

**UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO
ESCOLA POLITÉCNICA**

ALEXANDRE FERNANDES THEOHARIDIS

**MODELO DE SELEÇÃO DE CARTEIRAS DE AÇÕES E
DERIVATIVOS BASEADO EM PROGRAMAÇÃO ESTOCÁSTICA:
UMA APLICAÇÃO**

São Paulo

2011

ALEXANDRE FERNANDES THEOHARIDIS

**MODELO DE SELEÇÃO DE CARTEIRAS DE AÇÕES E
DERIVATIVOS BASEADO EM PROGRAMAÇÃO ESTOCÁSTICA:
UMA APLICAÇÃO**

**Trabalho de formatura apresentado à
Escola Politécnica da Universidade de São
Paulo para a obtenção do diploma de
Engenheiro de Produção.**

São Paulo

2011

ALEXANDRE FERNANDES THEOHARIDIS

**MODELO DE SELEÇÃO DE CARTEIRAS DE AÇÕES E
DERIVATIVOS BASEADO EM PROGRAMAÇÃO ESTOCÁSTICA:
UMA APLICAÇÃO**

**Trabalho de formatura apresentado à
Escola Politécnica da Universidade de São
Paulo para a obtenção do diploma de
Engenheiro de Produção.**

**Orientador: Prof. Dr. Antônio Rafael
Namur Muscat**

São Paulo

2011

FICHA CATALOGRÁFICA

Theoharidis, Alexandre Fernandes

Modelo de seleção de carteiras de ações e derivativos baseado em programação estocástica: uma aplicação / A.F. Theoharidis. -- São Paulo, 2011.

295 p.

Trabalho de Formatura - Escola Politécnica da Universidade de São Paulo. Departamento de Engenharia de Produção.

1. Finanças 2. Programação estocástica 3. Processos estocásticos 4. Simulação 5. Administração de carteiras I. Universidade de São Paulo. Escola Politécnica. Departamento de Engenharia de Produção II. t.

DEDICATÓRIA

À minha família e amigos.

AGRADECIMENTOS

Ao professor Dr. Antônio Rafael Namur Muscat, pela amizade, paciência e dedicação apresentadas durante a orientação do presente trabalho e pelo compartilhamento de experiências e conhecimentos de grande valia e que irrefutavelmente agregaram um valor incomensurável ao projeto e à minha formação acadêmica e profissional.

À minha família, a qual me apoiou inexoravelmente durante toda a minha vida e, em particular, durante a minha graduação na Escola, provendo não apenas a infra-estrutura e os recursos necessários para a realização do curso, mas também estímulos e motivação. Estimo também a exemplar educação a mim dada, a qual foi crucial para que caminhasse por veredas virtuosas desde os meus primeiros anos de vida e conquistasse tudo o que já conquistei.

Aos meus amigos, sem qualquer exceção, que sempre estiveram ao meu lado ao decorrer de minha jornada, oferecendo suporte, companheirismo, parceria e motivação e contribuindo não apenas à minha formação acadêmica, mas à minha formação como indivíduo. Agradeço também todas as conversas, experiências, brincadeiras e momentos de descontração que tivemos. Em especial, expresso aqui forte estima à minha convivência com meus amigos Alex, Arthur, Claudio, Diego, Elisa, Fernando, Luan, Luigi e Maurício.

Ao professor Dr. Marcelo Schneck de Paula Pessôa, pela amizade, atenção, dedicação e inestimável contribuição dada à minha formação ao decorrer de sua orientação em meu projeto de iniciação científica, na qual compartilhamos experiências e conhecimentos valiosos e que se manifestam, direta e indiretamente, neste projeto.

Aos meus colegas de trabalho, por todo o inestimável conhecimento e apoio dados durante o meu período de estágio, sem os quais o presente projeto teria se mostrado inexequível. Em especial, agradeço à minha gestora, Eliza, pela amizade, incentivo, formação que obtive no período e disponibilização de tempo para concretização deste trabalho.

Finalmente, agradeço a todos aqueles comprometidos, diligentes e dedicados docentes não citados nominalmente aqui e com os quais tive a oportunidade de estudar ao decorrer de minha trajetória pelo curso de graduação. Todos, independentemente de suas áreas de atuação e dos conteúdos que ministraram em suas disciplinas, são responsáveis, em grande parte, pelo conhecimento que possuo atualmente, pelas competências que desenvolvi nesses últimos cinco anos e, principalmente, pelo fato de eu conseguir atualmente lidar com qualquer tipo de problema a mim apresentado. Nesse sentido, serei eternamente grato pelas experiências acadêmicas e pela formação inigualável proporcionadas pela Escola Politécnica.

EPÍGRAFE

“Finish each day and be done with it. You have done what you could. Some blunders and absurdities no doubt crept in; forget them as soon as you can. Tomorrow is a new day; begin it well and serenely and with too high a spirit to be encumbered with your old nonsense.”

Ralph Waldo Emerson (1803-1882)

RESUMO

Este trabalho se propõe a analisar o problema da seleção de carteiras de investimentos compostas exclusivamente por ações, derivativos de ações e papéis de renda fixa quase livres de risco no âmbito de uma empresa cujas principais atividades abrangem a gestão de recursos financeiros de seus clientes. Trata-se de auxiliar o processo de tomada de decisão relacionado à seleção dessas carteiras, solucionando racionalmente o *trade-off* existente entre o retorno esperado da carteira e o risco incorrido pelo investidor. Embora seja um tópico amplamente abordado na literatura desde a publicação do artigo seminal de Markowitz (1952), tem sido observada uma relativa escassez de trabalhos que perscrutem todas as dimensões do problema ou que se dediquem à elaboração de sistemas funcionais direcionados à seleção de carteiras em contextos reais. Dentro desse espectro, através do uso da metodologia Pesquisa-ação, este trabalho pretende examinar a literatura disponível, identificar modelos matemáticos cujo êxito tenha sido comprovado em aplicações práticas e desenvolver um sistema de seleção de carteiras alicerçado sobre um modelo quantitativo para tomada de decisão. Os resultados da revisão bibliográfica, avaliados relativamente às características do problema que o presente projeto visou solucionar, sugeriram a construção de um modelo matemático multiperíodo baseado em programação estocástica e em medidas de risco consistentes com princípios básicos de diversificação e gestão de investimentos. Elaborou-se, então, um modelo com tais características e organizou-se um conjunto de ferramentas estatísticas para estimação dos parâmetros de entrada demandados pelo modelo, precificação dos derivativos disponíveis para investimento e geração de árvores de cenários. Posteriormente, o modelo e o conjunto de ferramentas foram implementados para construção de um sistema de seleção de carteiras, em cujo núcleo há uma meta-heurística específica para resolver o problema de programação matemática subjacente ao modelo concebido. Testes foram executados para verificação e validação do modelo e do sistema através do emprego dos mesmos para seleção de carteiras em um caso real. Os resultados oriundos dos experimentos conduzidos e da teoria escrutinizada indicam que o modelo criado, em conjunto com as ferramentas estatísticas adotadas, mostra potencial para racionalizar e aprimorar processos de seleção de carteiras. Oportunidades para expansão dos entregáveis do projeto são abordadas ao final do texto.

Palavras-chave: Seleção de carteiras. Programação estocástica. Árvores de cenários. Precificação de opções. Processos estocásticos. Finanças quantitativas. Simulação.

ABSTRACT

This work proposes to analyze the problem of selecting portfolios exclusively consisting of stocks, equity derivatives and nearly risk-free fixed income securities within a company whose main activities include managing its clients' financial resources. The work deals with underpinning the decision-making process related to portfolio selection, rationally solving the existent trade-off between the expected return of the portfolio and the risk incurred by the investor. Despite being a topic that has been widely addressed in the literature since the release of Markowitz's seminal paper (1952), it has been observed a relative scarcity of academic works that either profoundly explore all the dimensions of the problem or are devoted to the project of functional systems geared toward the selection of portfolios in real contexts. Within this spectrum, by employing the Action Research methodology, this work intends to examine the existent literature, pinpoint mathematical models whose success has been confirmed through empirical applications and develop a portfolio selection system reliant on a quantitative model tailored for decision-making. The results of the literature review, assessed with respect to the characteristics of the problem that this project aimed to solve, suggested the construction of a multiperiod mathematical model based on stochastic programming and on risk metrics consistent with fundamental principles of investment management and diversification. Hence, a model with the aforementioned characteristics was devised and a set of statistical tools was arranged to appraise the inputs required by the model, price the derivatives available for investment, and generate scenario trees. Afterwards, both the model and the set of tools were implemented to construct a portfolio selection system, in the core of which is a specific metaheuristic to solve the mathematical programming problem that underlies the conceived model. Tests were carried out to verify and validate both the model and the system by employing them to select portfolios in a real context. The results that stemmed from the experiments conducted and the theory previously scrutinized indicate that, jointly with the statistical tools adopted, the developed model shows potential to rationalize and improve portfolio selection processes in practice. Opportunities to expand the deliverables of the project are covered at the end of the text.

Keywords: Portfolio selection. Stochastic programming. Scenario trees. Option pricing. Stochastic processes. Quantitative finance. Simulation.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1.1 – Evolução da participação de operações de alta frequência no segmento BM&F da BM&FBOVESPA.	46
Figura 1.2 – Evolução da participação da pessoa física no segmento BOVESPA da BM&FBOVESPA.	47
Figura 1.3 – Ciclo da Pesquisa-ação.....	49
Figura 1.4 – Gráfico de Gantt com o cronograma e fases do projeto (datas referentes ao ano de 2011).....	50
Figura 2.1 – Esboço de um trecho de um possível conjunto de soluções viáveis resultantes da aplicação do modelo de Markowitz.....	56
Figura 2.2 – Distribuição de probabilidade do valor de uma carteira hipotética, juntamente com a indicação das perdas implicadas pelas estatísticas VaR e CVaR, que foram calculadas para um nível de confiança de 95%.....	69
Figura 2.3 – Esboço de uma árvore de cenários de três níveis. Os valores p_{ij} , $i = 1, 2$, $j = 1, 2, 3, 4$, representam as probabilidades dos arcos (linhas vermelhas) aos quais estão associados. Os nós da árvore estão representados pelos círculos azuis e estão associados a realizações da variável aleatória S nos instantes t_k , $k = 0, 1, 2$	97
Figura 2.4 – Dois métodos distintos para simulação de cenários e formação de árvores de cenários: paralelo (à esquerda) e seqüencial (à direita). As linhas pontilhadas denotam os caminhos simulados, enquanto que os blocos representam os grupos formados e as linhas cheias indicam os arcos da árvore. Os círculos escuros representam os centros de cada grupo.	98
Figura 4.1 – Esboço da dinâmica de montagem de uma carteira de investimentos e de execução de rebalanceamentos, de acordo com a notação definida. Com exceção do período 0, todos os demais possuem durações constantes e iguais entre si, por hipótese.	120
Figura 4.2 – Esboço da dinâmica de compra e venda de ações e dos fluxos de caixa gerados nessas operações.	122

Figura 4.3 – Esboço do processo de tomada de decisão e utilização do modelo. Após cada observação prevista, este é executado para formação da carteira que deverá ser mantida até a próxima observação, quando será novamente utilizado para construção da carteira seguinte.	128
Figura 4.4 – Arcabouço de técnicas, ferramentas e modelos proposto nesse trabalho para modelagem e tratamento quantitativo do problema de seleção de carteiras.	134
Figura 4.5 – Processo de seleção de carteiras de investimentos desenhado para incorporação do sistema elaborado no âmbito do presente trabalho. Os blocos com fundo laranja representam atividades nas quais o sistema será usado.	135
Figura 5.1 – Dinâmica de utilização do modelo para condução da aplicação prática. Cada um dos blocos azuis denota uma etapa de estimação de parâmetros de entrada, geração de cenários e uso do modelo para formação de uma carteira. Sob esse prisma, cada uma foi formada no início do dia indicado em seu respectivo bloco.	141
Figura 5.2 – Gráfico da distribuição de probabilidades do retorno acumulado da carteira defensiva inicial no horizonte de investimento definido.	151
Figura 5.3 – Gráfico exibindo a composição da carteira defensiva inicial.	152
Figura 5.4 – Gráfico da distribuição de probabilidades do retorno acumulado da carteira agressiva inicial no horizonte de investimento definido.	155
Figura 5.5 – Gráfico exibindo a composição da carteira agressiva inicial.	155
Figura 5.6 – Gráfico exibindo o desempenho das carteiras simuladas e de índices de mercado no horizonte de tempo definido para os investimentos. Todas as séries de retornos acumulados foram calculadas com base nas cotações de fechamento do dia 07 de julho de 2011.	158
Figura 5.7 – Desempenho exibido pelas carteiras defensivas em função da volatilidade diária. Cada uma das curvas representa um deslocamento percentual das volatilidades deduzidas a partir do modelo GARCH(1,1), que corresponde à curva “100% Vol.”. Todas as séries de retornos acumulados foram calculadas com base nas cotações do dia 07 de julho de 2011. .	160

Figura 5.8 – Gráfico da fronteira eficiente gerada pelo modelo desenvolvido. A fronteira foi criada unicamente a partir da limitação da participação das ações selecionadas para aplicação prática (limite inferior igual a 0,00% e superior igual a 7,50%) e sem o uso de opções para proteção das posições em renda variável.....	161
Figura 5.9 – Desempenho de indicadores do mercado financeiro e das carteiras formadas com base no modelo de Markowitz (1952) variando-se apenas os métodos utilizados para estimação dos parâmetros de entrada desse modelo.....	164
Figura 5.10 – Diferença de desempenho entre a carteira formada a partir dos estimadores de Bayes-Stein (JORION, 1986) e de Ledoit e Wolf (2003) e o da formada a partir de estimadores amostrais convencionais da Estatística.....	164
Figura 5.11 – Gráfico do desempenho exibido pelo algoritmo <i>Simulated Annealing</i> ao decorrer da construção das carteiras defensivas.....	166
Figura 5.12 – Gráfico do desempenho da meta-heurística <i>Simulated Annealing</i> em sucessivas execuções do modelo desenvolvido para otimização da carteira defensiva inicial, perfazendo um total de 36 simulações.....	167
Figura B.1 – Gráficos exibindo uma seqüência de quatro mil números aleatórios distribuídos uniformemente no quadrado $[0,1] \times [0,1]$	183
Figura B.2 – Gráficos exibindo uma seqüência de quatro mil números de Sobol distribuídos uniformemente no quadrado $[0,1] \times [0,1]$	183
Figura E.1 – Interface construída para geração de árvores de cenários de ações e opções....	278
Figura E.2 – Interface projetada para construção de carteiras ótimas a partir de um dado universo de ativos.....	279
Figura E.3 – Interface projetada para simulação da evolução do preço de uma ação e precificação de opções.....	279
Figura E.4 – Interface desenvolvida para o cálculo de matrizes de covariâncias e de correlações.....	280
Figura E.5 – Interface criada para análise de ações e cálculo de estatísticas relevantes.....	280

Figura J.1 – Composição da carteira defensiva após o primeiro rebalanceamento.	290
Figura J.2 – Composição da carteira defensiva após o segundo rebalanceamento.	290
Figura J.3 – Composição da carteira defensiva após o terceiro rebalanceamento.	291
Figura J.4 – Composição da carteira agressiva após o primeiro rebalanceamento.	291
Figura J.5 – Composição da carteira agressiva após o segundo rebalanceamento.	291
Figura J.6 – Composição da carteira agressiva após o terceiro rebalanceamento.	292
Figura J.7 – Distribuição de probabilidade do retorno acumulado no horizonte de investimento da carteira defensiva após o primeiro rebalanceamento.	292
Figura J.8 – Distribuição de probabilidade do retorno acumulado no horizonte de investimento da carteira defensiva após o segundo rebalanceamento.	293
Figura J.9 – Distribuição de probabilidade do retorno acumulado no horizonte de investimento da carteira defensiva após o terceiro rebalanceamento.	293
Figura J.10 – Distribuição de probabilidade do retorno acumulado no horizonte de investimento da carteira agressiva após o primeiro rebalanceamento.	294
Figura J.11 – Distribuição de probabilidade do retorno acumulado no horizonte de investimento da carteira agressiva após o segundo rebalanceamento.	294
Figura J.12 – Distribuição de probabilidade do retorno acumulado no horizonte de investimento da carteira agressiva após o terceiro rebalanceamento.	295

LISTA DE QUADROS

Quadro 2.1 – Outras restrições pertinentes em modelos de seleção de carteiras de investimentos.....	59
Quadro 2.2 – As quatro propriedades fundamentais de uma medida de risco dita coerente. Vale destacar que, para os fins do presente quadro, uma medida de risco mensura o potencial de perdas de uma carteira.	67
Quadro 2.3 – Principais desvios encontrados entre as características do processo estocástico utilizado por Black e Scholes (1973) e aquelas observadas empiricamente através séries temporais de preços de ativos financeiros.	88
Quadro 2.4 – Definição das gregas de uma opção.	96
Quadro 4.1 – Primeiro conjunto de hipóteses e simplificações adotadas para construção do modelo de seleção de carteiras.	115
Quadro 4.2 – Segundo conjunto de hipóteses e simplificações adotadas para construção do modelo de seleção de carteiras.	116
Quadro 4.3 – Primeiro conjunto de notações utilizado no modelo desenvolvido.	117
Quadro 4.4 – Segundo conjunto de notações utilizado no modelo desenvolvido.	118
Quadro 4.5 – Terceiro conjunto de notações utilizado no modelo desenvolvido.....	119
Quadro 5.1 – Conjunto de ações selecionadas para a aplicação prática.....	139
Quadro 5.2 – Hipóteses, premissas e métodos que pautaram a aplicação prática conduzida.	143
Quadro D.1 – Código-fonte do módulo 01 do sistema (“BayesStein”).....	188
Quadro D.2 – Código-fonte do módulo 02 do sistema (“BSModel”).	190
Quadro D.3 – Código-fonte do módulo 03 do sistema (“CEV”).....	193
Quadro D.4 – Código-fonte do módulo 04 do sistema (“ChartGenerator”).....	196

Quadro D.5 – Código-fonte do módulo 05 do sistema (“Cholesky”).	204
Quadro D.6 – Código-fonte do módulo 06 do sistema (“Constants”).	205
Quadro D.7 – Código-fonte do módulo 07 do sistema (“CovarianceMatrix”).	206
Quadro D.8 – Código-fonte do módulo 08 do sistema (“DailyReturns”).	210
Quadro D.9 – Código-fonte do módulo 09 do sistema (“GARCHProcess”).	211
Quadro D.10 – Código-fonte do módulo 10 do sistema (“HullWhiteModel”).	214
Quadro D.11 – Código-fonte do módulo 11 do sistema (“MacrosAuxiliares”).	218
Quadro D.12 – Código-fonte do módulo 12 do sistema (“OptionCalculator”).	218
Quadro D.13 – Código-fonte do módulo 13 do sistema (“RndNumGenerator”).	221
Quadro D.14 – Código-fonte do módulo 14 do sistema (“ScenarioGeneration”).	223
Quadro D.15 – Código-fonte do módulo 15 do sistema (“SimulatedAnnealing”).	244
Quadro D.16 – Código-fonte do módulo 16 do sistema (“Sobol”).	259
Quadro D.17 – Código-fonte do módulo 17 do sistema (“Statistics”).	266
Quadro D.18 – Código-fonte do módulo 18 do sistema (“SteinSteinModel”).	267
Quadro D.19 – Código-fonte do módulo 19 do sistema (“StockAnalysis”).	271
Quadro D.20 – Código-fonte do módulo 20 do sistema (“VGModel”).	274

LISTA DE TABELAS

Tabela 5.1 – Estatísticas calculadas (valores aproximados) para as ações elencadas (primeiro período). $JB_{5\%}$ denota a estatística Jarque-Bera usada para teste de normalidade da distribuição de retornos diários (composição contínua) a um nível de significância de 5%. Os retornos representam valores para capitalização anual.....	146
Tabela 5.2 – Primeiro grupo de estatísticas calculadas para as carteiras simuladas (valores aproximados). Os retornos e volatilidades estão anualizados e o VaR e o CVaR foram calculados para o horizonte de investimento.	153
Tabela 5.3 – Segundo grupo de estatísticas calculadas para as carteiras simuladas (valores aproximados). O símbolo $JB_{5\%}$ denota a estatística Jarque-Bera usada para o teste da hipótese de normalidade da distribuição de retornos diários (composição contínua) a um nível de significância de 5%.....	153
Tabela F.1 – Estatísticas calculadas (valores aproximados) para as ações elencadas (segundo período). $JB_{5\%}$ denota a estatística Jarque-Bera usada para teste de normalidade da distribuição de retornos diários (composição contínua) a um nível de significância de 5%. Os retornos representam valores para capitalização anual.....	281
Tabela F.2 – Estatísticas calculadas (valores aproximados) para as ações elencadas (terceiro período). $JB_{5\%}$ denota a estatística Jarque-Bera usada para teste de normalidade da distribuição de retornos diários (composição contínua) a um nível de significância de 5%. Os retornos representam valores para capitalização anual.....	281
Tabela F.3 – Estatísticas calculadas (valores aproximados) para as ações elencadas (quarto período). $JB_{5\%}$ denota a estatística Jarque-Bera usada para teste de normalidade da distribuição de retornos diários (composição contínua) a um nível de significância de 5%. Os retornos representam valores para capitalização anual.....	282
Tabela G.1 – Matriz de correlações calculada a partir do modelo de Ledoit e Wolf (2003). Os resultados referem-se ao primeiro período do horizonte de investimentos (usados para formação da carteira inicial). Todos os valores estão aproximados.	283

Tabela G.2 – Matriz de correlações calculada a partir do modelo de Ledoit e Wolf (2003). Os resultados referem-se ao segundo período do horizonte de investimentos (usados para o primeiro rebalanceamento das carteiras). Todos os valores estão aproximados.	283
Tabela G.3 – Matriz de correlações calculada a partir do modelo de Ledoit e Wolf (2003). Os resultados referem-se ao terceiro período do horizonte de investimentos (usados para o segundo rebalanceamento das carteiras). Todos os valores estão aproximados.....	284
Tabela G.4 – Matriz de correlações calculada a partir do modelo de Ledoit e Wolf (2003). Os resultados referem-se ao quarto período do horizonte de investimentos (usados para o terceiro rebalanceamento das carteiras). Todos os valores estão aproximados.....	284
Tabela H.1 – Resultados da aplicação do modelo GARCH(1,1) referentes ao primeiro período do horizonte de investimento. Todos os valores estão aproximados.....	285
Tabela H.2 – Resultados da aplicação do modelo GARCH(1,1) referentes ao segundo período do horizonte de investimento.....	285
Tabela H.3 – Resultados da aplicação do modelo GARCH(1,1) referentes ao terceiro período do horizonte de investimento.....	286
Tabela H.4 – Resultados da aplicação do modelo GARCH(1,1) referentes ao quarto período do horizonte de investimento.....	286
Tabela I.1 – Opções europeias de venda utilizadas para proteção das posições em renda variável da carteira inicial (valores aproximados).....	287
Tabela I.2 – Opções europeias de venda utilizadas para proteção das posições em renda variável da carteira do segundo período, formada após o primeiro rebalanceamento (valores aproximados).	288
Tabela I.3 – Opções europeias de venda utilizadas para proteção das posições em renda variável da carteira do terceiro período, formada após o segundo rebalanceamento (valores aproximados).	288
Tabela I.4 – Opções europeias de venda utilizadas para proteção das posições em renda variável da carteira do quarto período, formada após o terceiro rebalanceamento (valores aproximados).	289

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

ALM	Assets and Liabilities Management
ANBIMA	Associação Brasileira das Entidades dos Mercados Financeiros e de Capitais
API	Application Programming Interface
BM&F	Bolsa de Mercadorias & Futuros
BOVESPA	Bolsa de Valores de São Paulo
CDI	Certificado de Depósito Interbancário
CEV	Constant Elasticity of Variance
CVaR	Conditional Value at Risk
DI	Depósito Interbancário
DTVM	Distribuidora de Títulos e Valores Mobiliários
GARCH	Generalized Autoregressive Conditional Heteroskedasticity
IBOVESPA	Índice BOVESPA
LFT	Letra Financeira do Tesouro
MtM	Mark to Market
SELIC	Sistema Especial de Liquidação e Custódia
SFN	Sistema Financeiro Nacional
SQL	Structured Query Language
VaR	Value at Risk
VBA	Visual Basic for Applications

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	39
1.1	DESCRIÇÃO DA EMPRESA E DAS ATIVIDADES DO AUTOR COMO ESTAGIÁRIO	41
1.2	DEFINIÇÃO DO PROBLEMA	43
1.3	MOTIVAÇÃO E IMPORTÂNCIA DO TRABALHO	45
1.4	OBJETIVOS DO TRABALHO	47
1.5	METODOLOGIA DE PESQUISA	48
1.6	ESTRUTURA DO TRABALHO	51
2	REVISÃO BIBLIOGRÁFICA.....	52
2.1	O MODELO DE MARKOWITZ PARA SELEÇÃO DE CARTEIRAS DE INVESTIMENTOS E SUAS EXPANSÕES	52
2.1.1	<i>O Modelo Original.....</i>	52
2.1.1.1	O Conceito de Fronteira Eficiente.....	55
2.1.1.2	Efeitos da Presença de Ativos Livres de Risco	55
2.1.2	<i>Restrições Comuns ao Problema de Seleção de Carteiras de Investimento.....</i>	56
2.1.2.1	Vendas à Descoberto e Restrições Referentes à Participação de cada Ativo.....	57
2.1.2.2	Exposição a Fatores de Risco	58
2.1.2.3	Exposição a Benchmarks e <i>Tracking Error</i>	58
2.1.2.4	Outras Restrições.....	59
2.1.3	<i>Análise de Momentos de Ordem Superior para Seleção de Carteiras.....</i>	59
2.1.4	<i>Medidas de Risco em Problemas de Seleção de Carteiras</i>	64
2.1.4.1	Medidas Coerentes de Risco	67
2.1.4.2	Modelos de Seleção de Carteiras Alicerçados sobre a Estatística CVaR.....	70
2.1.5	<i>Modelos Multiperíodo e Programação Estocástica.....</i>	72
2.2	ESTIMAÇÃO DOS PARÂMETROS DE ENTRADA DE MODELOS DE SELEÇÃO DE CARTEIRAS	76
2.3	PRECIFICAÇÃO DE ATIVOS FINANCEIROS ATRAVÉS DE FERRAMENTAS DE CÁLCULO ESTOCÁSTICO.....	81
2.3.1	<i>Processos Estocásticos.....</i>	82

2.3.2	<i>Movimento Browniano e Processos Estocásticos para Modelagem Matemática em Finanças</i>	82
2.3.3	<i>Opções e sua Precificação através da Fórmula de Black e Scholes</i>	84
2.3.4	<i>Modelos de Difusão e Saltos Puros</i>	86
2.3.4.1	Modelo da Variância com Elasticidade Constante.....	90
2.3.4.2	Modelos de Difusão com Variância Estocástica.....	91
2.3.4.3	Modelo Gama-Variância.....	93
2.3.5	<i>Opções e Gregas</i>	95
2.4	ÁRVORES DE CENÁRIOS.....	95
3	ANÁLISE COMPARATIVA DAS PROPRIEDADES DOS MODELOS DE SELEÇÃO DE CARTEIRAS ESTUDADOS	103
3.1	ANÁLISE DO CONTEXTO.....	103
3.2	ANÁLISE COMPARATIVA DOS MODELOS ESTUDADOS RELATIVAMENTE AO CONTEXTO DE APLICAÇÃO.....	104
3.2.1	<i>Medidas de Risco</i>	105
3.2.2	<i>Medidas de Retorno e de Utilidade do Portfólio</i>	107
3.2.3	<i>Modelos de Período Único e Modelos de Múltiplos Períodos</i>	108
3.3	RESUMO DAS CARACTERÍSTICAS INCORPORADAS PELO MODELO.....	109
4	CONSTRUÇÃO DO MODELO DE SELEÇÃO DE CARTEIRAS DE INVESTIMENTO	111
4.1	DESCRIÇÃO FORMAL DO PROBLEMA E PREMISSAS INICIAIS.....	111
4.2	HIPÓTESES E CONSIDERAÇÕES.....	114
4.3	MODELO QUANTITATIVO DESENVOLVIDO PARA SELEÇÃO DE CARTEIRAS.....	116
4.4	PROCESSO DE CONSTRUÇÃO DAS ÁRVORES DE CENÁRIOS.....	128
4.5	ALGORITMO PARA RESOLUÇÃO DO PROBLEMA DE PROGRAMAÇÃO ESTOCÁSTICA EMBUTIDO NO MODELO.....	130
4.6	IMPLEMENTAÇÃO COMPUTACIONAL DO MODELO E IMPLANTAÇÃO.....	132
4.7	DESENHO DO PROCESSO DE SELEÇÃO DE CARTEIRAS.....	134
5	APLICAÇÃO DO MODELO EM UM CONTEXTO PRÁTICO	138
5.1	METODOLOGIA ADOTADA PARA REALIZAÇÃO DA APLICAÇÃO PRÁTICA.....	138

5.2	RESULTADOS DAS SIMULAÇÕES CONDUZIDAS E CONCLUSÕES.....	149
6	CONCLUSÃO	168
	REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	172
	APÊNDICE A – A MÉTRICA ÔMEGA	180
	APÊNDICE B – SEQÜÊNCIAS DE SOBOL E NÚMEROS ALEATÓRIOS	183
	APÊNDICE C – MODELO GARCH(1,1) EM TEMPO CONTÍNUO	184
	APÊNDICE D – CÓDIGO-FONTE DO SISTEMA DESENVOLVIDO	188
	APÊNDICE E – INTERFACES DO SISTEMA DESENVOLVIDO	278
	APÊNDICE F – PERFIL ESTATÍSTICO DAS AÇÕES SELECIONADAS	281
	APÊNDICE G – MATRIZES DE CORRELAÇÕES	283
	APÊNDICE H – RESULTADOS DO USO DO MODELO GARCH(1,1)	285
	APÊNDICE I – OPÇÕES UTILIZADAS NA APLICAÇÃO PRÁTICA.....	287
	APÊNDICE J – CARTEIRAS GERADAS POR REBALANCEAMENTO.....	290

1 INTRODUÇÃO

Irrefutavelmente, um dos principais campos de pesquisa atuais em Finanças dedica-se ao estudo do problema de seleção de *carteiras de investimento*, também denominadas *portfólios de investimentos*. Sucintamente, esse problema resume-se a situações nas quais um investidor, tendo à sua disposição um universo de ativos conhecidos, deseja determinar como seu capital deverá ser distribuído entre tais ativos de modo que a carteira de investimentos resultante seja ótima segundo um critério preestabelecido e atenda, concomitantemente, a um conjunto de constrangimentos também conhecidos. De modo geral, a importância desse problema advém da complexidade do processo de formação e seleção de carteiras que atendam às necessidades de seus titulares, os quais possuem diferentes preferências e níveis de aversão a risco.

Contudo, a proeminência também é derivada do desafio de escolher criteriosamente quais ativos financeiros serão utilizados para concepção de tais carteiras, uma vez que a expansão dos mercados financeiros experimentada nas últimas décadas propiciou a criação de instrumentos de diversas naturezas, cada um com seus objetivos e peculiaridades. Essa expansão vivenciada pelos mercados, embora tenha ampliado a gama de produtos à disposição das instituições financeiras, propiciando a oferta de produtos e serviços inovadores aos seus clientes, também recrudescer a complexidade de suas atividades.

