras associadas ao vetor unitário. Para o exemplo com relação  $D = ABC$ , tem-se que  $I = ABCD$ , portanto, a resolução do delineamento é **IV**.

Define-se como **tamanho da palavra** o comprimento dos vetores associados aos vetores unitários. No caso de  $I = ABCD$  há quatro fatores associados, então o tamanho da palavra é 4. Conforme supracitado, o tamanho da palavra é usado para definir a resolução do delineamento, e portanto, o melhor plano possível.

Quando há mais de 1 gerador em um delineamento, é necessário usar o conceito de **subgrupo definidor de contraste**. O subgrupo definidor de contraste trata-se, segundo Wu e Hamada (2009), do conjunto de todas as relações de definição dos geradores. Vamos considerar que ao invés de ter um plano de 8 provas com 4 fatores ( $p = 1$ ), será um plano de 8 experimentos com 5 fatores. Os fatores principais são: A, B e C e serão introduzidos os fatores D e E. Para 5 fatores são necessários 2 geradores, escolhendo:  $D = AB$  e  $E =$

ABC. A Tabela 10 apresenta relações de definição para um delineamento com os 2 geradores do exemplo.

**Tabela 10. Geradores e suas características.**

Geradores	D= AB	E = ABC
Relação de definição	I = ABD	I = ABCE
Tamanho da palavra	3	4

Existem 2 relações de definição,  $I = ABD = ABCE$ . Essas relações ainda podem interagir entre si para resultar em novas relações de definição, isto é,  $I = ABD = ABCE$ . Da relação  $ABD = ABCE$  obtém-se  $I = CDE$ . Assim, o subgrupo definidor de contraste contém as interações das relações de definição dois-a-dois, três-a-três e assim por diante até interagir todos juntos.

A Tabela 11 mostra o subgrupo definidor de contraste dos 2 geradores supracitados.

**Tabela 11. Subgrupo definidor de contraste**

Número do vetor	Relação de definição Simples	Relação de definição Dupla
1	I = ABD	I = CDE (1 x 2)
2	I = ABCE	

Assim, o subgrupo de contraste é:  $\{ABD, ABCE, CDE\}$ . São 3 relações de definição que formam o subgrupo. Wu e Hamada (2009) mostram que o subgrupo será formado por  $n$  elementos conforme a equação 6. Sendo  $p$  o número de geradores do delineamento.

$$n = 2^p - 1 \quad (6)$$

Wu; Hamada (2009) definem **word length pattern** de um delineamento como um vetor **W** cujos elementos **A<sub>i</sub>** representam o número de elementos do

subgrupo definidor de contraste, que possuem tamanho de palavra  $i$ . Ou seja, o vetor

$$W = (A_3, A_4, A_5, \dots, A_k)$$

indica quantas palavras de tamanho 3 existem no subgrupo definidor de contraste no elemento  $A_3$ , quantas de tamanho 4 no  $A_4$  e assim por diante, até  $k$ , ou seja, até o número de fatores.

Para o subgrupo de contraste  $\{ABD, ABCE, CDE\}$ , tem-se  $W = (2,1,0,0,0)$ , palavras de tamanho 3 (ABC e CDE) e uma palavra de tamanho 4 (ABCE).

Usando-se o vetor  $W$  é possível determinar a resolução do delineamento, pois a resolução representa a menor palavra presente no grupo definição de contraste, ou seja, todas as relações de definição e suas interações. Como o vetor  $W$  representa uma contagem da quantidade de palavras com determinado tamanho, então a resolução é numericamente igual ao índice do menor elemento do vetor diferente de 0. Isso implica, por exemplo, que dado um vetor  $W = (0,1,3,10,1)$ , a resolução é **IV** pois  $A_4$  é o primeiro elemento diferente de zero no vetor.

Com o vetor  $W$  determinado, é possível comparar diferentes planos através do critério **minimum aberration**.

### 2.5.1 Critério Minimum Aberration

**Minimum aberration** é o principal critério utilizado na literatura para definir o melhor plano experimental (CHENG e SHUI (2005)). O critério determina que, entre os planos possíveis, o plano que contém menor número de palavras de menor comprimento é o melhor. Ou seja, o melhor delineamento é aquele que contém maior número de efeitos claros ou fortemente claros.

O critério pode ser utilizado em conjunto com o vetor  $W$ , pois o melhor plano é aquele que possui menores números nos primeiros elementos do vetor.

Por exemplo, o word length pattern do design  $d_1$  é (3,1,0), já do design  $d_2$  é (1,2,1). Assim, o melhor plano, segundo o critério do minimum aberration, é  $d_2$ , embora ambos sejam de resolução III.

### 2.5.2 Exemplo de experimento fatorial fracionado adaptado Montgomery (2005)

Estudando formas de melhorar a produção do produto **C** na reação química, são levantados 5 fatores de 2 níveis cada, sendo os fatores e níveis apresentados na Tabela 12. Usando-se a equação (2), seriam necessários 32 experimentos (i.e.  $2^5 = 32$ ). Porém, devido ao custo dos reagentes, decidiu-se realizar apenas 8 experimentos. Assim, realizou-se um experimento fatorial fracionado.

Tabela 12. Fatores e Níveis para o delineamento.

Fator	Nível alto	Nível baixo	Código do fator
	+1	-1	
Temperatura dos reagentes	40°C	10°C	A
Velocidade do misturador	30 rpm	60rpm	B
Concentração do reagente A	10 Mol/L.	25 Mol/L.	C
Concentração do Reagente B	5 Mol/L.	10 Mol/L.	D
Temperatura da Sala	20°C	10°C	E

Utilizando a equação 4 para 8 experimentos com 5 fatores, determina-se são necessários, para realizar o plano, dois geradores ( $2^3 = 2^{5-p}$ ).

Construindo a tabela de contraste para 3 fatores e escolhendo duas das interações para confundir com o quarto e quinto fator (i.e.  $E = ABC$  e  $D = BC$ ) chega-se à Tabela 13. A ordem de execução do tratamento foi aleatorizada como esperado.

As relações de definição são:

$D = BC$ , logo  $I = BCD$ ;  $E = ABC$ , logo  $I = ABCE$ .

Assim, o subgrupo de contraste é:  $\{BCD, ABCE, AED\}$ . Há 3 palavras no subgrupo, sendo 2 palavras de tamanho 3 (i.e.  $BCD$  e  $AED$ ) e 1 palavra de tamanho 4 (i.e.  $ABCE$ ). Então, o vetor word length pattern é:  $W=(2,1,0)$ , pois  $A_3=2$ ,  $A_4=1$  e  $A_5=0$ . A resolução do delineamento pode ser inferida a partir do vetor  $W$ . No caso de  $W=(2,1,0)$ , o delineamento apresenta uma resolução III.

Tabela 13. Tabela de contraste para delineamento fatorial fracionado .

Ordem de execução	A	B	C	AB	AC	BC = D	ABC (= E)
3	+1	+1	+1	+1	+1	+1	+1
7	-1	+1	+1	-1	-1	+1	-1
2	+1	-1	+1	-1	+1	-1	-1
1	-1	-1	+1	+1	-1	-1	+1
5	+1	+1	-1	+1	-1	-1	-1
6	-1	+1	-1	-1	+1	-1	+1
8	+1	-1	-1	-1	-1	+1	+1
4	-1	-1	-1	+1	+1	+1	-1

Com a matriz determinada, coletam-se os dados na ordem de execução determinada e esses dados são analisados. Uma análise para o delineamento acima é feita no capítulo 5.

### 3 Delineamentos Split Plot

Em alguns casos é inviável a execução de um plano aleatorizado, devido a restrições impostas pela natureza dos fatores. Por exemplo, na agricultura o fator **tipo de fertilizantes** não apresenta facilidade na troca de níveis, pois seria necessário retirar o fertilizante da terra para aplicar outro. Com essas restrições ao sistema de delineamento, foi criado o delineamento do tipo **split-plot**, onde se restringe a aleatorização para permitir a execução do experimento. (MILIKEN e JOHNSON (1998))

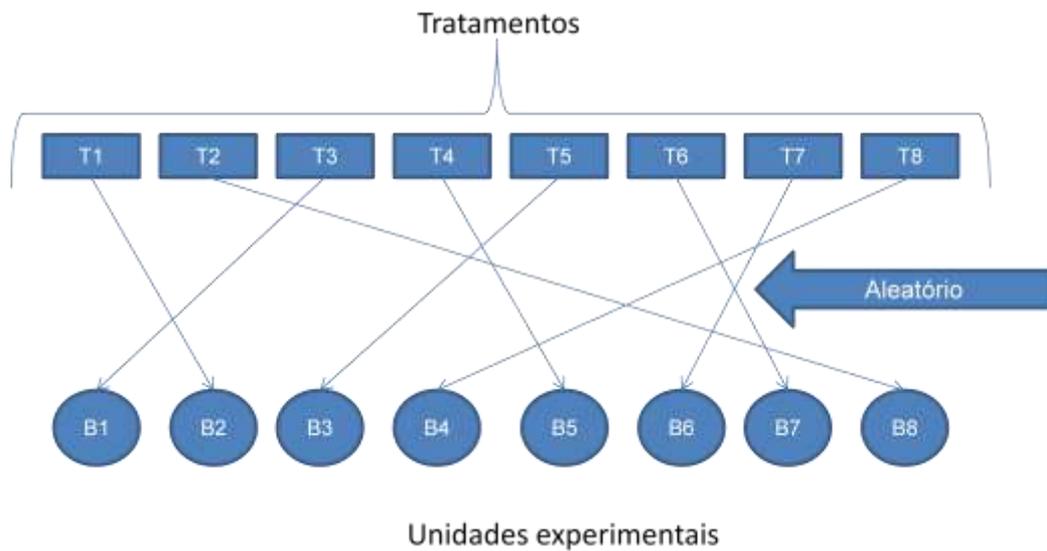
O delineamento **split-plot** se trata de um delineamento com restrição na aleatorização dos tratamentos. Um delineamento **completamente aleatorizado** e um **split-plot** para um mesmo experimento são apresentados para contrastar as diferenças

Um padeiro, querendo entender o que afeta o volume de bolos, escolhe testar 4 receitas diferentes e 2 temperaturas de cozimento. Assim há 2 fatores a serem testados: **concentração de fermento na receita (A)** e **temperatura do forno (B)**. A Tabela 14 apresenta os tratamentos do experimento. Para realizar o experimento sem réplicas são necessárias 8 unidades experimentais (B1, B2,... , B8), pois há 2 temperaturas e 4 receitas diferentes (4x2).

Tabela 14. Tratamentos para delineamento de 2 fatores, temperatura e receita.

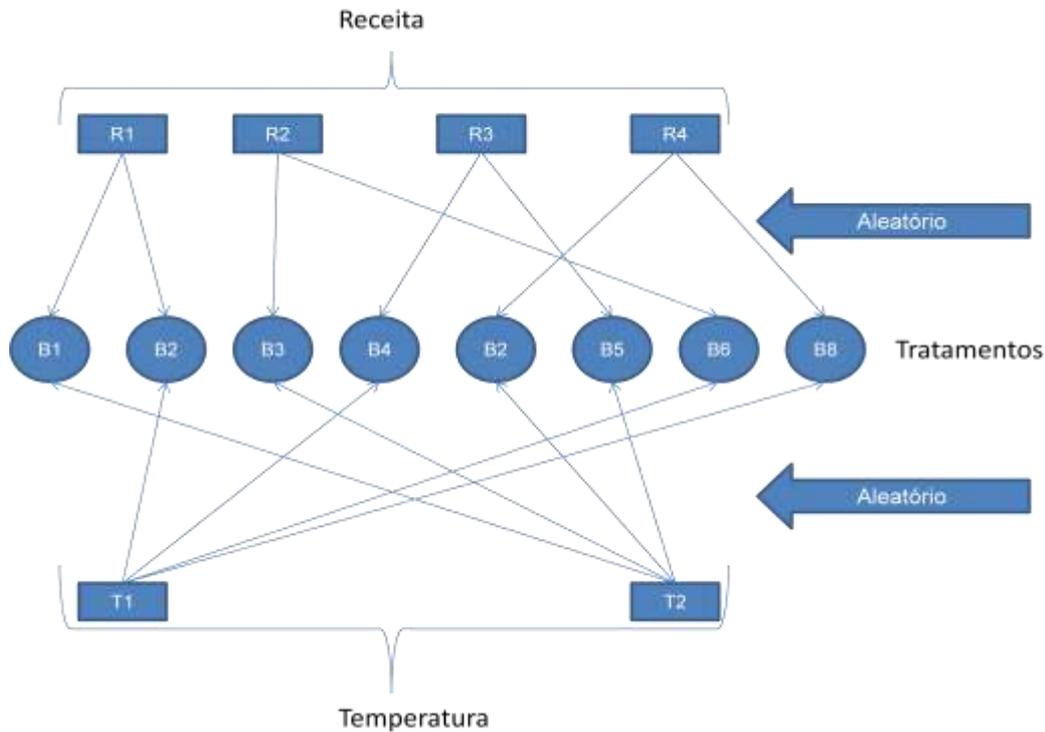
Tratamento	Temperatura do forno	Concentração de fermento (Receita)
1	250°C	10%
2	250°C	20%
3	250°C	30%
4	250°C	40%
5	210°C	10%
6	210°C	20%
7	210°C	30%
8	210°C	40%

No caso da aleatorização completa, será assado 1 bolo por vez e esse bolo receberá aleatoriamente um tratamento. Assim, a Figura 3-1 apresenta o delineamento a ser realizado.