Em particular, o desafio da seleção de carteiras de investimento é enfrentado cotidianamente pelas empresas que exercem atividades de gestão de recursos de terceiros, pois suas atividades frequentemente se resumem à formação e gestão de carteiras, que podem pertencer a um fundo de investimentos ou a um investidor do tipo pessoa física, por exemplo. Nesse sentido, as principais questões que comumente são colocadas aos diretores de investimentos e gestores de fundos e carteiras abrangem as estratégias a serem empregadas para o gerenciamento e controle das carteiras, os ativos financeiros a serem mantidos nas mesmas e suas respectivas proporções e as transações que deverão ser efetuadas para assegurar a consecução das estratégias definidas para gestão das carteiras, em face da evolução temporal dos preços e das volatilidades dos ativos.

Em face do exposto, a relevância, poder e disseminação de processos de análise quantitativa para tomada de decisão foram significativamente ampliados nas décadas passadas, presumidamente mantendo consonância com o aumento da robustez e da

capacidade preditiva que os modelos matemáticos financeiros vivenciaram no período. No que se refere a esse aspecto, Fabozzi et al. (2007) explicitam o modo de expansão da aplicação de modelos matemáticos nos diversos segmentos financeiros: primordialmente empregados para gestão de riscos e avaliação da exposição de instituições financeiras e de carteiras a determinados fatores de riscos, esses modelos experimentaram uma forte ampliação em suas áreas de aplicação, sendo atualmente usufruídos por uma vasta quantidade de instituições no escopo das mais diversas atividades.

Adicionalmente, ao constatarem o potencial apresentado por variadas ferramentas matemáticas para modelagem em Finanças, muitas instituições financeiras passaram a agregar os resultados de estudos puramente quantitativos aos resultados obtidos com seus tradicionais processos de análise qualitativa e fundamentalista, objetivando ampliar a resiliência do processo de tomada de decisão através da junção de avaliações conduzidas segundo princípios distintos, porém complementares. Justamente por tal razão, é freqüente a utilização harmoniosa de técnicas qualitativas e quantitativas para o recrudescimento da capacidade analítica dos gestores e, ultimamente, para geração de maior valor aos clientes da empresa.

Em meio ao avanço dos modelos matemáticos na área financeira, o estudo do problema de seleção de carteiras de investimentos a partir de um universo de ativos disponíveis emergiu como um tema recorrente em trabalhos nas áreas de Finanças, Pesquisa Operacional e Estatística, uma vez que contempla simultaneamente teorias e conceitos das três áreas. Esse crescente interesse, que se originou com o trabalho seminal de Markowitz (1952), é oriundo da importância do processo de seleção de carteiras para diversas instituições financeiras e dos desafios impostos pelo problema a diversos campos da ciência moderna, os quais, embora já tenham fornecido soluções para versões particulares do mesmo, ainda se deparam com muitos obstáculos para a determinação de soluções em condições gerais e obtenção de resultados cujo usufruto na prática seja viável em múltiplos contextos.

Sob esse prisma, o presente trabalho propôs-se, por conseguinte, a demonstrar a capacidade de aplicação de métodos quantitativos em Finanças através da solução de um problema prático, vinculado ao problema de seleção de carteiras de investimentos enfrentado por uma instituição financeira real, na qual o autor atualmente estagia. Assim, o trabalho comprometeu-se a rever a bibliografia existente sobre o assunto, desenvolver um modelo para resolução desse problema e realizar a implementação computacional do mesmo sob a forma de um sistema de apoio à tomada de decisão, objetivando o uso do modelo no cotidiano da empresa. Na fase final do trabalho, foi efetuada uma aplicação prática dos entregáveis produzidos ao decorrer do projeto, simulando o emprego dos mesmos no cotidiano da

instituição mencionada e permitindo a validação e verificação desses.

1.1 DESCRIÇÃO DA EMPRESA E DAS ATIVIDADES DO AUTOR COMO ESTAGIÁRIO

O estágio, cujo início ocorreu no mês de agosto de 2010, foi realizado na área de gestão de fundos de uma instituição financeira, que se configura como uma organização de pequeno porte dedicada às atividades de distribuição de títulos e valores mobiliários, administração de patrimônios e gestão de fundos de investimentos. Essas atividades são compatíveis com o escopo das atribuições legais de uma Distribuidora de Títulos e Valores Mobiliários (DTVM), que é a classe de instituição financeira na qual a empresa se insere e que está formalizada no âmbito do Sistema Financeiro Nacional (SFN).

Dentro desse escopo, as atividades da corporação concentram-se primordialmente na gestão de carteiras de investimentos de clientes do tipo pessoa física, que contratam a empresa para construção de uma carteira de ativos financeiros e gestão dos mesmos em seus respectivos nomes. Em setembro de 2011, a empresa possuía aproximadamente 1,5 bilhão de reais sob sua gestão, dispersos entre carteiras de clientes, fundos exclusivos e fundos próprios.

De modo geral, essas carteiras são construídas através de uma avaliação do perfil do cliente, examinando suas preferências, sua dinâmica de consumo e formação de poupança e sua solicitude para assumir certos fatores de risco. A construção também é influenciada pela natureza do contrato que o cliente mantém com a empresa, o qual pode outorgar a essa o direito de tomar todas as decisões referentes à gestão da carteira (caso das carteiras ditas *administradas*) ou conferir ao cliente a incumbência por tais decisões, cabendo à empresa apenas a função de orientar o investidor e executar as operações encaminhadas por ele (caso das carteiras ditas *monitoradas*).

Adicionalmente, a empresa também dedica grande parte de seus esforços à gestão de fundos de investimentos. Em relação a esse aspecto, a empresa oferece aos clientes serviços de construção e gestão de fundos exclusivos, através dos quais é possível estruturar um fundo de investimentos sob a forma de condomínio fechado, de modo que seus titulares sejam os únicos cotistas do fundo e que a instituição seja responsável pelas atividades de gestão.

Majoritariamente, essa modalidade de investimento atrai clientes detentores de grandes

fortunas, os quais não possuem tempo nem disposição para administrar seu patrimônio e procuram, através de fundos exclusivos, uma forma de investimento na qual seu capital permaneça sob responsabilidade de profissionais especializados e seja beneficiada pelas normas jurídicas em vigência que versam sobre fundos de investimentos.

Paralelamente, a empresa também realiza a gestão de seus próprios fundos de investimentos abertos, os quais são oferecidos aos clientes como uma alternativa para diversificação de suas posições, porém sem criar margens para qualquer tipo de conflito de interesses. Dentro desse espectro, a empresa mantém atualmente fundos de investimentos em cotas de fundos multimercado, fundos de investimentos em renda fixa, entre outros.

Como é possível inferir, esses serviços e produtos ofertados demandam a realização de atividades de cunho tipicamente operacional. Assim sendo, a organização também executa operações no mercado financeiro para estruturação de carteiras de clientes ou de fundos, efetua análises internas de oportunidades de investimento em renda fixa e renda variável e realiza a gestão de risco de suas posições, entre outras atividades.

Nesse ambiente, as atividades atribuídas ao estagiário estão atreladas essencialmente ao processo de análise e acompanhamento de mercado, à definição de estratégias para administração dos fundos da empresa e ao monitoramento do desempenho das carteiras. Assim, tais atividades compreendem, mas não se restringem a:

- O desenvolvimento periódico de relatórios gerenciais para a área de gestão de fundos e carteiras e as demais da empresa;
- A realização de análises qualitativas e, principalmente, quantitativa dos fundos e carteiras da empresa e de fundos de investimentos de outras gestoras;
- A programação de sistemas para auxiliar o processo de gestão (usualmente em VBA com MS Excel® e MS Access® ou em Microsoft SQL Server®);
- O monitoramento dos ativos presentes nas carteiras dos fundos;
- A preparação de materiais e apresentações para reuniões de economia.

Quanto aos produtos financeiros trabalhados no âmbito das atividades do estágio, estes abrangem todos aqueles presentes no portfólio da empresa ou no escopo de suas atividades, com foco nos fundos exclusivos e carteiras de investimentos. Por essa razão, a seleção do tema de alocação ótima de ativos financeiros em uma carteira de investimento mostrou-se pertinente e consoante com as atividades do estagiário, possibilitando uma aliança entre a proposta e objetivos gerais de um Trabalho de Formatura e as atividades do estagiário.

1.2 DEFINIÇÃO DO PROBLEMA

Dentro do âmbito das atividades do estágio, uma das deficiências identificadas no processo de gestão dos fundos reside nas ferramentas de análise quantitativa pura empregadas para composição de carteiras e de análise holística dos ativos das carteiras. Embora o processo de análise qualitativa e fundamentalista adotado pela organização seja bastante avançado e robusto, a análise quantitativa pura se baseia em técnicas pouco versáteis e eficazes em frente àquelas concebidas nas últimas décadas no meio acadêmico.

Nesse sentido, o processo de avaliação quantitativa conduzido atualmente centra-se no cálculo de indicadores de desempenho de ativos financeiros e do risco carregado pelos ativos disponíveis para investimento. Esses indicadores são acompanhados periodicamente e seus valores, comparados àqueles apresentados por outros ativos financeiros do mercado, incluindo fundos de investimentos. Além disso, são realizadas análises fundamentalistas para avaliação de títulos de crédito de empresas e, eventualmente, análise de ações, pois muitos relatórios de análise são adquiridos de outras instituições financeiras.

Quanto à análise quantitativa pura para composição de carteiras e fundos, que se resume à classe de processos analíticos exclusivamente baseados em dados quantitativos históricos, esta assume um papel absolutamente secundário no processo decisório em decorrência da ausência de ferramentas quantitativas sólidas e precisas para tomada de decisão. Por essa razão, o processo acaba alicerçado exclusivamente nos resultados das análises qualitativas e fundamentalistas, sendo as ferramentas que capitaneiam o processo elencadas de acordo com a estratégia definida para gestão da carteira ou fundo.

Desse modo, as atividades do aluno como estagiário e o contato com as demais áreas da empresa, em conjunção com o estudo teórico de tópicos de Finanças e as demandas apresentadas pela organização ao estagiário, permitiram concluir que o processo de análise quantitativa pura conduzido atualmente apresenta falhas estruturais, principalmente no que tange à composição de carteiras de investimentos para os clientes da empresa. Essas falhas, como se pode inferir, derivam-se da ausência de ferramentas e técnicas robustas e modernas para formação de carteiras de investimentos, que estejam aptas a analisar holisticamente os ativos presentes nos portfólios e as interdependências exibidas entre eles.

Por conseguinte, a concepção de soluções com o fim descrito mostrou-se pertinente no contexto da organização, pois elas podem ser aliadas ao processo de análise qualitativa e fundamentalista de investimentos que a empresa já conduz com êxito, engrandecendo a

capacidade analítica dos gestores. Dessa forma, é ampliado o valor agregado para o cliente nos produtos e serviços oferecidos pela empresa e a competitividade da organização do mercado em que atua.

Portanto, o problema que o presente trabalho busca atacar consiste exatamente na ausência de ferramentas e sistemas sólidos e eficazes para a consecução da análise quantitativa holística de carteiras e otimização da composição destas a partir de um universo de ativos disponíveis para investimento e de restrições que limitam a gama de investimentos viáveis para o gestor da carteira. Por sua vez, essa ausência reduz a capacidade analítica dos gestores e, na média, diminui o desempenho das carteiras por eles constituídas.

Entretanto, é necessário reconhecer que tal problema, do modo como se encontra formalizado no momento, revela-se demasiadamente complexo para que seja possível adotá-lo como tema de um Trabalho de Formatura, pois o esforço exigido por ele e a amplitude de seu escopo não são compatíveis com as restrições do cronograma do trabalho. Notavelmente, a versão do problema apresentada abrange os mais variados ativos financeiros presentes no mercado e todas as inimagináveis estratégias que possam ser definidas para gestão de uma carteira de investimentos, justificando sua reformulação pelos motivos já mencionados.

Desse modo, objetivando a adaptação do problema proposto ao escopo esperado para um Trabalho de Formatura e, concomitantemente, a preservação da utilidade prática do projeto, o problema exposto precedentemente foi revisado, de forma que a natureza dos ativos disponíveis para composição de carteiras fosse restringida a classes específicas de ativos.

Assim, o autor constatou, em conjunto com profissionais específicos da organização, que a utilização de modelos de otimização se mostra mais relevante no caso de carteiras de ações e de derivativos dessas ações (especialmente opções), nas quais a presença dessa última classe de ativos geralmente reporta retornos cujas distribuições de probabilidade são pronunciadamente assimétricas e erráticas e detêm caudas significativamente espessas. Logo, esses perfis de retornos acabam demandando uma análise mais refinada dos investimentos realizados, a qual é demandada para total compreensão das características quantitativas e qualitativas desses. Além disso, carteiras dessa classe são mantidas por um segmento específico de clientes que é de incontestável importância estratégica para a empresa.

Adicionalmente, cabe destacar que, dada a inexistência atual na organização de modelos quantitativos robustos direcionados à seleção de carteiras, a simplificação do problema não compromete a importância e utilidade do trabalho, uma vez que ele também se provará basilar para futuros projetos organizacionais relacionados à confecção de ferramentas matemáticas e modelos de análise quantitativa pura para análise de investimentos.

Portanto, o problema posicionado no cerne do presente projeto ficou reduzido ao âmbito das carteiras de investimento compostas exclusivamente por ações e opções européias dessas ações, visto que a vasta quantidade de derivativos existentes na atualidade impede um tratamento completo dos mesmos no escopo do trabalho. Ademais, será considerada também a possibilidade de existir nas carteiras parcelas de capital na forma de caixa, o qual poderá ser estruturado a partir de ativos financeiros líquidos e praticamente livres de qualquer risco.

1.3 MOTIVAÇÃO E IMPORTÂNCIA DO TRABALHO

No que concerne à empresa, às suas atividades e à sua estratégia competitiva, o presente projeto mostra-se de extrema relevância para aprimorar o processo de gestão de investimentos adotado pela organização, agregando valor para o cliente na medida em que aperfeiçoa o processo de tomada de decisão por meio do desenvolvimento de uma ferramenta que complementa as atividades atualmente desempenhadas e amplia a capacidade da empresa de análise de investimentos.

Paralelamente, o presente trabalho, em função do seu caráter inovador para a empresa, representa um primeiro passo para o desenvolvimento de outras ferramentas matemáticas avançadas para análise quantitativa de investimentos, que deverão ampliar a capacidade de análise e tomada de decisão da empresa. Por essa razão, os produtos do projeto atuarão como bases e incentivos à realização de trabalhos internos futuros.

Redirecionando a discussão para a importância do trabalho relativamente ao mercado financeiro como um todo, a indústria brasileira de fundos de investimentos tem mostrado, nos últimos anos, conforme estudo realizado pela ANBIMA (2011), uma expressiva taxa de crescimento anual, mensurada através da soma do patrimônio líquido de todos os fundos de investimentos do mercado doméstico. No que concerne a essa expansão, cabe salientar que, em março de 2011, esse mercado congregava um volume de capital de aproximadamente 1,71 trilhão de reais distribuído entre 10.395 fundos de investimentos (ANBIMA, 2011). Se for adicionada a essa análise os fundos *off-shore*, que são fundos constituídos fora do território brasileiro, mas cujo gestor reside no Brasil, o volume recrudescer e atinge aproximadamente 1,77 trilhão de reais (ANBIMA, 2011). Em contraponto, ao final de 2006, esse mesmo volume não atingia a cifra de um trilhão de reais (ANBIMA, 2011).

Portanto, constata-se que o presente trabalho é executado em um momento no qual a

indústria brasileira vivencia uma forte expansão de seu mercado de fundos de investimentos, cuja captação líquida nos últimos anos tem se mostrado inexorável. Em particular, a classe de fundos de investimentos em ações também exibiu uma tendência positiva de recrudescimento, motivando a execução de um trabalho que visasse à concepção e implementação de modelos quantitativos também alinhados às atividades de gestão desses fundos. Nesse sentido, é esperado que essa tendência permaneça vigente nos próximos anos, pois, com o prognóstico de redução da taxa de juros básica da economia no longo prazo confirmada, a atratividade dos investimentos em renda fixa será deprimida, abrindo espaço para crescimento de outras modalidades de investimento.

Conjuntamente, percebe-se que esse mesmo crescimento é compartilhado pelo mercado financeiro nacional, cujos negócios têm presenciado um aumento na participação de investidores do tipo pessoa física e de operações do tipo *high frequency trading* (operações de alta frequência, em uma tradução literal, são aquelas executadas automaticamente e com alta velocidade através de sistemas computacionais e com base em estratégias definidas exclusivamente por meio de modelos quantitativos), conforme a Figura 1.1 e a Figura 1.2. Desse modo, como o presente trabalho propõe-se exatamente a auxiliar a composição de carteiras de investimento através de modelos quantitativos para seleção de carteiras, constata-se um perfeito casamento com o momento no qual o mercado financeiro se situa.

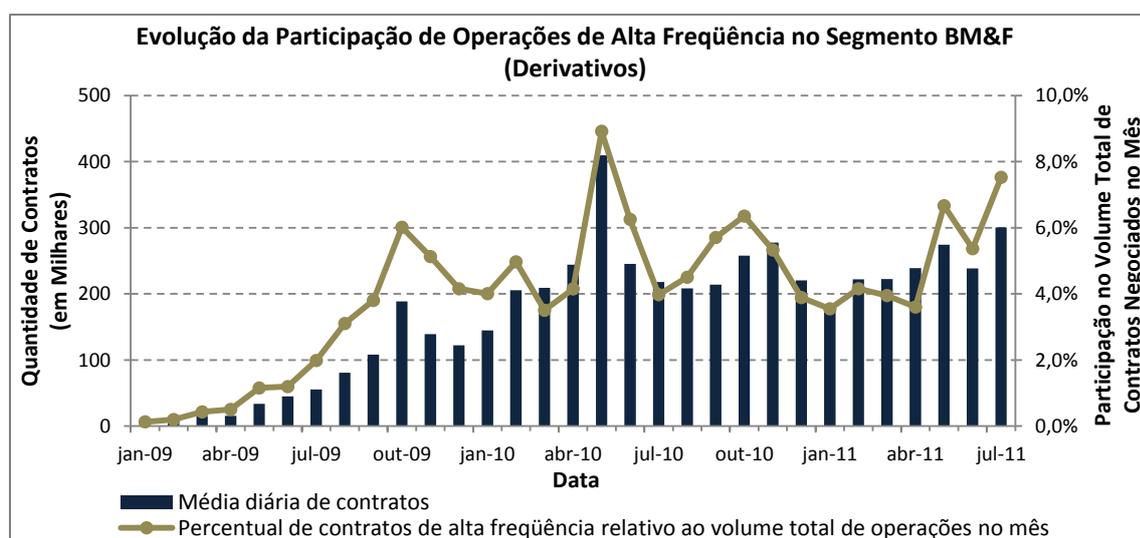


Figura 1.1 – Evolução da participação de operações de alta frequência no segmento BM&F da BM&FBOVESPA.

Fonte: Dados disponíveis em: <http://ri.bmfbovespa.com.br/site/portal_investidores/pt/comunicados_noticias/noticias_corporativas/comunicados_corporativa_detalhes_7252.aspx>. Acesso em: 24 ago. 2011.

Por fim, em relação à área da ciência na qual o projeto se insere, a importância do projeto reflete seu potencial de contribuição para a área de Finanças, de Pesquisa Operacional

e Estatística, uma vez que aborda um tema discutido desde a criação dos primeiros fundos de investimentos e que vem evoluindo desde então, principalmente após a publicação do trabalho seminal de Markowitz (1952).

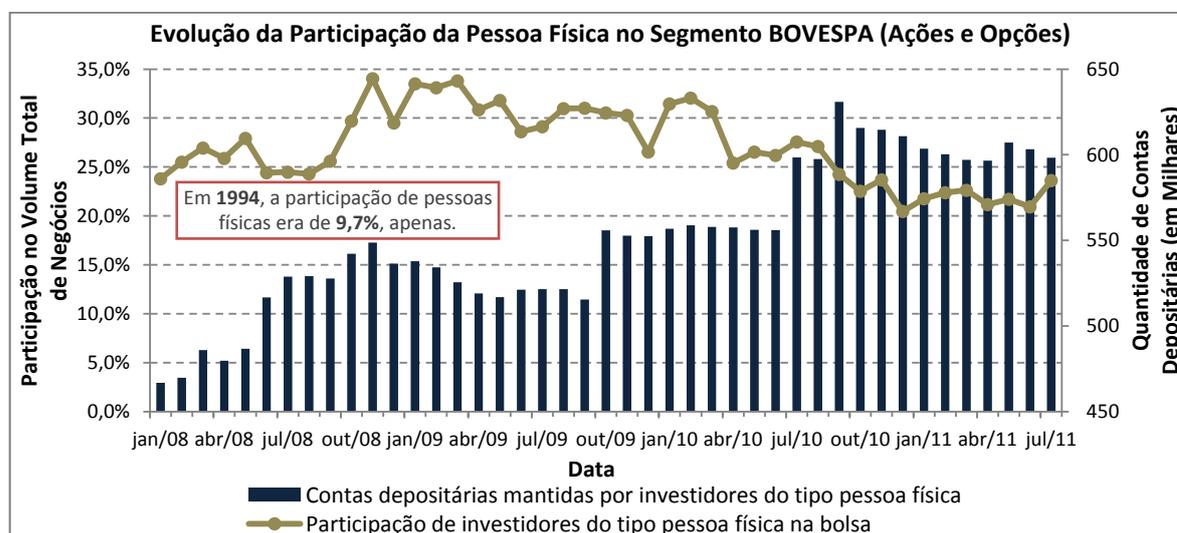


Figura 1.2 – Evolução da participação da pessoa física no segmento BOVESPA da BM&FBOVESPA.
 Fonte: Dados disponíveis em: <http://ri.bmfbovespa.com.br/site/portal_investidores/pt/comunicados_noticias/noticias_corporativas/comunicados_corporativa_detalhes_7252.aspx>. Acesso em: 24 ago. 2011.

Por conseguinte, com o projeto também se espera exercer uma contribuição positiva à ciência, capaz de desencadear trabalhos acadêmicos futuros. Nesse sentido, a literatura consultada revelou certa escassez de trabalhos que abarquem conjuntamente os múltiplos aspectos do problema de seleção de carteiras e que se dediquem à implementação de sistemas para seleção em situações práticas. Logo, ao enveredar-se por essas dimensões e visar à operacionalização de um modelo de seleção de carteiras no âmbito das atividades de uma corporação, o trabalho consegue contribuir para a ciência, fato que motiva sua execução.

1.4 OBJETIVOS DO TRABALHO

Posto o problema que se posiciona no núcleo do presente trabalho, o objetivo delineado para o mesmo consistiu no desenvolvimento de um modelo de seleção de carteiras de investimento restritas aos constrangimentos expostos no item 1.2 e a outros que serão futuramente detalhados. O objetivo também previu a implementação computacional do modelo e sua integração lógica ao processo de tomada de decisão da empresa. Como se pode

inferir, esse sistema será usado para suprimir as deficiências do antigo processo decisório da empresa e agregar maior valor aos produtos e serviços ofertados aos clientes, atacando frontalmente o problema identificado na organização.

Nesse ambiente, o modelo baseou-se exclusivamente em teorias da Matemática, especialmente das áreas da Estatística e da Pesquisa Operacional, em conjunto com teorias de Finanças. Logo, o intuito foi desenvolver um aparato que auxilie a tomada de decisão apenas a partir de análises quantitativas, embora sua aplicação prática esteja prevista de forma que o sistema seja utilizado cooperativamente com processos de análise qualitativa e fundamentalista da organização, como será visto adiante.

Finalmente, é válido salientar que o projeto foi executado pelo autor em sua totalidade, tendo sido responsável pela coordenação e realização de todas as atividades, incluindo a implementação computacional e o processo de verificação e validação dos entregáveis do projeto. Desse modo, é possível afirmar com veemência que o trabalho é de autoria do próprio autor e exigiu completa dedicação do mesmo, pois o indivíduo referido assumiu um papel central na sua execução e gestão.

1.5 METODOLOGIA DE PESQUISA

De modo geral, a introdução realizada no início do capítulo permite concluir que o trabalho pode ser fragmentado em duas fases principais: uma primeira fase de revisão bibliográfica e análise de modelos de seleção de carteiras de ativos financeiros encontrados através da bibliografia consultada; e uma segunda fase de confecção de um modelo de seleção para o contexto no qual o trabalho se insere, análise profunda de suas propriedades, implementação computacional e aplicação em uma situação prática.

Conseqüentemente, percebe-se que a primeira fase pode ser genericamente associada a uma fase de pesquisa, ao passo que a segunda mostra-se atrelada à solução do problema prático a partir do envolvimento do autor no seu contexto e execução de ações corretivas alicerçadas sobre os resultados da primeira fase. Por essa razão, a Pesquisa-ação colocou-se como metodologia mais adequada para condução e modelagem do projeto.

Sucintamente, a Pesquisa-ação pode ser definida como um tipo de pesquisa com base empírica, concebida e realizada em estreita associação com uma ação ou com a resolução de um problema coletivo e na qual os pesquisadores e participantes representativos da situação

ou do problema estão engajados cooperativa ou participativamente (MIGUEL, 2007; THIOLENT, 2005). Contudo, de acordo com Tripp (2005), definir precisamente Pesquisa-ação é uma tarefa árdua em função de duas razões interligadas: primeiramente, de acordo com o contexto de aplicação, ela se desenvolve de modos diferentes; e, segundo, é um processo tão natural que se manifesta sob muitos aspectos distintos.

Dessa forma, mostra-se fundamental reconhecer a Pesquisa-ação como uma das modalidades de Investigação-ação, denominação genérica atribuída a qualquer processo que obedeça a um ciclo no qual "se aprimora a prática pela oscilação sistemática entre agir no campo da prática e investigar a respeito dela" (TRIPP, 2005, p. 446). Para Tripp (2005), portanto, a Pesquisa-ação é considerada um tipo de Investigação-ação no qual são utilizadas técnicas de pesquisa já consagradas (e que, evidentemente, devem atender aos mesmos critérios dos demais tipos de pesquisa acadêmica) para comunicar a ação optada visando ao aprimoramento da prática.

Embora a Pesquisa-ação dê grande ênfase ao aprimoramento da prática, apresentando, nesse sentido, um propósito pragmático e diferenciado da "pesquisa pura" (TRIPP, 2005), essa metodologia também objetiva a contribuição à ciência e o desenvolvimento de novos conhecimentos, já que se trata de uma pesquisa *em* ação, e não *sobre* ação (COGHLAN; COUGHLAN, 2002). Desse modo, conforme discussões efetuadas em itens anteriores, o projeto procurará, ao decorrer do seu andamento, contribuir também para a área de Finanças, Estatística e Pesquisa Operacional paralela e complementarmente à concepção de uma solução para o problema elencado como tema do trabalho.

Dessa forma, a Pesquisa-ação pode ser vista como um processo cíclico (vide Figura 1.3) constituído por três categorias principais de eventos (COGHLAN; COUGHLAN, 2002):

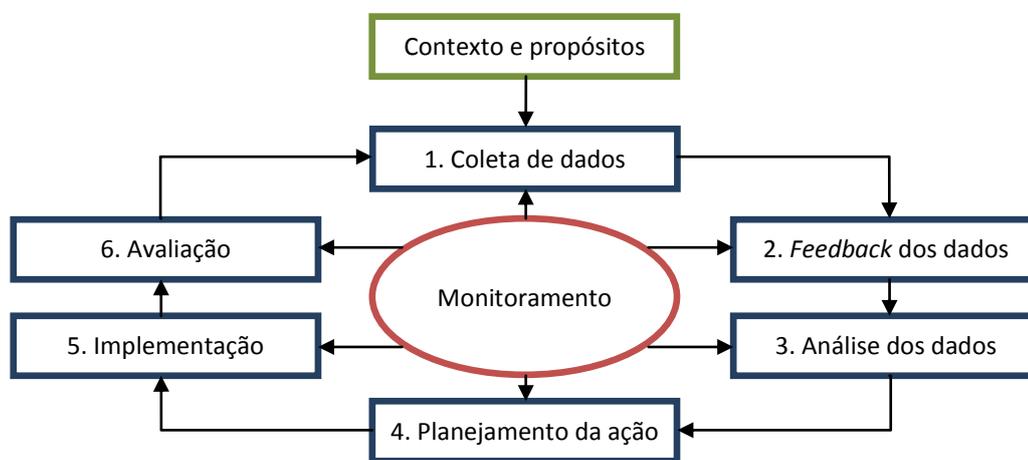


Figura 1.3 – Ciclo da Pesquisa-ação.
Fonte: Adaptado de Coghlan e Coughlan (2002).

- Um pré-evento, cuja finalidade é explorar e analisar o contexto no qual o projeto se insere e avaliar os propósitos e objetivos desse último. Como se pode constatar, a primeira fase do projeto, que é exposta no início do item 1.5, compreende esse evento, porém não se restringe ao mesmo;
- Seis eventos principais, que compreendem atividades de coleta de dados, *feedback*, análise de dados, planejamento da ação, implementação e avaliação. A partir das discussões realizadas, depreende-se que os três primeiros eventos principais mencionados também são abrangidos pela primeira fase, enquanto os demais compõem a segunda fase do projeto; e
- Um meta-evento, focado em atividades de monitoramento dos eventos principais. De fato, essa atividade permeou todo o projeto, desde seu início até sua conclusão.

Dentro desses espectros de pesquisa e ação contemplados pela metodologia elencada, definiu-se um conjunto de fases (atividades) constituintes do projeto e um cronograma para o mesmo, os quais se encontram esboçados no gráfico de Gantt da Figura 1.4 e foram estritamente empregados para gestão das atividades. Objetivando a inteligibilidade da discussão, as fases principais constituintes do trabalho também são detalhadas na figura.

Fases do Trabalho de Formatura		Fev	Mar	Abr	Mai	Jun	Jul	Ago	Set	Out
1	Planejamento do projeto									
2	Revisão bibliográfica									
3	Análise comparativa dos modelos e ferramentas matemáticas									
4	Desenvolvimento do modelo matemático e do sistema									
5	Validação e verificação do sistema e aplicação prática									
6	Encerramento do projeto									
	Relatório parcial do trabalho de formatura (versão 01)									
	Relatório parcial do trabalho de formatura (versão 02)									
	Relatório parcial do trabalho de formatura (versão 03)									
	Relatório final do trabalho de formatura									
Fase 1	Nesta primeira fase, as atividades consistiram em apenas desenvolver o plano do projeto, contemplando a identificação do problema que deveria ser solucionado, a coleta de dados sobre o contexto no qual o problema se insere, a conceituação dos produtos do projeto e a estruturação de um cronograma de trabalho.									
Fase 2	A segunda fase do projeto compreendeu, em essência, a revisão bibliográfica dos temas abrangidos pelo trabalho. Dentre eles, o principal concerne à seleção de carteiras de investimentos, embora outros tenham sido concomitantemente abordados em função das necessidades do projeto e do forte vínculo com o tema principal.									
Fase 3	Na terceira fase, foram revisitados os modelos estudados durante a revisão bibliográfica com o intuito de explorar as vantagens e desvantagens de cada um relativamente ao problema que o presente projeto visou solucionar, identificando, assim, quais ferramentas e modelos seriam teoricamente apropriados para o contexto.									
Fase 4	Efetuada a análise comparativa dos modelos e ferramentas matemáticas, procedeu-se à constituição do modelo matemático que seria empregado para modelar e resolver o problema associado ao tema do trabalho. Sendo um dos objetivos do projeto permitir a aplicação do modelo em situações práticas, nesta fase também foi executada a implementação computacional do mesmo sob a forma de um sistema de seleção de carteiras de investimentos.									
Fase 5	Implementado o sistema, a fase seguinte resumiu-se à validação e verificação do mesmo e à sua aplicação em uma situação prática, objetivando explorar empiricamente o potencial e as limitações do modelo e do sistema.									
Fase 6	Encerrando o Trabalho de Formatura, o objetivo dessa fase residiu em finalizar formalmente o projeto, com o término da implementação do sistema, a realização de sua implantação, a derivação de conclusões e o levantamento de pontos que poderão ser explorados em futuros aprimoramentos dos entregáveis do trabalho.									