### 3-1. Delineamento completamente aleatório

Para o mesmo experimento realizado com um delineamento split-plot, Aleatoriza-se uma temperatura do forno e são conduzidos todos os tratamentos daquela temperatura, sendo necessário apenas 1 troca de temperatura do forno. Altera-se a temperatura, e novamente são conduzidos todos os tratamentos da nova temperatura. A Figura 3-2 ilustra o delineamento split-plot.



### 3-2. Tratamentos do delineamento split-plot.

Nos delineamentos completamente aleatorizados dos bolos, os tratamentos são escolhidos de forma aleatória como visto na Figura 3-2. Porém, devido o tempo gasto para estabilizar a temperatura escolheu-se executar 4 tratamentos referentes a mesma temperatura em sequência, altera-se a temperatura e realizam-se os 4 tratamentos restantes. Essa perda de aleatoriedade é apresentada na Tabela 15. O fator **receita** representa a concentração de fermento na receita do bolo seguido com uma identificação (i.e.  $R_N$  representa a receita N associada a uma concentração de fermento).

Tabela 15. Plano de experimento split-plot.

Ordem de execução	Temperatura do forno	Receita	Tratamento
2	Alta	10% (R1)	T1
3	Alta	20% (R2)	T2
4	Alta	30% (R3)	T3
1	Alta	40% (R4)	T4
7	Baixa	10% (R1)	T5
6	Baixa	20% (R2)	T6
8	Baixa	30% (R3)	T7
5	Baixa	40% (R4)	T8

A Tabela 16 mostra estimativas de tempo gasto para o delineamento aleatorizado, levando-se em conta que são necessários 30 minutos para assar um bolo e 1 hora para ajustar a temperatura do forno (i.e. esquentar ou esfriar e entrar em regime a temperatura). O tempo máximo é calculado levando-se em conta a necessidade de alterar a temperatura 8 vezes.

Tabela 16. Estimativa de tempos gastos no delineamento.

	Unidade	Tempo/Unidade	Tempo gasto
Tempo máximo para setup	8 trocas	60 minutos / troca	480 minutos
Tempo mínimo para setup	2 trocas	60 minutos/troca	120 minutos

Já o tempo necessário para realizar o experimento com um delineamento split-plot é 360 minutos (2h de trocas + 4 para assar), ou seja, o tempo mínimo associado ao tempo mínimo calculado na Tabela 16. Antes havia uma pequena probabilidade de ocorrer uma sequência de tratamentos que necessitasse de apenas 1 troca de temperatura (i.e.  $\frac{8}{8} \times \frac{3}{7} \times \frac{2}{6} \times \frac{1}{5} = 2,86\%$ ). Com o split-plot, a ordem de execução passa a ser restrita, e logo será realizada apenas 1 troca.

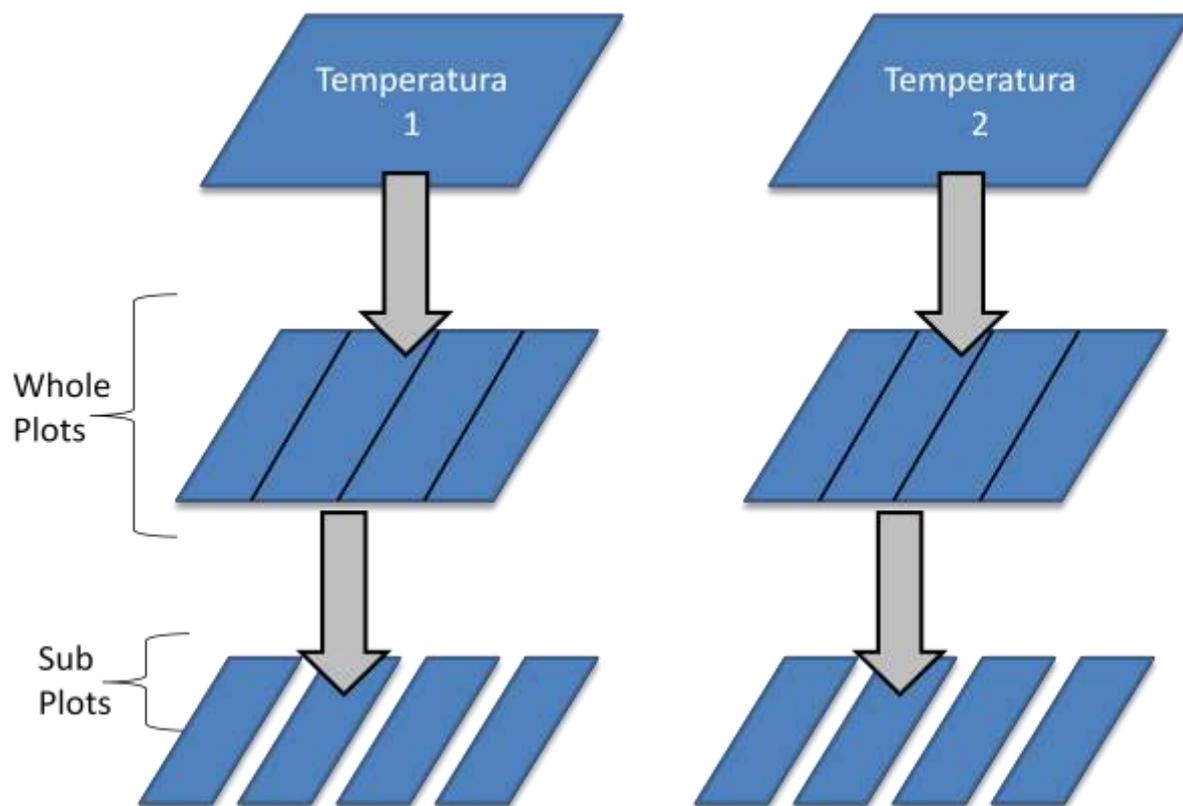
Há uma diferença de 100% entre os tempos gastos, e isso em uma indústria pode determinar a execução ou não do experimento. Ademais, há o maior gasto de energia para mudar o setup do forno, ou seja, um maior gasto de dinheiro.

Como visto no caso do bolo, a temperatura é um fator em que a troca de níveis não é tão simples. Estes fatores que apresentam restrições para a troca rápida de níveis são denominados fatores difíceis de trocar (**hard to change** (HTC factors)) (WU e HAMADA (2009)). Para se identificar fatores HTC é preciso avaliar o tempo e o esforço necessário para a troca de níveis. Por exemplo, a chapa corta-fogo do Baja exige um dia de trabalho para a troca, enquanto a equipe possuía apenas 5 disponíveis. Portanto, o fator chapa corta-fogo é classificado como fator do tipo HTC pela equipe.

Tratamentos que possuem em comum um mesmo fator HTC podem estar agrupados em um **whole-plot**. Para se identificar um whole-plot identificam-se diferentes tratamentos que estão sob influência do mesmo nível do fator HTC. Por exemplo, se for aplicado um pesticida em uma área de  $1m^2$  onde são plantadas diferentes mudas em um terreno, então as mudas que estão sob efeito do mesmo pesticida estão no mesmo whole-plot.

Dentro de um whole-plot, há diferentes unidades experimentais com diferentes tratamentos sendo testadas, como por exemplo, mudas de diferentes espécies. Cada um destes tratamentos dentro de um whole-plot é denominado **sub-plot**, então, no caso, cada muda é um sub-plot.

Entende-se que sub-plot é a menor unidade experimental possível. Na Figura 3-3 está representada a diferença entre whole-plot e sub-plot no caso dos bolos. Percebe-se que whole-plot é o conjunto de subplots, e o que diferencia um whole-plot de outro é o nível do fator HTC.



3-3. Hierarquia entre whole-plot e sub-plot.

No caso de se terem apenas dois grupos para classificar a dificuldade de fatores, os fáceis e os difíceis de trocar, tem-se os experimentos split-plot. Os fatores do primeiro grupo, com maior dificuldade de troca, são os whole-plot, enquanto os mais fáceis são os sub-plots.

No entanto, na prática existem diversos graus de dificuldades de troca de níveis dos fatores. No delineamento do Baja, 9 fatores foram classificados em 4 estratos, em que cada estrato representa um grau de dificuldade de troca. O delineamento adotado pelo Baja se trata de um split-split-split-plot, um delineamento com quatro estratos conforme indica a Figura 3-4.

Fatores por estrato - Baja			
Chapa corta-fogo (A)	Ângulo da polia conduzida (B) Material da polia conduzida (C) Tipo de mola da polia conduzida (D) Pressão da mola na polia conduzida (E)	Material da polia motriz (F) Material da polia motriz (G) Mola da polia motriz (H)	Pressão do pneu (J)

Figura 3-4. Divisão dos fatores do Baja em 4 estratos.

Existe também o delineamento split-split-plot, onde há apenas três estratos para classificação dos níveis dos fatores.

Delineamentos que restringem a aleatorização são eficientes para a redução de tempo e dinheiro gastos com a realização de testes. Porém, existe ainda o **minimum setup design** (MS design), que é capaz de reduzir mais os recursos gastos em um delineamento split-plot.

O **MS design** trata-se de determinar o menor número de setups necessários para estimar todos efeitos principais e a média do experimento. Assim, pode-se entender que o MS design torna um delineamento enxuto no número de provas. Por exemplo, em um delineamento fatorial completo de 15 fatores, são necessários mais de 32 mil experimentos ( $2^{15}$ ). Porém, utilizando o MS design para o experimento de 15 fatores, é possível estimar os efeitos principais com apenas 16 experimentos. O número mínimo de setups é apresentado no capítulo 4.

## 4 Sistema de escolha de planos com quatro estratos

Levando-se em conta a importância observada sobre testes e prototipagem, propôs-se criar um sistema que facilite o planejamento do experimento para o responsável dos testes. O sistema fornece uma lista de planos, com as escolhas possíveis de geradores para o experimento, segundo o critério do minimum aberration.

Destaca-se a importância de permitir que a pessoa responsável pelos testes tenha um maior controle na escolha do plano. Afinal, o responsável pelos testes conhece melhor as restrições do sistema testado. Levando isso em conta, o sistema oferece todas as possibilidades de planos, cabendo ao responsável a escolha deste.

O sistema para planejamento de delineamentos split-split-split-plot (DSSSP) foi programado em VBA no Excel devido à sua característica visual, à sua estrutura já voltada ao trabalho de tabelas e também ao fato de que a maioria das empresas usa o Excel para controle de dados. Assim, o programa Excel se mostrava mais útil para a proposta de trabalho.

### 4.1 Características do sistema

O sistema possibilita até 4 diferentes graus de restrição de troca de níveis de fatores, e como consequência, 4 diferentes graus de restrição de aleatorização de fatores. Na Figura 4-1 estão representados os quatro estratos e o critério usado para a classificação de fatores nos respectivos estratos.



4-1. Agrupamento do fator no estrato de acordo com dificuldade de troca

Os fatores do experimento são agrupados nos quatro estratos da Figura 4-2, onde a alocação do fator estrato é feita pelo planejador do experimento.

Como visto no capítulo 3, experimentos split-plots reduzem o tempo e recursos necessários para a execução dos experimentos. Como a proposta do trabalho é reduzir o tempo e recursos necessários para a experimentação, diminuindo assim o time-to-market, foi aplicado o MS design para o delineamento split-split-split-plot, atingindo assim um delineamento enxuto.

O sistema foi desenvolvido levando em conta as seguintes restrições:

1. Máximo de 15 fatores.
2. Máximo de 11 geradores.
3. Mínimo de 2 geradores
4. 16 ou 32 experimentos sem réplicas.
5. Três ou quatro estratos.

Os dados de entrada ao sistema são:

1. Número de fatores em cada estrato
2. Número de experimentos desejados

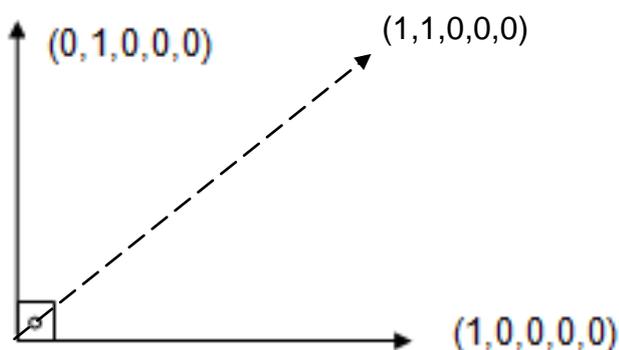
## 4.2 Desenvolvimento do sistema

Para desenvolver o sistema, há a necessidade de representar os efeitos dos fatores principais e interações através de vetores. O sistema foi desenvolvido para delineamentos com 16 ou 32 provas.

Um experimento de 16 provas pode estimar até 15 efeitos, então para experimentos de 16 provas são associados 15 vetores. De forma análoga 31 vetores estão associados ao delineamento de 32 provas.

Define-se como vetores-base os vetores que representam os efeitos principais, enquanto os outros vetores são os confundimentos (vetores-confundimentos), pois representam as interações entre os fatores principais.

Os vetores são compostos por 5 elementos (i.e  $a_i$ ), e cada elemento representa uma dimensão. Os vetores que estão presentes em apenas 1 dimensão são os fatores principais, enquanto vetores bidimensionais são interações duplas, vetores tridimensionais são interações triplas e assim por diante. A Figura 4-2 apresenta 2 vetores-base em linha cheia, enquanto a interação dos 2 fatores é representada pelo vetor de linha pontilhada.



4-2. Representação espacial dos vetores  $(1,0,0,0,0)$ ,  $(0,1,0,0,0)$  e  $(1,1,0,0,0)$

Os vetores-base que representam os efeitos principais estão apresentados na Tabela 17. Os números associados aos vetores indicam a coluna em que o vetor está localizado na tabela de vetores (ver Tabela 19). Realizando as combinações dos vetores-base, determinam-se os vetores-confundimentos, apresentados na Tabela 18.

Tabela 17. Vetores base para formação de confundimento

<b>1</b>	<b>2</b>	<b>4</b>	<b>8</b>	<b>16</b>
1	0	0	0	0
0	1	0	0	0
0	0	1	0	0
0	0	0	1	0
0	0	0	0	1

A Tabela 18 apresenta os efeitos possíveis dos geradores de um plano com 32 provas. Os números que identificam os vetores passam a ser utilizados para identificar confundimentos. Por exemplo, o vetor **5**  $(1,0,1,0,0)$  representa o

confundimento do vetor **1** e **4**. Para determinar os vetores-base que formam determinado vetor-confundimento, é preciso conferir quais vetores-base da Tabela 17 ocupam as dimensões do vetor-confundimento estudado.

**Tabela 18. Conjunto de confundimentos possíveis.**

<b>3</b>	<b>5</b>	<b>6</b>	<b>7</b>	<b>9</b>	<b>10</b>	<b>11</b>	<b>12</b>	<b>13</b>	<b>14</b>	<b>15</b>	<b>17</b>	<b>18</b>
1	1	0	1	1	0	0	1	1	0	1	1	0
1	0	1	1	0	1	0	1	0	1	1	0	1
0	1	1	1	0	0	1	0	1	1	1	0	0
0	0	0	0	1	1	1	1	1	1	1	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1
<b>19</b>	<b>20</b>	<b>21</b>	<b>22</b>	<b>23</b>	<b>24</b>	<b>25</b>	<b>26</b>	<b>27</b>	<b>28</b>	<b>29</b>	<b>30</b>	<b>31</b>
0	0	1	1	1	0	0	0	1	1	1	0	1
0	0	1	0	0	1	1	0	1	1	0	1	1
1	0	0	1	0	1	0	1	1	0	1	1	1
0	1	0	0	1	0	1	1	0	1	1	1	1
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1

### *Algoritmo de criação da tabela*

O processo de criação da tabela de vetores-confundimento é consequência de uma análise combinatória entre os vetores-base. O algoritmo usado é apresentado na Figura 4-3.

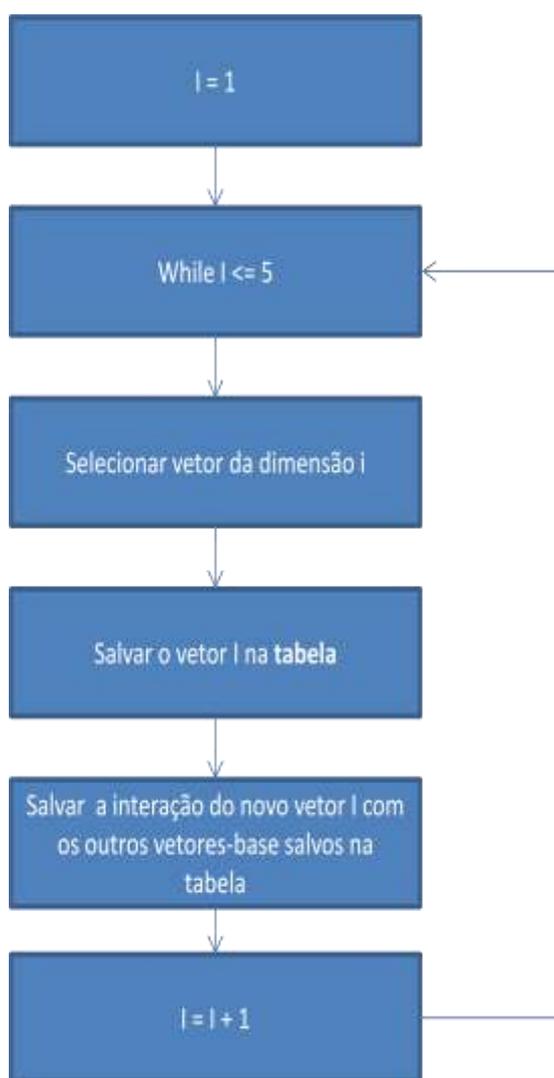


Figura 4-3. Algoritmo para criação da tabela de efeitos

O resultado do algoritmo, colocando os vetores-base na mesma tabela dos vetores-confundimentos, na ordem em que os vetores são criados, resulta na Tabela 19.

Tabela 19. Tabela de efeitos para um delineamento de até 32 experimentos

<b>1*</b>	<b>2*</b>	<b>3</b>	<b>4*</b>	<b>5</b>	<b>6</b>	<b>7</b>	<b>8*</b>	<b>9</b>	<b>10</b>	<b>11</b>	<b>12</b>	<b>13</b>	<b>14</b>	<b>15</b>	
1	0	1	0	1	0	1	0	1	0	0	1	1	0	1	
0	1	1	0	0	1	1	0	0	1	0	1	0	1	1	
0	0	0	1	1	1	1	0	0	0	1	0	1	1	1	
0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	1	1	1	1	1	
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
<b>16*</b>	<b>17</b>	<b>18</b>	<b>19</b>	<b>20</b>	<b>21</b>	<b>22</b>	<b>23</b>	<b>24</b>	<b>25</b>	<b>26</b>	<b>27</b>	<b>28</b>	<b>29</b>	<b>30</b>	<b>31</b>
0	1	0	0	0	1	1	1	0	0	0	1	1	1	0	1
0	0	1	0	0	1	0	0	1	1	0	1	1	0	1	1
0	0	0	1	0	0	1	0	1	0	1	1	0	1	1	1
0	0	0	0	1	0	0	1	0	1	1	0	1	1	1	1
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1

\*Vetores-base

Além da tabela de vetores, é preciso determinar o número mínimo de setups necessários para estimar até 15 fatores e satisfazer as condições do MS design.

Para se determinar o número mínimo de provas necessárias para estimar a média, e os efeitos principais de um delineamento fatorial fracionado de 2 níveis (sem confundir os efeitos principais entre si) são necessárias  $2^t$  provas, sendo:

$$t = [\log_2(k + 1)] + I_{\{Z\}}(\log_2(k + 1)) \quad (7)$$

Onde,  $[\log_2(k + 1)]$  significa o maior inteiro menor ou igual a  $\log_2(k + 1)$ . Por exemplo, se  $k = 4$ , então  $\log_2(3) = 2.32$ , o maior inteiro menor ou igual é 2. A função  $I_{\{Z\}}(\log_2(k + 1))$  retorna 1 se  $\log_2(k + 1)$  não for inteiro, e 0 se  $\log_2(k + 1)$  for inteiro. Assim, para  $k = 4$  tem-se que  $t = 3$  (i.e.  $2+1$ ), então são necessários  $2^3$  (8) experimentos para estimar os efeitos dos 4 fatores. Na Tabela 20, estão o número mínimo de provas e o número de geradores em função do número de fatores (até 15).

Tabela 20. Menor número de provas para delineamento com resolução III

# Fatores	Mínimo # setups	# Geradores
1	2*	0
2	4*	0
3	4	1
4	8	1
5	8	2
6	8	3
7	8	4
8	16	4
9	16	5
10	16	6
11	16	7
12	16	8
13	16	9
14	16	10
15	16	11

\* Delineamento fatorial completo  $\Rightarrow$  sem geradores

Com todos os vetores definidos e com auxílio da Tabela 20, elaborou-se o sistema para encontrar o melhor plano a ser utilizado pelo experimentador. O sistema é dividido em 3 partes, sendo:

- Preparação de dados: A partir dos dados fornecidos pelo operador, o sistema verifica a viabilidade do plano, isto é, se existe alguma restrição violada. Se nenhuma restrição é violada, o sistema determina o número de geradores por estrato e o conjunto de confundimento para cada gerador.
- Busca: O sistema usa com um algoritmo de busca que determina, a cada interação, os confundimentos dos geradores. Para reduzir o número de interações, adaptou-se um algoritmo proposto por Sitter e Bingham (1999). Ao final de cada interação do algoritmo de busca, é calculado o word length pattern do plano.
- Escolha do melhor plano: Com a lista completa de todos os planos e o respectivo word length pattern, selecionou-se os melhores planos através do word length patterns.

A equipe Baja levantou 9 fatores e os segmentou em 4 estratos, de acordo com a dificuldade de troca. A Tabela 21 mostra a divisão dos fatores. Esses foram os dados fornecidos pela equipe Baja para o sistema DSSSP desenvolvido.

**Tabela 21. Fatores nos estratos para o plano do Baja**

Estrato 1	Estrato 2	Estrato 3	Estrato 4
Chapa corta-fogo (A)	Ângulo de polia conduzida (B)	Material da polia motriz (F)	Pressão do pneu (J)
	Material da polia conduzida (C)	Material da polia motriz (G)	
	Tipo de mola na polia conduzida (D)	Mola da polia motriz (H)	
	Pressão da mola na polia conduzida (E)		

A Figura 4-4 mostra como os dados da Tabela 21 são fornecidos para o sistema.

Número de fatores:	9	
Número estágios:	4	
Número de fatores no Primeiro estrato	1	
Número de fatores no segundo estrato	4	
Número de fatores no Terceiro estrato	3	
Número de fatores no Quarto estrato	1	
Número mínimo de setups:	16	<input type="checkbox"/> 16 experimentos
Número desejado de experimentos:	32	<input checked="" type="checkbox"/> 32 experimentos
Número de geradores:	4	

**Figura 4-4. Entrada do plano do Baja no sistema**

A partir das informações fornecidas, tem-se:

### **Preparação dos dados**

O objetivo desta etapa é determinar o mínimo número de setups para o delineamento, e assim, alocar o número de geradores necessários para cada estrato. Usando os dados da Tabela 20 é determinado o número de geradores e número de setups por estrato.

Por exemplo, para o delineamento  $2^1x2^4x2^3x2^1$  do Baja tem-se:

- Primeiro estrato:

Segundo a Tabela 20, são necessários **2** setups e **0** geradores para estimar o efeito de 1 fator.

- Segundo estrato:

No segundo estrato há 4 fatores, e acumulando com o fator do primeiro estrato são 5 fatores para serem estimados. Segundo a Tabela 20, são necessários **8** setups e **2** geradores. Como não há geradores no primeiro estrato, então os 2 geradores são alocados no segundo estrato.

- Terceiro estrato:

No terceiro estrato há 3 fatores. Assim, existem 8 acumulados (1 do primeiro estrato, 4 do segundo e 3 do terceiro). Usando a Tabela 20, para estimar 8 fatores, são necessários **16** setups e **4** geradores no total. Como 2 geradores foram atribuídos no terceiro estrato, então são alocados os outros 2 geradores no terceiro.

- Quarto estrato:

Finalmente, para o último estrato há um total de 9 fatores no plano. São necessários **16** setups e **5** geradores para um delineamento de 9 fatores. Como

já foram alocados 4 geradores, então há 1 gerador no quarto estrato e são necessários no mínimo 16 setups para estimar os 9 fatores.

O delineamento resultante é representado por  $2^1x2^{4-2}x2^{3-2}x2^{1-1}$ . A Figura 4-5 apresenta os dados da rotina supracitada.

	Num_setups	Geradores
Estrato 1	2	0
Estrato 2	8	2
Estrato 3	16	2
Estrato 4	16	1

Figura 4-5. Geradores e setups necessários para cada estrato do plano Baja para 16 experimentos

Como optou-se por 32 experimentos, um gerador deve ser removido. O gerador removido é o último a entrar no sistema, ou seja, o gerador do quarto estrato. Na Figura 4-6 está apresentada a atualização dos números de geradores por estrato, levando-se em conta que serão realizados 32 experimentos.