Figura 1.4 – Gráfico de Gantt com o cronograma e fases do projeto (datas referentes ao ano de 2011).

Fonte: Elaborado pelo autor.

1.6 ESTRUTURA DO TRABALHO

Objetivando o desdobramento do trabalho em um texto com alto nível de inteligibilidade, delineou-se uma estrutura composta por seis capítulos, que mantém consonância com as fases do projeto e que será descrita nos parágrafos subseqüentes.

Assim, no Capítulo 2, são expostos os resultados da revisão bibliográfica do tema do trabalho, compreendendo tópicos referentes ao modelo de Markowitz (1952) e suas expansões, à precificação de derivativos, entre outros julgados pertinentes. Como se pode inferir, esses resultados são de extrema importância para o desenvolvimento dos capítulos seguintes, justificando ao leitor a realização de uma leitura meticulosa do capítulo.

Na continuação, no Capítulo 3, é efetuada uma análise comparativa dos modelos prospectados durante a revisão bibliográfica. São obtidas conclusões concernentes à eficácia e eficiência dessas soluções a partir de análises baseadas na teoria de Finanças, Pesquisa Operacional e Estatística, em resultados publicados na literatura acadêmica especializada e nas características do problema que o presente trabalho visou resolver.

Adiante, no Capítulo 4, é apresentado o modelo concebido a partir dos resultados do Capítulo 3 e implementado computacionalmente para solução do problema que está no cerne do trabalho. Com esse intuito, são formalizadas as hipóteses e simplificações necessárias para o desenvolvimento e aplicação do modelo e são discutidas suas principais características. Dando prosseguimento à discussão, no mesmo capítulo o estudo é redirecionado à implementação computacional e à implantação do sistema confeccionado no ambiente de trabalho do estagiário.

Já no Capítulo 5, é detalhada e examinada a aplicação prática do modelo desenvolvido e do sistema implementado, que visou à validação e verificação do modelo e do sistema e à apreciação dos resultados produzidos pelos mesmos em um caso real, similar àqueles que serão encontrados no âmbito das atividades cotidianas da empresa para a qual o projeto foi planejado e executado.

Por fim, no Capítulo 6, o trabalho é concluído formalmente. Com esse intuito, são sintetizados, entre outros assuntos, os principais resultados obtidos, conclusões que podem ser inferidas, pontos fortes e fracos do modelo e do sistema criados e possibilidades de futuros projetos que possam ser desdobrados a partir do trabalho.

2 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

Nesse capítulo será conduzida a revisão bibliográfica da literatura consultada para gestão e execução do projeto. Objetivando sua inteligibilidade, a revisão foi segmentada em quatro tópicos: modelos para seleção de carteiras; estimação de parâmetros de entradas de modelos de seleção de carteiras; precificação de derivativos; e construção de árvores de cenários para problemas de tomada de decisão sob condições de incerteza.

2.1 O MODELO DE MARKOWITZ PARA SELEÇÃO DE CARTEIRAS DE INVESTIMENTOS E SUAS EXPANSÕES

Nesse item será apresentado o modelo de Markowitz (1952) para seleção de carteiras de investimentos, o qual também é conhecido como modelo Média–variância por utilizar unicamente tais estatísticas no processo de seleção de carteiras. Subseqüentemente serão abarcadas expansões do modelo original, as quais buscam suprimir as deficiências desse e elevar sua aderência à dinâmica dos mercados financeiros reais.

2.1.1 *O Modelo Original*

Irrefutavelmente, o modelo de Markowitz (1952) para seleção de carteiras de investimentos foi o primeiro a ser capaz de estabelecer um paradigma para a condução desse tipo de processo de tomada de decisão, explicitando matemática e logicamente o conflito de escolha existente entre risco e retorno (FABOZZI et al., 2007). Em concomitância, serviu de fundamento para a constituição da Teoria Moderna das Carteiras e como referência para demais trabalhos na área financeira (BODIE; KANE; MARCUS, 2010; FABOZZI et al., 2007), uma vez que concebeu um modelo capaz de explicar como investidores alocam seu capital em frente às diversas possibilidades de investimento a eles colocadas.

Em essência, como destacam Fabozzi et al. (2007), o modelo de Markowitz (1952) tem

como ponto de partida um investidor racional que, no instante t , deve decidir qual carteira deverá compor de imediato e manter até um instante futuro $t + \Delta t$. Assim, nesse cenário, o investidor considera apenas suas perspectivas para o horizonte de tempo sob análise, ignorando os impactos que essa decisão terá em termos, por exemplo, de *trade-offs* entre posições mantidas e dos custos incorridos em compras e vendas de instrumentos financeiros (FABOZZI et al., 2007).

Ademais, vale salientar também que o modelo proposto por Markowitz (1952) está alicerçado exclusivamente no histórico dos ativos financeiros que o investidor analisa para tomar sua decisão e compor a sua carteira. Em outros termos, o modelo assume que o desempenho passado reflete o desempenho futuro desses ativos, hipótese esta cuja validade já foi contestada por diversos autores, como Fabozzi et al. (2007), Hull (2008) e Tsay (2005). Cabe destacar aqui que o modelo de Markowitz (1952) assume que o retorno de um ativo qualquer pode ser definido como uma variável aleatória de média e variância constantes ao longo do tempo (LUENBERGER, 1998).

Adicionalmente, como preconiza o modelo de Markowitz (1952), ao tomar a decisão relativa à composição de uma carteira com base nos ativos financeiros à sua disposição, um investidor considera primordialmente o *trade-off* existente entre risco e retorno (MARKOWITZ, 1952). Nesse sentido, Markowitz (1952) assume que tal indivíduo adota o retorno esperado da carteira e a variância de seu retorno como estimativas do retorno e do risco da carteira, respectivamente. Essa hipótese, de modo análogo às introduzidas até o momento, também apresenta pouca aderência à realidade, já que outros fatores desempenham papéis cruciais na determinação do retorno e do risco de cada ativo e, por conseguinte, também devem ser contemplados pelo processo decisório relativo à composição da carteira (LUENBERGER, 1998). Além disso, o uso da variância é incoerente, pois ela se trata de uma medida de risco que injustamente penaliza retornos superiores ao retorno esperado de uma carteira (ARTZNER et al., 1999).

Assim sendo, dentro do paradigma de Markowitz (1952), um investidor, ao almejar uma carteira com um determinado retorno esperado, escolhe aquela que possui mínima variância. Inversamente, quando define um determinado nível de risco que está disposto a assumir, o qual é medido pela variância dos retornos, escolhe a carteira de retorno esperado máximo. Portanto, qualquer investidor é interpretado como um indivíduo com aversão ao risco, independentemente do retorno esperado da carteira (FABOZZI et al., 2007).

Dentro desse espectro, seja μ_p o retorno esperado da carteira de investimentos a ser

constituída a partir de um conjunto de n ativos, cada um possuindo um retorno esperado μ_i e variância σ_i^2 , $i = 1, 2, \dots, n$. Assim, após o processo de otimização da carteira, cada ativo apresentará uma participação relativa w_i na carteira (percentual relativo ao capital total alocado à carteira) a ser mantida pelo investidor. Nesse modelo, é trivial constatar que o retorno esperado da carteira é simplesmente dado por (FABOZZI et al., 2007):

$$\mu_P = \sum_{i=1}^n w_i \mu_i \quad (2.1)$$

Para determinação da variância do retorno da carteira, é preciso investigar o coeficiente de correlação entre pares de ativos i e j , ρ_{ij} , $i = 1, 2, \dots, n$, $j = 1, 2, \dots, n$. De fato, espera-se que o comportamento de cada um não seja independente em relação aos demais, pois sempre há fatores que influenciam o desempenho de mais de um ativo concomitantemente. Nesse contexto, Fabozzi et al. (2007) mostram que a variância dos retornos da carteira é dada por:

$$\sigma_P^2 = \mathbf{w}^t \mathbf{\Sigma} \mathbf{w} \quad (2.2)$$

Na equação (2.2), o vetor $\mathbf{w} = (w_1 \ w_2 \ \dots \ w_n)^t$ contém as participações de cada ativo e a matriz $\mathbf{\Sigma}$, denominada *matriz de covariâncias*, é definida por:

$$\mathbf{\Sigma} = \begin{pmatrix} \sigma_{11} & \cdots & \sigma_{1n} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \sigma_{n1} & \cdots & \sigma_{nn} \end{pmatrix} \quad (2.3)$$

Na matriz exibida na equação (2.3), σ_{ii} corresponde à variância do retorno do ativo i , enquanto que σ_{ij} representa a covariância relativa aos retornos dos ativos i e j .

Derivadas as equações (2.1), (2.2) e (2.3), torna-se possível, então, construir um problema de programação matemática não-linear cujo objetivo é otimizar a relação entre risco e retorno da carteira a ser constituída. Nesse caso, sendo σ_0^2 o nível de variância máximo tolerado pelo investidor, uma possível formulação para o problema é a seguinte (FABOZZI et al., 2007):

$$\max_{\mathbf{w}} \mu_P = \mathbf{w}^t \boldsymbol{\mu} \quad (2.4)$$

Sujeita às seguintes restrições:

$$\sigma_p^2 = \mathbf{w}^t \boldsymbol{\Sigma} \mathbf{w} \leq \sigma_0^2, \quad \mathbf{w}^t \mathbf{i} = 1 \quad (2.5)$$

Onde $\mathbf{i} = (1 \ 1 \ 1 \ \dots \ 1)^t$. Vale destacar que a segunda restrição está presente apenas para garantir que a soma das participações relativas de cada ativo na carteira a ser formada seja exatamente igual a 1 (100% da carteira).

Não obstante, quando são considerados problemas práticos de seleção de carteiras, deve-se sempre avaliar a viabilidade de assumir certa posição em um ativo. De fato, nem sempre é possível, por exemplo, vender a descoberto certos ativos financeiros, como imóveis, e nem na quantidade desejada (FABOZZI et al., 2007). No caso particular da venda a descoberto, é possível adicionar uma terceira restrição impondo que todas as participações w_i sejam maiores ou iguais a zero. Esse novo modelo, que coíbe essas operações, é intitulado *Modelo de Markowitz* (FABOZZI et al., 2007).

2.1.1.1 O Conceito de Fronteira Eficiente

Apresentado o modelo de Markowitz (1952), mostra-se fundamental, então, a realização de uma breve discussão sobre as características da solução do problema, que serão úteis para compreender os resultados gerados por outros modelos abordados ao decorrer do texto.

Em geral, o formato da curva delimitadora da região de soluções viáveis do modelo de Markowitz (1952) é semelhante àquele exibido na Figura 2.1 (FABOZZI et al., 2007). Como é possível visualizar, embora o conjunto de soluções viáveis seja amplo, nem todas serão ótimas para o problema em questão. De fato, apenas aquelas situadas na parte superior da fronteira do conjunto, a qual é denominada *fronteira eficiente* (LUENBERGER, 1998), correspondem às soluções ótimas do problema para um dado nível de retorno esperado ou risco desejado, pois, para qualquer solução diferente inserida na fronteira vermelha (ineficiente), sempre existirá outra com um retorno esperado superior (fronteira azul), que é preferida por um investidor racional e avesso ao risco (LUENBERGER, 1998).

2.1.1.2 Efeitos da Presença de Ativos Livres de Risco

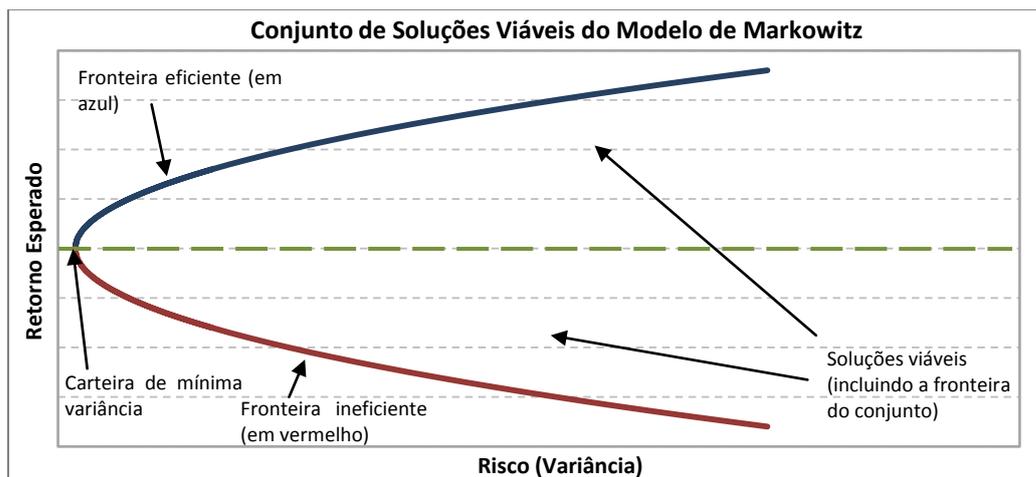


Figura 2.1 – Esboço de um trecho de um possível conjunto de soluções viáveis resultantes da aplicação do modelo de Markowitz.

Fonte: Elaborado pelo autor.

Até o presente momento, não foram realizadas quaisquer distinções em relação aos ativos à disposição de investidores que desejam otimizar suas respectivas carteiras. Nesse sentido, a partir da discussão precedente, pode-se observar que o modelo de Markowitz (1952) não requer um tratamento diferenciado em relação aos ativos livres de risco, os quais, segundo as hipóteses do seu modelo, apresentariam variância nula (taxa de retorno constante) e não estariam correlacionados com ativos dotados de risco (LUENBERGER, 1998).

Concomitantemente, como mostra Sharpe (1964), a presença de ativos livres de risco, os quais teriam um retorno esperado igual à taxa de juros pura do mercado (sem risco e aqui denotada R_f), amplia a fronteira eficiente do conjunto de carteiras viáveis, oferecendo novas oportunidades de investimento.

Postulada a existência de ativos livres de risco e seguindo o raciocínio do parágrafo precedente, Lintner (1965) demonstra que a seleção de uma carteira de ativos com risco é independente da proporção que tal investimento ocupará em relação ao capital total a ser distribuído entre ativos livres de risco e uma carteira de ativos dotados de risco. Essa conclusão está no cerne do teorema conhecido por *Teorema da Separação* (LINTNER, 1965),

2.1.2 Restrições Comuns ao Problema de Seleção de Carteiras de Investimento

Até o presente momento, pouca atenção foi dada ao conjunto de restrições aplicado aos modelos de seleção de carteiras de investimento. Como se pode constatar, a inclusão de tais

restrições é imprescindível para adequação dos modelos às limitações existentes na prática para composição de carteiras. Logo, embora a complexidade da modelagem matemática seja estendida com a inserção de constrangimentos, a simplificação exacerbada pode comprometer a capacidade do modelo de representar a realidade e de apontar oportunidades de investimento viáveis.

Por essa razão, nos próximos itens serão discutidas restrições que podem ser adicionadas aos modelos de forma a incorporar limitações usualmente encontradas no processo de seleção e construção de carteiras. A mesma notação utilizada no item 2.1.1 será empregada para essa finalidade.

2.1.2.1 Vendas à Descoberto e Restrições Referentes à Participação de cada Ativo

Uma das restrições comumente agregadas aos modelos de otimização consiste em limitar ou, mais freqüentemente, proibir a execução de operações de venda a descoberto para determinados ativos. Conforme as discussões realizadas durante a apresentação do modelo de Markowitz (1952), a principal razão para a existência dessa restrição reside no fato de que determinados ativos simplesmente não podem ser alvos de tais operações ou no fato de que não há liquidez para realização irrestrita das mesmas (FABOZZI et al., 2007). Adicionalmente, em determinadas condições e contextos, a prática da transação é reprimida por órgãos regulatórios (FABOZZI et al., 2007).

Nesse ambiente, a proibição de vendas a descoberto pode ser reproduzida matematicamente por meio da seguinte desigualdade:

$$w_i \geq 0, i = 1, 2, \dots, n \quad (2.6)$$

Outro aspecto a ser observado durante a modelagem refere-se à participação de cada ativo na carteira. Nesse sentido, é usual a introdução de restrições que estipulem limites inferiores a tais participações, visando à garantia de que investimentos de pequenas proporções não sejam realizados, evitando elevados e ilógicos custos de transação (FABOZZI et al., 2007). Paralelamente, limites superiores podem ser impostos com o objetivo de restringir a concentração de investimentos e, por extensão, de preservar a diversificação da carteira. Para inclusão de tais limitações no modelo, é possível inserir desigualdades com a

seguinte forma genérica, onde $w_{i,\min}$ e $w_{i,\max}$ correspondem, respectivamente, aos limites inferior e superior da participação do ativo i na carteira:

$$w_{i,\min} \leq w_i \leq w_{i,\max} \quad (2.7)$$

2.1.2.2 Exposição a Fatores de Risco

Como salientam Fabozzi et al. (2007) e Luenberger (1998), é comum a utilização de modelos de fatores para compreensão das fontes de risco de um ativo e simplificação da estrutura de matrizes de covariâncias. Supondo, por exemplo, que cada ativo i dependa estatisticamente de K fatores de risco, de forma que seu retorno seja dado por:

$$r_i = \alpha_i + \sum_{k=1}^K \beta_{ik} F_k + \varepsilon_i \quad (2.8)$$

Onde α_i é uma constante, β_{ik} é o coeficiente associado ao fator de risco F_k (cada fator de risco é interpretado como uma variável aleatória) e ε_i , uma variável aleatória de valor esperado nulo, o seguinte conjunto de restrições pode ser construído, responsável pela limitação da exposição do portfólio a cada um dos fatores de risco levantados (FABOZZI et al., 2007), sendo U_k o nível máximo de exposição ao fator de risco F_k tolerado para a carteira:

$$\sum_{i=1}^N \beta_{ik} w_i \leq U_k \quad (2.9)$$

2.1.2.3 Exposição a Benchmarks e *Tracking Error*

Outro constrangimento pertinente em ambientes nos quais há interesse em construir carteiras que reproduzam, com certo grau de fidelidade, o comportamento de um portfólio de referência (*benchmark*) é aquela que abrange uma estatística denominada *tracking error*, que

mede a variância entre o retorno do portfólio e o do *benchmark*. Ao limitar essa variância, é possível restringir os desvios de desempenho entre as carteiras. Assim, sendo TE o *tracking error* da carteira, \mathbf{w}_b o vetor de participações dos ativos do portfólio do *benchmark* e σ_{TE}^2 o limite superior imposto para o *tracking error*, pode-se escrever a restrição do seguinte modo:

$$TE = \text{Var}(\mathbf{w} - \mathbf{w}_b) = (\mathbf{w} - \mathbf{w}_b)^t \boldsymbol{\Sigma} (\mathbf{w} - \mathbf{w}_b) \leq \sigma_{TE}^2 \quad (2.10)$$

2.1.2.4 Outras Restrições

Além das restrições discutidas até o momento, podem ser concebidos outros tipos de constrangimentos com o intuito de absorver efeitos de mercado e dinâmicas que não foram previamente visitadas. Sob esse prisma, Fabozzi et al. (2007) listam casos suplementares, os quais estão sumarizados no Quadro 2.1.

Natureza da Restrição	Descrição
Restrições de cardinalidade	Estão relacionadas à quantidade de ativos presentes na carteira ótima. Com o objetivo de evitar a concentração de investimentos e também de impedir a existência de uma carteira com uma vasta quantidade de ativos financeiros, cuja administração torna-se mais complexa, variáveis inteiras podem ser introduzidas para limitar inferior e superiormente essa quantidade. Essa classe de restrições é explorada com detalhes em Villela (2008), que desenvolve um algoritmo baseado no algoritmo <i>branch-and-bound</i> para solucionar o problema de seleção de carteiras de investimento com restrições dessa classe presentes.
Restrições atreladas a compras e vendas em lotes	Em função dos custos de transação e até mesmo da inviabilidade de comercializar ativos em quantidades quaisquer, podem ser definidas restrições que garantam a execução de operações em múltiplos de um tamanho de lote fixo. Novamente, a implementação de tais restrições pode ser efetuada com auxílio de variáveis inteiras auxiliares.
Restrições para modelos de otimização multiperíodo	Em modelos que objetivam a seleção de carteiras de investimento que otimizam um determinado critério através da determinação de carteiras intermediárias a serem formadas ao decorrer de um período, restrições adicionais são necessárias para incorporar ao modelo a dinâmica das transações efetuadas para rebalanceamento da carteira ao decorrer do horizonte de investimento. Essa questão será revisitada no item 2.1.5.
Restrições relacionadas a custos de transação	Restrições que visam à modelagem dos custos de transação incorridos para composição de carteiras podem ser agregadas aos modelos de otimização. Como destaca Chryssikou (1998), a adição dos custos de transação ao modelo impacta significativamente na utilidade do titular da carteira e na dinâmica da política de investimentos e, portanto, sua inclusão pode ser especialmente relevante em situações nas quais esses custos atingem elevados patamares.

Quadro 2.1 – Outras restrições pertinentes em modelos de seleção de carteiras de investimentos.
Fonte: Adaptado de Fabozzi et al. (2007).

2.1.3 Análise de Momentos de Ordem Superior para Seleção de Carteiras

O modelo de Markowitz (1952), conforme apresentado no item 2.1.1, baseia-se na hipótese de que investidores são avessos ao risco e, concomitantemente, utilizam como métricas para avaliação do risco e do retorno de seus investimentos a variância da rentabilidade e a rentabilidade esperada, respectivamente. Não obstante, tal hipótese quase sempre não reflete a realidade (LUENBERGER, 1998) e, como serão demonstrados a seguir, certos desvios emanam da aplicação dessa hipótese no problema de seleção de portfólios.

Em relação aos fatores qualitativos que originam as divergências entre o modelo de Markowitz (1952) e os resultados observados empiricamente, os principais estão vinculados ao fato de que os retornos dos ativos financeiros nem sempre seguem uma distribuição elíptica, a qual implicitamente sustenta o modelo de autor, exceto quando a função utilidade do investidor for quadrática (BERTSIMAS; LAUPRETE; SAMAROV, 2004). Fabozzi et al. (2007) enfatizam, por exemplo, que as distribuições dos retornos freqüentemente exibem caudas mais espessas e assimetrias em torno da média, características essas que não podem ser capturadas apenas pelo centro da distribuição e uma medida de dispersão em torno desse centro. Adicionalmente, Harvey et al. (2010) e Jondeau e Rockinger (2006) sublinham a importância de avaliar os impactos que essas peculiaridades exercem sobre a utilidade de uma carteira para seu titular.

Para absorção desses efeitos em modelos de seleção de carteiras de investimentos, uma possibilidade é utilizar os momentos de ordens superiores a 2 da distribuição de retornos das carteiras. No contexto em questão, particularmente úteis são os momentos de terceira e quarta ordem normalizados, conhecidos respectivamente por *coeficiente de assimetria* e *curtose*. O primeiro (γ_X) é definido conforme a equação seguinte (TSAY, 2005), na qual X é uma variável aleatória de valor esperado μ_X e desvio padrão σ_X :

$$\gamma_X = E \left[\frac{(X - \mu_X)^3}{\sigma_X^3} \right] \quad (2.11)$$

Por natureza, o coeficiente de assimetria possui como propriedade fundamental a capacidade de mensurar a assimetria da distribuição de probabilidade em relação ao seu valor esperado (TSAY, 2005). Logo, distribuições cujos momentos centrais de terceira ordem normalizados são positivos apresentam cauda alongada à direita e obliquidade à esquerda; se o valor assumido por esse momento for negativo, então a distribuição terá obliquidade à direita e cauda alongada à esquerda (TSAY, 2005). Por definição, a distribuição normal possui coeficiente de assimetria nulo (TSAY, 2005).

Paralelamente, a *curtose* (κ_X) é definida por (TSAY, 2005):

$$\kappa_X = E \left[\frac{(X - \mu_X)^4}{\sigma_X^4} \right] \quad (2.12)$$

O intuito dessa estatística é medir o achatamento de uma distribuição (TSAY, 2005). Dado que o momento central de quarta ordem normalizado da distribuição normal é igual a 3, da equação (2.12) é subtraído de ambos os lados essa constante para o cálculo do *excesso de curtose* (TSAY, 2005). De qualquer forma, distribuições com curtose superior a 3 são denominadas *leptocúrticas* e possuem caudas mais espessas do que aquelas exibidas por uma distribuição normal; logo, implicam que a probabilidade de que valores extremos ocorram seja maior do que aquela esperada caso a variável aleatória subjacente seguisse uma distribuição normal (TSAY, 2005). Opostamente, distribuições com curtose inferior a 3 são denominadas *platicúrticas* e possuem caudas menos espessas do que aquelas exibidas por uma distribuição normal (TSAY, 2005).

A partir dos conceitos e equações anteriores é possível, então, reestruturar o modelo de Markowitz (1952) de modo a incorporar momentos de ordem superior em sua formulação. Com esse propósito, será apresentada a formulação de Jondeau e Rockinger (2006), que busca maximizar a utilidade da riqueza de um investidor que está alocada a uma determinada carteira a partir da análise dos momentos de ordem superior a 2 da distribuição dos retornos. Formalmente, utilizando a notação adotada até aqui, o modelo concebido por Jondeau e Rockinger (2006) pode ser escrito do seguinte modo:

$$\max_{\mathbf{w}} E[U(W)] = E\{U[(W_0(1 + \mathbf{w}^t \mathbf{R}))]\} \quad (2.13)$$

Sujeito às seguintes restrições:

$$\sum_{i=1}^n w_i = 1, w_i \geq 0, i = 1, 2, \dots, n \quad (2.14)$$

Nesse contexto, a função $U = U(W)$ representa a função utilidade do investidor calculada para um valor W , que denota o capital alocado ao portfólio. Por sua vez, o vetor \mathbf{R} , $\mathbf{R} = (R_1 \ R_2 \ \dots \ R_n)^t$, representa o vetor de retornos dos ativos financeiros à disposição do

investidor para composição do portfólio. No que concerne às restrições, constata-se que essas são equivalentes àquelas empregadas para construção do modelo de Markowitz (1952).

Dentro de condições suficientemente gerais, é possível expandir a função utilidade anterior em uma série de Taylor infinita calculada em torno do valor do capital esperado ao final do investimento, \bar{W} (JONDEAU; ROCKINGER, 2006). O resultado obtido é o seguinte:

$$U(W) = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{U^{(k)}(\bar{W})(W - \bar{W})^k}{k!} \quad (2.15)$$

Torna-se viável, então, a aplicação do operador valor esperado em ambos os lados da equação (2.15), gerando a seguinte igualdade (JONDEAU; ROCKINGER, 2006):

$$E[U(W)] = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{U^{(k)}(\bar{W})}{k!} E[(W - \bar{W})^k] \quad (2.16)$$

Como se pode constatar a partir da equação (2.16), o valor esperado da utilidade do capital do investidor depende de todos os momentos centrais, justificando a relevância da análise dos mesmos no âmbito da gestão de carteiras (FABOZZI et al., 2007). Entretanto, é preciso garantir inicialmente que a série presente na equação (2.16) seja convergente para que tal inferência seja verificada, como destacam Jondeau e Rockinger (2006).

Visto que nem sempre a convergência pode ser garantida ou há necessidade de agregar momentos de ordem demasiadamente elevada, uma alternativa é truncar a série para um valor k qualquer. O modelo de Markowitz (1952), por exemplo, corresponde ao caso $k = 2$, pois estrutura-se apenas sobre a variância da distribuição. Dado que o objetivo dos autores era incorporar momentos de ordem superior e estudar os efeitos decorrentes dessa modificação, Jondeau e Rockinger (2006) truncam a série para $k = 4$.

Outras conclusões relevantes podem ser obtidas através da igualdade explicitada pela equação (2.16). De fato, como mostram Horvath e Scott (1980), a expansão da função utilidade do investidor em uma série de Taylor está intimamente ligada à preferência (ou aversão) do investidor em relação aos momentos da distribuição, os quais estão vinculados às derivadas da função utilidade. Nesse âmbito, Horvath e Scott (1980) demonstram que, sob condições de utilidade marginal positiva, aversão ao risco para todos os níveis de riqueza e racionalidade no que concerne às preferências em relação aos momentos da distribuição, um

investidor sempre almejará maximizar o coeficiente de assimetria da distribuição de seu portfólio e, em contraposição, minimizar a curtose dessa mesma distribuição.

Recuperando o modelo de Jondeau e Rockinger (2006), é possível truncar a série da equação (2.16) para o valor sugerido pelos autores e obter:

$$E[U(W)] = U(\bar{W}) + \frac{1}{2} U^{(2)}(\bar{W}) \sigma_p^2 + \frac{1}{6} U^{(3)}(\bar{W}) \delta_p^3 + \frac{1}{24} U^{(4)}(\bar{W}) \lambda_p^4 \quad (2.17)$$

Onde δ_p^3 e λ_p^4 denotam o momento central de terceira e de quarta ordem, respectivamente.

Desse modo, estimada a função utilidade do investidor, é possível calcular os valores necessários à equação (2.17) e resolver o problema de programação não-linear formado. Sob esse aspecto, a grande vantagem desse método, como frisada por Jondeau e Rockinger (2006), consiste no fato de que os parâmetros característicos da função utilidade e sua forma determinam os pesos a serem atribuídos a cada um dos momentos da distribuição para execução do processo de otimização, eliminando qualquer tipo de subjetividade que surgiria caso os pesos fossem determinados arbitrariamente para absorver o perfil do investidor.

De modo análogo ao processo de construção do modelo de Markowitz (1952), podem ser determinadas aqui matrizes para o cálculo da variância (Σ), do coeficiente de assimetria (M_3) e da curtose (M_4) da carteira. O objetivo do modelo de Jondeau e Rockinger (2006) assume, então, a seguinte forma:

$$\max_{\mathbf{w}} [\mathbf{w}^t \boldsymbol{\mu} - \lambda_1 \mathbf{w}^t \boldsymbol{\Sigma} \mathbf{w} + \lambda_2 \mathbf{w}^t \mathbf{M}_3 (\mathbf{w} \otimes \mathbf{w}) - \lambda_3 \mathbf{w}^t \mathbf{M}_4 (\mathbf{w} \otimes \mathbf{w} \otimes \mathbf{w})] \quad (2.18)$$

Na expressão acima, \otimes denota o produto de Kronecker e os coeficientes λ_1 , λ_2 e λ_3 são determinados a partir das derivadas da função utilidade do investidor, calculadas no ponto relativo ao capital esperado a ser obtido no fim do horizonte de tempo do investimento (JONDEAU; ROCKINGER, 2006). Alternativamente, os coeficientes apresentados podem ser estimados pelo gestor da carteira, seguindo algum método empírico, por exemplo, embora tal procedimento abra margens para a influência da subjetividade do gestor (JONDEAU; ROCKINGER, 2006).

Ainda no que tange ao modelo de Jondeau e Rockinger (2006), uma expansão do mesmo compreende o desenvolvimento de técnicas estatísticas mais robustas para a estimação dos momentos das distribuições dos ativos financeiros, a qual é fortemente preconizada pela literatura (FABOZZI et al., 2007; HARVEY et al., 2010; KIM; WHITE, 2003; TSAY, 2005).

Nesse sentido, Harvey et al. (2010) propõem a adoção de estimadores bayesianos objetivando o recrudescimento da robustez das estimativas e emprego dos estimadores em um modelo de seleção portfólios baseado em momentos de ordem superior, verificando os termos bayesianos podem influenciar positivamente o resultado final da otimização (HARVEY et al., 2010). Em conjunto, Kim e White (2003) propõem estimadores robustos para o coeficiente de assimetria e a curtose baseados em percentis da distribuição de probabilidade do retorno do portfólio.

Estendendo a discussão realizada nesse capítulo, Keating e Shadwick (2002) propõem o uso de uma nova estatística para avaliação de carteiras de investimento, a qual denominam $\hat{\Omega}$. Em linhas gerais, a principal vantagem dessa estatística em frente àquelas abordadas até o momento reside no fato de que o $\hat{\Omega}$ considera indiretamente em seu cálculo todos os momentos da distribuição de retornos da carteira de investimento, fornecendo uma avaliação completa da distribuição (FAVRE-BULLE; PACHE, 2003). No Apêndice A é feita uma discussão mais apurada sobre a mesma para o leitor interessado.

2.1.4 Medidas de Risco em Problemas de Seleção de Carteiras

Uma questão que está no cerne do processo de seleção de portfólios reside na escolha de uma medida de risco apropriada para mensurar o risco associado a um portfólio e, por conseguinte, incorrido pelo investidor que o detém. Essa medida, portanto, deve ser abrangente no sentido de capturar os efeitos dos variados fatores que induzem riscos à posição do investidor, os quais nem sempre se restringem à dispersão da distribuição dos retornos.

Em decorrência da importância assumida pela medida de risco no problema de seleção de portfólios, é pertinente, no presente momento, uma revisitação ao conceito de risco. Nesse sentido, Artzner et al. (1999) definem *risco* como um conceito relacionado à variabilidade do valor futuro de uma posição devido a oscilações ocorridas no mercado ou, genericamente, devido à incerteza associadas aos fatores e eventos que impactam sobre tal valor futuro.

Por conseguinte, uma *medida de risco* deve ser dotada de capacidade de avaliar a variabilidade associada ao valor futuro do portfólio mantido por um investidor em um período qualquer. Assim, a medida não deve ser apenas útil para o investidor determinar o máximo nível de risco em que deseja incorrer, devendo atender também a outras demandas, como aquelas procedentes de exigências de órgãos regulatórios (ARTZNER et al., 1999).

Dessa forma, retornando ao modelo de Markowitz (1952), certas deficiências podem ser

identificadas quando o modelo é analisado dentro do espectro das propriedades que uma medida de risco deve possuir e de sua relação com o processo de tomada de decisão do investidor. Uma constatação trivial sobre o modelo reside na implicação resultante do uso de uma medida de dispersão simétrica em torno de um valor fixado para mensuração do risco: como tais estatísticas penalizam tanto os desvios positivos como os negativos relativamente ao valor fixado, a aplicação das mesmas acarreta a punição tanto dos retornos abaixo do valor, que são repudiados pelo investidor, como aqueles acima do valor, que certamente são cobiçados pelo investidor (ARTZNER et al., 1999; FABOZZI et al., 2007).

Adicionalmente, vale enfatizar que, em casos mais gerais, outras características da distribuição dos retornos também se mostram cruciais para determinação do risco do portfólio e, conseqüentemente, devem ser consideradas de alguma forma ao decorrer do processo decisório. Jondeau e Rockinger (2006) demonstram, por exemplo, que apenas para funções utilidade particulares e pouco aderentes à realidade é que os momentos de alta ordem da distribuição podem ser desconsiderados. Bertsimas, Lauprete e Samarov (2004) complementam afirmando que o modelo de Markowitz (1952) também só é capaz de maximizar a utilidade esperada do investidor quando, alternativamente à condição apresentada por Jondeau e Rockinger (2006), a distribuição dos retornos segue alguma distribuição elíptica.

Por essa razão, diversos modelos visam agregar momentos de ordem superior ao problema de seleção de carteiras de investimento, de modo que os efeitos expressos por essas estatísticas sejam incorporados à mensuração do risco do portfólio. Paralelamente, foram desenvolvidos modelos que consideram apenas o perfil da cauda esquerda da distribuição para o cálculo dos momentos, de modo que apenas os retornos inferiores ao valor esperado sejam empregados no cálculo; exemplos compreendem o modelo de Jin, Markowitz e Zhou (2006), que utiliza a semivariância, e o modelo de Fishburn (1977), que se baseia em momentos parciais de ordem superior a dois. Sob esse prisma, os *momentos parciais inferiores de ordem k* da distribuição de uma variável aleatória X com média μ_X são expressos do seguinte modo (TSAY, 2005):

$$\mu_{\bar{X},k} = E\{[\min(X - \mu_X, 0)]^k\} \quad (2.19)$$

Ainda de acordo com a perspectiva apresentada, outra medida de risco famigerada e de larga aplicação no setor financeiro é o VaR (*Value at Risk*), a qual é utilizada principalmente no cálculo do risco assumido por instituições financeiras em seus negócios (HULL, 2008).

Segundo Hull (2008), o VaR de um portfólio pode ser entendido como uma função de dois parâmetros: um horizonte de tempo e um nível de confiança $(1-\alpha)$. Para esse nível de confiança, o VaR representa o nível de perda sofrida pelo portfólio até o final do horizonte de tempo considerado tal que seja igual a α a probabilidade de que a perda real do portfólio seja superior ao nível indicado pelo VaR. Em termos matemáticos, sendo L a distribuição da perda de valor sofrida pelo portfólio ao final de um período de N dias, o VaR ao nível de confiança $(1-\alpha)$ pode ser definido por (HULL, 2008):

$$\text{VaR}_\alpha = \inf \{L_0 \in \mathbb{R} : P(L > L_0) \leq \alpha\} \quad (2.20)$$

Como destaca Hull (2008), a grande atratividade dessa métrica concerne ao fato de que a mesma é de simples interpretação e, concomitantemente, pode ser aplicada para uma vasta gama de ativos financeiros, fornecendo uma base de comparação para o risco de ativos com diferentes propriedades intrínsecas. Por extensão, a aplicação do VaR ao problema de seleção de portfólios é teoricamente concebível, e trabalhos já foram conduzidos para avaliar os resultados gerados por modelos que procuram otimizar a relação entre o retorno esperado de uma carteira e o seu VaR (FABOZZI et al., 2007; FERREIRA; RIBEIRO, 2005; GHAOUI; OKS; OUSTRY, 2003).

Não obstante, Krokmal, Palmquist e Uryasev (2002) salientam que muitas complicações e empecilhos computacionais podem surgir durante a aplicação do VaR a problemas de seleção de portfólios, os quais eclodem principalmente do fato de que, em muitos casos, não estão disponíveis algoritmos de otimização que consigam manipular eficientemente medidas de risco baseadas em percentis da distribuição de valor de um portfólio (caso do VaR) e, em concomitância, um grande número de variáveis de decisão.

Por conseguinte, por tratar-se de uma medida com propriedades matemáticas desfavoráveis à implementação de modelos computacionais para seleção de carteiras de investimento e com outras desvantagens concernentes às propriedades que apresenta quando utilizada como métrica para mensuração do risco de portfólios, o VaR foi adaptado por Rockafellar e Uryasev (2000). A partir do trabalho desses autores emergiu, então, o CVaR (*Conditional Value at Risk*), que busca suprimir as deficiências apresentadas pelo VaR e que desqualificam seu uso em muitos contextos.

Entretanto, para tornar factível a compreensão total das vantagens e desvantagens dessa métrica perante aquelas apresentadas anteriormente, é primordial discutir o conceito

coerência de uma medida de risco, conforme a acepção de Artzner et al. (1999).

2.1.4.1 Medidas Coerentes de Risco

Embora haja uma vasta gama de medidas de risco de portfólios, é evidente que nem todas possuem as mesmas propriedades ou são capazes de capturar todos os fatores de risco envolvidos na posição de um investidor. Já foram discutidas, por exemplo, algumas limitações da variância como uma medida de risco, dentre as quais está o fato de que tal métrica penaliza igualmente retornos acima e retornos abaixo da média, violando os princípios básicos que norteiam o processo decisório de um investidor racional.

Sob esse prisma, Artzner et al. (1999) procuram definir certas propriedades básicas que qualquer medida de risco deve possuir, com o intuito de garantir que obedecem a alguns princípios basilares que orientam o processo de tomada de decisão de quaisquer investidores. De acordo com a tipologia proposta no trabalho dos autores, as métricas que detêm tais propriedades são denominadas *coerentes*. Dentro desse espectro, Artzner et al. (1999) propõem que uma medida de risco coerente deve apresentar quatro propriedades fundamentais, que se encontram sintetizadas no Quadro 2.2.

Propriedade	Definição
Translação invariante	Estabelece que a adição (subtração) de uma quantidade de capital sob a forma de um instrumento livre de risco à carteira de investimentos inicial reduz (aumenta) o valor assumido pela medida de risco no mesmo valor.
Subaditividade	Assegura que o risco da carteira seja sempre menor ou igual ao risco individual de cada um dos ativos que a compõe. Essa propriedade reflete, portanto, os benefícios advindos da diversificação de uma carteira de investimentos no sentido da redução de seu risco não sistemático (diversificável).
Homogeneidade positiva	Determina que o aumento do capital investido em um portfólio resultará em uma ampliação do risco na mesma proporção do aporte. Assim, se o capital investido em um portfólio for duplicado, por exemplo, a métrica responsável pela mensuração do risco também deverá ter seu valor dobrado.
Monotonicidade	Garante que, se duas variáveis aleatórias X e Y são tais que, com probabilidade igual a 1, valha a relação $X < Y$, então o risco associado à variável Y será menor do que o risco associado à variável X . Como corolário, caso uma variável aleatória assuma apenas valores positivos, então sua medida de risco deverá assumir um valor estritamente negativo.

Quadro 2.2 – As quatro propriedades fundamentais de uma medida de risco dita coerente. Vale destacar que, para os fins do presente quadro, uma medida de risco mensura o potencial de perdas de uma carteira.

Fonte: Artzner et al. (1999).

Introduzidas tais propriedades, é pertinente, então, verificar se as principais medidas abordadas desde o início do capítulo violam alguma das quatro propriedades anteriores e se,

portanto, podem ser consideradas ou não medidas de risco coerentes. Vale destacar que a pertinência de tal avaliação reside no fato de que as propriedades postuladas por Artzner et al. (1999) refletem axiomas, teoremas e princípios basilares em Finanças e Estatística, como o princípio da diversificação de investimentos. Por desdobramento, caso uma métrica demonstre não atender às propriedades postuladas, então o seu uso poderá acarretar consequências drásticas e indesejadas ao processo de seleção de carteiras e gestão de riscos.

Diante do exposto, inicialmente será considerado o caso da variância. Como destacam Artzner et al. (1999), a variância falha ao infringir a propriedade da monotonicidade, pois distribuições são comparadas apenas em termos da dispersão que cada uma apresenta relativamente às respectivas médias. Logo, mostra-se conceitualmente inadequada e potencialmente insidiosa para uso prático.

Conjuntamente, outro caso de interesse para o presente trabalho consiste no VaR. Através de exemplos práticos, Artzner et al. (1999) demonstram que o VaR não obedece ao princípio da subaditividade, pois, em certos casos, não encoraja a diversificação, chegando até mesmo a reprimi-la. Em adição, Hull (2008) menciona uma segunda falha do VaR como medida de risco: sua inabilidade em avaliar o perfil das perdas. De fato, como o VaR apenas fornece um valor correspondente a um determinado percentil da distribuição de probabilidade dos valores que o portfólio pode assumir, a métrica revela-se ineficaz para caracterizar qual o perfil da distribuição e, por extensão, o verdadeiro potencial de perdas.

Assim, ao violar a propriedade da subaditividade e não ser um indicador capaz de caracterizar o perfil das perdas do portfólio, o VaR mostra-se inapropriado para gestão do risco de carteiras de investimentos e, por desdobramento, não é a alternativa mais apropriada para formulação de modelos de seleção de carteiras.

Assim, um dos primeiros trabalhos a tentar suprimir as deficiências do VaR foi o estudo de Rockafellar e Uryasev (2000), no qual foi construída uma métrica alternativa derivada do VaR, o já mencionado CVaR, que, por definição, corresponde ao valor esperado da distribuição da perda do portfólio, condicionado ao fato de que a perda seja superior àquela implícita no VaR do portfólio para um dado nível de confiança. Posteriormente, Bertsimas, Lauprete e Samarov (2004) desenvolveram um trabalho similar, no qual foi definida a métrica *Expected Shortfall*, vinculada ao CVaR.

Nesse âmbito, seja \mathbf{w} , $\mathbf{w} \in \mathbb{R}^n$, o vetor que contém as proporções (determinísticas e conhecidas) de cada ativo em um dado portfólio e \mathbf{y} , $\mathbf{y} \in \mathbb{R}^m$, o vetor que denota as variáveis incertas cujos valores induzem a perda de valor incorrida pelo portfólio, aqui representada por $f(\mathbf{w}, \mathbf{y})$, que é uma função cujo contradomínio é o conjunto dos valores reais e cuja imagem é

induzida pelo vetor \mathbf{y} . Sendo $p(\mathbf{y})$ a distribuição de probabilidade de \mathbf{y} em \mathbb{R}^m e $\text{VaR}_\alpha(\mathbf{w})$ o VaR do portfólio para um nível de confiança $(1-\alpha)$, o CVaR do portfólio para esse mesmo nível de confiança será dado por (KROKHMAL; PALMQUIST; URYASEV, 2002):

$$\text{CVaR}_\alpha(\mathbf{w}) = E[f(\mathbf{w}, \mathbf{y}) | f(\mathbf{w}, \mathbf{y}) \geq \text{VaR}_\alpha(\mathbf{w})] \quad (2.21)$$

Como enfatizado por Bertsimas, Lauprete e Samarov (2004) e Rockafellar e Uryasev (2000), o CVaR retifica os problemas acarretados pelo uso do VaR ao, primeiramente, considerar o valor esperado das perdas superiores ao valor do VaR, o que permite a identificação do comportamento dessas perdas e uma apreciação mais precisa da exposição do portfólio (vide Figura 2.2). Em concomitância, é possível demonstrar que o CVaR é uma medida de risco coerente, pois detém as quatro propriedades apresentadas no Quadro 2.2 (ROCKAFELLAR; URYASEV, 2000).

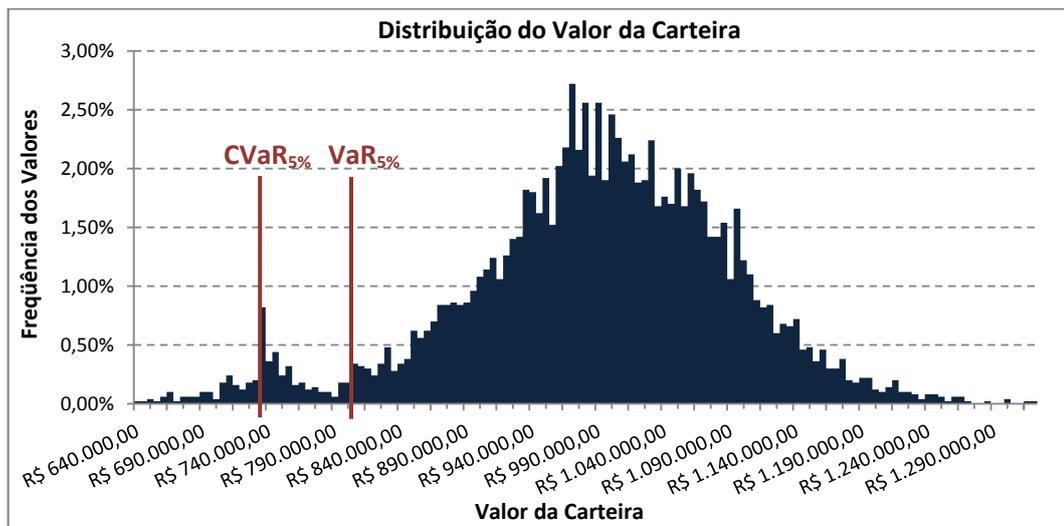


Figura 2.2 – Distribuição de probabilidade do valor de uma carteira hipotética, juntamente com a indicação das perdas implicadas pelas estatísticas VaR e CVaR, que foram calculadas para um nível de confiança de 95%.

Fonte: Elaborado pelo autor.

Por fim, como o CVaR sempre está associado a uma perda superior àquela sugerida pelo VaR, conforme a demonstração matemática feita por Rockafellar e Uryasev (2002), a seleção de portfólios através da otimização ou limitação do CVaR sempre conduz a valores desejáveis para o VaR, prerrogativa esta que é profícua quando questões concernentes a demandas regulatórias estão imbricadas no processo de seleção. Nesse sentido, como mostram os trabalhos de Bertsimas, Lauprete e Samarov (2004), Krokmal, Palmquist e Uryasev (2002) e Rockafellar e Uryasev (2000, 2002), o CVaR pode ser utilizado no problema de

seleção de forma conveniente e favorável à implementação de modelos computacionais, pois diversas formulações recaem em problemas de programação linear convexa, para os quais há uma grande variedade de algoritmos eficazes e eficientes disponíveis.

2.1.4.2 Modelos de Seleção de Carteiras Alicerçados sobre a Estatística CVaR

Exposta a definição do CVaR e de suas principais propriedades para sua utilização em problemas de seleção de portfólios, podem ser discutidas, então, formulações destinadas a empregar essa estatística para mensuração do risco vinculado a um portfólio. A partir desse momento, para manter conformidade com trabalhos subseqüentemente abordados, será admitido que o valor da estatística CVaR seja igual ao valor esperado do portfólio condicional à sucessão de perdas superiores àquela indicada pelo seu VaR (esse VaR remete à primeira definição dada a essa estatística no item 2.1.4). Como é possível depreender, essa formulação é equivalente àquela anteriormente apresentada, com a diferença de que a estatística é calculada em termos do valor do portfólio, e não de suas perdas. De modo análogo, o VaR também passará a ser expresso em termos do valor do portfólio.

Em face das reformulações introduzidas no parágrafo anterior, o objetivo de um problema de seleção de carteiras torna-se, então, maximizar o CVaR da carteira de investimentos ou, alternativamente, maximizar o retorno esperado da carteira para um dado nível admissível de perdas (valor mínimo almejado para o CVaR), conforme Krokmal, Palmquist e Uryasev (2002).

Dado que um dos objetivos desse trabalho reside no desenvolvimento de um modelo de seleção de portfólios para aplicações práticas e que diversos modelos alicerçados sobre a métrica CVaR e encontrados na literatura possuem, essencialmente, as mesmas propriedades matemáticas basilares, a discussão aqui conduzida contemplará apenas o de Krokmal, Palmquist e Uryasev (2002). Formulações alternativas, porém com diversas similaridades ao modelo mencionado, podem ser encontradas, por exemplo, em Araújo (2009), Bertsimas, Lauprete e Samarov (2004), Ferreira (2006) e Topoglou, Vladimirov e Zenios (2002).

Desse modo, para o desenvolvimento do modelo de Krokmal, Palmquist e Uryasev (2002), é inicialmente necessária a definição de uma função auxiliar $F_\alpha(\mathbf{w}, \zeta)$, a qual está vinculada ao CVaR e ao VaR do portfólio para um dado nível de confiança $(1-\alpha)$ e é

determinada pela seguinte expressão:

$$F_{\alpha}(\mathbf{w}, \zeta) = \zeta + \frac{1}{\alpha} \int_{\mathbf{y} \in \mathbb{R}^m} \{\max [f(\mathbf{w}, \mathbf{y}) - \zeta, \mathbf{0}]\} p(\mathbf{y}) d\mathbf{y} \quad (2.22)$$

De acordo com as demonstrações feitas por Rockafellar e Uryasev (2000), a minimização da função $F_{\alpha}(\mathbf{w}, \zeta)$ em relação às variáveis \mathbf{w} e ζ é equivalente à maximização do CVaR em relação à variável \mathbf{w} . Além disso, sob condições bastante gerais, a minimização de F_{α} produz um par (\mathbf{w}^*, ζ^*) , não necessariamente único, tal que \mathbf{w}^* minimiza o CVaR do portfólio e ζ^* fornece o valor do VaR associado a esse CVaR mínimo (KROKHMAL; PALMQUIST; URYASEV, 2002).

Em adição, como afirmam Krokmal, Palmquist e Uryasev (2002), quando a função $f(\mathbf{w}, \mathbf{y})$ é convexa com respeito à variável \mathbf{w} , F_{α} também será convexa, do mesmo modo que a função que define o CVaR do portfólio. Logo, se as restrições forem tais que o conjunto de soluções formado é convexo, o problema de minimização recairá em um problema de programação convexa (KROKHMAL; PALMQUIST; URYASEV, 2002).

O segundo passo para o desenvolvimento do modelo de Krokmal, Palmquist e Uryasev (2002) consiste em aproximar a integral que aparece na expressão (2.22), objetivando o uso da mesma em um modelo de otimização determinístico. Com esse intuito, os autores propõem a formação de cenários que caracterizem a distribuição de probabilidade $p(\mathbf{y})$, o que pode ser feito, por exemplo, através de simulações de Monte Carlo. Através desse processo, uma quantidade J de cenários derivados da variável aleatória \mathbf{y} pode ser construída, sendo associada a cada cenário uma probabilidade π_j de consecução. Essas modificações permitem que a função F_{α} seja linearizada, reduzindo-se à seguinte expressão:

$$F_{\alpha}(\mathbf{w}, \zeta) = \zeta + \frac{1}{\alpha} \sum_{j=1}^J \pi_j \{\max [f(\mathbf{w}, \mathbf{y}_j) - \zeta, \mathbf{0}]\} \quad (2.23)$$

Por fim, para eliminar o operador de maximização da expressão anterior, é suficiente a adição de variáveis e restrições auxiliares, emulando o cálculo do operador, de acordo com Krokmal, Palmquist e Uryasev (2002). Segundo os mesmos autores, feitas as alterações, prova-se possível, então, constituir um problema de programação linear, o qual será convexo se, e somente se, as condições previamente mencionadas forem satisfeitas.

2.1.5 Modelos Multiperíodo e Programação Estocástica

De modo geral, um dos principais problemas que emergem com a adoção de modelos simplificados para alocação ótima de ativos financeiros em carteiras de investimento envolve a questão da “miopia” do modelo de otimização (FABOZZI et al., 2007; GÜLPINAR; RUSTEM; SETTEGREN, 2003; KAHNEMAN et al., 1997). De fato, quando o modelo assume a existência de apenas um período de otimização, são negligenciados os impactos decorrentes dos custos de transação, das tendências observadas no comportamento dos ativos financeiros do universo de seleção e dos conflitos existentes entre compor uma carteira ótima para um período e uma carteira ótima para múltiplos períodos (CHRYSSIKOU, 1998; FABOZZI et al., 2007). Conseqüentemente, as soluções produzidas pelos referidos modelos acabam se provando insatisfatórias em múltiplas situações (FABOZZI et al., 2007).

Naturalmente, ao serem considerados múltiplos períodos para alocação ótima de ativos financeiros em uma carteira de investimentos, mostra-se requisitada a execução de uma análise mais apurada do comportamento estocástico das variáveis aleatórias envolvidas no problema, pois o horizonte de tempo sob análise passará a ser composto por diversos intervalos, ao final dos quais ocorrerá o rebalanceamento da carteira em face das realizações das variáveis aleatórias nos intervalos passados (FABOZZI et al., 2007). Logo, a vasta maioria dos modelos multiperíodo acaba empregando técnicas de programação estocástica para capturar com maior precisão a evolução esperada das variáveis aleatórias do problema (CONSIGLI; DEMPSTER, 1998; FABOZZI et al., 2007; JI; WANG; YU, 2003; KOUWENBERG, 2001; MERTON, 1969; SHAPIRO et al., 2009).

De acordo com Ji, Wang e Yu (2003), os modelos de programação estocástica para alocação de ativos e formação de carteiras de investimento podem ser vistos como modelos dinâmicos de decisão multiperíodo nos quais as transações financeiras ocorrem em pontos discretos no tempo. A despeito dessa afirmação, também existem versões contínuas desses modelos (MERTON, 1969). Além disso, segundo Fabozzi et al. (2007), a teoria da programação estocástica aplicada a esses problemas pode ser genericamente utilizada para tratar a presença de variáveis aleatórias em três classes gerais de problemas, as quais podem eclodir quando da: otimização do valor esperado da função objetivo em um modelo de seleção de carteiras com múltiplos períodos; necessidade de inclusão de medidas de risco; formação de restrições que envolvam variáveis aleatórias.

Dentro desse espectro, Fabozzi et al. (2007) elaboram um modelo genérico baseado em

programação estocástica para seleção de portfólios em múltiplos períodos. Nesse contexto, seja W_0 o capital inicial de um investidor, W_T o capital desse indivíduo ao final do último período de seleção e U a sua função utilidade. Em adição, seja:

$$\mathbf{w}(\xi) = \{w_0, w_1^{\xi_1}, \dots, w_T^{\xi_T}\}, \mathbf{y}(\xi) = \{y_0, y_1^{\xi_1}, \dots, y_T^{\xi_T}\} \text{ e } \mathbf{z}(\xi) = \{z_0, z_1^{\xi_1}, \dots, z_T^{\xi_T}\}$$

O conjunto de vetores que representam, respectivamente, as quantias investidas, vendidas e adquiridas de cada ativo disponível condicionalmente às realizações $\xi = \{\xi_1, \dots, \xi_T\}$ do processo estocástico que governa o retorno dos ativos $\tilde{\mathbf{r}} = (\tilde{\mathbf{r}}_1, \dots, \tilde{\mathbf{r}}_T)$, com $\xi_t = (\xi_{0,t}, \dots, \xi_{N,t})$ e $\tilde{\mathbf{r}}_t = (\tilde{r}_{0,t}, \dots, \tilde{r}_{N,t})$, $t = 1, \dots, T$, onde T é o número de períodos considerado no modelo e $(N+1)$ é o número de ativos presentes no universo de ativos financeiros para composição da carteira de investimento, dentre os quais está a moeda através da qual as transações ocorrerão, que ocupa o índice $i = 0$.

Admitindo que, ao término de cada período, será efetuado apenas um rebalanceamento da carteira, sem resgate ou aporte de capital, e com custos de transação dados por c_v (venda) e c_c (compra), a função objetivo do modelo pode ser escrita da seguinte forma:

$$\max_{\mathbf{w}(\xi), \mathbf{y}(\xi), \mathbf{z}(\xi)} \sum_{s=1}^S p_s U(W_s) \quad (2.24)$$

Sujeita às restrições:

$$\begin{aligned} \sum_{i=1}^N w_{i,0}^s &= W_0, \quad \sum_{i=1}^N w_{i,T}^s = W_T^s, \quad s = 1, \dots, S \\ w_{i,t}^s &= (1 + r_{i,t}^s)(w_{i,t-1}^s - y_{i,t-1}^s + z_{i,t-1}^s), \quad s = 1, \dots, S, t = 1, \dots, T \\ w_{0,t}^s &= (1 + r_{0,t}^s) \left(w_{0,t-1}^s + \sum_{i=1}^N (1 - c_v) y_{i,t-1}^s - \sum_{i=1}^N (1 + c_c) z_{i,t-1}^s \right), \quad s = 1, \dots, S, t = 1, \dots, T \\ w_{i,t}^s &= w_{i,t}^{s'} \\ w_{i,t}^s, y_{i,t-1}^s, z_{i,t-1}^s &\geq 0, \quad s = 1, \dots, S, t = 1, \dots, T, i = 0, \dots, N \end{aligned}$$

Nas equações precedentes, p_s , $s = 1, \dots, S$, é a probabilidade de que o cenário s se materialize, sendo cada cenário descrito por uma particular realização da variável aleatória

multidimensional \tilde{r}_t . Além disso, s e s' denotam os pares de cenários cujos caminhos seguidos até o instante t são iguais, ou seja, cujas realizações de \tilde{r}_t são iguais até esse instante. Evidentemente, em tal situação, espera-se que a evolução das alocações até o referido instante seja idêntica para ambos cenários, justificando a existência da quarta restrição do conjunto de constrangimentos do modelo (FABOZZI et al., 2007). Essa imposição está diretamente atrelada, assim, à condição de *não antecipação*: a decisão tomada em um período quanto ao rebalanceamento do portfólio depende apenas das realizações passadas das variáveis aleatórias do problema, não sendo impactada pelas suas realizações futuras (CONSIGLI; DEMPSTER, 1998; FABOZZI et al., 2007; SHAPIRO et al., 2009).

Ainda de acordo com o modelo de Fabozzi et al. (2007) e Shapiro et al. (2009), a propriedade de não antecipação implica que, com exceção da carteira sugerida pelo modelo para o início do horizonte de investimento, cuja composição reflete exclusivamente as realizações conhecidas a priori das variáveis aleatórias do problema, todas as demais carteiras, cuja formação é decorrente dos rebalanceamentos previstos pelo modelo, são condicionais ao cenário ao qual estão associadas.

Desse modo, a função objetivo presente na equação (2.24) representa o valor esperado da utilidade da riqueza do investidor ao final do período T com base nas realizações atreladas a cada cenário. Para fins práticos, esses cenários podem ser gerados, por exemplo, através de ferramentas estatísticas e de técnicas de simulação (RIBEIRO; RUSSI; SOSNOSKI, 2007).

Paralelamente, é importante atentar ao fato de que a quantidade de variáveis do problema é diretamente proporcional à quantidade de cenários gerados e, por conseguinte, um número excessivo pode tornar o problema computacionalmente intratável; em contraposição, um número reduzido diminui significativamente a capacidade do modelo de representar a realidade e pode gerar discrepâncias entre as amostras simuladas e as distribuições probabilísticas reais, invalidando seus resultados (JI; WANG; YU, 2003). Logo, um indesejável *trade-off* entre a precisão dos resultados e o tamanho do problema surge no modelo de Fabozzi et al. (2007), sendo também constatado em problemas de programação estocástica de outras naturezas (FABOZZI et al., 2007; SHAPIRO et al., 2009).