	Num_setups	Geradores
Estrato 1	2	0
Estrato 2	8	2
Estrato 3	16	2
Estrato 4	16	0

Figura 4-6. Geradores e setups necessários para cada estrato do plano Baja para 32 experimentos

Com o número de fatores e geradores por estrato, determina-se o conjunto de confundimentos possíveis por gerador. Determina-se o número de confundimentos possíveis a partir do número de fatores disponíveis para cada estrato.

A diferença entre o número de fatores no estrato  $i$  (i.e.  $k_i$ ) e o número de geradores no estrato (i.e.  $p_i$ ) fornece o número de fatores livres no estrato, onde os vetores-base representam os fatores-livres.

O conjunto de confundimentos possíveis, por gerador, é determinado pelas interações dos vetores-base disponíveis desde o primeiro estrato até o estrato do gerador analisado.

A Tabela 22 apresenta os números de combinações possíveis de acordo com a quantidade de vetores-base disponíveis. O número de combinações possíveis dos vetores-base determina quais os confundimentos possíveis para cada gerador.

**Tabela 22. Conjunto de geradores para quantidade de fatores livres.**

Fatores livres	Número de combinações	Conjunto de confundimentos
1	0	0
2	1	3
3	4	3, 5, 6, 7
4	11	3, 5, 6, 7, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15
5	26	3, 5, 6, 7, 9, 10, .... 31
k	$2^k - k - 1$	3,5,..., $2^k - 1$

Na Figura 4-7 está apresentado o delineamento do Baja com os geradores destacados, e os estratos separados por linhas pontilhadas. Para os geradores **D** e **E** há 3 fatores livres acumulados (A, B e C), e portanto, 4 confundimentos possíveis, segundo a Tabela 22. Enquanto para **G** e **H** há 4 fatores livres acumulados, logo, 11 confundimentos possíveis.

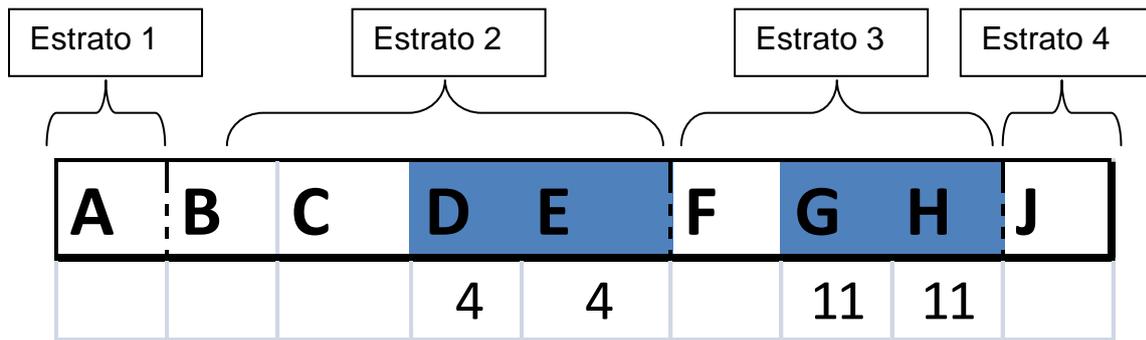


Figura 4-7. Fatores, geradores e conjunto de confundimentos para o caso do Baja.

Com o número de confundimentos possíveis, é possível determinar o número de planos de um delineamento. No exemplo da Figura 4-7, o gerador **D** possui 4 possibilidades de confundimentos, apesar do gerador **E** possuir o mesmo número de possibilidades, o confundimento associado deve ser diferente. Por exemplo, se  $D = 3$  (AB) e  $E = 3$  (AB), então  $D = E$ , ou seja, efeito principal está associado a outro efeito principal. Cada gerador alocado reduz em uma possibilidade dos geradores seguintes, assim o delineamento conta com 864 planos possíveis ( $4 \times 3 \times 9 \times 8$ ).

Os conjunto de confundimentos da Tabela 22 são grupos com os vetores-confundimentos. São os vetores que podem ser alocados de acordo com o número de fatores-livres para o gerador. A Figura 4-8 apresenta, para o delineamento do Baja, os vetores-confundimentos possíveis para cada gerador de cada estrato.

Primeiro estrato	Segundo estrato	Terceiro estrato	Quarto estrato
	<ul style="list-style-type: none"> <li>•3</li> <li>•5</li> <li>•6</li> <li>•7</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>•3; 5; 6 ;7</li> <li>•9</li> <li>•10</li> <li>•11</li> <li>•12</li> <li>•13</li> <li>•14</li> <li>•15</li> </ul>	

Figura 4-8. Conjunto de confundimentos para cada estrato, plano do Baja.

Determinado o conjunto de confundimentos, o sistema inicia a busca dos planos possíveis.

## Busca

A busca é feita com 3 vetores de contadores na programação. O primeiro vetor determina o primeiro confundimento possível de cada gerador, e é definido como  $Ci_p$ , onde  $p$  é o número do gerador.

O segundo vetor determina a posição de parada do contador, ou seja, qual o último confundimento que será alocado no gerador  $p$  do delineamento. O contador é representado por  $Cf_p$ .

O terceiro vetor determina o contador de cada interação, e, portanto, o confundimento associado a cada gerador em cada interação. Este vetor é representado por  $Cd_p$ .

A Figura 4-9 apresenta os índices associados a cada vetor-confundimento. Assim, por exemplo, quando o contador de um gerador receber o valor **onze**, tal gerador está associado ao confundimento **15**.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
3	5	6	7	9	10	11	12	13	14	15	17	18
14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26
19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31

Figura 4-9. Contadores associados aos confundimentos.

O número de confundimentos de gerador é numericamente igual ao contador limite  $Cf_p$ . Assim, para o delineamento do Baja (i.e.  $2^1x2^{4-2}x2^{3-2}x2^1$ ) os vetores limitadores (i.e.  $Cf_p$  e  $Ci_p$ ) estão apresentados na Tabela 23.

Tabela 23. Contadores iniciais e finais para geradores do plano do Baja.

	D	E	G	H
Contador Inicial	1	1	1	1
Contador Final	4	4	11	11

Quando o delineamento conta com mais de 6 geradores, e a eles estão associados conjuntos de confundimentos grandes (11 ou 26 confundimentos possíveis), o algoritmo de busca fica ineficiente devido ao número de cálculos a serem feitos. Por exemplo, se um delineamento possuir 6 geradores, sendo cinco deles com 26 possibilidades de confundimento e um de 11 possibilidades, são necessários mais de 70 milhões de planos ( $11 \times 25 \times \dots \times 22 \times 21$ ).

Assim, buscou-se na literatura formas de reduzir o número de iterações do algoritmo de busca, logo o número de planos também. Um deles é o algoritmo desenvolvido por Sitter e Bingham (1999).

Consequência inicial do algoritmo de busca é a redefinição dos contadores iniciais e finais para cada gerador do delineamento. O algoritmo propõe alocar os contadores iniciais levando em conta o estrato  $n$  em que se encontra o gerador, e também o contador do estrato  $n-1$ .

Sitter e Bingham (1999) apresentam o algoritmo aplicado a um delineamento split-plot clássico (i.e. apenas 2 estratos)  $2^{5-2}x2^{4-3}$ . A Figura 4-10 apresenta os fatores e geradores do delineamento. Os fatores de A até E estão no primeiro estrato, e os fatores de P até S estão no segundo estrato. Decidiu-se manter a notação de fatores usada pelos autores.

	A	B	C	D	E	P	Q	R	S
Fator livre	1	2	3			4			

Figura 4-10. Delineamento usado no algoritmo de Sitter e Bingham

Com o delineamento da Figura 4-10 constrói-se a tabela da Figura 4-11. Na tabela, os geradores são alocados nas colunas (i.e. D, E, P, R e S) e os confundimentos nas linhas. A tabela associa os possíveis confundimentos aos geradores.

As linhas da tabela são divididas em 2 blocos, sendo que cada bloco representa um estrato do delineamento (um bloco para os whole-plots e outro para os sub-plots). Os geradores **D** e **E** não podem receber confundimentos que contenham o fator livre **P**, pois o fator **P** é alocado no segundo estrato. Os geradores **Q**, **R** e **S** não podem conter interações de apenas fatores livres do primeiro estrato. Então, é necessário que os geradores do segundo estrato tenham pelo menos um fator do segundo estrato no seu confundimento. Assim, a tabela fica com 2 quadros vazios definidos como **bloco diagonal**, que mostram os confundimentos que não podem ser alocados aos geradores.

		Geradores					
		Coluna da Tabela 19	D	E	Q	R	S
confundimentos	AB	3	ABD	ABE	-	-	-
	AC	5	ACD	ACE	-	-	-
	BC	6	BCD	BCE	-	-	-
	ABC	7	ABCD	ABCE	-	-	-
	AP	9	-	-	APQ	APR	APS
	BP	10	-	-	BPQ	BPR	BPS
	CP	11	-	-	CPQ	CPR	CPS
	ABP	12	-	-	ABPQ	ABPR	ABPS
	ACP	13	-	-	ACPQ	ACPR	ACPS
	BCP	14	-	-	BCPQ	BCPR	BCPS
	ABCP	15	-	-	ABCPQ	ABCPR	ABCPS

Figura 4-11. Possíveis associação dos confundimentos e geradores segundo Sitter & Bingham

Fonte: Sitter & Bingham (1999)

O algoritmo de Sitter e Bingham (1999) não foi desenvolvido considerando o critério do MS design, assim é necessário fazer uma adaptação no algoritmo. Há estratos que podem não apresentar fatores livres, apenas geradores. A Tabela 24 apresenta o resultado do algoritmo para o delineamento  $2^{5-2}x2^{2-2}x2^{4-2}$ . Atenta-se ao fato que o segundo estrato não possui confundimentos possíveis de serem alocados.

Tabela 24. Estrato sem confundimentos alocáveis.

	D	E	F	G	K	L
AB	ABD	ABE	-	-	-	-
AC	ACD	ACE	-	-	-	-
BC	BCD	BCE	-	-	-	-
ABC	ABCD	ABCE	-	-	-	-
AH	-	-	-	-	AHK	AHL
BH	-	-	-	-	BHK	BHL
CH	-	-	-	-	CHK	CHL
ABH	-	-	-	-	ABHK	ABHL
ACH	-	-	-	-	ACHK	ACHL
BCH	-	-	-	-	BCHK	BCHL
ABCH	-	-	-	-	ABCHK	ABCHL
AJ	-	-	-	-	AJK	AJL
BJ	-	-	-	-	BJK	BJL
CJ	-	-	-	-	CJK	CJL
HJ	-	-	-	-	HJK	HJL
ABJ	-	-	-	-	ABJK	ABJL
ACJ	-	-	-	-	ACJK	ACJL
AHJ	-	-	-	-	AHJK	AHJL
BCJ	-	-	-	-	BCJK	BCJL
BHJ	-	-	-	-	BHJK	BHJL
CHJ	-	-	-	-	CHJK	CHJL
ABCJ	-	-	-	-	ABCJK	ABCJL
ABHJ	-	-	-	-	ABHJK	ABHJL
ACHJ	-	-	-	-	ACHJK	ACHJL
BCHJ	-	-	-	-	BCHJK	BCHJL
ABCHJ	-	-	-	-	ABCHJK	ABCHJL

Adaptamos a criação da tabela para MS design. Quando houver estratos com apenas geradores no delineamento, este estrato é agrupado no estrato que o antecede. Assim, o delineamento  $2^{5-2}x2^{2-2}x2^{4-2}$  é considerado como um delineamento  $2^{7-4}x2^{4-2}$ . A Tabela 25 apresenta o resultado do algoritmo para o novo delineamento considerado.

Tabela 25. Geradores F e G alocados no primeiro estrato

Gerador	Contador	Confundimento	D	E	F	G	K	L
3	1	AB	ABD	ABE	ABF	ABG	-	-
5	2	AC	ACD	ACE	ACF	ACG	-	-
6	3	BC	BCD	BCE	BCF	BCG	-	-
7	4	ABC	ABCD	ABCE	ABCF	ABCG	-	-
9	5	AH	-	-	-	-	AHK	AHL
10	6	BH	-	-	-	-	BHK	BHL
11	7	CH	-	-	-	-	CHK	CHL
12	8	ABH	-	-	-	-	ABHK	ABHL
13	9	ACH	-	-	-	-	ACHK	ACHL
14	10	BCH	-	-	-	-	BCHK	BCHL
15	11	ABCH	-	-	-	-	ABCHK	ABCHL
17	12	AJ	-	-	-	-	AJK	AJL
18	13	BJ	-	-	-	-	BJK	BJL
19	14	CJ	-	-	-	-	CJK	CJL
20	15	HJ	-	-	-	-	HJK	HJL
21	16	ABJ	-	-	-	-	ABJK	ABJL
22	17	ACJ	-	-	-	-	ACJK	ACJL
23	18	AHJ	-	-	-	-	AHJK	AHJL
24	19	BCJ	-	-	-	-	BCJK	BCJL
25	20	BHJ	-	-	-	-	BHJK	BHJL
26	21	CHJ	-	-	-	-	CHJK	CHJL
27	22	ABCJ	-	-	-	-	ABCJK	ABCJL
28	23	ABHJ	-	-	-	-	ABHJK	ABHJL
29	24	ACHJ	-	-	-	-	ACHJK	ACHJL
30	25	BCHJ	-	-	-	-	BCHJK	BCHJL
31	26	ABCHJ	-	-	-	-	ABCHJK	ABCHJL

Com a definição de confundimentos possíveis para cada gerador, é possível redefinir os contadores iniciais e finais dos geradores. Para a redefinição dos números de confundimentos candidatos, existem as seguintes restrições:

- $Ci_p > Ci_{(p-1)}$ . Isto é, o confundimento do gerador (**p-1**) não pode ser maior que o do gerador **p**. Esta regra também se aplica aos confundimentos de cada iteração.
- $Cf_{(p-1)} < Cf_p$ . Então, o contador final do gerador (**p-1**) é sempre menor que o contador final do gerador **p**.