Outra questão cuja abordagem é impreterível durante a geração de cenários envolve a hipótese de inexistência de oportunidades de arbitragem e a sua aplicabilidade ao conjunto de cenários simulados (JI; WANG; YU, 2003). Conforme o estudo de Ji, Wang e Yu (2003), caso os cenários simulados criem oportunidades de arbitragem, estas tenderão a ser exploradas pelo modelo de programação estocástica em uso, pois, independentemente de suas características, sempre haverá um *trade-off* entre risco e retorno e, por conseguinte, se existir

uma estratégia de investimento que gere um dado nível de retorno sem risco, essa tenderá a ser explorada imediatamente. Logo, expressivas distorções podem ser introduzidas nos resultados do modelo caso essa questão não seja devidamente estudada. Técnicas de geração de árvores de cenários serão perscrutadas no item 2.4.

Retomando o modelo formulado por Fabozzi et al. (2007), é fundamental notar o papel desempenhado pelas três primeiras restrições do modelo. No caso da primeira, essa impõe uma igualdade entre o capital alocado na carteira e o capital distribuído entre os ativos da carteira, os quais devem ser coincidentes, de fato. Já a segunda restrição corresponde à equação de balanceamento do modelo (FABOZZI et al., 2007), indicando que o capital investido em um ativo no início do período $t-1$, somado às aplicações adicionais e às vendas das participações da carteira nesse mesmo ativo e acrescido do rendimento obtido entre $t-1$ e t , deve ser igual ao capital investido no referido ativo no início do período t . Em contraposição, a terceira restrição representa as atualizações periódicas da conta corrente baseadas nas receitas auferidas com a venda de ativos e nas despesas com a compra de ativos (FABOZZI et al., 2007).

Introduzido o modelo de Fabozzi et al. (2007), é possível apresentar, então, algumas variações sagazes e que também recorrem à programação estocástica para modelagem do problema. Nesse sentido, o modelo de Gülpinar, Rustem e Settergren (2003) constitui uma aplicação da programação estocástica à formulação original de Markowitz (1952), gerando um modelo multiperíodo cuja função objetivo compreende a minimização da variância do portfólio relativa a um *benchmark* para um dado nível de retorno esperado desejado e com restrições relacionadas a limites de participação de ativos e de compra e venda. Desse modo, o comportamento do investidor ante o risco do investimento é modelado, nesse caso, através do tradicional conflito de escolha entre risco e retorno, e não por meio de funções utilidade.

Paralelamente, Cariño et al. (1994) e Consigli e Dempster (1998) elaboram um modelo de programação estocástica dirigido a um problema mais amplo, que envolve a Gestão de Ativos e Passivos (*Assets and Liabilities Management* – ALM). Esses problemas, segundo a definição de Ji, Wang e Yu (2003), tratam do conflito de um investidor que se depara com uma seqüência de pagamentos de passivos no futuro e que deseja construir um portfólio ótimo de ativos financeiros apto a atender às necessidades de pagamento sob uma ampla variedade de plausíveis cenários e que admita a possibilidade de execução de futuros aportes e resgates de capital. Além disso, tanto os valores a serem pagos quanto os retornos dos ativos constituintes do portfólio dependem de futuros estados da natureza (JI; WANG; YU, 2003).

2.2 ESTIMAÇÃO DOS PARÂMETROS DE ENTRADA DE MODELOS DE SELEÇÃO DE CARTEIRAS

Uma questão fundamental que é apresentada a qualquer investidor que deseje selecionar quantitativamente carteiras de investimentos consiste na estimação dos parâmetros de entrada do modelo a ser empregado para seleção. Como destacam Fabozzi et al. (2007), Jorion (1986) e Ledoit e Wolf (2003), políticas de investimento construídas a partir de estimativas pouco confiáveis dos parâmetros de entrada tipicamente falham em apresentar um desempenho satisfatório na prática, pois a incerteza dos valores dos parâmetros conduz à seleção de carteiras subótimas, independentemente da robustez e tenacidade do modelo de seleção. Por essa razão, o problema de estimação dos parâmetros de entrada tem ganhado crescente atenção no meio acadêmico (FABOZZI et al., 2007; LUENBERGER, 1998).

Em particular, Jorion (1986) destaca o impacto negativo acarretado pelas incertezas presentes em estimativas da matriz de covariâncias dos ativos disponíveis para investimento e, principalmente, em estimativas do retorno esperado desses ativos, visto essa que é também compartilhada por Luenberger (1998). De fato, como salientam Luenberger (1998) e Merton (1980), a matriz de covariâncias, embora padeça do mesmo problema que os retornos esperados, tende a exibir maior estabilidade ao longo do tempo. Além disso, os resultados dos modelos quantitativos de seleção de carteiras se mostram peculiarmente sensíveis a pequenas perturbações nos retornos esperados dos ativos (JORION, 1986; LUENBERGER, 1998).

Da análise realizada nos parágrafos precedentes é possível concluir, portanto, que a questão da estimação dos retornos esperados e da matriz de covariâncias deve ser minimamente explorada e abordada para que a aplicação de um modelo de seleção de carteiras seja exequível na prática.

Assim, o objetivo desse item da revisão bibliográfica será investigar possíveis alternativas que podem ser adotadas como substitutas das estimativas estatísticas tradicionalmente usadas para estimar os retornos esperados e a matriz de covariâncias. Como foge ao escopo do trabalho tratar extensivamente esse assunto, serão apresentadas apenas algumas diretrizes e possibilidades que poderão ser aplicadas no presente contexto, destacando a importância do tema para o campo da gestão de investimentos; logo, a discussão aqui conduzida estará longe de ser exaustiva.

Feita essa ressalva, mostra-se possível, então, proceder aos resultados da revisão

bibliográfica sobre o assunto. Inicialmente, no caso dos retornos esperados, uma possível abordagem é aquela proposta por Jorion (1986), que se baseia em métodos de inferência bayesiana e estimadores de encolhimento (tradução literal da expressão *shrinkage estimators*) para concepção de uma estimativa mais confiável do retorno esperado de um ativo financeiro. Visando à construção do estimador, é inicialmente definida uma *função de perda*, que avalia precisamente a redução de utilidade sofrida pelo investidor em decorrência da incerteza dos parâmetros de entrada (JORION, 1986). Desse modo, essa função captura o impacto das incertezas sobre a qualidade dos resultados gerados por um modelo de seleção de carteiras (JORION, 1986), que ultimamente afetarão a utilidade do titular da carteira produzida pelo modelo.

A partir da função de perda, Jorion (1986) define, então, uma *função de risco*, que avalia a capacidade de um estimador de estimar uma estatística desejada. Dessa função emerge, finalmente, o conceito de *admissibilidade*, o qual impõe que um estimador é admissível se, e somente se, não existe um segundo estimador com risco menor ou igual ao primeiro para qualquer valor verdadeiro da estatística que se quer estimar. Jorion (1986) demonstra, então, que a média aritmética de uma série de retornos, usualmente adotada para o cálculo do retorno esperado de um ativo, não é um estimador admissível, confirmando sua inadequação no contexto de seleção de carteiras de investimento.

Para supressão das deficiências reveladas pela média aritmética, Jorion (1986) adota, então, um método de encolhimento, que pondera a média aritmética com uma estimativa robusta e estruturada (valor-alvo) do verdadeiro retorno esperado dos ativos sob análise. Coincidentemente, é possível provar, através de métodos de inferência bayesiana, que o valor-alvo ótimo é o próprio retorno da carteira de mínima variância do modelo de Markowitz (1952), embora a dedução matemática dessa variável não seja oriunda desse modelo.

Dessa maneira, é construído um estimador para o vetor \mathbf{r} de retornos de n ativos em consideração, dado o vetor de médias aritméticas das séries de retornos amostrais, $\hat{\mathbf{y}}$, cada qual com T elementos, e a estimativa amostral da matriz de covariâncias, $\hat{\Sigma}$, de forma que o peso de ponderação (w) possa ser determinado através de um método de inferência bayesiana (JORION, 1986). Nesse contexto, Jorion (1986) deduz a seguinte fórmula para o seu estimador, o qual é denominado estimador de Bayes-Stein (FABOZZI et al., 2007):

$$E(\mathbf{r}) = (1 - w)\hat{\mathbf{y}} + w\hat{\mathbf{y}}_0 \quad (2.25)$$

Onde ($\mathbf{1}$ é um vetor cujos elementos são todos unitários):

$$\hat{\mathbf{y}}_0 = \frac{\mathbf{1}^t \hat{\Sigma}^{-1} \hat{\mathbf{y}}}{\mathbf{1}^t \hat{\Sigma}^{-1} \mathbf{1}} \mathbf{1} \quad (2.26)$$

$$\hat{\mathbf{w}} = \frac{(n+2)(T-1)}{(n+2)(T-1) + T(T-N-2)(\hat{\mathbf{y}} - \hat{\mathbf{y}}_0)^t \hat{\Sigma}^{-1} (\hat{\mathbf{y}} - \hat{\mathbf{y}}_0)} \quad (2.27)$$

No que tange aos resultados gerados por esse estimador, Jorion (1986) conclui que o estimador de Bayes-Stein conduz à composição de carteiras de investimentos que sempre superam suas versões análogas, formadas através do uso da média aritmética para estimação do retorno esperado. Em certos casos, os ganhos proporcionados podem elevar em alguns pontos percentuais o retorno absoluto das carteiras, demonstrando em termos quantitativos o potencial desse estimador para aplicações práticas (JORION, 1986).

Paralelamente, Topaglou, Vladimirov e Zenios (2002) também preconizam o uso desse estimador como um aprimoramento em relação à média aritmética tradicional, empregando-o em um contexto no qual o estimador de Bayes-Stein é utilizado em conjunto com um modelo de seleção de carteiras baseado na métrica de risco CVaR e em árvores de cenários. Em um contexto distinto, Harvey et al. (2010) também empregam esse estimador para aperfeiçoamento dos resultados de seu modelo, registrando benefícios com o seu uso.

Como adiantado no início desse item, outro problema freqüente durante a estimação dos parâmetros de entradas de um modelo de seleção de carteiras compreende a estimação da matriz de covariâncias, a qual é imprescindível para avaliação das correlações entre os ativos financeiros e, portanto, para formação de uma carteira diversificada. Para retificação desse problema, uma alternativa é o modelo proposto por Ledoit e Wolf (2003), que, de modo análogo ao modelo de Jorion (1986), utiliza o método de encolhimento para criação de um estimador de maior credibilidade para a matriz de covariâncias.

Antes de proceder-se ao detalhamento do modelo, deverão ser abordadas três hipóteses que atuam como sustentáculos da abordagem dos autores (LEDOIT; WOLF, 2003):

- Os retornos dos ativos são independentes e identicamente distribuídos ao decorrer do tempo;
- O número de ativos sob análise, N , é fixo e finito, enquanto que o número de observações de retornos diários por ativo, T , pode assumir qualquer valor;
- O momento de quarta ordem de qualquer uma das séries de retornos é finito.

Todavia, os retornos não precisam seguir distribuições normais.

Descritas as hipóteses, é possível, então, analisar o modelo proposto pelos autores. Como a abordagem é alicerçada sobre estimadores de encolhimento, a aplicação do modelo

requer, inicialmente, a definição de uma estimativa robusta e estruturada para ponderação com a tradicional estimativa da matriz de covariâncias. Com esse intuito, os autores modelam os retornos dos ativos através de uma regressão dos mesmos em relação ao retorno exibido por um portfólio de mercado (o S&P 500, por exemplo), de forma que seja possível escrever:

$$x_{it} = \alpha_i + \beta_i x_{0t} + \varepsilon_{it} \quad (2.28)$$

Onde x_{it} denota o retorno do ativo i , $i = 1, 2, \dots, N$, no instante t , $t = 1, 2, \dots, T$, x_{0t} é o retorno do portfólio de mercado e ε_{it} é o resíduo. Nesse momento, assume-se que os resíduos possuam média nula e variância constante e não exibam autocorrelação (LEDOIT; WOLF, 2003).

Sob essas hipóteses, Ledoit e Wolf (2003) demonstram que a equação (2.28) implica uma matriz de covariâncias dada por:

$$\Phi = \sigma_{00}^2 \beta \beta^t + \Delta \quad (2.29)$$

Onde Φ denota a matriz de covariâncias, β é o vetor cujo elemento da linha i é igual a β_i , $i = 1, 2, \dots, N$, σ_{00}^2 é a variância (constante) dos retornos do portfólio de mercado e Δ é a matriz cuja diagonal contém as variâncias dos resíduos da regressão e cujos elementos restantes são nulos. Nessas condições, um estimador para essa matriz de covariância (\mathbf{F}) é dado por:

$$\mathbf{F} = s_{00}^2 \mathbf{b} \mathbf{b}^t + \mathbf{D} \quad (2.30)$$

Onde s_{00}^2 é a variância amostral dos retornos do portfólio de mercado, \mathbf{b} é o vetor cujo elemento da linha i é a estimativa amostral de β_i e \mathbf{D} é a estimativa amostral de Δ .

A partir da equação (2.30), o estimador de encolhimento da matriz de covariâncias (\mathbf{S}_E) pode ser escrito da seguinte forma:

$$\mathbf{S}_E = \frac{k}{T} \mathbf{F} + \left(1 - \frac{k}{T}\right) \mathbf{S} \quad (2.31)$$

Onde \mathbf{S} é a matriz de covariâncias tradicional e k é um estimador da variável aleatória κ , que corresponde ao peso aplicado para o cálculo do estimador de encolhimento. As fórmulas para o cálculo de k podem ser encontradas no trabalho de Ledoit e Wolf (2003).

Ledoit e Wolf (2003) concluem que o estimador definido pela expressão (2.31) prova-se

mais robusto, tenaz e preciso do que o estimador convencional (\mathbf{S}), pois o encolhimento deste último em direção a \mathbf{F} produz um estimador \mathbf{S}_E mais consistente e menos suscetível a perturbações dos valores de entrada do modelo. Em relação a esse aspecto, é imprescindível notar que o estimador \mathbf{F} , embora mais robusto do que \mathbf{S} , é enviesado, enquanto esse último é um estimador justo. Não obstante, \mathbf{S} releva-se uma escolha inadequada em função de sua suscetibilidade à presença de valores atípicos (*outliers*) nas amostras, ao passo que o viés de \mathbf{F} é justificado pela sua consistência e consonância teórica.

Logo, o uso da matriz \mathbf{S}_E como substituta de \mathbf{S} traz impactos positivos em portfólios construídos a partir de modelos de otimização e eleva a precisão dos resultados por eles gerados à medida que alia, grosso modo, a robustez de \mathbf{F} à justeza de \mathbf{S} (LEDOIT; WOLF, 2003). Ademais, Ledoit e Wolf (2003) destacam que o estimador por eles desenvolvido sempre produz matrizes de covariância inversíveis e positivas semidefinidas, assegurando a consistência matemática do estimador e sua usabilidade em problemas de seleção de carteiras.

Ainda no que tange à estimação de parâmetros para utilização prática de modelos quantitativos de seleção de carteiras, outra questão de particular relevância refere-se à estimação das volatilidades dos ativos disponíveis e da análise da evolução temporal das mesmas. De fato, Hull (2008), Santos (2006), Tsay (2005) e outros autores consultados salientam que raramente a volatilidade de um ativo permanece constante no tempo, razão pela qual essa questão merece ser discutida em aplicações que envolvam a variável.

Nesse contexto, uma proposta é a utilização de métodos econométricos, dentre os quais se pronuncia notoriamente o método GARCH (*Generalized Autoregressive Conditional Heteroskedasticity*), proposto por Bollerslev (1986). Esse modelo propõe que a variância dos retornos de um ativo possa ser modelada segundo a equação (2.32), na qual σ_n^2 , $n = 1, 2, \dots$, denota a variância dos retornos do ativo no instante n , α_i , β_i e ω denotam constantes não-negativas do modelo estimadas estatisticamente e a_n é a *inovação* da série no instante n (diferença entre o retorno observado em n e o retorno esperado nesse instante) (TSAY, 2005):

$$\sigma_n^2 = \omega + \sum_{i=1}^p \alpha_i \sigma_{n-i}^2 + \sum_{i=1}^q \beta_i a_{n-i} \quad (2.32)$$

Na equação (2.32), os parâmetros p e q estão relacionados à ordem do modelo, comumente indicado por GARCH(p, q) (TSAY, 2005). Como destaca Hull (2008), o modelo GARCH(1,1), grosso modo, é a versão mais empregada na prática em decorrência de sua

parcimônia e capacidade para explicar com razoável apreciação estatística o comportamento da variância dos retornos de um ativo financeiro.

De modo a simplificar e facilitar o uso dos modelos GARCH(p, q), Hull (2008) propõe a adoção da hipótese de que o retorno diário esperado seja assumido nulo em qualquer instante. Essa suposição é justificada, segundo o autor, pelo fato de que o retorno diário esperado de um ativo, em geral, é significativamente inferior ao desvio padrão dos retornos diários. Desse modo, os cálculos podem ser simplificados sem o comprometimento do modelo, que assume, então, a seguinte forma, na qual γ é um parâmetro do modelo e V_{LP} é a variância de longo prazo do ativo (HULL, 2008):

$$\sigma_n^2 = \gamma V_{LP} + \sum_{i=1}^p \alpha_i \sigma_{n-i}^2 + \sum_{i=1}^q \beta_i u_{n-i}^2, \quad \sum_{i=1}^p \alpha_i + \sum_{i=1}^q \beta_i < 1 \quad (2.33)$$

Admitindo a validade da hipótese preconizada por Hull (2008), é possível derivar uma versão contínua do modelo GARCH(1,1) por meio de processos estocásticos (vide Apêndice C), a qual é útil para modelagem de ativos em tempo contínuo. Em adição, Hull (2008) propõe a expansão do modelo GARCH(p, q) exposto para uma versão multivariada, a partir da qual seria possível modelar a evolução temporal de matrizes de covariâncias.

Como justificativas para o uso do modelo GARCH(p, q) para caracterização da volatilidade de um ativo, Tsay (2005) cita: sua capacidade de reproduzir o efeito de formação de grupos de volatilidade (uma variância elevada em um período tende a ser sucedida por uma variância também elevada); sua capacidade de conceber séries de volatilidade leptocúrticas, consoante com evidências empíricas; e seu potencial de gerar funções paramétricas simples e precisas para descrever a evolução temporal da volatilidade.

2.3 PRECIFICAÇÃO DE ATIVOS FINANCEIROS ATRAVÉS DE FERRAMENTAS DE CÁLCULO ESTOCÁSTICO

Nesse item serão discutidas sucintamente as técnicas de precificação de ativos financeiros através de ferramentas de cálculo estocástico, investigando os casos específicos de ações e derivativos de ações, os quais serão de especial importância para o desenvolvimento

do trabalho e compreensão dos itens subsequentes do texto.

2.3.1 *Processos Estocásticos*

Segundo Hillier e Lieberman (2001), um *processo estocástico* é definido como uma coleção indexada de variáveis aleatórias $\{X_t\} = \{X_0, X_1, X_2, \dots\}$, onde o índice t varia conforme um dado conjunto T . Em geral, T é concebido como um conjunto de inteiros não-negativos, e X_t representa uma medida característica de interesse no instante t , como o nível de estoque de um produto, a demanda de uma determinada mercadoria ou o preço de uma ação (HILLIER; LIEBERMAN, 2001).

Considerando, ainda, a definição postulada no parágrafo precedente, cabe salientar que a mesma refere-se a processos estocásticos *em tempo discreto com um espaço discreto de estados* (HULL, 2008). Alternativamente, é possível definir processos estocásticos *em tempo contínuo*, para os quais o parâmetro t assume valores reais em um dado intervalo (HULL, 2008). Além disso, também é possível definir processos estocásticos com um *espaço contínuo de estados*, para os quais a variável X_t pode assumir valores contínuos dentro de um determinado intervalo (HULL, 2008).

De modo geral, a principal aplicação da teoria de processos estocásticos reside na modelagem do comportamento de sistemas operantes em um determinado período de tempo e que, evidentemente, evoluem estocasticamente (HILLIER; LIEBERMAN, 2001). Por conseguinte, como a evolução temporal de diversos ativos financeiros tende a exibir um perfil estocástico, o emprego de processos da referida classe para modelagem desse comportamento é sensato e justificado (HULL, 2008).

2.3.2 *Movimento Browniano e Processos Estocásticos para Modelagem Matemática em Finanças*

Dentro da classe de processos estocásticos markovianos, uma subclasse de especial relevância para a precificação de ativos financeiros compreende o processo de *movimento*

browniano, também denominado processo de Wiener (ROSS, 2007). Expresso formalmente, uma variável z segue um processo de Wiener se obedece a duas propriedades principais (HULL, 2008). A primeira delas impõe que a variação Δz ocorrida em um breve período de tempo Δt deve ser dada pela equação (2.34), onde ε possui uma distribuição normal padrão:

$$\Delta z = \varepsilon \sqrt{\Delta t} \quad (2.34)$$

Por sua vez, a segunda propriedade de um processo de Wiener exige que os valores de Δz calculados para dois intervalos de tempo não sobrepostos sejam independentes. Assim, é trivial demonstrar que Δz segue uma distribuição normal de média nula e variância Δt .

Direcionando a atenção para a variação da variável z ao decorrer de um longo período de tempo de tamanho T , Hull (2008) demonstra que esse caso pode ser simplesmente analisado como a soma de mudanças na variável z ocorridas em N sucessivos intervalos de tempo de tamanho Δt , com $N\Delta t = T$. Novamente, essa variação também segue uma distribuição normal com média nula e variância igual a T (HULL, 2008).

Estendendo as análises precedentes, é pertinente considerar o caso em que os intervalos de tempo Δt tendem a zero. Nesse caso, a variação Δz poderá ser representada pela diferencial estocástica dz (HULL, 2008), que será útil para a construção das equações diferenciais estocásticas de equacionamentos estudados adiante. Um exemplo dos mesmos consiste na extensão do processo de Wiener definido anteriormente através da adição de um termo de arrasto, que gera um processo com taxa de crescimento constante não-nula denominado *movimento browniano geométrico* (HULL, 2008). Assim, se x segue um movimento browniano geométrico com arrasto μ e volatilidade σ , então (HULL, 2008):

$$dx = \mu dt + \sigma dz \quad (2.35)$$

Conforme as demonstrações feitas por Hull (2008), a variação da variável x definida na equação (2.35) em qualquer horizonte de tempo T é uma variável aleatória com distribuição normal de média μT e variância $\sigma^2 T$. Comumente, para uma ação que não distribui dividendos, é tradicional modelar a evolução de seu retorno (dS/S , onde S é o preço da ação) a partir de um movimento browniano geométrico, no qual a média corresponderá à taxa de retorno esperada para a ação e σ , à sua volatilidade (HULL, 2008). Assim:

$$dS = \mu S dt + \sigma S dz \quad (2.36)$$

Por fim, é pertinente salientar que o processo descrito pela equação diferencial estocástica (2.36) pode ser estendido para eliminar a restrição de constância de μ e σ . Assim, o preço da ação (S) pode ser modelado como um *processo de Itô*, o qual assume que a média e a volatilidade são funções do tempo e do preço da ação (HULL, 2008).

Retornando à equação (2.36), uma questão que emerge nesse contexto refere-se à distribuição de probabilidade do preço de uma ação que segue o processo estocástico indicado pela equação citada. Essa questão pode ser solucionada através aplicação de alguns resultados gerais de cálculo estocástico (Lema de Itô), conduzindo a um resultado que afirma que o retorno logarítmico (composição contínua) da ação segue uma distribuição normal (HULL, 2008). Em termos matemáticos, considerando que o preço da ação no instante $t = 0$ é S_0 e, no instante $t = T$, S_T , é válida a seguinte relação (HULL, 2008), na qual $N(m, s^2)$ denota uma distribuição normal de média m e variância s^2 :

$$(\ln S_T - \ln S_0) \sim N \left[\left(\mu - \frac{\sigma^2}{2} \right) T, \sigma^2 T \right] \quad (2.37)$$

Portanto, como o retorno $\ln (S_T/S_0)$ segue uma distribuição normal e S_0 é um valor determinístico observável em $t = 0$, constata-se que o modelo expresso através da equação (2.36) impõe que S_T segue uma distribuição lognormal. É pertinente destacar, por fim, que a relação (2.37) demonstra que, segundo esse modelo, o desvio padrão do logaritmo neperiano do preço da ação no instante T é diretamente proporcional a $T^{1/2}$, ou seja, quanto maior o período de tempo em questão, maior é a incerteza a respeito do preço da ação.

2.3.3 Opções e sua Precificação através da Fórmula de Black e Scholes

Dado o intuito de aplicar as ferramentas de cálculo estocástico para precificação de ativos financeiros, em especial derivativos, mostra-se necessária fazer uma breve revisão sobre os mesmos. Assim, de acordo com Hull (2008), um *derivativo* pode ser definido como um instrumento financeiro cujo preço depende (ou é derivado) dos preços de outras variáveis, que freqüentemente correspondem a preços de ativos transacionados no mercado financeiro.

Por exemplo, uma opção de uma ação é um derivativo cujo preço é dependente do preço da ação (HULL, 2008). No entanto, como destaca Hull (2008), derivativos podem depender de praticamente qualquer variável imaginável, tão absurda como o tempo previsto para um dia específico do ano em determinada região do planeta.

Dentro do vasto emaranhado de instrumentos financeiros que podem ser classificados como derivativos, uma classe particularmente importante compreende as opções. *Opções* são derivativos comercializados tanto em bolsas quanto no mercado de balcão. Elas são semelhantes aos contratos futuros e aos contratos a termo, diferindo pelo fato de que a compra ou venda do ativo subjacente não é obrigatória, ou seja, o detentor da opção escolhe como deverá proceder, sendo a contraparte obrigada a acatar a ordem do detentor (HULL, 2008). Além disso, para obtenção desse direito de compra ou venda, um investidor precisa pagar um determinado preço (prêmio) pela opção (HULL, 2008).

Por essa razão, mostra-se necessária a divisão das opções em duas vastas classes, que estão relacionadas ao direito que outorgam ao seu titular: as opções de compra (*calls*), que dão ao seu detentor o direito de comprar o ativo subjacente; e as opções de venda (*puts*), que dão ao seu detentor o direito de vender o ativo subjacente (HULL, 2008).

Por fim, cabe destacar que a aquisição ou venda devem ser efetuadas dentro de um período de tempo até a data de expiração (ou maturidade) da opção. No entanto, dependendo da opção, o seu exercício poderá ocorrer apenas na data de expiração (opções ditas *européias*), ao longo de sua vida (opções ditas *americanas*) ou em datas estabelecidas segundo alguma regra distinta (HULL, 2008).

A partir dos resultados expostos no item 2.3.2, Black e Scholes (1973) derivaram equações que, em determinadas condições, deveriam ser satisfeitas por qualquer opção européia. Para derivação desses resultados, os autores assumem as seguintes condições e hipóteses (HULL, 2008):

- O preço das ações segue uma distribuição lognormal (vide item 2.3.2) com média e variância constantes;
 - Não existem custos de transação de ativos e não há incidência de quaisquer impostos sobre as operações realizadas;
 - A taxa de juros livre de risco do mercado é constante e igual para todas as maturidades;
 - Não existem oportunidades de arbitragem no mercado; a venda a descoberto de ativos é permitida e toda receita obtida com a operação pode ser utilizada para a
-

execução de outras operações;

- Além disso, supõe-se que transações financeiras são realizadas continuamente no mercado e que ações não distribuem dividendos (HULL, 2008).

Apesar das fortes limitações impostas por esses constrangimentos, vale enfatizar que algumas das condições e hipóteses podem ser relaxadas para flexibilização do modelo (HULL, 2008).

Como demonstram Black e Scholes (1973), a aplicação de seus resultados ao caso de uma opção de compra européia fornece a seguinte expressão para o seu preço (c), onde T é o intervalo de tempo compreendido entre a emissão da opção ($t = 0$) e a sua data de expiração ($t = T$), S_0 é o preço da ação subjacente no instante $t = 0$ e K , o preço de exercício:

$$c = S_0 N(d_1) - Ke^{-rT} N(d_2) \quad (2.38)$$

Na equação (2.38), $N(x)$ representa a função distribuição acumulada da normal padrão e d_1 e d_2 são constantes determinadas a partir do preço inicial da ação, do preço de exercício da opção, da volatilidade, da taxa de juros livre de risco e da maturidade da opção (HULL, 2008). Analogamente, para uma opção européia de venda, o seu preço (p) é definido por:

$$p = Ke^{-rT} N(-d_2) - S_0 N(-d_1) \quad (2.39)$$

Novamente, as condições utilizadas para derivação das duas equações precedentes podem ser relaxadas para que fórmulas mais abrangentes e genéricas possam ser desenvolvidas, ao custo de tornar a derivação e as expressões mais complexas (MERTON, 1976). Nesse sentido, é possível também derivar fórmulas análogas para opções européias de índices de ações, moedas e contratos futuros (HULL, 2008). No caso das opções americanas, ainda não existem fórmulas fechadas para apreçá-las, sendo necessária a aplicação de métodos numéricos ou da técnica de simulação de Monte Carlo para essa finalidade (HULL, 2008).

2.3.4 Modelos de Difusão e Saltos Puros

Irrefutavelmente, o modelo proposto por Black e Scholes (1973) representou uma grande evolução da teoria de precificação de derivativos e modelagem do comportamento de

ativos financeiros (HULL, 2008). Todavia, embora o equacionamento seja capaz de explicar, com certa precisão, a dinâmica que rege os preços dos derivativos e como certas classes de opções devem ser precificadas, percebe-se que o mesmo possui certas falhas estruturais e premissas surreais (HULL, 2008). É trivial perceber, por exemplo, que o conjunto de hipóteses e condições utilizado para derivação do modelo é consideravelmente restritivo. Sob esse aspecto, esse conjunto pode ser relaxado, porém certas limitações ainda remanescem.

Em relação a esse aspecto, um dos principais problemas do modelo advém do fato de que o preço de ações e de outros ativos subjacentes não seguem, na prática, uma distribuição lognormal com média e variância constantes (TSAY, 2005). De fato, conforme o estudo de Cox e Ross (1976), no cerne do modelo de Black e Scholes (1973) e de qualquer outro modelo desenvolvido para apreçamento de derivativos está o processo estocástico utilizado para modelar o comportamento temporal do ativo subjacente ao derivativo. Logo, quando o processo estocástico se afasta da realidade, é comprometida a capacidade do modelo de gerar preços aderentes ao comportamento do mercado e às informações presentes no mesmo.

Ainda dentro do âmbito dos modelos matemáticos para análise de séries financeiras e precificação de ativos, uma preocupação substancial se refere à viabilidade da adoção da hipótese de homocedasticidade durante a construção do aparato matemático (HULL; WHITE, 1987; STEIN; STEIN, 1991; TSAY, 2005). Em geral, essa apreensão é oriunda de resultados empíricos que corroboram a ocorrência de eventos extremos com uma probabilidade superior àquela prevista por modelos simples, baseados nas hipóteses de constância das volatilidades e de normalidade das distribuições de retornos (HULL, 2008).

De fato, essa mesma questão emerge quando o tradicional modelo de Black e Scholes (1973) é utilizado para precificação de opções. Por ser baseado na hipótese de que a volatilidade do ativo subjacente a uma opção é constante, o modelo negligencia os efeitos provocados pela variação temporal da volatilidade e que incidem sobre o preço verdadeiro da opção (TSAY, 2005). Conseqüentemente, os preços calculados podem mostrar pouca fidelidade às características exibidas pelos mercados e seus ativos financeiros (HULL, 2008).

Para suprimir essa limitação, Hull (2008) enfatiza que muitos operadores do mercado optam por utilizar *superfícies de volatilidade* para corrigir esses efeitos. Sucintamente, essas superfícies podem ser definidas como funções que fornecem a volatilidade projetada pelos operadores (*volatilidade implícita*) para precificação de uma opção particular, retificando rusticamente as perturbações provenientes de oscilações nas volatilidades.

Entretanto, embora seja factível empregar superfícies de volatilidade para retificação do problema decorrente da invalidez da hipótese homocedástica, Tsay (2005) salienta que a

utilização dessas estimativas requer cautela, pois os modelos empregados para derivação da volatilidade implícita (por exemplo, o modelo de Black e Scholes (1973) visando à geração de estimativas com base no preço de opções negociadas no mercado) continuarão padecendo daquelas deficiências que os caracterizam, mesmo após o uso de técnicas como a mencionada.

Diagnosticadas as principais peculiaridades da atividade de precificação de opções, as deficiências imbricadas na modelagem utilizada por Black e Scholes (1973) para explicar a evolução dos preços do ativo subjacente a um derivativo podem ser resumidas conforme o Quadro 2.3.

Origem do Desvio	Descrição
Perfil da distribuição probabilística	Em geral, as distribuições probabilísticas dos retornos de ações observadas na prática possuem caudas mais extensas e espessas do que aquelas previstas caso esses retornos seguissem movimentos brownianos geométricos (CARR; CHANG; MADAN, 1998; HULL, 2008; STEIN; STEIN, 1991; TSAY, 2005).
Instabilidade da volatilidade ao decorrer do tempo	A volatilidade de uma ação não se mantém constante ao longo do tempo (HULL; WHITE, 1987; SCHWERT, 1989; SCOTT, 1987; STEIN; STEIN, 1991) e é correlacionada com o preço da ação (HULL; WHITE, 1987; SCOTT, 1987; STEIN; STEIN, 1991).
Descontinuidade do movimento dos ativos	A evolução do preço das ações é marcada por descontinuidades e saltos que tendem a afetá-la pontualmente, os quais podem ser causados, por exemplo, pela divulgação trimestral de resultados de empresas (CARR; CHANG; MADAN, 1998; HULL, 2008; MERTON, 1976). Esses saltos são especialmente relevantes para caracterização dos movimentos intradiários dos retornos das ações (CONT, 2001; SANTOS, 2006).
Continuidade do movimento browniano e escalas de tempo	O movimento browniano geométrico é incapaz de distinguir as diferenças de escala no comportamento do preço (SANTOS, 2006). Visto que os preços se movem essencialmente por saltos em escalas intradiárias, em escalas mensais também se observarão a presença de saltos (SANTOS, 2006). Em contraposição, será apenas em escalas extensas, como semestres ou anos, que os retornos se comportarão similarmente aos caminhos previstos pelo movimento browniano geométrico (CONT, 2001; SANTOS, 2006).
Variações extremas dos preços dos ativos	O movimento browniano geométrico explica retornos extremos apenas a partir da variância da distribuição resultante, enquanto que evidências empíricas demonstram que esses retornos são decorrentes da ocorrência de saltos (SANTOS, 2006), os quais provocam descontinuidades e podem produzir retornos atípicos (SANTOS, 2006).

Quadro 2.3 – Principais desvios encontrados entre as características do processo estocástico utilizado por Black e Scholes (1973) e aquelas observadas empiricamente através séries temporais de preços de ativos financeiros.

Fonte: Elaborado pelo autor.

Anteriormente ao intróito sobre exemplos de modelos capazes de corrigir os desvios supracitados, é fundamental a realização de uma discussão preliminar acerca das distinções entre dois vastos grupos de processos estocásticos empregados para modelagem de ações e apreçamento de derivativos: os processos de difusão e os processos de saltos puros.

Sucintamente, um *processo de difusão* pode ser interpretado como um processo estocástico que possui como um de seus componentes um movimento browniano ou, de modo mais geral, como uma integral de Itô em relação a um movimento browniano (SHREVE, 2010). Essa nomenclatura deriva-se do fato de que o caminho originado pelo processo, portanto, é influenciado exclusivamente pela sua variância (SHREVE, 2010). Um exemplo de

processo dessa categoria compreende o próprio movimento geométrico browniano discutido precedentemente (SHREVE, 2010).

Em contraposição, os *processos de saltos puros* estão associados a um segundo tipo de processo estocástico, denominado *processo de Poisson* (SHREVE, 2010). Para sua construção, é possível vislumbrar um modelo no qual um evento, denominado *salto*, ocorra em tempo discreto, de forma que o primeiro salto ocorra no instante τ_1 , o segundo salto ocorra τ_2 unidades de tempo depois do primeiro salto, e assim sucessivamente, onde τ_i , $i = 1, 2, \dots$, é uma variável aleatória com distribuição exponencial de média $1/\lambda$ (SHREVE, 2010). Dentro desse espectro, é possível definir uma variável aleatória relacionada ao tempo transcorrido até a ocorrência do n -ésimo salto, dada pela expressão (SHREVE, 2010):

$$S_n = \sum_{i=0}^n \tau_i \quad (2.40)$$

Pode-se demonstrar que, para um dado intervalo de tempo Δt observado, a variável aleatória S_n segue uma distribuição de Poisson (SHREVE, 2010). Torna-se possível, então, definir o *processo de Poisson compensado* (M_k), o qual é expresso por (SHREVE, 2010):

$$M_k = S_k - \lambda t \quad (2.41)$$

Santos (2006) mostra que, se esse processo for reescalonado a partir da multiplicação de ambos os lados da equação (2.41) pelo fator $1/\lambda$, o processo convergirá para um processo de Wiener quando λ tender ao infinito. Desse modo, esse processo de saltos puros possui como caso limite um processo de difusão quando o intervalo médio entre saltos tende a zero (SANTOS, 2006).

Embora os processos estocásticos apresentados até aqui possam ser usados para modelar uma ampla gama de sistemas aleatórios, uma de suas principais restrições reside na natureza do salto que ocorre em cada evento, cuja amplitude foi implicitamente considerada constante (SHREVE, 2010). Como solução, Shreve (2010) propõe o *processo composto de Poisson*, o qual permite a introdução de saltos de amplitude aleatória. Assim, seja S_k o processo de Poisson apresentado precedentemente e X_1, X_2, \dots , uma seqüência de variáveis aleatórias independentes e identicamente distribuídas, sendo também independentes do processo de Poisson dado. O processo composto de Poisson, Q_k , fica, então, definido por (SHREVE,

2010):

$$Q_k = \sum_{i=1}^{S_k} X_i, k \geq 0 \quad (2.42)$$

A expressão (2.42) mostra que o processo Q_k concebe saltos cuja ocorrência coincide temporalmente com os saltos gerados por S_k , porém com amplitude dada por X_i . Para o presente contexto, uma propriedade útil consiste no fato de que incrementos do processo referentes a intervalos de tempo não sobrepostos são independentes (SHREVE, 2010), pois se harmoniza com a Forma Fraca da Teoria dos Mercados Eficientes (HULL, 2008). Esse equacionamento pode ser usado, então, para tratamento analítico de séries temporais financeiras.

Realizada essa sucinta discussão para caracterização dos processos de saltos puros e diferenciação dos mesmos em relação aos processos de difusão, serão apresentados nos próximos itens alguns modelos baseados nesses processos para modelagem de séries financeiras.

2.3.4.1 Modelo da Variância com Elasticidade Constante

O modelo da Variância de Elasticidade Constante (CEV – *Constant Elasticity of Variance*) sugere que o preço S de uma ação segue um processo de difusão do tipo:

$$dS = \mu S dt + \sigma S^\alpha dz \quad (2.43)$$

Nessa equação, α é um parâmetro estritamente positivo. Assim, três cenários podem ser delineados de acordo com o valor para ele estipulado (HULL, 2008):

- Se $\alpha < 1$, a volatilidade dos retornos cresce conforme o preço da ação decresce. Essa relação cria uma distribuição de probabilidade similar àquela observada para ativos com uma cauda esquerda espessa e uma cauda direita fina;
- Se $\alpha > 1$, a volatilidade dos retornos cresce com o aumento do preço da ação, concebendo uma distribuição de probabilidade cuja cauda esquerda é fina e cuja

cauda direita é espessa;

- Se $\alpha = 1$, o retorno da ação obedecerá a um movimento browniano geométrico.

Quando esse modelo é empregado para apreçamento de opções européias, é possível deduzir fórmulas fechadas para os preços desses derivativos (HULL, 2008). Além disso, embora seja capaz de capturar algumas propriedades observadas empiricamente nas distribuições dos preços de ações (HULL, 2008), é preciso enfatizar que o modelo apresentado ainda mostra-se deficiente no que concerne às evidências empíricas de inconstância da volatilidade e de descontinuidade da evolução temporal dos preços das ações.

2.3.4.2 Modelos de Difusão com Variância Estocástica

Os modelos de difusão com variância estocástica geralmente baseiam-se no movimento browniano geométrico para explicar o retorno das ações, porém assumem concomitantemente que a volatilidade desses ativos segue um processo estocástico próprio, que pode estar correlacionado ou não com o processo seguido pelas ações. Nesse contexto, um modelo proeminente é o de Hull e White (1987), que propõem um processo estocástico definido por:

$$dS = \mu S dt + \sigma S dz_1 \quad (2.44)$$

$$dV = \varphi V dt + \theta V dz_2 \quad (2.45)$$

Nas duas equações precedentes, V é a variância do preço da ação, φ é a taxa de crescimento da variância e θ , a volatilidade da variância. Esses parâmetros podem ou não depender de S e t . Além disso, dz_1 e dz_2 são processos de Wiener que exibem entre si correlação de coeficiente ρ .

Em seu trabalho, Hull e White (1987) também derivam uma fórmula fechada para o preço de uma opção de compra européia quando o coeficiente de correlação ρ é nulo. Para a situação em que existe correlação, os autores indicam um método eficaz para utilização da técnica de simulação de Monte Carlo para valoração das opções. Nesse caso mais geral, eles demonstram que, condicional a V_i , $i = 1, 2, \dots, n$, onde n é o número de intervalos em que o período de simulação T foi dividido, a função $\ln(S_i/S_{i-1})$ segue uma distribuição normal de média e variância definidas pelas seguintes equações:

$$\frac{\mu T}{n} - \frac{V_{i-1}}{2n} + \rho \frac{\sqrt{V_{i-1}}}{\theta} \left[\ln \left(\frac{V_i}{V_{i-1}} \right) - \frac{\varphi T}{n} + \frac{\theta^2 T}{2n} \right] \quad (2.46)$$

$$\frac{V_{i-1} T}{n} (1 - \rho^2) \quad (2.47)$$

Por sua vez, $\ln(V_i/V_{i-1})$ segue uma distribuição normal de média e variância definidas pelas equações:

$$\frac{\varphi T}{n} - \frac{\theta^2 T}{2n} \quad (2.48)$$

$$\frac{\theta^2 T}{n} \quad (2.49)$$

Em suma, o modelo de Hull e White (1987) prova-se apto a abarcar importantes fenômenos empiricamente observáveis. Primeiramente, a agregação de um processo estocástico para a volatilidade faz com que a distribuição do preço da ação de aproxime com maior fidelidade dos dados reais, que exibem caudas mais pesadas do que aquelas previstas pelo modelo lognormal e variâncias inconstantes (HULL; WHITE, 1987).

Além disso, cabe destacar que o modelo desenvolvido pelos autores também captura efeitos percebidos nos preços de opções e constatados através de superfícies de volatilidade implícita (HULL; WHITE, 1987). De fato, os autores concluem que o modelo de Black e Scholes (1973), no caso em que não há correlação entre o preço da ação e a sua volatilidade, supervaloriza opções cujo preço de exercício está próximo ao preço da ação (opções *at-the-money*) e subvaloriza opções cujo preço de exercício é significativamente superior ou inferior ao preço da ação (opções *in-the-money* e *out-of-the-money*, respectivamente). Quando há correlação positiva, as opções *out-of-the-money* são subvalorizadas e as opções *in-the-money*, supervalorizadas; o fenômeno oposto é observado quando a correlação é negativa (HULL; WHITE, 1987).

Através de uma abordagem alternativa, Stein e Stein (1991) sugerem um modelo similar ao proposto por Hull e White (1987) para modelar a volatilidade estocasticamente. Em relação a esse aspecto, os autores propõem o seguinte par de equações para descrição da evolução do preço das ações e da volatilidade das mesmas:

$$dS = \mu S dt + \sigma S dz_1 \quad (2.50)$$

$$d\sigma = \varphi(\sigma_0 - \sigma)dt + \theta dz_2 \quad (2.51)$$

Nas equações (2.50) e (2.51), σ_0 é o valor esperado da volatilidade de longo prazo da ação, φ é a taxa de reversão da volatilidade e θ , um parâmetro relacionado à volatilidade da volatilidade do preço da ação. A principal diferença entre essa abordagem e aquela proposta por Hull e White (1987) reside no fato de que a volatilidade é modelada aqui como um processo de Ornstein-Uhlenbeck, que exhibe uma tendência de reversão da volatilidade para a média de longo prazo ao decorrer de sua evolução (STEIN; STEIN, 1991). Desse modo, a equação (2.51) impõe um arrasto positivo quando a volatilidade é menor do que a média de longo prazo e um arrasto negativo quando a volatilidade é maior do que a média de longo prazo (STEIN; STEIN, 1991).

Como destaca Tsay (2005), evidências empíricas sugerem que a volatilidade seja estacionária e varie dentro de um intervalo aparentemente fixo para diversas séries financeiras. Desse modo, o modelo proposto por Stein e Stein (1991) consegue capturar exatamente essa característica ao introduzir o parâmetro σ_0 na equação diferencial estocástica vinculada à volatilidade e adicionar à mesma um termo de reversão.

Concluindo a discussão, é crucial mencionar também o modelo proposto por Duan (1995), que utiliza o modelo GARCH apresentado precedentemente para modelagem da volatilidade de um ativo. O retorno do ativo é, então, enquadrado através de um movimento browniano geométrico, de forma que o modelo de Black e Scholes (1973) torna-se um caso particular do modelo do autor, encontrado quando é válida a hipótese de homocedasticidade.

2.3.4.3 Modelo Gama-Variância

Dentro da classe de processos de saltos puros, um dos principais modelos de eficácia corroborada é o modelo Gama-variância (do inglês, *Variance Gamma*), cuja formulação matemática é proveniente do movimento browniano. O processo pode ser simplesmente definido pela expressão (CARR; CHANG; MADAN, 1998):

$$X(t; \sigma, \nu, \theta) = \theta\Gamma(t; 1, \nu) + \sigma W(\Gamma(t; 1, \nu)) \quad (2.52)$$

Onde X denota o processo gama-variância e $\Gamma(t; 1, \nu)$ representa um processo gama tal que incrementos do tipo $\Gamma(t+h; 1, \nu) - \Gamma(t; 1, \nu)$ possuem distribuição gama de média igual a h e de variância $h\nu$. As constantes σ e θ são parâmetros do modelo associados, respectivamente, à volatilidade do processo $W(t)$, que denota um processo de Wiener, e ao arrasto do processo X . Desse modo, $W(\Gamma(t; 1, \nu))$ representa um processo de Wiener cujos eventos ocorrem pontualmente em instantes de tempo determinados por um processo gama (CARR; CHANG; MADAN, 1998). Posto o modelo, Carr, Chang e Madan (1998) demonstram que, sendo S_t o preço no instante t de uma ação e S_0 o seu preço inicial, de tal forma que:

$$S_t = S_0 e^{(\mu t + X(t; \sigma, \nu, \theta) + \omega t)} \quad (2.53)$$

$$\omega = \frac{1}{\nu} \ln \left(1 - \theta \nu - \frac{\sigma^2 \nu}{2} \right) \quad (2.54)$$

O retorno logarítmico $\ln(S_t/S_0)$ obedecerá à seguinte distribuição:

$$h(z) = \frac{2e^{\theta x/\sigma^2}}{\nu^{\frac{t}{\nu}} \sqrt{2\pi\sigma} \Gamma(t/\nu)} \left(\frac{x^2}{\frac{2\sigma^2}{\nu} + \theta^2} \right)^{\frac{t}{2\nu} - \frac{1}{4}} K_{\frac{t}{\nu} - \frac{1}{4}} \left[\frac{1}{\sigma^2} \sqrt{x^2 \left(\frac{2\sigma^2}{\nu} + \theta^2 \right)} \right] \quad (2.55)$$

Na qual K é a função de Bessel modificada de segundo tipo, Γ é a função gama e:

$$x = z - \mu t - \frac{t}{\nu} \ln \left(1 - \theta \nu - \frac{\sigma^2 \nu}{2} \right) \quad (2.56)$$

A principal característica exibida pelas equações anteriores está imbricada na existência de múltiplos parâmetros para definição da distribuição de probabilidade do retorno logarítmico da ação. Em relação a esse aspecto, Carr, Chang e Madan (1998) enfatizam que os parâmetros podem ser usados para determinar diretamente o coeficiente de assimetria e a curtose da distribuição do preço da ação, de forma que seja possível torná-los aderentes às evidências empíricas. Essa propriedade, como é possível depreender através da discussão realizada no início do item 2.3, soluciona diversas falhas e impasses constatados durante a utilização do movimento browniano (HULL, 2008). Adicionalmente, dado que a formulação possui como sustentáculo um processo estocástico de saltos puros, outros desvios observados empiricamente, em especial em movimentos intradiários dos preços das ações, podem ser

apropriadamente endereçados (SANTOS, 2006).

Finalmente, Carr, Chang e Madan (1998) notam que, embora o processo concebido não contenha um termo designado a reproduzir um processo de difusão, sua generalidade não é afetada. De fato, os autores afirmam que o modelo Gama-variância se reduz ao de Black e Scholes (1973) por meio da definição conveniente de seus parâmetros.

Por conseguinte, o modelo pode ser empregado para precificação de opções, para as quais os autores fornecem fórmulas fechadas (para opções européias, apenas) e métodos de simulação. O estudo conclui que a utilização do processo expresso através da equação (2.53) gera resultados superiores ao modelo de Black e Scholes (1973) e consegue, de fato, absorver grande parte das evidências empíricas discutidas no Quadro 2.3.

2.3.5 *Opções e Gregas*

De modo geral, quando uma instituição financeira ou investidor decidem ingressar no mercado de derivativos e passam a subscrever ou adquirir tais ativos, um desafio que imediatamente surge é a gestão dos riscos envolvidos nessas operações, que se torna especialmente árdua quando derivativos exóticos estão sob consideração (HULL, 2008).

Nesse contexto, foi desenvolvido, então, um conjunto de indicadores, denominados genericamente de *gregas*, que podem ser usados conjuntamente para análise dos riscos presentes em operações com derivativos. De acordo com Taleb (1997), as gregas denotam a sensibilidade do preço de uma opção relativamente a diversas variáveis das quais depende esse preço. Assim, são definidas cinco gregas, as quais estão congregadas no Quadro 2.4 (TALEB, 1997).

Como se pode inferir, as gregas mostram-se particularmente úteis para determinação da sensibilidade do preço de uma opção em relação aos principais riscos de mercado que podem afetá-lo (TALEB, 1997). Logo, constituem uma ferramenta versátil para apreciação quantitativa do risco assumido por uma instituição financeira ou investidor quando esses mantêm posições em derivativos, quantificando os ganhos e perdas que podem sofrer devido às oscilações dos mercados (TALEB, 1997).

2.4 ÁRVORES DE CENÁRIOS

Grega	Definição
Delta	Mede a sensibilidade do preço da opção em relação a mudanças no preço do ativo subjacente a ela. Em termos matemáticos, corresponde à derivada parcial de primeira ordem do preço da opção em relação ao preço do ativo subjacente.
Gama	Mede a sensibilidade do delta da opção em relação a mudanças no preço do ativo subjacente a ela. Matematicamente, pode ser expresso como a derivada parcial de segunda ordem do preço da opção em relação ao preço do ativo subjacente.
Vega	Mede a sensibilidade do preço da opção em relação a mudanças na volatilidade de seu ativo subjacente. Matematicamente, pode ser expresso como a derivada parcial de primeira ordem do preço da opção em relação à volatilidade implícita à série de retornos do ativo subjacente.
Teta	Avalia as variações sofridas pelo preço da opção ao decorrer do tempo. Em termos matemáticos, equivale à derivada parcial de primeira ordem do preço da opção em relação ao tempo.
Rô	Mensura a sensibilidade do preço da opção em relação à taxa de juros livre de risco da economia. Corresponde à derivada parcial do preço da opção em relação à taxa mencionada.

Quadro 2.4 – Definição das gregas de uma opção.

Fonte: Taleb (1997).

Em modelos quantitativos para tomada de decisão sob condições de incerteza e cujas variáveis dependem do tempo, é crucial a representação das incertezas de uma forma apropriada para a execução dos cálculos computacionais intrínsecos (HOYLAND; WALLACE, 2001). Em particular, os modelos de programação estocástica demandam tais representações para que seja possível transformá-los em problemas de programação determinística, os quais possuem menor tamanho e complexidade (RIBEIRO; RUSSI; SOSNOSKI, 2007).

Para que a transformação mencionada seja concebível, uma das alternativas comumente aplicadas em situações práticas abrange a geração de *árvores de cenários*, na qual cada cenário representa realizações de todas as variáveis aleatórias do problema, em todos os períodos de tempo sob consideração (HOYLAND; WALLACE, 2001). Em termos gerais, o objetivo da geração de árvores de cenários é representar de forma explícita e concisa a evolução dos possíveis caminhos que uma variável aleatória pode seguir (RIBEIRO; RUSSI; SOSNOSKI, 2007), viabilizando a transformação mencionada no parágrafo precedente. Assim, constam em uma árvore de cenários três elementos básicos (FABOZZI et al., 2007; GÜLPINAR; RUSTEM; SETTERGREN, 2004):

- *Nós*, que representam possíveis realizações das variáveis aleatórias do problema em determinados instantes de tempo;
- *Arcos*, que indicam os possíveis caminhos (trajetórias de evolução) das variáveis do problema e conectam os diversos nós da árvore. A cada arco é associado um número real entre 0 e 1, que define a probabilidade de deslocamento das variáveis aleatórias do nó de origem do arco ao seu nó terminal;
- *Níveis*, que definem o conjunto de nós associados a cada período de tempo.

Esses elementos podem ser visualizados na árvore esboçada na Figura 2.3.

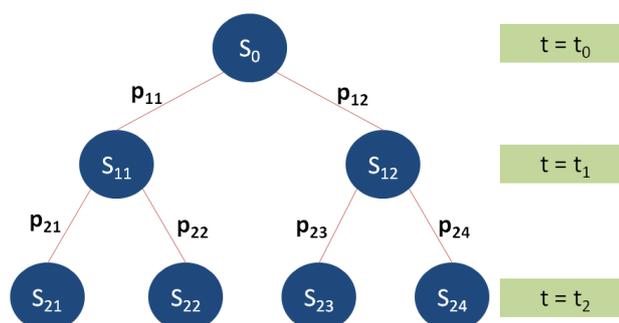


Figura 2.3 – Esboço de uma árvore de cenários de três níveis. Os valores p_{ij} , $i = 1, 2$, $j = 1, 2, 3, 4$, representam as probabilidades dos arcos (linhas vermelhas) aos quais estão associados. Os nós da árvore estão representados pelos círculos azuis e estão associados a realizações da variável aleatória S nos instantes t_k , $k = 0, 1, 2$.

Fonte: Elaborado pelo autor.

Idealmente, no que tange à construção de uma árvore de cenários, esta deverá abarcar um conjunto de cenários que representa com fidelidade o universo de possíveis realizações das variáveis aleatórias, refletindo, assim, tanto projeções otimistas quanto pessimistas sobre as variáveis em consideração (GÜLPINAR; RUSTEM; SETTERGREN, 2004).

No que concerne aos modelos voltados à seleção de carteiras de investimento, o nó de origem da árvore, do qual emergem os arcos e os demais nós, é usado para representar o *status quo* das variáveis do problema, cujos valores são imediatamente observáveis (GÜLPINAR; RUSTEM; SETTERGREN, 2004). Para formação dos demais nós da árvore, diversas técnicas podem ser empregadas para geração dos cenários da árvore, incluindo simulação estocástica, análise de componentes principais e modelos vetoriais auto-regressivos (GÜLPINAR; RUSTEM; SETTERGREN, 2004). Todavia, em vista dos fins do presente trabalho, será abordada nessa discussão apenas a técnica de simulação estocástica.

No referido caso, a geração da árvore de cenários se baseia em processos estocásticos representativos das variáveis aleatórias do problema, permitindo o uso de técnicas de simulação para formação dos cenários, como a técnica de Monte Carlo. Independentemente da ferramenta matemática elencada para geração dos cenários, duas abordagens genéricas estão disponíveis para orientar o processo e a posterior formação da árvore (GÜLPINAR; RUSTEM; SETTERGREN, 2004), como mostra a Figura 2.4. A primeira delas, denominada *simulação paralela*, consiste na construção paralela de múltiplos cenários derivados do *status quo* das variáveis aleatórias do problema. Os cenários confeccionados são posteriormente agrupados segundo algum critério de similaridade para determinação dos nós da árvore (GÜLPINAR; RUSTEM; SETTERGREN, 2004).

Já a segunda abordagem, denominada *simulação seqüencial*, consiste na execução

alternada de um processo de geração de cenários e de um processo de agrupamento até que a árvore atinja o tamanho almejado (GÜLPINAR; RUSTEM; SETTERGREN, 2004). Desse modo, as realizações de cada nível da árvore sempre dependem dos nós do nível precedente, ao passo que, na simulação paralela, todos os cenários são gerados com base no nó de origem da árvore (GÜLPINAR; RUSTEM; SETTERGREN, 2004).

Como sublinham Gülpinar, Rustem e Settergren (2004), as diferenças dos perfis de árvores produzidos por cada abordagem implicam uma série de consequências para o processo de simulação, havendo impactos na necessidade de memória computacional para armazenar os dados da árvore e na velocidade de construção da mesma. Entretanto, a comparação entre os métodos revela-se mais prolífica quando efetuada em termos das propriedades matemáticas de cada perfil, visto que essas definirão a usabilidade das árvores em problemas de programação estocástica específicos. No que concerne a esse aspecto, Gülpinar, Rustem e Settergren (2004) proclamam, grosso modo, que as árvores produzidas pelo método seqüencial revelam-se mais homogêneas em relação às árvores geradas pelo método paralelo, enquanto que essas últimas são capazes de capturar com maior precisão realizações extremas das variáveis aleatórias em questão.

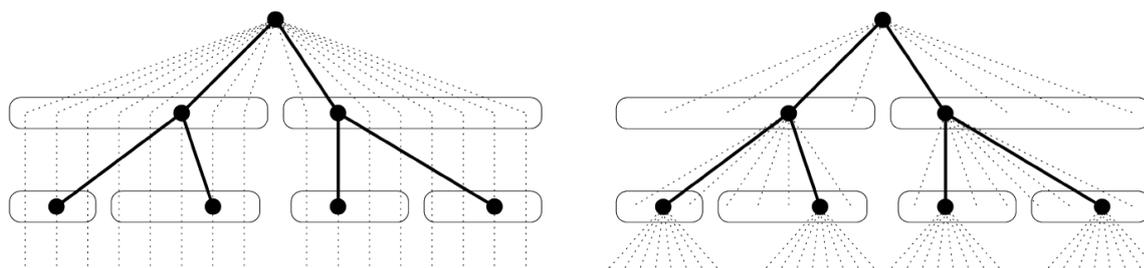


Figura 2.4 – Dois métodos distintos para simulação de cenários e formação de árvores de cenários: paralelo (à esquerda) e seqüencial (à direita). As linhas pontilhadas denotam os caminhos simulados, enquanto que os blocos representam os grupos formados e as linhas cheias indicam os arcos da árvore. Os círculos escuros representam os centros de cada grupo.

Fonte: Gülpinar, Rustem e Settergren (2004).

Em linhas gerais, essas propriedades podem ser justificadas, no caso do método seqüencial, pela execução alternada de processos de simulação e agrupamento, de maneira que, após um agrupamento, a simulação subsequente parta dos centros dos grupos formados, prevenindo a ocorrência de variações extremas das variáveis aleatórias e garantindo que cada grupo seja formado a partir de um número estatisticamente significativo de cenários homogêneos (GÜLPINAR; RUSTEM; SETTERGREN, 2004).

Em contraposição, no caso do método paralelo, no qual o agrupamento é realizado apenas ao final do processo único e temporalmente extenso de simulação, a árvore mostra-se

menos homogênea, porém apresenta maior capacidade de incorporar realizações extremas das distribuições de probabilidade das variáveis aleatórias do problema (GÜLPINAR; RUSTEM; SETTERGREN, 2004). Nota-se, portanto, que árvores construídas através da simulação paralela podem ser particularmente úteis em certos problemas de Finanças devido à capacidade de capturar eventos extremos.

Divulgados os métodos genéricos disponíveis para formação das árvores de cenários, é pertinente, nesse momento, discutir os métodos que podem ser empregados para agrupamento dos cenários simulados. De modo geral, os grupos podem ser determinados a partir de critérios para limitação da dispersão das realizações dos cenários de um grupo e de restrições para limitação da quantidade de cenários utilizada para construção de cada grupo (GÜLPINAR; RUSTEM; SETTERGREN, 2004). Em particular, essas restrições mostram-se mandatórias quando da aplicação do método de simulação paralela, caso no qual é preciso garantir que cada grupo possua um número mínimo de cenários a partir do qual seja possível determinar, para um dado nível de significância, o seu centro (GÜLPINAR; RUSTEM; SETTERGREN, 2004).

Uma vez formados os grupos a partir dos cenários simulados, remanesce a questão relativa à determinação de seus centros e das probabilidades que devem ser associadas aos arcos da árvore. No primeiro caso, abordagens que se revelam eficazes para o cálculo dos centros compreendem o uso de estatísticas como a média e a mediana dos cenários pertencentes ao grupo (GÜLPINAR; RUSTEM; SETTERGREN, 2004). Entretanto, deve-se atentar ao fato de que sua utilização direta pode produzir árvores inconsistentes e, portanto, é recomendável estabelecer como centro do grupo o cenário que se encontra mais próximo do valor da estatística calculada (GÜLPINAR; RUSTEM; SETTERGREN, 2004). Paralelamente, Ribeiro, Russi e Sosnoski (2007) preconizam o emprego do método de aglomeração hierárquica de Ward, que se revela mais robusto para concepção de árvores de cenários.

Prosseguindo com a discussão sobre os procedimentos de construção, para determinação das probabilidades associadas a cada arco da árvore, uma possibilidade é simplesmente estimá-las com base no número de cenários presentes em um grupo e no número de cenários presentes no nó que originou o grupo (FABOZZI et al., 2007); contudo, essa abordagem só é coerente caso os cenários sejam equiprováveis. Por conseguinte, o procedimento de cálculo dependerá da probabilidade de que um cenário particular seja gerado a partir do método de simulação definido (FABOZZI et al., 2007). Por sua vez, essa depende, ultimamente, da técnica adotada para produção dos cenários (FABOZZI et al., 2007).