- $Cd_p > Cd_{(p-1)}$ , isto é, para cada iteração o confundimento do gerador  $p$  é sempre maior que o do gerador  $(p-1)$ .

As restrições acima são assinaladas na Figura 4-12. A redefinição dos contadores iniciais (i.e.  $Ci_{(p)}$ ) segue uma linha diagonal, da esquerda para a direita, descendo um contador por gerador, enquanto os contadores finais (i.e.  $Cf_p$ ) seguem uma diagonal oposta, isto é, da direita para a esquerda subindo um contador por gerador.

Confundi- mento	Índex	Confundi- mento	D	E	F	G	K	L
3	1	AB	ABD	ABE	ABF	ABG	-	-
5	2	AC	ACD	ACE	ACF	ACG	-	-
6	3	BC	BCD	BCE	BCF	BCG	-	-
7	4	ABC	ABCD	ABCE	ABCF	ABCG	-	-
9	5	AH	-	-	-	-	AHK	AHL
10	6	BH	-	-	-	-	BHK	BHL
11	7	CH	-	-	-	-	CHK	CHL
12	8	ABH	-	-	-	-	ABHK	ABHL
13	9	ACH	-	-	-	-	ACHK	ACHL
14	10	BCH	-	-	-	-	BCHK	BCHL
15	11	ABCH	-	-	-	-	ABCHK	ABCHL
17	12	AJ	-	-	-	-	AJK	AJL
18	13	BJ	-	-	-	-	BJK	BJL
19	14	CJ	-	-	-	-	CJK	CJL
20	15	HJ	-	-	-	-	HJK	HJL
21	16	ABJ	-	-	-	-	ABJK	ABJL
22	17	ACJ	-	-	-	-	ACJK	ACJL
23	18	AHJ	-	-	-	-	AHJK	AHJL
24	19	BCJ	-	-	-	-	BCJK	BCJL
25	20	BHJ	-	-	-	-	BHJK	BHJL
26	21	CHJ	-	-	-	-	CHJK	CHJL
27	22	ABCJ	-	-	-	-	ABCJK	ABCJL
28	23	ABHJ	-	-	-	-	ABHJK	ABHJL
29	24	ACHJ	-	-	-	-	ACHJK	ACHJL
30	25	BCHJ	-	-	-	-	BCHJK	BCHJL
31	26	ABCHJ	-	-	-	-	ABCHJK	ABCHJL

Figura 4-12. Representação das linhas que determinam os novos contadores para o delineamento.

A Tabela 26 apresenta os novos  $Cf_p$  e  $Ci_p$  para os 6 geradores do delineamento  $2^{5-2}x2^{2-2}x2^{4-2}$  tratado na Figura 4-12.

**Tabela 26. Contador inicial e final para cada gerador do exemplo.**

Gerador	$Ci_p$	$Cf_p$
D	1	1
E	2	2
F	3	3
G	4	4
K	5	25
L	6	26

Com o uso do algoritmo, o número de iterações para um delineamento de 6 geradores, sendo cinco de 26 possibilidades e um de 11, reduz de 70 milhões para 1.7 milhões. Ou seja, apenas 2.53% das interações iniciais são realizadas.

Para o caso do Baja, os contadores  $Cf_p$  e  $Ci_p$ , de cada gerador, são apresentados na Tabela 27.

**Tabela 27. Contadores iniciais e finais para geradores do plano do Baja.**

Gerador	$Ci_p$	$Cf_p$
D	1	3
E	2	4
G	5	10
H	6	11

Com os contadores-limites redefinidos, realiza-se um algoritmo de busca que faz uma varredura de todos os  $Cd_p$  possíveis, variando o seu valor de  $Ci_p$  até  $Cf_p$ .

É preciso definir a função que calcula o word length pattern do plano. A função que retorna o word length pattern é representada por

$$wlp = (n, g_1, g_1, \dots, g_n)$$

Onde  $n$  é o número de geradores do delineamento e  $g_n$  é um confundimento (ver Tabela 18).

Definindo o  $Vetor_i(n)$  como o vetor que recebe o  $n$ -ésimo confundimento, o algoritmo para determinar todos os planos possíveis para o Baja é

```

While  $Cd_1 \leq Cf_1$  then
  While  $Cd_2 \leq Cf_2$  then
    While  $Cd_3 \leq Cf_3$  then
      While  $Cd_4 \leq Cf_4$  then
         $Vetor_2(Cd_1)$ 
         $Vetor_2(Cd_2)$ 
         $Vetor_3(Cd_3)$ 
         $Vetor_4(Cd_4)$ 
      Do {
         $wlp = (4, Vetor_1(Cd_1), Vetor_2(Cd_2), Vetor_3(Cd_3), Vetor_4(Cd_4))$ 
        While  $N \leq 4$ 
          Print  $Vetor_N(Cd_N)$ 
         $N=N+1$ 

```

```

        End
    Print wlp
}

         $Cd_4 = Cd_4 + 1$ 
        end
         $Cd_3 = Cd_3 + 1$ 
        end
         $Cd_2 = Cd_2 + 1$ 
        end
         $Cd_1 = Cd_1 + 1$ 
    end

```

O algoritmo implementado é a generalização do algoritmo supracitado. A diferença é que o algoritmo foi implementado para até 11 geradores.

No apêndice A está a lista de todos os planos possíveis para o delineamento do Baja. Foram necessárias apenas 124 interações, sendo que inicialmente seriam necessárias 864.

### **Escolha do melhor plano**

A cada iteração do sistema determina se o word length pattern do conjunto de confundimentos para os geradores. A partir disso, ordena-se a coluna de word length pattern de forma crescente. Logo, o menor word length pattern determina o melhor plano de acordo com o critério do minimum aberration.

Para o exemplo do Baja, o melhor word length pattern encontrado foi (3.7.4.0.1). Os planos que geram o melhor word length pattern estão indicados na Tabela 28.

A equipe Baja optou por usar o confundimento **3, 5, 9 e 14**. Com os confundimentos, montaram a tabela de contraste e realizaram os testes.

**Tabela 28. Melhores planos para Baja**

Gerador 1	Gerador 2	Gerador 3	Gerador 4	Word
3	5	9	14	3_7_4_0_1_0_0_0_0_0_0_0_0_0_0
3	5	9	15	3_7_4_0_1_0_0_0_0_0_0_0_0_0_0
3	5	14	15	3_7_4_0_1_0_0_0_0_0_0_0_0_0_0
3	6	10	13	3_7_4_0_1_0_0_0_0_0_0_0_0_0_0
3	6	10	15	3_7_4_0_1_0_0_0_0_0_0_0_0_0_0
3	6	13	15	3_7_4_0_1_0_0_0_0_0_0_0_0_0_0
3	7	12	13	3_7_4_0_1_0_0_0_0_0_0_0_0_0_0
3	7	12	14	3_7_4_0_1_0_0_0_0_0_0_0_0_0_0
3	7	13	14	3_7_4_0_1_0_0_0_0_0_0_0_0_0_0
5	6	11	12	3_7_4_0_1_0_0_0_0_0_0_0_0_0_0
5	6	11	15	3_7_4_0_1_0_0_0_0_0_0_0_0_0_0
5	6	12	15	3_7_4_0_1_0_0_0_0_0_0_0_0_0_0
5	7	12	13	3_7_4_0_1_0_0_0_0_0_0_0_0_0_0
5	7	12	14	3_7_4_0_1_0_0_0_0_0_0_0_0_0_0
5	7	13	14	3_7_4_0_1_0_0_0_0_0_0_0_0_0_0
6	7	12	13	3_7_4_0_1_0_0_0_0_0_0_0_0_0_0
6	7	12	14	3_7_4_0_1_0_0_0_0_0_0_0_0_0_0
6	7	13	14	3_7_4_0_1_0_0_0_0_0_0_0_0_0_0

## 5 Análise do experimento

Com o melhor plano determinado, o experimentador pode realizar a coleta de dados. É necessário analisar os dados para concluir algo sobre os efeitos do delineamento.

Quando existe réplica do delineamento, a análise de dados é feita através da análise de variância, ou tabela ANOVA, como é chamada na literatura. Para saber mais sobre análise de experimentos com mais de 1 réplica ver Box e Hunter (2005).

Quando o delineamento não conta com réplica, a análise dos dados é feita através de um gráfico de probabilidade normal, isto é, os estimadores dos efeitos são plotados em um gráfico de probabilidade normal. Através de uma análise visual, determinam-se os efeitos ativos.

Os dados coletados de um delineamento  $2^{5-1}$  com  $E = ABCD$  são apresentados na Tabela 29. Os mesmos dados serão usados para analisar o delineamento fatorial fracionado, split-plot e split-split-plot, com finalidade didática de apresentar as diferenças entre eles.

Com os dados, calculam-se os estimadores para os efeitos principais e efeitos secundários.

Tabela 29. Plano executado para rendimento de reação química.

	A	B	C	D	E	y
1	+	+	+	+	+	40.85
2	+	+	+	-	-	51.07
3	+	+	-	+	-	350.17
4	+	+	-	-	+	61.75
5	+	-	+	+	-	167.00
6	+	-	+	-	+	107.00
7	+	-	-	+	+	324.00
8	+	-	-	-	-	68.67
9	-	+	+	+	-	40.32
10	-	+	+	-	+	83.41
11	-	+	-	+	+	432.00
12	-	+	-	-	-	38.08
13	-	-	+	+	+	15.14
14	-	-	+	-	-	41.03
15	-	-	-	+	-	70.31
16	-	-	-	-	+	81.03

Os estimadores dos efeitos principais e secundários são calculados conforme explicado na seção 2.4 e são apresentados na Tabela 30.

Tabela 30. Efeitos e estimadores

efeito	estimador
A	-27.93375
B	46.14875
C	-14.11125
D	33.48375
E	-46.16375
AB	68.64125
AC	21.55625
AD	21.6
BD	-29.3
CD	-111.9
AE	-6.5
BE	66.9
CE	131.9
DE	-103.3

Supondo que os dados sejam provenientes de um delineamento fatorial fracionado, a Figura 5-1 corresponde ao gráfico dos estimadores dos efeitos em um gráfico de probabilidade normal. Os efeitos distantes da reta são considerados efeitos ativos. O efeito que se mostra ativo, no delineamento fatorial fracionado, é o efeito do fator **D**.

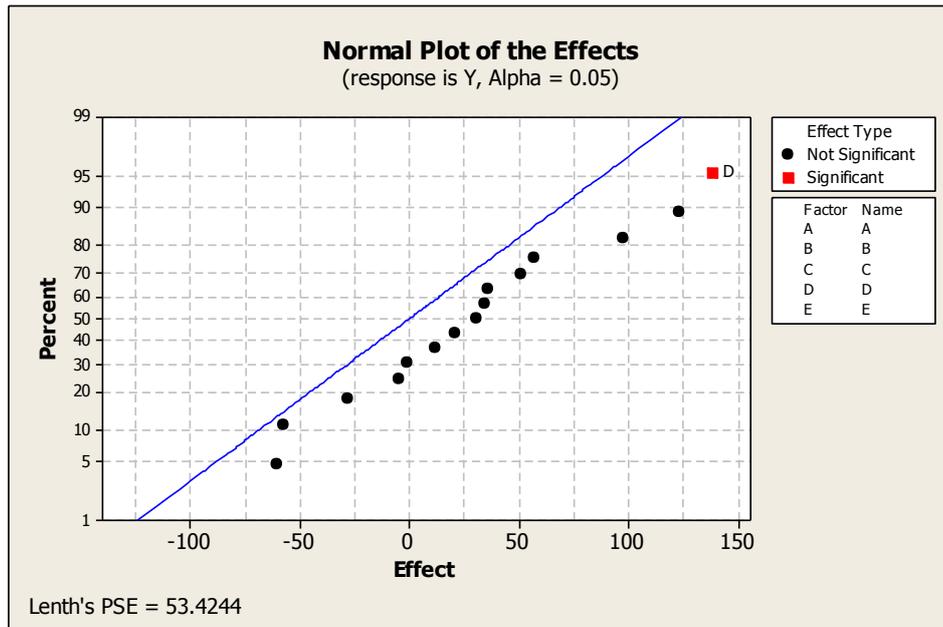


Figura 5-1. Gráfico normal para delineamento fatorial fracionado

Fonte: Minitab adaptado.