Alternativamente, a determinação das probabilidades dos arcos e centros dos grupos pode ser conduzida a partir da transformação desse problema em um problema de otimização, no qual se almeja a construção de uma árvore que preserve, com um nível mínimo de significância, as propriedades estatísticas das distribuições de probabilidade das variáveis do problema (GÜLPINAR; RUSTEM; SETTERGREN, 2004; HOYLAND; WALLACE, 2001).

Em conjunto, uma questão relevante no que tange à geração de árvores de cenários está associada à correlação exibida pelas séries temporais de retornos dos diferentes ativos que integram as árvores. Nesse contexto, Ribeiro, Russi e Sosnoski (2007) e Hull (2008) sugerem a utilização da *decomposição de Cholesky* da matriz de covariância dos ativos como método para agregação dos efeitos das correlações aos cenários concebidos. Como se pode inferir, esse método é particularmente útil para o problema de seleção de carteiras de investimento, uma vez que a correlação entre os ativos da carteira influencia significativamente o seu risco.

Redirecionando a atenção às metodologias para concepção de cenários, é impreterível ressaltar novamente que os cenários deverão representar fielmente o universo de realizações viáveis das variáveis aleatórias do problema em consideração. Em relação a esse aspecto, presumindo que seja empregada para geração de cenários a técnica de simulação de Monte Carlo, que se provou valiosa, flexível e computacionalmente robusta para uma vasta gama de problemas em Finanças (BOYLE; BROADIE; GLASSERMAN, 1997), é importante compreender as limitações da mesma e que podem intervir na qualidade das árvores.

Em suma, a técnica de simulação de Monte Carlo, devido à sua natureza estocástica, é alicerçada sobre processos de geração de números aleatórios, que deverão obedecer às distribuições de probabilidade dependentes do problema tratado (HILLIER; LIEBERMAN, 2001). Em tal situação, uma das principais questões que devem ser respondidas para garantia da eficácia da técnica refere-se ao número mínimo de cenários que deverão ser confeccionados, de modo que, para um dado nível de significância, os resultados obtidos a partir deles provem-se estatisticamente significantes (BOYLE; BROADIE; GLASSERMAN, 1997).

Nesse momento, é pertinente reverter o estudo para exploração do conceito de *discrepância* de uma seqüência numérica, atrelado ao assunto do parágrafo anterior. Segundo Boyle, Broadie e Glasserman (1997), esse conceito está diretamente associado à dispersão dos números da seqüência no espaço vetorial do qual foram extraídos. Assim, uma seqüência que se concentra regiões particulares do espaço e distante entre si possui maior discrepância do que uma seqüência que se distribui homogeneamente no mesmo (BOYLE; BROADIE; GLASSERMAN, 1997).

Em linhas gerais, para problemas com poucas dimensões, a obtenção de resultados estatisticamente significantes pode ser conquistada através da geração de uma quantidade relativamente pequena de cenários, visto que a discrepância dos números aleatórios produzidos não se mostra conflitante (BOYLE; BROADIE; GLASSERMAN, 1997). Logo, é possível cobrir homogêneo o espaço de realizações viáveis das variáveis aleatórias, explorando todas as possibilidades existentes (BOYLE; BROADIE; GLASSERMAN, 1997).

Todavia, com o gradativo recrudescimento do número de dimensões dos problemas, constata-se que a quantidade de cenários exigida para a formação de resultados estatisticamente significantes, mantido o nível de significância constante, cresce rapidamente, atingindo ordens de grandeza proibitivas para aplicações práticas que dependam de árvores de cenários para sua consecução (BOYLE; BROADIE; GLASSERMAN, 1997). Desse modo, mostra-se imperativo o uso adjacente de técnicas complementares capazes de reduzir a variância dos resultados gerados a partir da simulação ou de reduzir a discrepância dos conjuntos de números aleatórios empregados. No espectro da primeira abordagem, Hull (2008) sugere o uso de técnicas como a *simulação antitética* e o *método das variáveis de controle*, amplamente utilizadas na prática para redução da variância dos resultados (BOYLE; BROADIE; GLASSERMAN, 1997).

Em relação à segunda abordagem, a diminuição da discrepância dos conjuntos de números aleatórios gerados pode ser alcançada através do emprego de *seqüências numéricas de baixa discrepância*, também infortunadamente denominadas *seqüências quase aleatórias*, uma vez que tais seqüências são puramente determinísticas, apenas apresentando propriedades essenciais similares àquelas observadas em seqüências aleatórias (BOYLE; BROADIE; GLASSERMAN, 1997). Exemplos de seqüências comumente empregadas em situações práticas são as seqüências de Sobol, as de Faure e as de Halton, embora as primeiras se mostrem superiores às demais em termos da discrepância das seqüências (BOYLE; BROADIE; GLASSERMAN, 1997).

Em termos gerais, a principal propriedade dessas seqüências é, como se pode inferir, a baixa discrepância exibida pelos números que as constituem. Desse modo, elas possuem potencial para ampliar a precisão da técnica de simulação de Monte Carlo, embora os ganhos obtidos tendam a ser menos pronunciados conforme o número de dimensões do problema seja recrudescido (BOYLE; BROADIE; GLASSERMAN, 1997).

Para ilustrar o potencial dessas seqüências em problemas que dependem da técnica de simulação de Monte Carlo, o Apêndice B exibe, em cada gráfico, quatro mil pares ordenados inseridos no quadrado $[0,1] \times [0,1]$. No segundo gráfico, os pontos advêm de uma seqüência

de Sobol gerada a partir do algoritmo de Bratley e Fox (1988), ao passo que no primeiro os pontos foram gerados aleatoriamente por meio de uma distribuição uniforme bidimensional. A comparação das figuras permite inferir imediatamente que a seqüência de Sobol é composta por números dispersos homogeneamente no espaço, enquanto que a seqüência de números aleatórios distribui-se de modo errático e heterogêneo, deixando vastas regiões do espaço descobertas, que não serão visitadas durante um hipotético uso da técnica de Monte Carlo e, portanto, distorcerão os resultados dessa simulação.

Não obstante, é crucial enfatizar um aspecto negativo comum a todas as seqüências numéricas de baixa discrepância: a impossibilidade de construção de intervalos de confiança para os resultados gerados através da simulação de Monte Carlo, por se tratarem de seqüências puramente determinísticas, embora com propriedades muito próximas às seqüências de números aleatórios puros (BOYLE; BROADIE; GLASSERMAN, 1997).

Conseqüentemente, em um caso no qual a técnica de Monte Carlo esteja sendo empregada para precificação de um derivativo, por exemplo, o uso de seqüências de baixa discrepância não permitirá a construção de intervalos de confiança para o preço do derivativo por meio de repetidas simulações (BOYLE; BROADIE; GLASSERMAN, 1997). De fato, fixada a semente do algoritmo gerador da seqüência e a quantidade de cenários, que ultimamente determina o tamanho da seqüência de baixa discrepância empregada, o preço do derivativo revelar-se-á determinístico, pois a seqüência também será. Em contraponto, se forem utilizados números aleatórios, sucessivas simulações produzirão distintos preços, os quais poderão ser analisados estatisticamente para mensuração da significância do resultado.

3 ANÁLISE COMPARATIVA DAS PROPRIEDADES DOS MODELOS DE SELEÇÃO DE CARTEIRAS ESTUDADOS

Efetuada a revisão bibliográfica sobre os tópicos abordados no presente trabalho, percebe-se imediatamente a existência de uma diversificada e vasta gama de modelos direcionados à solução quantitativa do problema de seleção de carteiras de investimentos. Justifica-se, assim, antes de proceder-se à estruturação do modelo que será empregado na situação prática na qual este projeto se insere, a realização de uma síntese das principais vantagens e desvantagens de cada modelo relativamente às peculiaridades do contexto, de forma que se justifiquem as decisões tomadas nos próximos capítulos.

Com esse objetivo, será executada, nessa etapa, uma análise comparativa de caráter preponderantemente qualitativo, que explorará as propriedades matemáticas dos modelos dos modelos estudados e as relações destas com a teoria de finanças e o contexto de aplicação. Com essa pretensão, os resultados da análise refletirão unicamente os resultados debatidos e as conclusões obtidas ao decorrer da revisão bibliográfica.

3.1 ANÁLISE DO CONTEXTO

Conforme a discussão realizada no primeiro capítulo deste texto, o intuito primário do modelo a ser utilizado na empresa em que o autor estagia é auxiliar a gestão de carteiras compostas preponderantemente por ações e derivativos, cujas particularidades demandam um processo holístico de avaliação quantitativa dos ativos e da carteira capaz de capturá-las e tratá-las acordadamente.

Sob esse prisma, uma das principais características de carteiras com derivativos reside no perfil errático da distribuição de retornos do portfólio, a qual é distorcida em decorrência da não-linearidade presente em grande parte das funções que descrevem matematicamente o retorno de seus respectivos derivativos (FABOZZI et al., 2007). Em conjunção com outros fatores, esses perfis não-lineares tendem a afastar significativamente a distribuição de retorno resultante de distribuições teóricas tradicionais em aplicações pouco complexas, como a distribuição normal ou a t-Student, que pertencem à classe das distribuições elípticas.

Em adição à formação de um complexo perfil de retornos, a inclusão de derivativos também é reconhecida pela constituição de distribuições que podem atribuir uma probabilidade considerável à ocorrência de variações extremas do valor do portfólio (HULL, 2008). Logo, grande atenção deve ser dedicada às perdas potenciais existentes em carteiras repletas de derivativos.

Em conjunção, na situação prática para a qual foi desenvolvido o modelo matemático, nota-se, a partir do perfil dos clientes cujas carteiras serão submetidas a ele, que a inclusão de derivativos reflete o desejo de cada investidor de proteger seu investimento contra movimentos adversos do mercado, o que permite sua classificação como uma operação de *hedge*. Naturalmente, essa constatação foi crucial para a construção do modelo matemático, pois ela estabelece a estratégia que capitaneia a seleção e inclusão de derivativos nas carteiras na prática.

Outra questão de extrema importância para caracterização do contexto está relacionada à frequência de realização de operações financeiras e de rebalanceamento da carteira. Nesse sentido, dois comportamentos extremos podem ser identificados: em um deles, a frequência de operação é ínfima e, como consequência, a carteira sofre rebalanceamentos esporádicos; no extremo oposto, há a situação na qual o investidor realiza operações intradiárias, rebalanceando sua carteira frequentemente.

No presente contexto, a vasta maioria dos clientes pertencentes ao segmento para o qual serão compostas carteiras através do modelo elaborado compreende indivíduos com visão mais direcionada ao médio e longo prazo. Por essa razão, os rebalanceamentos das carteiras desses clientes ocorrem, em média, uma vez por mês, exceto quando eventos econômicos incitam um rebalanceamento imediato da carteira.

3.2 ANÁLISE COMPARATIVA DOS MODELOS ESTUDADOS RELATIVAMENTE AO CONTEXTO DE APLICAÇÃO

Para execução da análise comparativa dos modelos estudados, é fundamental observar, primeiramente, que os diversos modelos encontrados na literatura, embora possam apresentar vantagens relativas, não absorvem todas as características do problema de seleção do portfólio, seja em função da complexidade matemática, da impossibilidade de representar

matematicamente certos aspectos do problema ou do próprio objetivo do trabalho no qual o modelo se insere.

Em face do exposto, percebe-se que a comparação direta dos modelos provar-se-ia árdua e insuficiente para dirimir as dúvidas sobre as vantagens e desvantagens de cada um. De fato, visto que a diferença de desempenho entre eles nem sempre é diretamente atribuível a uma característica peculiar dos mesmos, e sim a um conjunto de características, a divergência de desempenho não pode ser utilizada para proclamar a vantagem ou desvantagem de cada característica individual.

Objetivando a solução desse impasse, a análise comparativa desse item se restringirá à realização de comparações diretas e de cunho teórico das características individuais de cada modelo. Dessa forma, em cada um dos itens a seguir será discutida uma dimensão geral do problema e quais ferramentas e abordagens estão disponíveis para uso, conforme os resultados obtidos ao decorrer da revisão bibliográfica. Será possível, assim, apreciar todas as abordagens e elencar aquelas mais adequadas para o presente contexto.

3.2.1 Medidas de Risco

Ao transcorrer da revisão bibliográfica, a questão relativa à mensuração do risco de um portfólio de ativos financeiros foi abordada extensivamente. Dessa abordagem emanou um conjunto de cinco métricas de risco passíveis de aplicação em modelos de seleção de portfólios: momentos centrais ou parciais da distribuição de retornos do portfólio, Ω , VaR e CVaR. Cada uma dessas métricas será brevemente revisitada nos próximos parágrafos.

No caso dos momentos centrais da distribuição de retornos do portfólio, o enfoque da discussão centrou-se na variância, no coeficiente de assimetria e no excesso de curtose da distribuição de retornos. Em geral, momentos de ordem superior a 4 também poderiam ser avaliados e incorporados na análise, embora os três momentos mencionados possuam maior usabilidade em função da inevitável sensibilidade dos momentos de alta ordem à presença de valores atípicos nas séries de retornos (FABOZZI et al., 2007; KIM; WHITE, 2003). Além disso, a interpretação direta dos momentos de ordem superior a 4 e associação dos mesmos a características da distribuição de probabilidades são tarefas árduas (HORVATH; SCOTT, 1980), especialmente para o investidor com escasso conhecimento sobre Estatística.

Sucintamente, dois problemas principais foram constatados durante a avaliação desse

conjunto de métricas, cujos efeitos poderiam comprometer a aplicabilidade do modelo no contexto prático descrito no item 3.1. O primeiro problema observado remete à incoerência conceitual dessas métricas, que penalizam injustamente riscos positivos (retornos superiores à média), os quais são almejados por qualquer investidor racional. Logo, tais métricas demonstram uma grave falha conceitual, não sendo apropriadas para mensuração de riscos. Embora essa falha possa ser retificada por meio do uso de momentos parciais da distribuição, permanecerá a deficiência relativa à dificuldade de estimar tais momentos com precisão, pois, no caso do coeficiente de assimetria e da curtose, percebe-se uma suscetibilidade considerável em relação a valores amostrais atípicos (KIM; WHITE, 2003).

Complementarmente, é trivial constatar que essas métricas (tanto momentos parciais como totais) não são coerentes, segundo a definição postulada por Artzner et al. (1999). De fato, elas violam o princípio da monotonicidade, cuja aceção situa-se no Quadro 2.2.

Como extensão da abordagem de avaliação de risco baseada em momentos da distribuição de retornos, a adoção da métrica $\hat{\Omega}$ foi suscitada por Keating e Shadwick (2002) no trabalho seminal desses autores e discutido com detalhes no Apêndice A. Inegavelmente, a métrica revela-se mais robusta e consistente relativamente aos momentos individuais da distribuição de retornos de um portfólio, porém há grande dificuldade em determinar objetivamente o nível de retorno em relação ao qual o $\hat{\Omega}$ deve ser calculado, abrindo margens para subjetividade na estipulação desse retorno.

Direcionando a atenção para o *Value at Risk* (VaR), visualizam-se algumas evoluções significativas em relação às métricas citadas nos parágrafos anteriores. Dentre essas evoluções, destaca-se a capacidade que o VaR possui de avaliar comparativamente portfólios apenas com base no perfil de perdas do mesmo e a robustez da métrica, que se mostra menos suscetível à presença de valores atípicos nas amostras de retornos dos portfólios por se basear em valores de percentis da distribuição de retornos.

Entretanto, também foi diagnosticada na literatura consultada certa aversão ao VaR em função, principalmente, de duas características negativas dessa métrica. A primeira delas refere-se à sua incoerência, dentro da tipologia proposta por Artzner et al. (1999). Em relação a esse aspecto, a métrica falha em atender ao princípio da subaditividade, o qual é tratado no item 2.1.4.1. A segunda característica negativa do VaR refere-se às propriedades matemáticas indesejáveis que essa métrica possui; mais especificadamente, essas propriedades se manifestam através da dificuldade de implementar computacionalmente um algoritmo eficiente e eficaz para solução de um problema de programação matemática para seleção de carteiras que empregue o VaR como medida de risco e possua muitas variáveis de decisão.

No contexto apresentado brevemente nos parágrafos anteriores, a medida de risco que conseguiu suprimir as deficiências discutidas, de acordo com as referências bibliográficas consultadas, foi o VaR Condicional (CVaR). Como destacam Artzner et al. (1999), o CVaR é uma medida de risco coerente, que preserva as vantagens do VaR e prova-se coerente segundo a aceção proposta pelos autores. Além disso, não é suscetível a subjetividades durante seu cálculo e, ademais, como salientam Krokmal, Palmquist e Uryasev (2002), a métrica pode ser utilizada eficaz e eficientemente em problemas de programação matemática, pois exhibe propriedades que se provam profícuas para solução desses problemas e para implementação de algoritmos com o mesmo fim.

3.2.2 Medidas de Retorno e de Utilidade do Portfólio

Embora a questão relativa à mensuração do retorno financeiro gerado por uma carteira de investimentos não tenha permeado a revisão bibliográfica, percebeu-se ao decorrer da mesma a existência de duas abordagens distintas para avaliação desse retorno e da utilidade proporcionada pela carteira ao seu titular.

A primeira abordagem, que pode ser encontrada no modelo de Markowitz (1952), por exemplo, consiste em mensurar o retorno do portfólio por meio dos retornos proporcionados pelos ativos presentes no mesmo. Por conseguinte, o retorno esperado do portfólio é simplesmente tomado como a média ponderada dos retornos esperados dos ativos que o compõe, cuja ponderação é feita segundo a participação de cada um na carteira.

Alternativamente, há uma segunda abordagem, alicerçada sobre a construção de funções utilidade do investidor que detém o portfólio. Nesse caso, a proposta é calcular o retorno do portfólio através da metodologia do parágrafo anterior e, posteriormente, mensurar a utilidade da riqueza gerada a partir desse retorno. Assim, torna-se possível avaliar o retorno ajustando-o segundo o perfil de propensão ao risco que o investidor possui. Um exemplo de modelo de seleção baseado na função utilidade do investidor é o modelo de Fabozzi et al. (2007) exibido no item 2.1.5, equação (2.20).

Sob a perspectiva teórica, ambas as abordagens são válidas para o problema de seleção de carteiras, uma vez que, mesmo não considerando diretamente o perfil de propensão ao risco do investidor, os modelos baseados no retorno do portfólio podem englobar medidas de risco para assimilação do conflito de escolha existente entre risco e retorno. Nesse caso, a

complexidade reside na seleção de métricas de risco, conforme discussões precedentes.

Quando a atenção é direcionada para a viabilidade da aplicação dessas abordagens em um contexto prático, constata-se que a segunda abordagem menores possibilidades de aplicação. De fato, como é possível inferir a partir dos trabalhos de Kahneman e Riepe (1998) e Kahneman e Tversky (1992), o processo decisório seguido por um investidor é repleto de não-linearidades, variações entre comportamentos de aversão e propensão ao risco e de preferências e julgamentos não racionais, os quais são demasiadamente complexos para serem modelados matematicamente com o grau de precisão necessário. Por essa razão, o uso de funções utilidade torna-se proibitivo no presente contexto.

Logo, embora a modelagem da filosofia de investimento seguida por um investidor também não seja trivial a partir de métricas de risco, já que a aproximação de funções utilidade por meio de tais métricas, como mostra o trabalho de Jondeau e Rockinger (2006), exigiria a determinação de todos os momentos da distribuição de retornos de um portfólio, a adoção de um conjunto compacto de métricas acaba se revelando mais prática e versátil. De fato, essa estratégia permite capturar genericamente os efeitos de riscos que qualquer investidor racional almeja evitar e não é influenciada por fatores subjetivos, que poderiam emergir durante a construção de funções utilidade.

Conjuntamente, a adoção de métricas de risco, unidas ao retorno esperado do portfólio, provê um benefício adicional: a possibilidade de usufruto do modelo em contextos nos quais uma carteira é detida por um conjunto de investidores com diferentes níveis de solicitude para assumir riscos, como no caso de um fundo de investimentos. Evidentemente, caso a abordagem baseada na teoria da utilidade fosse usada para otimização do portfólio de um fundo de investimentos, seria necessária a determinação da função utilidade de todos os seus cotistas para construção do modelo, tarefa essa que seria trabalhosa e complexa e conceberia um volume de dados pouco precisos e de difícil tratamento.

3.2.3 Modelos de Período Único e Modelos de Múltiplos Períodos

Outra questão relevante no que se refere à construção de modelos matemáticos para solução do problema de seleção de carteiras envolve a quantidade de períodos nos quais é subdividido o horizonte de investimentos. Nesse sentido, a revisão bibliográfica demonstrou a coexistência entre modelos de período único, os quais geram uma carteira ótima que deverá

ser mantida por um investidor desde o início até o final do horizonte, e os de múltiplos períodos, que concebem, para cada período do horizonte, uma carteira ótima, que deverá ser estruturada no início do período correspondente e mantida até o final do mesmo, quando será rebalanceada.

Como salientam Fabozzi et al. (2007), os modelos baseados em um único período mostram-se deficientes porque presumem que os investidores, de modo geral, são míopes e que, por extensão, tomam decisões sem considerar os ganhos ou perdas proporcionadas por suas carteiras dentro do horizonte de investimentos. Além disso, investidores míopes, por definição, negligenciam os custos envolvidos com o rebalanceamento de suas carteiras e ignoram os conflitos de escolha inerentes às posições que assumem (FABOZZI et al., 2007). Por tais razões, esses indivíduos acabam tomando decisões subótimas comparativamente àquelas tomadas por investidores que não se baseiam em visões reducionistas (FABOZZI et al., 2007).

Adicionalmente, o trabalho de Kahneman et al. (1997) explicita a relação existente entre a disposição de um investidor de assumir riscos e suas atividades cognitivas realizadas para análise intertemporal e conjunta de ativos financeiros. Nesse sentido, os autores corroboram que investidores míopes, ao apreciarem seus investimentos com elevada frequência através do uso de um alto volume de informações sobre o passado recente e restringirem o escopo de suas análises aos movimentos de curto prazo, revelam menor solicitude para assumir riscos e acabam perdendo oportunidades de investimento com relação entre retorno e risco atraente.

Por conseguinte, depreende-se que a seleção de um modelo de período único para modelagem do problema de seleção de carteiras de investimento seria pernicioso para o investidor que nele se alicerça para tomada de decisão, pois o mesmo o levaria inevitavelmente a subestimar o impacto de *trade-offs* e a subavaliar investimentos mais arriscados, dentre os quais notoriamente se inserem ações e derivativos. Logo, considerando as características do problema que o presente projeto de propõe a solucionar, constata-se que a adoção de um modelo multiperíodo foi a escolha mais sensata e conceitualmente adequada.

3.3 RESUMO DAS CARACTERÍSTICAS INCORPORADAS PELO MODELO

Realizada a discussão geral sobre os principais aspectos identificados nos modelos de seleção de carteiras de investimento estudados durante a revisão bibliográfica, mostra-se

imperativa, nesse momento, a consubstanciação das características incorporadas pelo modelo a ser detalhado no próximo capítulo, tendo em vista os resultados apresentados durante a revisão bibliográfica e discutidos no presente capítulo e as particularidades do contexto prático, as quais foram diagnosticadas nessa ocasião.

Em suma, a discussão efetuada evidenciou que, no que tange às métricas de risco pesquisadas, aquela que demonstra maior consistência com a teoria de gestão de portfólios e com as características do contexto prático é o CVaR, justificando sua introdução no modelo projetado, o qual será pormenorizado no capítulo seguinte. De modo análogo, posto que o emprego do retorno esperado do portfólio, ponderado a partir do retorno esperado de cada ativo que o compõe, revelou-se o indicador mais adequado para avaliação de seu desempenho, privilegiou-se o uso do mesmo no âmbito do modelo em detrimento de funções utilidade.

Em adição, posto que os modelos multiperíodo provaram-se mais condizentes com as exigências do contexto, o modelo também adotou uma visão de investimento estruturada sobre um conjunto de períodos concatenados. Com esse intuito, foi utilizada uma formulação matemática baseada em programação estocástica, de forma que o comportamento dos ativos ao longo dos períodos e as necessidades de rebalanceamento fossem inferidos através da geração de cenários, organizados sob a forma de árvores de cenários (vide item 2.4).

4 CONSTRUÇÃO DO MODELO DE SELEÇÃO DE CARTEIRAS DE INVESTIMENTO

Efetuada a revisão bibliográfica sobre o tema do presente projeto e estabelecidas as técnicas e ferramentas a serem empregadas no modelo quantitativo a ser utilizado para solução do problema o qual o projeto busca solucionar, torna-se possível, nesse momento, proceder efetivamente ao detalhamento da construção do mencionado modelo.

Desse modo, o atual capítulo contemplará, primordialmente, os aspectos formais do problema e as hipóteses e considerações que subsidiaram o modelo, sendo este último elaborado e escrutinado subsequente. Na seqüência, será estudado o processo de construção das árvores de cenários, que foram requisitadas para aplicação prática do modelo, e investigados algoritmos empregados para que a solução do problema de programação matemática que suporta o modelo fosse praticável.

Por fim, antes de avançar-se ao intróito do modelo e ao seu desenvolvimento, é impreterível salientar que o modelo aqui apresentado, embora possua elementos e características geradas a partir de esforços do autor e, nesse sentido, possa ser considerado um modelo próprio, recebeu contribuições positivas da literatura examinada no Capítulo 2. Em especial, os trabalhos de Cariño et al. (1994), Consigli e Dempster (1998), Fabozzi et al. (2007), Ferreira (2006), Krokmal, Palmquist e Uryasev (2002), Markowitz (1952), Rockafellar e Uryasev (2000), Shapiro et al. (2009) e Topoglou, Vladimirov e Zenios (2002) foram de especial importância ao proverem subsídios teóricos para concepção do modelo elaborado e servirem de referência à sua formulação matemática.

4.1 DESCRIÇÃO FORMAL DO PROBLEMA E PREMISSAS INICIAIS

Com o intuito de propiciar ao leitor a apreciação da capacidade do modelo concebido de solucionar o problema elencado como tema do presente projeto, prova-se necessária, primeiramente, a formalização do mesmo através de conceitos de Finanças, objetivando sua transformação em um problema de matemática financeira para o qual seja possível preparar um modelo matemático visando à sua solução.

Assim, em termos gerais, o problema selecionado pode ser traduzido em uma situação na qual um investidor deseja compor uma carteira de investimentos a partir de um universo de ativos disponíveis a ele, no qual estão presentes apenas ações e derivativos cujo único ativo subjacente é uma das ações do universo. Adicionalmente, é prevista também a existência de um ativo praticamente livre de risco, que provê ao seu titular uma taxa de retorno bem próxima à taxa livre de risco do mercado.

Resumidamente, esse ativo será utilizado para composição do caixa da carteira, que permitirá, por exemplo, a execução de resgates, pagamento de taxas e impostos e realização de operações de compra e venda de ações e derivativos, provendo liquidez à carteira. Em uma situação prática, esse ativo praticamente livre de risco poderia ser substituído, por exemplo, por títulos federais brasileiros pós-fixados, com rentabilidade vinculada à taxa SELIC, como a LFT, ou por cotas de fundos de investimentos referenciados à taxa DI.

Deve-se ressaltar, contudo, que foge ao escopo deste projeto deliberar sobre quais seriam as melhores opções de investimento para constituição desse caixa, uma vez que tópicos não relacionados ao trabalho, como risco de crédito e análise de instrumentos de renda fixa, precisariam ser perscrutados para resolução dessa questão.

Retomando a contextualização do problema, constata-se que o objetivo do investidor, no presente contexto, reside em utilizar os derivativos à sua disposição para proteção (*hedge*) de sua carteira contra riscos vinculados à sua posição em ações, conforme a discussão realizada no item 3.1. Assim, para o fim de construção de carteiras através do modelo desenvolvido, foram considerados apenas derivativos estruturados no início do horizonte de investimento da carteira e com base nas ações disponíveis para formação dos portfólios.

Nesse instante, é impreterível sublinhar que a construção do universo de ativos disponíveis, a partir do qual o modelo conceberá uma carteira de investimentos, deverá ser executada exogenamente, uma vez que não figura entre suas pretensões a identificação de oportunidades de investimento dentre todas as possibilidades existentes no mercado. Essa ressalva será pormenorizada no item 4.6.

Ainda no que se refere à composição do universo de ativos disponíveis, no caso dos derivativos, deve-se destacar que o modelo criado não será capaz de lidar com todos os instrumentos dessa classe (vide item 1.2) e, portanto, será feita a simplificação de que os derivativos usados se restringirão a opções européias de compra ou venda. Cabe salientar que essa simplificação não compromete a eficácia do modelo nem sua usabilidade prática, pois uma ampla variedade de estratégias de proteção pode ser implementada através dessas três classes de instrumentos. Além disso, como esses instrumentos podem ser comercializados

com facilidade no mercado, o uso dos mesmos assegura a exequibilidade prática das operações, embora a questão da liquidez possa assumir certa relevância no caso de ações que possuam baixos volumes diários de negociação médios.

Retornando à descrição do problema e à operacionalização do modelo, no instante inicial do horizonte considerado, no qual o investidor montará sua primeira carteira através do modelo a ser elaborado, foi assumida a hipótese de que tal indivíduo possuirá previamente apenas ações, opções européias, capital sob a forma de moeda e ativos livre de risco. Após a execução do modelo, esses ativos que o investidor possuía serão liquidados ou aproveitados para formação da carteira inicial.

Entretanto, no caso específico das opções que o investidor possuir antes da execução do modelo, elas serão excluídas do modelo, pois, ao não guardarem relação direta com as ações do universo de ativos disponíveis, a manutenção dessas opções teria um caráter mais especulativo do que de proteção efetiva, pois elas não estariam diretamente vinculadas às posições em renda variável que o investidor assumiria quando da formação da carteira inicial prevista pelo modelo e das subseqüentes. Logo, essas opções poderão ser liquidadas para formação de caixa antes da execução do modelo ou utilizadas para construção das posições da carteira inicial do investidor, contanto que haja compatibilidade com as ações do universo de ativos disponíveis e com os demais parâmetros de entrada do modelo.

Finalmente, no que tange à manutenção da carteira de investimentos, os rebalanceamentos foram agendados ao final de sucessivos períodos de tempo, que serão definidos de acordo com a estratégia usada para gestão da carteira e de forma que o último período se encerrasse exatamente ao final do horizonte de investimento considerado. Desse modo, em um caso real, ao final de cada período serão realizadas operações de compra e venda de ativos para adequação das participações de cada um àquelas recomendadas pela carteira ótima fornecida pelo modelo.

Todavia, deve-se salientar aqui que será feita a simplificação de que, em cada etapa de rebalanceamento, não serão adquiridos ou vendidos quaisquer derivativos, de modo que o número de instrumentos financeiros dessa classe existentes na carteira se manterá constante até o final do horizonte de investimento e igual ao valor calculado para o primeiro período.

Para compreender a origem dessa simplificação, é suficiente observar que o principal obstáculo à imposição da mesma reside na variação da *razão de hedge* da proteção ao longo dos períodos, ou seja, na variação da razão entre a quantidade de ações na carteira efetivamente protegida pelos derivativos e a quantidade total de ações. Como é possível inferir, essa oscilação ocorre em função das operações de compra e venda de ações e,

portanto, o volume dessas operações determina o impacto da simplificação proposta.