Supondo que os dados fossem resultado de um delineamento split-plot, com 2 fatores HTC (A e B) no primeiro estrato, a análise deve ser feita utilizando 2 gráficos. O primeiro gráfico corresponde aos efeitos do primeiro estrato (Figura 5-2), enquanto o segundo gráfico os efeitos do segundo estrato (Figura 5-3).

Para a análise do delineamento split-plot, os efeitos analisados do primeiro estrato são os dois efeitos principais e um efeito secundário, isto é, o fator **A**, fator **B** e a interação **AB**. Já no segundo estrato os efeitos principais são: **C**, **D**, **E** suas interações duplas (**CD**, **CE**, **DE**) e mais as interações (**A,B**) X (**C,D,E**, ou seja, **AC**, **AD**, **AE**, **BC**, **BD**, **BE**).

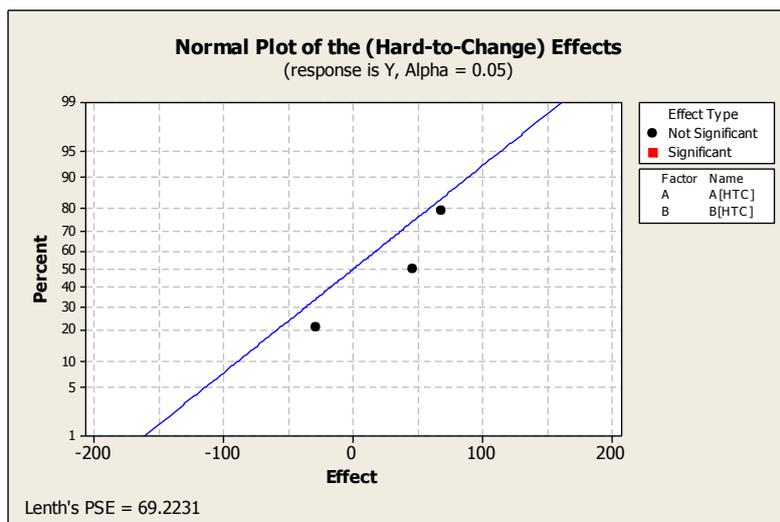


Figura 5-2. Gráfico normal com efeitos do primeiro estrato.

Fonte: Minitab.

Neste caso não há efeitos distantes das retas, e portanto, não foi identificada a ativação de fatores.

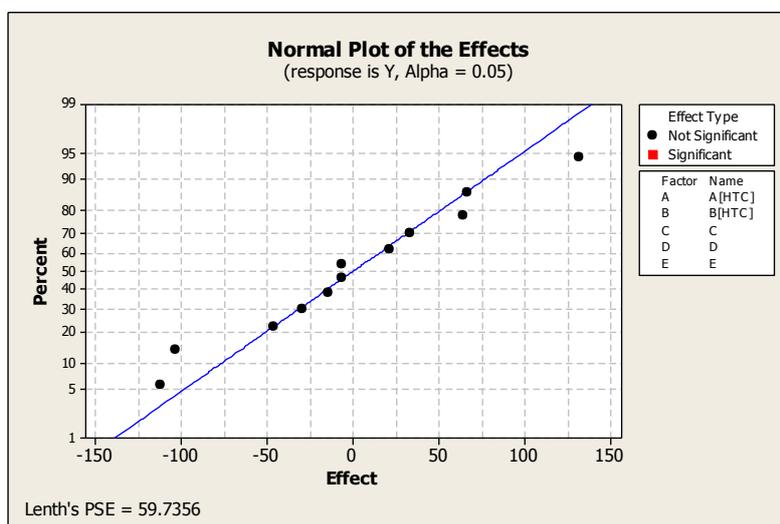


Figura 5-3. Gráfico normal com efeitos do segundo estrato.

Fonte: Minitab.

De modo similar pode ser adaptado para analisar experimento  $split^2 - plot$  e  $split^3 - plot$ . Para cada estrato há um gráfico de probabilidade normal.

Para o primeiro estrato, são analisados os efeitos principais e a interação entre eles. Para cada estrato seguinte, são analisados os efeitos principais dos fatores do estrato e os efeitos secundários que contenham fatores do estrato analisado com fatores dos estratos anteriores.

Para um delineamento  $2^1 \times 2^2 \times 2^{2-1}$ , com estimadores de efeitos da Tabela 30, seriam necessários 3 gráficos de probabilidade normal. No primeiro estrato é analisado o efeito de A, porém, como só há 1 efeito no estrato, não há gráfico de probabilidade para este estrato. Para se determinar se o fator **A** está ativo, é necessário que algum efeito de alguma das interações duplas que contenham o fator **A** apresente significância no teste de probabilidade. A Figura 5-4 apresenta o gráfico de probabilidade para o segundo estrato e a Figura 5-5 para o terceiro estrato. A Tabela 31 apresenta os efeitos de cada estrato para o delineamento split-split-plot.

**Tabela 31. Efeitos por estrato no delineamento  $2^1 \times 2^2 \times 2^{2-1}$**

Estrato 1	Estrato 2	Estrato 3
A	B	D
	C	E
	AB	AD
	AC	BD
	BC	CD
		AE
		BE
		CE
		BD
		DE

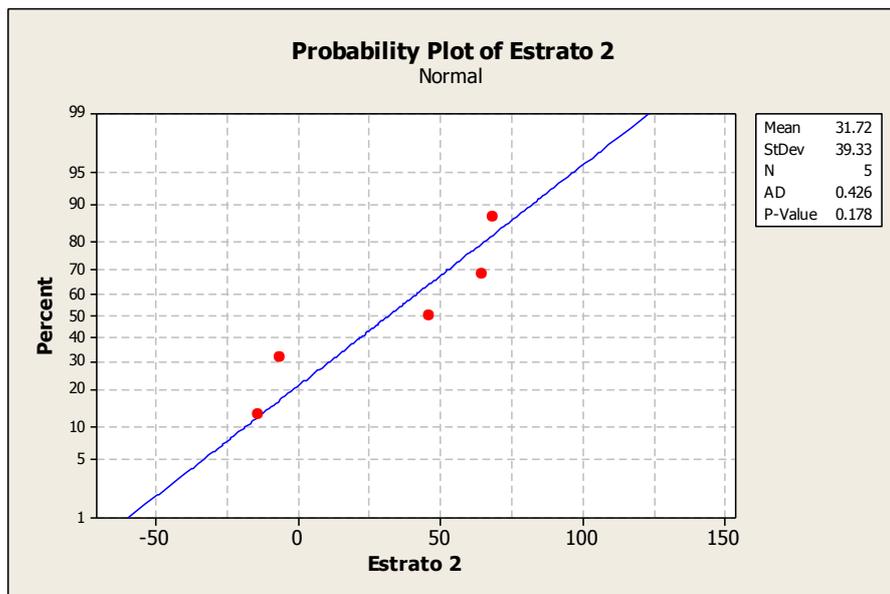


Figura 5-4. Análise dos efeitos no segundo estrato

Fonte: Minitab

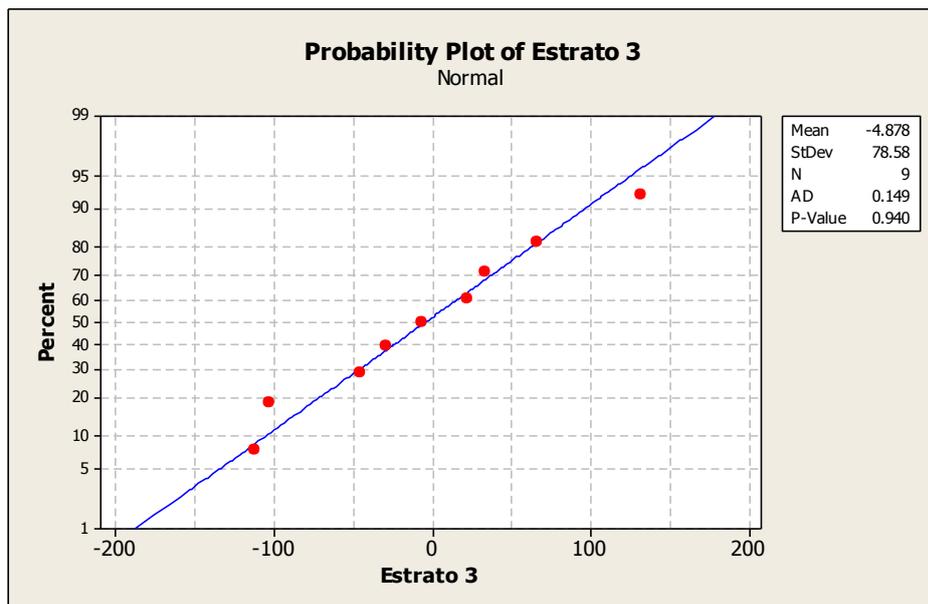


Figura 5-5. Análise dos efeitos no terceiro estrato

Fonte: Minitab

## 6 Conclusões e recomendações

O sistema desenvolvido permite que indústrias realizem testes atendendo restrições de tempo diminuindo o recurso destinado à experimentação. Assim, empresas possuem mais uma ferramenta para incremento de competitividade em 2 frentes. A primeira: melhorando produtos e processos já estabelecidos. A segunda: obtendo informações sobre sistemas e produtos novos de forma mais rápida e estruturada, o que colabora com o processo de inovações da empresa.

A impressora 3D se mostra cada vez mais acessível, o trabalho pode contribuir para a inovação fora do ambiente das indústrias, em lugares em que há menos recursos realizar testes.

A equipe Baja conquistou terceiro e quarto lugar na competição após o trabalho. A conquista garantiu vaga na competição mundial. Na competição mundial garantiu o segundo lugar na prova de aceleração e quinto na prova de manobrabilidade dentre as 100 equipes competidoras.

Com o sistema, é possível criar catálogos de planos para cada delineamento escolhido alterando o número de fatores por estrato. O catálogo fornece os confundimentos para cada gerador do delineamento e também o word length pattern. Sendo assim, pode ser criado um manual dos melhores planos para delineamentos  $split^2 - plot$  e para  $split^3 - plot$  com o menor número de setups.

Catálogo parcial de 16 experimentos com 3 estratos foi criado e está no apêndice B. Foi criado o catálogo de 16 experimentos para 4 estratos, porém o catálogo fica ilegível devido ao seu tamanho e o número de variáveis, então não foi impresso.

O algoritmo de Bingham e Sitter (1999) é eficiente para a redução do número de planos. Porém, deve-se buscar outros algoritmos capazes de reduzir mais o número de planos.

O trabalho foi fundamental para o amadurecimento intelectual do aluno. Na graduação foi abordado apenas delineamentos fatoriais fracionados, foi preciso estudar e entender os conceitos sobre fatores hard-to-change, word length pattern, delineamentos split-plot, MS design e split-plot com mais de 2 estágios de dificuldades.

O sistema desenvolvido, pode ser adaptado para o programa R. O programa R, por ser open-source, pode atingir um número maior de usuários, colaborando para a difusão da ferramenta.

Como continuação do trabalho, elaborar um catálogo padronizado e preencher. Assim, mesmo quem não quer operar o sistema, terá acesso às informações.

## Bibliografia

- Barone J. ; M. **Álgebra linear**. 11e. São Paulo: [s.n.]. c1990.312 p.
- Bisgaard, S; Fuller. H. T. ; Barrios E. **Quality Quandaries: Two-Level Factorials Run as Split Plot Experiments**. Quality Engineering, 1996; 8 (4): 705 – 708.
- Bingham, D. ; Sitter, R.R. **Minimum aberration two-level factorial factorial split-plot designs**. Technometrics. Vol 41. No 1. C1999 pp. 62-70.
- Box, G. E. P. ; Hunter, J. S. ; Hunter, W. G. **Statistics for experimenters design, innovation, and discovery**. 2nd ed. Hoboken, N.J., Wiley-Interscience, c2005. xvii, 633 p.
- Cheng, C. S. ; Tang. B. **A general theory of minimum aberration and its applications**. Institute of Mathematical Statistics. 2005. Vol 3.
- Fang, KT. ; Zhang, A. ; Li, R. **An effective algorithm for generation of factorial designs with generalized minimum aberration**. Elsevier. C2007.
- Ganju J. ; Lucas JM. **Detecting Randomization Restrictions caused by Factors**. Journal of Statistical Planning and Inference, 1999; 81: 129-140.
- Gaspari-Pezzopane, C. ; Filho, H. P. M. ; Bordignon, R. **Variabilidade genética do rendimento intrínseco de grãos em germoplasma de coffeea**. Scielo. C 2004 p.39-54.
- Goffin, K. ; Mitchel, R. **Innovation management: strategy and implementation using the Pentathlon framework**. 2 ed. Basingstoke (UK): Palgrave Macmillan, c2010.
- Huang, P. ; Chen, D. ; Voelkel, J. O. **Minimum aberration two-level split-plot designs**. Technometrics. Vol. 40. C1998. pp. 314-326.
- Jones, O. ; Maillardet, R ;. Robinson, A. **Introduction to scientific programming and simulation using R**. Chapman and Hall/CRC, c2009. 472 p.
- Levy, L. J. **CIO Enterprise**. Vol 12. No 23. C1999. p10.
- Mason, R. L. ; Gunst, R. F. ; Hess, J. L. **Statistical design and analysis of experiments with applications to engineering and science**. New York, Wiley, c1989. xvi, 692 p.
- Miliken, G. A. ; Johnson, D. E. **Analysis of messy data**. 1<sup>st</sup> ed. V1. Boca Raton : Chapman & Hall/CRC, c1998.
- Miranda, D. ; Grisi, R. ; Lodovici S. **Geometria Analítica Vetorial**. UFABC – Universidade Federal do ABC. c2014. 277p.

Oliveira, M. G.. Freitas, J. S.. Fleury A. L.. Rozenfeld, H.. Roadmapping – **Uma abordagem estratégica para inovação em produtos, serviços e tecnologia.** C 2012. 208 p.

Ribeiro, J. L. D. ; Editores, C. S. C. **Projeto de experimentos.** Porto Alegre. UFRGS. c2000. 168p.

Silva, L. C. **Café- fruto, grão e bebida.** Agais. UFES - Espírito Santo. C2012 p13-18.

Stockburger, D. W. **Introductory statistics. Concepts, Models, and Applications.** V1. c1996.

Tague R. N.; The quality toolbox. 2nd ed. ASQ Quality Press c2004. Disponível em: <http://asq.org/learn-about-quality/cause-analysis-tools/overview/fishbone.html> Acesso em: 17 ago. 2014.

Thomke, SH. **Managing Experimentation in the Design of New Products.** *Management Science*, 1998; **44** (6): 743-762.

Vivacqua C. ; Lee Ho, L.; Pinho, A. **Minimum Setup minimum aberration two-level split-plot type designs for physical prototype testing.** Quality and reliability engineering international. c2014 (to appear).

Wu, C. J. ; Hamada, M. **Experiments planning, analysis, and optimization.** 2nd ed. Hoboken, N.J, Wiley, c2009. xxix, 716 p. Wiley Series in probability and statistic

## Apêndices

### Apêndice A – Planos existentes no delineamento $2^1x_2^{4-2}x_3^{3-2}x_4^1$ 32

Gerador 1	Gerador 2	Gerador 3	Gerador 4	wlp
3	5	9	10	5_5_2_2_1_0_0_0_0_0_0_0_0_0_0
3	5	9	11	5_5_2_2_1_0_0_0_0_0_0_0_0_0_0
3	5	9	12	5_5_2_2_1_0_0_0_0_0_0_0_0_0_0
3	5	9	13	5_5_2_2_1_0_0_0_0_0_0_0_0_0_0
3	5	9	14	3_7_4_0_1_0_0_0_0_0_0_0_0_0_0
3	5	9	15	3_7_4_0_1_0_0_0_0_0_0_0_0_0_0
3	5	10	11	4_5_4_2_0_0_0_0_0_0_0_0_0_0_0
3	5	10	12	5_5_2_2_1_0_0_0_0_0_0_0_0_0_0
3	5	10	13	4_5_4_2_0_0_0_0_0_0_0_0_0_0_0
3	5	10	14	4_5_4_2_0_0_0_0_0_0_0_0_0_0_0
3	5	10	15	4_5_4_2_0_0_0_0_0_0_0_0_0_0_0
3	5	11	12	4_5_4_2_0_0_0_0_0_0_0_0_0_0_0
3	5	11	13	5_5_2_2_1_0_0_0_0_0_0_0_0_0_0
3	5	11	14	4_5_4_2_0_0_0_0_0_0_0_0_0_0_0
3	5	11	15	4_5_4_2_0_0_0_0_0_0_0_0_0_0_0
3	5	12	13	4_5_4_2_0_0_0_0_0_0_0_0_0_0_0
3	5	12	14	4_5_4_2_0_0_0_0_0_0_0_0_0_0_0
3	5	12	15	4_5_4_2_0_0_0_0_0_0_0_0_0_0_0
3	5	13	14	4_5_4_2_0_0_0_0_0_0_0_0_0_0_0
3	5	13	15	4_5_4_2_0_0_0_0_0_0_0_0_0_0_0
3	5	14	15	3_7_4_0_1_0_0_0_0_0_0_0_0_0_0
3	6	9	10	5_5_2_2_1_0_0_0_0_0_0_0_0_0_0
3	6	9	11	4_5_4_2_0_0_0_0_0_0_0_0_0_0_0
3	6	9	12	5_5_2_2_1_0_0_0_0_0_0_0_0_0_0
3	6	9	13	4_5_4_2_0_0_0_0_0_0_0_0_0_0_0
3	6	9	14	4_5_4_2_0_0_0_0_0_0_0_0_0_0_0
3	6	9	15	4_5_4_2_0_0_0_0_0_0_0_0_0_0_0
3	6	10	11	5_5_2_2_1_0_0_0_0_0_0_0_0_0_0
3	6	10	12	5_5_2_2_1_0_0_0_0_0_0_0_0_0_0
3	6	10	13	3_7_4_0_1_0_0_0_0_0_0_0_0_0_0
3	6	10	14	5_5_2_2_1_0_0_0_0_0_0_0_0_0_0
3	6	10	15	3_7_4_0_1_0_0_0_0_0_0_0_0_0_0
3	6	11	12	4_5_4_2_0_0_0_0_0_0_0_0_0_0_0
3	6	11	13	4_5_4_2_0_0_0_0_0_0_0_0_0_0_0
3	6	11	14	5_5_2_2_1_0_0_0_0_0_0_0_0_0_0
3	6	11	15	4_5_4_2_0_0_0_0_0_0_0_0_0_0_0
3	6	12	13	4_5_4_2_0_0_0_0_0_0_0_0_0_0_0
3	6	12	14	4_5_4_2_0_0_0_0_0_0_0_0_0_0_0

3	6	12	15	4_5_4_2_0_0_0_0_0_0_0_0_0_0_0
3	6	13	14	4_5_4_2_0_0_0_0_0_0_0_0_0_0_0
3	6	13	15	3_7_4_0_1_0_0_0_0_0_0_0_0_0_0
3	6	14	15	4_5_4_2_0_0_0_0_0_0_0_0_0_0_0
3	7	9	10	5_5_2_2_1_0_0_0_0_0_0_0_0_0_0
3	7	9	11	4_5_4_2_0_0_0_0_0_0_0_0_0_0_0
3	7	9	12	5_5_2_2_1_0_0_0_0_0_0_0_0_0_0
3	7	9	13	4_5_4_2_0_0_0_0_0_0_0_0_0_0_0
3	7	9	14	4_5_4_2_0_0_0_0_0_0_0_0_0_0_0
3	7	9	15	4_5_4_2_0_0_0_0_0_0_0_0_0_0_0
3	7	10	11	4_5_4_2_0_0_0_0_0_0_0_0_0_0_0
3	7	10	12	5_5_2_2_1_0_0_0_0_0_0_0_0_0_0
3	7	10	13	4_5_4_2_0_0_0_0_0_0_0_0_0_0_0
3	7	10	14	4_5_4_2_0_0_0_0_0_0_0_0_0_0_0
3	7	10	15	4_5_4_2_0_0_0_0_0_0_0_0_0_0_0
3	7	11	12	5_5_2_2_1_0_0_0_0_0_0_0_0_0_0
3	7	11	13	4_5_4_2_0_0_0_0_0_0_0_0_0_0_0
3	7	11	14	4_5_4_2_0_0_0_0_0_0_0_0_0_0_0
3	7	11	15	5_5_2_2_1_0_0_0_0_0_0_0_0_0_0
3	7	12	13	3_7_4_0_1_0_0_0_0_0_0_0_0_0_0
3	7	12	14	3_7_4_0_1_0_0_0_0_0_0_0_0_0_0
3	7	12	15	5_5_2_2_1_0_0_0_0_0_0_0_0_0_0
3	7	13	14	3_7_4_0_1_0_0_0_0_0_0_0_0_0_0
3	7	13	15	4_5_4_2_0_0_0_0_0_0_0_0_0_0_0
3	7	14	15	4_5_4_2_0_0_0_0_0_0_0_0_0_0_0
5	6	9	10	4_5_4_2_0_0_0_0_0_0_0_0_0_0_0
5	6	9	11	5_5_2_2_1_0_0_0_0_0_0_0_0_0_0
5	6	9	12	4_5_4_2_0_0_0_0_0_0_0_0_0_0_0
5	6	9	13	5_5_2_2_1_0_0_0_0_0_0_0_0_0_0
5	6	9	14	4_5_4_2_0_0_0_0_0_0_0_0_0_0_0
5	6	9	15	4_5_4_2_0_0_0_0_0_0_0_0_0_0_0
5	6	10	11	5_5_2_2_1_0_0_0_0_0_0_0_0_0_0
5	6	10	12	4_5_4_2_0_0_0_0_0_0_0_0_0_0_0
5	6	10	13	4_5_4_2_0_0_0_0_0_0_0_0_0_0_0
5	6	10	14	5_5_2_2_1_0_0_0_0_0_0_0_0_0_0
5	6	10	15	4_5_4_2_0_0_0_0_0_0_0_0_0_0_0
5	6	11	12	3_7_4_0_1_0_0_0_0_0_0_0_0_0_0
5	6	11	13	5_5_2_2_1_0_0_0_0_0_0_0_0_0_0
5	6	11	14	5_5_2_2_1_0_0_0_0_0_0_0_0_0_0
5	6	11	15	3_7_4_0_1_0_0_0_0_0_0_0_0_0_0
5	6	12	13	4_5_4_2_0_0_0_0_0_0_0_0_0_0_0
5	6	12	14	4_5_4_2_0_0_0_0_0_0_0_0_0_0_0
5	6	12	15	3_7_4_0_1_0_0_0_0_0_0_0_0_0_0
5	6	13	14	4_5_4_2_0_0_0_0_0_0_0_0_0_0_0
5	6	13	15	4_5_4_2_0_0_0_0_0_0_0_0_0_0_0

5	6	14	15	4_5_4_2_0_0_0_0_0_0_0_0_0_0_0_0
5	7	9	10	4_5_4_2_0_0_0_0_0_0_0_0_0_0_0_0
5	7	9	11	5_5_2_2_1_0_0_0_0_0_0_0_0_0_0_0
5	7	9	12	4_5_4_2_0_0_0_0_0_0_0_0_0_0_0_0
5	7	9	13	5_5_2_2_1_0_0_0_0_0_0_0_0_0_0_0
5	7	9	14	4_5_4_2_0_0_0_0_0_0_0_0_0_0_0_0
5	7	9	15	4_5_4_2_0_0_0_0_0_0_0_0_0_0_0_0
5	7	10	11	4_5_4_2_0_0_0_0_0_0_0_0_0_0_0_0
5	7	10	12	4_5_4_2_0_0_0_0_0_0_0_0_0_0_0_0
5	7	10	13	5_5_2_2_1_0_0_0_0_0_0_0_0_0_0_0
5	7	10	14	4_5_4_2_0_0_0_0_0_0_0_0_0_0_0_0
5	7	10	15	5_5_2_2_1_0_0_0_0_0_0_0_0_0_0_0
5	7	11	12	4_5_4_2_0_0_0_0_0_0_0_0_0_0_0_0
5	7	11	13	5_5_2_2_1_0_0_0_0_0_0_0_0_0_0_0
5	7	11	14	4_5_4_2_0_0_0_0_0_0_0_0_0_0_0_0
5	7	11	15	4_5_4_2_0_0_0_0_0_0_0_0_0_0_0_0
5	7	12	13	3_7_4_0_1_0_0_0_0_0_0_0_0_0_0_0
5	7	12	14	3_7_4_0_1_0_0_0_0_0_0_0_0_0_0_0
5	7	12	15	4_5_4_2_0_0_0_0_0_0_0_0_0_0_0_0
5	7	13	14	3_7_4_0_1_0_0_0_0_0_0_0_0_0_0_0
5	7	13	15	5_5_2_2_1_0_0_0_0_0_0_0_0_0_0_0
5	7	14	15	4_5_4_2_0_0_0_0_0_0_0_0_0_0_0_0
6	7	9	10	4_5_4_2_0_0_0_0_0_0_0_0_0_0_0_0
6	7	9	11	4_5_4_2_0_0_0_0_0_0_0_0_0_0_0_0
6	7	9	12	4_5_4_2_0_0_0_0_0_0_0_0_0_0_0_0
6	7	9	13	4_5_4_2_0_0_0_0_0_0_0_0_0_0_0_0
6	7	9	14	5_5_2_2_1_0_0_0_0_0_0_0_0_0_0_0
6	7	9	15	5_5_2_2_1_0_0_0_0_0_0_0_0_0_0_0
6	7	10	11	5_5_2_2_1_0_0_0_0_0_0_0_0_0_0_0
6	7	10	12	4_5_4_2_0_0_0_0_0_0_0_0_0_0_0_0
6	7	10	13	4_5_4_2_0_0_0_0_0_0_0_0_0_0_0_0
6	7	10	14	5_5_2_2_1_0_0_0_0_0_0_0_0_0_0_0
6	7	10	15	4_5_4_2_0_0_0_0_0_0_0_0_0_0_0_0
6	7	11	12	4_5_4_2_0_0_0_0_0_0_0_0_0_0_0_0
6	7	11	13	4_5_4_2_0_0_0_0_0_0_0_0_0_0_0_0
6	7	11	14	5_5_2_2_1_0_0_0_0_0_0_0_0_0_0_0
6	7	11	15	4_5_4_2_0_0_0_0_0_0_0_0_0_0_0_0
6	7	12	13	3_7_4_0_1_0_0_0_0_0_0_0_0_0_0_0
6	7	12	14	3_7_4_0_1_0_0_0_0_0_0_0_0_0_0_0
6	7	12	15	4_5_4_2_0_0_0_0_0_0_0_0_0_0_0_0
6	7	13	14	3_7_4_0_1_0_0_0_0_0_0_0_0_0_0_0
6	7	13	15	4_5_4_2_0_0_0_0_0_0_0_0_0_0_0_0
6	7	14	15	5_5_2_2_1_0_0_0_0_0_0_0_0_0_0_0

## Apêndice B - Catálogo 16 provas em 3 estratos

#fatores	Fatores			Geradores			Confundimentos			WLP
	Estrato 1	Estrato 2	Estrato 3	Estrato 1	Estrato 2	Estrato 3	Estrato 1	Estrato 2	Estrato 3	
6	1	1	4	0	0	2			7,12*	(0.3.0.0)
6	1	2	3	0	1	1		3	13*	(1.1.1.0)
6	1	3	2	0	1	1		7	14*	(0.3.0.0)
6	1	4	1	0	2	0		3,5*		(2.1.0.0)
6	2	2	2	0	1	1		7	12*	(0.3.0.0)
6	2	3	1	0	2	0		2,5*		(2.1.0.0)
6	3	1	2	1	0	1	3		13*	(1.1.1.0)
6	3	2	1	1	1	0	3	5*		(2.1.0.0)
7	1	1	5	0	0	3			7,12*	(0.7.0.0)
7	1	2	4	0	1	2		3	5,14*	(0.3.2.0)
7	1	3	3	0	1	2		7	12,13*	(0.7.0.0)
7	1	4	2	0	2	1		3,5	14*	(2.3.2.0)
7	1	5	1	0	3	0		3,5,6*		(4.3.0.0)
7	2	2	3	0	1	2		7	12,13*	(0.7.0.0)
7	2	3	2	0	2	1		3,5	14*	(2.3.2.0)
7	2	4	1	0	3	0		3,5,6*		(4.3.0.0)
7	3	1	3	1	0	2	3		5,14*	(2.3.2.0)
7	3	2	2	1	1	1	3	5	14*	(2.3.2.0)
7	3	3	1	1	2	0	3	5,6*		(4.3.0.0)
8	1	1	6	0	0	4			7,12,13,14	(0.14.0.0)
8	1	2	5	0	1	3		3	5,9,14*	(3.7.4.0)
8	1	3	4	0	1	3		7	12,13,14	(0.14.0.0)
8	1	4	3	0	2	2		3,5	9,14*	(3.7.4.0)
8	1	5	2	0	3	1		3,5,6	15*	(4.6.4.0)
8	1	6	1	0	4	0		3,5,6,7		(7.7.0.0)
8	2	2	4	0	3	1		7,12,13	14	(0.14.0.0)
8	2	3	3	0	2	2		3,5	9,14*	(3.7.4.0)
8	2	4	2	0	3	1		3,5,6	15*	(4.6.4.0)
8	2	5	1	0	4	0		3,5,6,7		(7.7.0.0)
8	3	1	4	1	0	3	3		5,9,14*	(3.7.4.0)
8	3	2	3	1	1	2	3	5	9,14*	(3.7.4.0)
8	3	3	2	1	2	1	3	5,6	15*	(4.6.4.0)
8	3	4	1	1	3	0	3	5,6,7		(7.7.0.0)
9	1	1	7	0	0	5			3,5,9,14,15*	(4.14.8.0)
9	1	2	6	1	0	4	3		5,9,14,15*	(4.14.8.0)
9	1	3	5	0	1	4		7	9,10,11,15*	(4.14.8.0)
9	1	4	4	0	2	3		3,5	9,14,15*	(4.14.8.0)
9	1	5	3	0	3	2		3,5,6	9,14*	(6.10.8.4)
9	1	6	2	0	4	1		3,5,6,7	9*	(8.10.4.4)
9	2	2	5	0	1	4		7	9,10,11,15*	(4.14.8.0)
9	2	3	4	0	2	3		3,5,	9,14,15*	(4.14.8.0)

9	2	4	3	0	3	2	3,5,6	9,14*	(6.10.8.4)
9	2	5	2	0	4	1	3,5,6,7	9*	(8.10.4.4)
9	3	1	5	1	0	4	3	5,9,14,15*	(4.14.8.0)
9	3	2	4	1	1	3	3	5,9,14,15*	(4.14.8.0)
9	3	3	3	1	2	2	3	5,6,9,14	(6.10.8.4)
9	3	4	2	1	3	1	3	5,6,7,9	(8.10.4.4)
10	1	1	8	0	0	6		3,5,6,9,14,15	(8.18.16.8)
10	1	2	7	0	1	5	3	5,6,9,14,15	(8.18.16.8)
10	1	3	6	0	1	5	7	9,10,11,12,15	(8.18.16.8)
10	1	4	5	0	2	4	3,5	9,10,14,15	(8.18.16.8)
10	1	5	4	0	3	3	3,5,6	9,14,15	(8.18.16.8)
10	1	6	3	0	4	2	3,5,6,7	9,10	(10.16.12.12)
10	2	2	6	0	1	5	7	9,10,11,12,15	(8.18.16.8)
10	2	3	5	0	2	4	3,5	9,10,14,15	(8.18.16.8)
10	2	4	4	0	3	3	3,5,6	9,14,15	(8.18.16.8)
10	2	5	3	0	4	2	3,5,6,7	9,10	(10.16.12.12)
10	3	1	6	1	0	5	3	5,6,9,14,15	(8.18.16.8)
10	3	2	5	1	1	4	3	5,9,10,14,15	(8.18.16.8)
10	3	3	4	1	2	3	3	5,6,9,14,15	(8.18.16.8)
10	3	4	3	1	3	2	3	5,6,7,9,10	(10.16.12.12)
10	4	1	5	1	1	4	3	5,9,10,14,15	(8.18.16.8)
10	4	2	4	1	2	3	3	5,6,9,14,15	(8.18.16.8)
10	4	3	3	1	3	2	3	5,6,7,9,10	(10.16.12.12)
10	4	4	2	1	3	2	7	9,10,11,12,15	(8.18.16.8)
11	1	1	9	0	0	7		3,5,6,9,10,13,14	(12.26.28.24)
11	1	2	8	0	1	6	3	5,6,9,10,13,14	(12.26.28.24)
11	1	3	7	0	1	6	7	9,10,11,12,13,14	(12.26.28.24)
11	1	4	6	0	2	5	3,5	9,10,11,14,15	(12.26.28.24)
11	1	5	5	0	3	4	3,5,6	9,10,13,14	(12.26.28.24)
11	1	6	4	0	4	3	3,5,6,7	9,10,11	(13.25.25.27)
11	2	2	7	0	1	6	7	9,10,11,12,13,14	(12.26.28.24)
11	2	3	6	0	2	5	3,5	9,10,11,14,15	(12.26.28.24)
11	2	4	5	0	3	4	3,5,6	9,10,13,14	(12.26.28.24)
11	3	1	7	1	0	6	3	5,6,9,10,13,14	(12.26.28.24)
11	3	2	6	1	1	5	3	5,9,10,11,14,15	(12.26.28.24)
11	3	3	5	1	2	4	3	5,6,9,10,13,14	(12.26.28.24)
12	1	1	10	0	0	8		3,5,6,9,10,13,14	(16.39.48.48)
12	1	2	9	0	1	7	3	5,9,10,13,14	(16.39.48.48)
12	1	3	8	0	1	7	7	9,10,11,12,13,14	(16.39.48.48)
12	1	4	7	0	2	6	3,5	9,10,11,12,13,15	(17.38.44.52)
12	1	5	6	0	3	5	3,5,6	9,10,13,14,15	(16.39.48.48)
12	2	1	9	0	1	7	3	5,6,9,10,13,14,15	(16.39.48.48)
12	2	2	8	0	1	7	7	9,10,11,12,13,14,15	(16.39.48.48)
12	2	3	7	0	2	6	3,5	9,10,11,12,13,14	(17.38.44.52)
12	2	4	6	0	3	5	3,5,6	9,10,13,14,15	(16.39.48.48)

12	2	5	5	0	4	4		3,5,6,7	9,10,11,12	(17.38.44.52)
12	3	1	8	1	0	7	3		5,6,9,10,13,14,15	(16.39.48.48)
12	3	2	7	1	1	6	3	5	9,10,11,12,13,14	(17.38.44.52)
12	3	3	6	1	2	5	3	5,6	9,10,13,14,15	(16.39.48.48)
12	3	4	5	1	3	4	3	5,6,7	9,10,11,12	(17.38.44.52)
12	4	1	7	1	1	6	3	5	9,10,11,12,13,14	(17.38.44.52)
12	4	2	6	1	2	5	3	5,6	9,10,13,14,15	(16.39.48.48)
12	4	3	5	1	3	4	3	5,6,7	9,10,11,12	(17.38.44.52)
12	4	4	4	1	3	4	7	9	10,11,12,13,14,15	(16.39.48.48)
12	5	1	6	2	1	5	3,5	6	9,10,13,14,15	(16.39.48.48)
12	5	2	5	2	2	4	3,5	6,7	9,10,11,12	(17.38.44.52)
12	5	3	4	2	2	4	3,5	9,10	11,12,13,14	(17.38.44.52)
13	1	1	11	0	0	9			3,5,6,7,9,10,11,12,13	(22.55.72.96)
13	1	2	10	0	1	8		3	5,6,7,9,10,11,12,13	(22.55.72.96)
13	1	4	8	0	2	7		3,5	9,10,11,12,13,14,15	(22.55.72.96)
13	1	5	7	0	3	6		3,5,6	9,10,11,12,13,14	(22.55.72.96)
13	1	6	6	0	4	5		3,5,6,7	9,10,11,12,13	(22.55.72.96)
13	2	1	10	0	1	8		3	5,6,7,9,10,11,12,13	(22.55.72.96)
13	2	3	8	0	2	7		3,5	9,10,11,12,13,14,15	(22.55.72.96)
13	2	4	7	0	3	6		3,5,6	9,10,11,12,13,14	(22.55.72.96)
13	2	5	6	0	4	5		3,5,6,7	9,10,11,12,13	(22.55.72.96)
13	3	1	9	1	0	8	3		5,6,7,9,10,11,12,13	(22.55.72.96)
13	3	2	8	1	1	7	3	5	9,10,11,12,13,14,15	(22.55.72.96)
13	3	3	7	1	2	6	3	5,6	9,10,11,12,13,14	(22.55.72.96)
13	3	4	6	1	3	5	3	5,6,7	9,10,11,12,13	(22.55.72.96)
14	1	1	12	0	0	10			3,5,6,7,9,10,11,12,13,14	(28.77.112.168)
14	1	2	11	0	1	9		3	5,6,7,9,10,11,12,13,14	(28.77.112.168)
14	1	5	8	0	3	7		3,5,6	9,10,11,12,13,14,15	(28.77.112.168)
14	1	6	7	0	4	6		3,5,6,7	9,10,11,12,13,14	(28.77.112.168)
14	2	1	11	0	1	9		3	5,6,7,9,10,11,12,13,14	(28.77.112.168)
14	2	4	8	0	3	7		3,5,6	9,10,11,12,13,14,15	(28.77.112.168)
14	2	5	7	0	4	6		3,5,6,9	10,11,12,13,14,15	(28.77.112.168)
14	3	1	10	1	0	9	3		5,6,7,9,10,11,12,13,14	(28.77.112.168)
14	3	3	8	1	2	7	3	5,6	9,10,11,12,13,14,15	(28.77.112.168)
14	3	4	7	1	3	6	3	5,6,7	9,10,11,12,13,14	(28.77.112.168)
14	4	3	7	1	3	6	3	5,6,7	9,10,11,12,13,14	(28.77.112.168)
15	1	1	13	0	0	11			3,5,6,7,9,10,11,12,13,14,15	(35.105.168.280)