Em face do exposto, como o modelo quantitativo proposto leva em consideração os efeitos dos custos de transação sobre o retorno esperado da carteira, é natural presumir que a probabilidade de ocorrência de mudanças abruptas na quantidade de ações seja ínfima, uma vez que mudanças dessa natureza implicam elevados custos de transação, deteriorando o retorno esperado da carteira e, por extensão, o valor da função objetivo do problema.

Logo, mesmo que haja variações na razão de *hedge* ao decorrer do tempo, tais variações raramente serão exacerbadas a ponto de comprometer em demasia a eficácia da estratégia de proteção da carteira, não justificando um aumento da complexidade do modelo apenas para mantê-la constante. Todavia, é pertinente destacar desde já que a permissão para realização de operações com derivativos durante os rebalanceamentos pode ser incorporada com relativa facilidade no modelo proposto, ao menos do ponto de vista matemático. Em contraposição, o esforço computacional necessário para executar o modelo será engrandecido.

Por fim, é preciso salientar que o capital do investidor aplicado em caixa também não integrará o conjunto de ativos que participará das movimentações de compra e venda a cada rebalanceamento, que ficará restrito às ações da carteira. Nesse cenário, tal decisão se justifica pelo fato de que a isenção do caixa assegura ao investidor que uma parcela fixa de seu capital estará sempre segura e terá rentabilidade compatível com a taxa de juros da economia, independentemente da sucessão de eventos que fortuitamente ocorrerão entre os dias de rebalanceamento de sua carteira.

4.2 HIPÓTESES E CONSIDERAÇÕES

Elaborada a descrição formal do problema, revela-se prioritária, nesse momento, a organização das hipóteses, simplificações e considerações gerais que serão assumidas para solução do problema através do modelo quantitativo que será abordado. Sucintamente, esse conjunto basilar de pressupostos está consolidado no Quadro 4.1 e no Quadro 4.2.

Evidentemente, a análise da lista de pressupostos resumida nos quadros referidos revela uma quantidade considerável de aproximações e simplificações requeridas para garantir a viabilidade do uso do modelo em situações práticas e implementação computacional do mesmo. No entanto, é válido destacar que a vasta maioria das aproximações e simplificações estipuladas é igualmente adotada por muitos trabalhos encontrados na literatura acadêmica,

como é possível inferir a partir da revisão bibliográfica realizada no Capítulo 2.

Hipóteses e Simplificações	Principais Conseqüências
Custos de transação serão modelados através de funções lineares sem custos fixos. Além disso, admitir-se-á que a diferença entre os custos de operação no mercado fracionário e no mercado padrão é inócua para formação da carteira ótima e que não há custos de custódia das posições da carteira.	No que tange às diferenças de custos entre o mercado fracionário e o mercado padrão, essas são, de fato, relativamente marginais no mercado brasileiro. No caso da modelagem dos custos, o principal impacto deriva-se do fato de que, além do custo variável, em geral há também uma componente de custo fixo. No entanto, para volumes de transação relativamente grandes, essa componente tende a ser desprezível em face dos custos variáveis totais. Por fim, quanto aos custos de custódia, como esses são muito próximos para ações, ativos de caixa e derivativos, seria indiferente incluí-los ou não para os fins de determinação da carteira ótima.
Supor-se-á que os custos de transação já refletem todos os custos associados às operações de compra e venda de ativos financeiros, cujas parcelas dependem da natureza desses ativos. Entretanto, para os fins de cálculo do retorno da carteira e dos custos de transação, serão ignorados os efeitos de tributos.	O principal impacto dessa hipótese decorre, como se pode depreender, da desconsideração dos impactos dos tributos associados às operações financeiras. Dadas as diferenças de tributação entre ativos de renda fixa (usados para composição do caixa), ações e opções, pode haver algum tipo de impacto nas soluções que o modelo construído fornecerá. No entanto, não são esperadas conseqüências significativas sobre a composição da carteira ótima, razão pela qual essa hipótese é comumente adotada na literatura, como se pode depreender a partir do Capítulo 2.
As operações de compra e venda de ativos serão realizadas em curtos intervalos de tempo, de forma que o prazo para transferência de custódia assuma valor praticamente nulo e não afete, por conseguinte, a rentabilidade projetada da carteira.	O impacto dessa hipótese dependerá, essencialmente, da liquidez dos ativos comercializados e das regras de negociação dos mesmos. De modo geral, como não estão sendo considerados aqui derivativos exóticos e grande parte dos clientes da empresa prefere negociar ações de grandes e renomadas empresas, que são dotadas de elevada liquidez, a hipótese é razoável. Não obstante, atenção deve ser dada à liquidez e viabilidade de negociação das opções a serem usadas na carteira, dada a inexistência de um mercado bem desenvolvido para opções de empresas de menor porte ou importância no mercado financeiro.
Admitir-se-á que inexistem oportunidades de arbitragem no mercado e que, caso uma seja aberta, ela imediatamente se fechará por meio da dinâmica da oferta e da demanda.	Considerando o nível de regulação e liquidez do mercado brasileiro e o fato de que os ativos usados para composição das carteiras no contexto em questão são líquidos e não possuem precificação intrincada ou obscura, é possível afirmar que a adoção dessa hipótese é plausível e justificada.
Supor-se-á inexistentes restrições quanto à formação de lotes para negociação de ativos, de modo que qualquer quantidade poderá ser comercializada em uma operação.	Dada a existência do mercado fracionário para negociação de ações e a possibilidade de realização de investimentos de pequeno montante em títulos do Tesouro Nacional (para formação do caixa), essa hipótese não se mostra muito restritiva para os ativos referidos. No caso das opções, o mesmo pode ser dito, pois o preço unitário de uma opção geralmente é bem menor do que o preço de sua ação subjacente, de modo que ajustes finos nas participações desses ativos na carteira podem ser feitos com relativa facilidade.
Supor-se-á que os investidores são racionais e exibem comportamento de aversão ao risco para qualquer nível de riqueza que possuam.	As conseqüências deverão ser avaliadas de modo <i>ad hoc</i> , pois a aderência da hipótese à realidade dependerá do investidor em consideração. Em linhas gerais, o nível de racionalidade é parcialmente assegurado pela própria empresa, que, através de seus serviços, orienta os investidores para tomada de decisões racionais e ótimas. No caso da aversão ao risco, contudo, a aderência dessa hipótese torna-se mais dependente do investidor; contudo, a revisão bibliográfica mostra que a hipótese é plausível dentro do espectro de modelos de seleção de carteiras.

Quadro 4.1 – Primeiro conjunto de hipóteses e simplificações adotadas para construção do modelo de seleção de carteiras.

Fonte: Elaborado pelo autor.

Hipóteses e Simplificações	Principais Conseqüências
Admitir-se-á que não serão permitidas vendas a descoberto. Partir-se-á também do pressuposto de que os investidores não poderão se alavancar para formação de suas carteiras e que não farão aportes nem resgates nos períodos entre os rebalanceamentos previstos pelo modelo.	A proibição das vendas a descoberto é pouco impactante no presente contexto, pois, como essas operações possuem um potencial de perda teórica infinita e as taxas de aluguel de ações, pelo menos no mercado brasileiro, são, na média, elevadas, um conjunto irrisório de investidores, no âmbito dos negócios da empresa, busca realizar tais operações com alguma freqüência. Em relação à alavancagem da carteira, as características do presente contexto também apontam para um impacto imperceptível dessa restrição. Por fim, as conseqüências da suposição de que não ocorrerão aportes nem resgates dependerão fundamentalmente do horizonte de investimento e do tamanho dos períodos considerados pelo modelo. De qualquer modo, no contexto das operações da empresa, a adequação dessa hipótese é verificada na prática e, paralelamente, mesmo que tais movimentações venham a ser requisitadas pelo titular da carteira, esta possuirá liquidez o suficiente para absorvê-las.
A taxa de juros livre de risco do mercado será assumida constante e igual para todas as maturidades no horizonte de tempo considerado. Para o mercado brasileiro, essa taxa corresponderá à taxa paga pelo CDI, a qual é comumente empregada para essa finalidade em aplicações práticas (NETO, 2010). Essa hipótese também implicará que o retorno do capital mantido em caixa apresentará um retorno constante no horizonte definido (quando calculado em relação à rentabilidade do CDI).	As conseqüências dessa hipótese, de modo análogo a muitas daquelas discutidas anteriormente, dependerão do tamanho do horizonte de investimento e dos períodos considerados pelo modelo. Naturalmente, as conseqüências também dependerão das características dos ativos utilizados para composição do caixa (no caso de títulos de renda fixa, por exemplo, essa hipótese pode ser apreciada através do cálculo do <i>duration</i> e da convexidade dos papéis) e da suscetibilidade das opções selecionadas a variações da taxa de juros livre de risco (mensurada pelo <i>rô</i> da opção, conforme o item 2.3.5). Logo, as conseqüências deverão ser apreciadas relativamente à constituição do universo de ativos disponíveis.

Quadro 4.2 – Segundo conjunto de hipóteses e simplificações adotadas para construção do modelo de seleção de carteiras.

Fonte: Elaborado pelo autor.

Conjuntamente, como evidenciam os diversos estudos realizados por Fabozzi et al. (2007), a redução da complexidade de modelos de seleção de carteiras de investimento é necessária para garantir a exequibilidade dos mesmos em situações práticas, uma vez que o aumento da complexidade freqüentemente implica uma maior necessidade de capacidade computacional de processamento e a estimação de uma grande quantidade de parâmetros de entrada, os quais, de modo geral, estão suscetíveis ao impacto de fatores de incerteza. Logo, a construção da lista de hipóteses e considerações supracitada é crucial para assegurar a capacidade do presente projeto de solucionar o problema para o qual foi planejado.

4.3 MODELO QUANTITATIVO DESENVOLVIDO PARA SELEÇÃO DE CARTEIRAS

Efetuada a descrição formal do problema e estabelecidas todas as hipóteses e considerações requeridas para simplificação de sua modelagem, torna-se possível, nesse momento, a dedução das expressões matemáticas do modelo de programação estocástica a ser utilizado para seleção de carteiras de investimento.

Com esse intuito, foi sumarizada, no Quadro 4.3, no Quadro 4.4 e no Quadro 4.5, a notação empregada para formulação das expressões matemáticas do modelo. Nesse quadro estão contempladas todas as variáveis e parâmetros de entradas exigidos para utilização do modelo, bem como os valores assumidos por esses elementos e o significado de cada um no problema.

Variáveis e parâmetros de entrada (notação)	Tipo de valor assumido	Variável de decisão?	Definição
P	Número inteiro	Não	Número total de períodos que compõem o horizonte de investimento.
$k, k = 0, 1, 2, \dots, P$	Número inteiro	Não	Índice associado ao instante de início do $(k+1)$ -ésimo período.
$t, t = 0, 1, 2, \dots, P$	Número inteiro	Não	Índice complementar ao índice k associado ao instante de início do $(t+1)$ -ésimo período.
S	Número inteiro	Não	Número total de cenários embutidos na árvore de cenários.
$s, s = 1, 2, \dots, S$	Número inteiro	Não	Cenário s da árvore de cenários.
$s', s' = 1, 2, \dots, S$	Número inteiro	Não	Possível cenário s' da árvore de cenários cujo caminho compartilha nós da árvore com o caminho de outro cenário qualquer.
$t_{s,s'}$	Número inteiro	Não	Índice que indica o início do período até o qual os cenários s e s' da árvore de cenários compartilham nós.
$\pi_s, s = 1, 2, \dots, S$	Número real	Não	Probabilidade de ocorrência do cenário s (calculada a partir da árvore de cenários).
N_a	Número inteiro	Não	Quantidade de ações disponíveis no universo considerado para formação da carteira.
$N_{c,j}, j = 1, 2, \dots, N_a$	Número inteiro	Não	Quantidade disponível de opções européias de compra cujo ativo subjacente é a ação j .
$N_{p,j}, j = 1, 2, \dots, N_a$	Número inteiro	Não	Quantidade disponível de opções européias de venda cujo ativo subjacente é a ação j .
W_0	Número real	Não	Capital inicial total do investidor (aplicado ou na forma de moeda).
w_{-1}^f	Número real	Não	Capital inicial do investidor aplicado em caixa ou na forma de moeda.
$w_{j,-1}^a, j = 1, 2, \dots, N_a$	Número real	Não	Capital inicial do investidor aplicado na ação j .
$y_{i,-1}^{a,s}, s = 1, 2, \dots, S, j = 1, 2, \dots, N_a$	Número real	Sim	Para o cenário s , é a quantidade de capital usada para comprar ações j para formação da carteira do investidor no período 0. Os custos de transação estão inclusos nesse valor.
$z_{i,-1}^{a,s}, s = 1, 2, \dots, S, j = 1, 2, \dots, N_a$	Número real	Sim	Para o cenário s , é a quantidade de capital (positiva) obtida a partir de vendas de ações j para formação da carteira do investidor no período 0. Os custos de transação estão inclusos.

Quadro 4.3 – Primeiro conjunto de notações utilizado no modelo desenvolvido.

Fonte: Elaborado pelo autor.

Variáveis e parâmetros de entrada (notação)	Tipo de valor assumido	Variável de decisão?	Definição
$w_{i,k}^{a,s}$, $j = 1, 2, \dots, N_a$, $k = 0, 1, 2, \dots, P$, $s = 1, 2, \dots, S$	Número real	Sim	Capital aplicado na ação j no início do $(k+1)$ -ésimo intervalo para o cenário s .
$y_{i,k}^{a,s}$, $j = 1, 2, \dots, N_a$, $k = 0, 1, 2, \dots, P$, $s = 1, 2, \dots, S$	Número real	Sim	Quantidade de capital usada para comprar ações j no início do $(k+1)$ -ésimo intervalo, para o cenário s . Os custos de compra não estão descontados.
$z_{i,k}^{a,s}$, $j = 1, 2, \dots, N_a$, $k = 0, 1, 2, \dots, P$, $s = 1, 2, \dots, S$	Número real	Sim	Quantidade de capital (positiva) obtida com a venda de ações j no início do $(k+1)$ -ésimo intervalo, para o cenário s . Os custos de compra não estão descontados.
W_s , $s = 1, 2, \dots, S$	Número real	Não	Capital final do investidor (aplicado na sua carteira de investimentos) no cenário s .
c_c, c_v	Número real	Não	Custos de transação, sendo c_c o custo de compra de uma ação e c_v o custo de venda de uma ação, calculados como um percentual sobre o montante transacionado.
$w_{i,j}^c$, $i = 1, 2, \dots, N_{c,i}$, $j = 1, 2, \dots, N_a$	Número real	Sim	Capital aplicado na opção europeia de compra i da ação j (constante ao longo dos períodos).
$w_{l,j}^p$, $l = 1, 2, \dots, N_{p,l}$, $j = 1, 2, \dots, N_a$	Número real	Sim	Capital aplicado na opção europeia de venda l da ação j (constante ao longo dos períodos).
w_k^i , $k = 0, 1, 2, \dots, P$	Número real	Sim, se $k=0$	Caixa da carteira no início do $(k+1)$ -ésimo período para o cenário s .
$p_{j,\min}^a, p_{j,\max}^a$	Número real	Não	Participações mínima e máxima, respectivamente, que a ação j pode apresentar relativamente ao capital investido em ações.
$f_{i,k}^{a,s}$, $j = 1, 2, \dots, N_a$, $k = 0, 1, \dots, P$, $s = 1, 2, \dots, S$	Número real	Não	Preço da ação j no início do $(k+1)$ -ésimo período no cenário s .
$f_{i,j}^c$, $i = 1, 2, \dots, N_{c,i}$, $j = 1, 2, \dots, N_a$	Número real	Não	Preço da opção europeia de compra i cujo ativo subjacente é a ação j no início do horizonte de investimento.
$f_{l,j}^p$, $l = 1, 2, \dots, N_{p,l}$, $j = 1, 2, \dots, N_a$	Número real	Não	Preço da opção europeia de venda l cujo ativo subjacente é a ação j no início do horizonte de investimento.
$x_{i,k}^{a,s}$, $j = 1, 2, \dots, N_a$, $k = 0, 1, \dots, P$, $s = 1, 2, \dots, S$	Número real	Não	Quantidade de ações j na carteira de investimentos no início do $(k+1)$ -ésimo período para o cenário s .
$x_{i,j}^c$, $i = 1, 2, \dots, N_{c,i}$, $j = 1, 2, \dots, N_a$	Número real	Não	Quantidade de opções europeias de compra i cujo ativo subjacente é a ação j na carteira de investimentos.
$x_{l,j}^p$, $l = 1, 2, \dots, N_{p,l}$, $j = 1, 2, \dots, N_a$	Número real	Não	Quantidade de opções europeias de venda l cujo ativo subjacente é a ação j na carteira de investimentos.
r_f	Número real	Não	Retorno provido pelo caixa.
$r_{j,k}^{a,s}$, $j = 1, 2, \dots, N_a$, $k = 0, 1, 2, \dots, P$	Número real	Não	Retorno da ação j no período k para o cenário s .
$K_{i,j}^c$, $i = 1, 2, \dots, N_{c,i}$, $j = 1, 2, \dots, N_a$	Número real	Não	Preço de exercício da opção europeia de compra i cujo ativo subjacente é a ação j .
$K_{l,j}^p$, $l = 1, 2, \dots, N_{p,l}$, $j = 1, 2, \dots, N_a$	Número real	Não	Preço de exercício da opção europeia de venda l cujo ativo subjacente é a ação j .
μ_s , $s = 1, 2, \dots, S$	Número real	Não	Retorno acumulado pela carteira no final do horizonte de investimento do cenário s .
L_s , $s = 1, 2, \dots, S$	Número real	Não	Para o cenário s , é a função de perda de valor (capital) da carteira ao final do horizonte de investimento.
d_s , $s = 1, 2, \dots, S$	Número real	Sim	Variável auxiliar para o cálculo do VaR e do CVaR da carteira para o cenário s .
$b_{i,j}^{c,s}$, $i = 1, 2, \dots, N_{c,i}$, $j = 1, 2, \dots, N_a$, $s = 1, 2, \dots, S$	Número binário	Sim	Variável auxiliar que, a partir do preço da ação j ao final do período P , determina se a opção europeia de compra i associada à ação j possui um preço de exercício igual ou inferior ao preço da ação. Em caso afirmativo, assume o valor 1; caso contrário, assume o valor 0.

Quadro 4.4 – Segundo conjunto de notações utilizado no modelo desenvolvido.

Fonte: Elaborado pelo autor.

Variáveis e parâmetros de entrada (notação)	Tipo de valor assumido	Variável de decisão?	Definição
$b_{l,j}^{p,s}$, $l = 1, 2, \dots, N_{p,i}$, $j = 1, 2, \dots, N_a$, $s = 1, 2, \dots, S$	Número binário	Sim	Variável auxiliar que, a partir do preço da ação j ao final do período P , determina se a opção europeia de venda l associada à ação j possui um preço de exercício igual ou superior ao preço da ação. Em caso afirmativo, assume o valor 1; caso contrário, assume o valor 0.
ζ	Número real	Sim	Variável auxiliar que fornece o VaR da carteira ótima implícita ao modelo (calculado como um percentual de perda referente ao capital inicial W_0).
α	Número real	Não	Parâmetro de entrada que estipula o nível de confiança $(1-\alpha)$ para o cálculo do VaR e do CVaR.
ω	Número real	Não	Parâmetro de entrada que estipula o percentual do capital inicial do investidor abaixo do qual o CVaR deve permanecer. Em outras palavras, o parâmetro define o nível de perda (em termos do capital inicial) abaixo do qual o CVaR deve se situar.
F_j^a , $j = 1, 2, \dots, N_a$	Número real	Não	Fator de risco F associado à ação j .
F_{\min}, F_{\max}	Número real	Não	Limites (mínimo e máximo) de risco associados ao fator de risco F , respectivamente.
$\Delta_{i,j}^c$, $i = 1, 2, \dots, N_{c,i}$, $j = 1, 2, \dots, N_a$	Número real	Não	Delta da opção europeia de compra i cujo ativo subjacente é a ação j no início do período de formação da carteira inicial.
$\Delta_{l,j}^p$, $l = 1, 2, \dots, N_{p,i}$, $j = 1, 2, \dots, N_a$	Número real	Não	Delta da opção europeia de venda l cujo ativo subjacente é a ação j no início do período de formação da carteira inicial.
$\Gamma_{i,j}^c$, $i = 1, 2, \dots, N_{c,i}$, $j = 1, 2, \dots, N_a$	Número real	Não	Gama da opção europeia de compra i cujo ativo subjacente é a ação j no início do período de formação da carteira inicial.
$\Gamma_{l,j}^p$, $l = 1, 2, \dots, N_{p,i}$, $j = 1, 2, \dots, N_a$	Número real	Não	Gama da opção europeia de venda l cujo ativo subjacente é a ação j no início do período de formação da carteira inicial.
$\Delta_{j, \min}, \Delta_{j, \max}$	Número real	Não	Limites (mínimo e máximo) para o delta do portfólio relativo à ação j no início do período de formação da carteira inicial.
$\Gamma_{j, \min}, \Gamma_{j, \max}$	Número real	Não	Limites (mínimo e máximo) para o gama do portfólio relativo à ação j no início do período de formação da carteira inicial.

Quadro 4.5 – Terceiro conjunto de notações utilizado no modelo desenvolvido.

Fonte: Elaborado pelo autor.

Exposta a notação utilizada, mostra-se possível, então, direcionar a atenção para a formulação do modelo, a qual se alicerçou majoritariamente na discussão realizada nos itens 2.1.4 e 2.1.5. Assim, tratando-se de um modelo quantitativo baseado em programação matemática, é natural iniciar pela definição da função objetivo do problema. Nesse sentido, a proposta foi elaborar um modelo que maximizasse o retorno esperado da carteira de investimentos para um dado valor máximo que poderia ser assumido pelo CVaR da carteira. Alternativamente, seria possível também adaptá-lo para minimizar o CVaR da carteira para um nível mínimo de retorno desejado. Embora esse caso não seja contemplado nesse texto para privilégio de sua brevidade, cabe destacar que essa reformulação é trivial.

Antes de prosseguir, deve-se salientar que o objetivo do modelo não é maximizar o retorno esperado da carteira ao final de cada período (subdivisões do horizonte de investimento ao final dos quais ocorrem os rebalanceamentos) ou limitar o CVaR por período. Evidentemente, o foco do modelo está direcionado ao desempenho consubstanciado da

carteira ao final do horizonte de investimento, mantendo consistência com as conclusões obtidas no Capítulo 3. Um esboço da dinâmica de construção de carteiras e execução dos rebalanceamentos é exibido na Figura 4.1, que utiliza a notação definida no Quadro 4.3 ao Quadro 4.5.

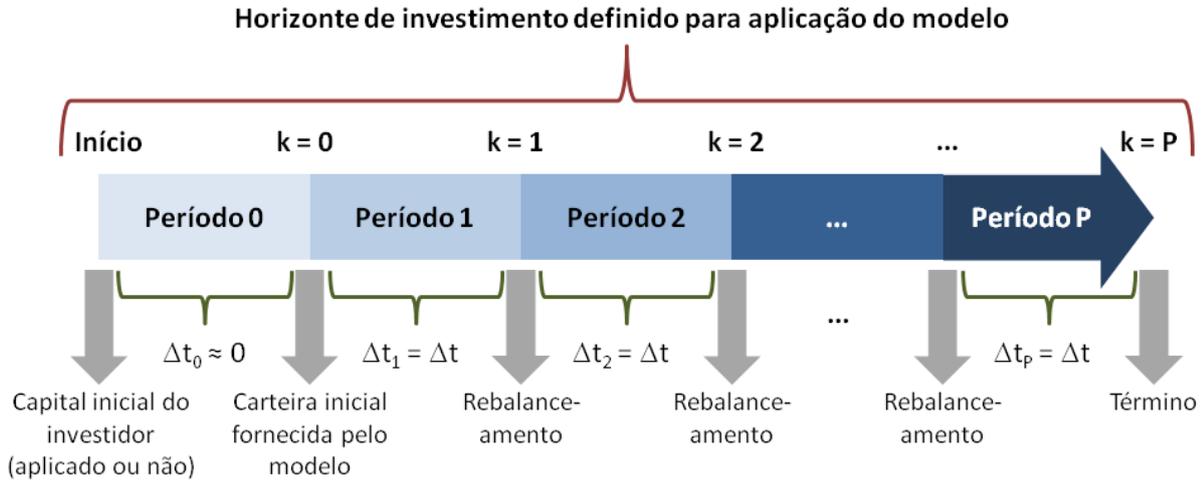


Figura 4.1 – Esboço da dinâmica de montagem de uma carteira de investimentos e de execução de rebalanceamentos, de acordo com a notação definida. Com exceção do período 0, todos os demais possuem durações constantes e iguais entre si, por hipótese.

Fonte: Elaborado pelo autor.

Como se pode constatar, em cada um dos cenários simulados para utilização do modelo, o retorno da carteira do investidor será condicional às realizações das variáveis aleatórias. Desse modo, o retorno esperado da carteira pode ser simplesmente estimado pela média dos retornos em cada cenário ponderada pela probabilidade de ocorrência de cada cenário. Logo, a função objetivo do problema pode ser expressa do seguinte modo:

$$\max \sum_{s=1}^S \pi_s \mu_s, \quad \sum_{s=1}^S \pi_s = 1 \quad (4.1)$$

Essa função objetivo é, então, submetida às seguintes restrições, explicitadas na expressão (4.2) até a expressão (4.21), as quais serão abordadas brevemente nos parágrafos subsequentes.

$$w_{i,j}^c = x_{i,j}^c \cdot f_{i,j}^c, \quad w_{l,j}^p = x_{l,j}^p \cdot f_{l,j}^p, \quad w_{j,k}^{a,s} = x_{j,k}^{a,s} \cdot f_{j,k}^{a,s} \quad (4.2)$$

$$r_{j,k}^{a,s} = \frac{f_{j,k}^{a,s}}{f_{j,k-1}^{a,s}} - 1 \quad (4.3)$$

$$W_0 = w_{-1}^f + \sum_{j=1}^{N_a} w_{j,-1}^a \quad (4.4)$$

$$W_0 - c_c \sum_{j=1}^{N_a} y_{j,-1}^{a,s} - c_v \sum_{j=1}^{N_a} z_{j,-1}^{a,s} = w_0^f + \sum_{j=1}^{N_a} w_{j,0}^{a,s} + \sum_{j=1}^{N_a} \sum_{i=1}^{N_{c,j}} w_{i,j}^c + \sum_{j=1}^{N_a} \sum_{l=1}^{N_{p,j}} w_{l,j}^p \quad (4.5)$$

$$w_{j,0}^{a,s} = w_{j,-1}^a + (1 - c_c) y_{j,-1}^{a,s} - z_{j,-1}^{a,s} \quad (4.6)$$

$$w_{j,k}^{a,s} = [w_{j,k-1}^{a,s} + (1 - c_c) y_{j,k-1}^{a,s} - z_{j,k-1}^{a,s}] (1 + r_{j,k}^{a,s}), \text{ se } k \geq 1 \quad (4.7)$$

$$w_k^f = (1 + r_f) w_{k-1}^f \quad (4.8)$$

$$(1 - c_v) \sum_{j=1}^{N_a} z_{j,k-1}^{a,s} = \sum_{j=1}^{N_a} y_{j,k-1}^{a,s} \quad (4.9)$$

$$\sum_{i=1}^{N_{c,j}} x_{i,j}^c \leq -x_{j,0}^{a,s}, \quad \sum_{l=1}^{N_{p,j}} x_{l,j}^p \leq x_{j,0}^{a,s} \quad (4.10)$$

$$W_s = w_p^f + \sum_{j=1}^{N_a} w_{j,p}^{a,s} + \sum_{j=1}^{N_a} \sum_{i=1}^{N_{c,j}} x_{i,j}^c b_{i,j}^c (f_{j,p}^{a,s} - K_{i,j}^c) + \sum_{j=1}^{N_a} \sum_{l=1}^{N_{p,j}} x_{l,j}^p b_{l,j}^p (K_{l,j}^p - f_{j,p}^{a,s}) \quad (4.11)$$

$$(1 - b_{i,j}^c) f_{j,p}^{a,s} \leq K_{i,j}^c, \quad b_{l,j}^p f_{j,p}^{a,s} \leq K_{l,j}^p \quad (4.12)$$

$$\mu_s = \frac{W_s}{W_0} - 1, \quad L_s = -\mu_s \quad (4.13)$$

$$\zeta + \frac{1}{\alpha} \sum_{s=1}^S \pi_s d_s \leq \omega \quad (4.14)$$

$$d_s \geq L_s - \zeta, \quad d_s \geq 0 \quad (4.15)$$

$$p_{j,\min}^a \leq \frac{w_{j,k}^{a,s}}{\sum_{j=1}^{N_a} w_{j,k}^{a,s}} \leq p_{j,\max}^a \quad (4.16)$$

$$w_{j,k}^{a,s} \geq 0, \quad y_{j,k}^{a,s} \geq 0, \quad z_{j,k}^{a,s} \geq 0, \quad w_{i,j}^c \geq 0, \quad w_{l,j}^p \geq 0, \quad w_k^f \geq 0 \quad (4.17)$$

$$w_{j,t}^{a,s} = w_{j,t}^{a,s'}, \quad y_{j,-1}^{a,s} = y_{j,-1}^{a,s'}, \quad y_{j,t}^{a,s} = y_{j,t}^{a,s'}, \quad z_{j,-1}^{a,s} = z_{j,-1}^{a,s'}, \quad z_{j,t}^{a,s} = z_{j,t}^{a,s'} \quad (4.18)$$

$$b_{i,j}^c \text{ binário}, \quad b_{l,j}^p \text{ binário} \quad (4.19)$$

$$i = 1, 2, \dots, N_{c,j}, \quad j = 1, 2, \dots, N_a, \quad l = 1, 2, \dots, N_{p,j}, \quad j = 1, 2, \dots, N_a \quad (4.20)$$

$$k = 0, 1, \dots, P, \quad t = 0, 1, \dots, t_{s,s'}, \quad s = 0, 1, \dots, S \quad (4.21)$$

Inicialmente, na expressão (4.2), são visualizadas as igualdades entre o capital investido em um ativo e o produto da quantidade do ativo presente na carteira pelo preço desse ativo. Logo, essas equações apenas vinculam parte das variáveis de decisão do problema (capital

investido nos ativos) às quantidades de cada ativo na carteira do investidor, já que os preços são parâmetros de entrada do modelo, constando nas árvores de cenários que o subsidiam. Esse comentário também é aplicável à expressão (4.3), que representa os retornos das ações em cada período e cenário, prospectados pela árvore de cenários. Naturalmente, o retorno futuro de cada ativo é condicional ao cenário considerado.

No que tange às equações (4.4) a (4.9), a função dessas no modelo é estabelecer as relações lógicas entre o processo de compra e venda de ativos, o capital investido e o retorno dos ativos, as quais estão esboçadas parcial e simplificada na Figura 4.2. Assim, a equação (4.4) mostra que o capital inicial do investidor é igual ao capital inicial desse indivíduo aplicado em caixa somado ao capital inicial aplicado em ações, lembrando que uma das premissas do modelo é que o investidor não possuirá posição inicial em opções. No entanto, caso, na prática, o investidor possua capital aplicado em opções antes da formação da primeira carteira do modelo, será suficiente executar a liquidação das mesmas, se não for possível construir as posições de *hedge* sugeridas pelo modelo com elas, ou mantê-las, caso contrário.

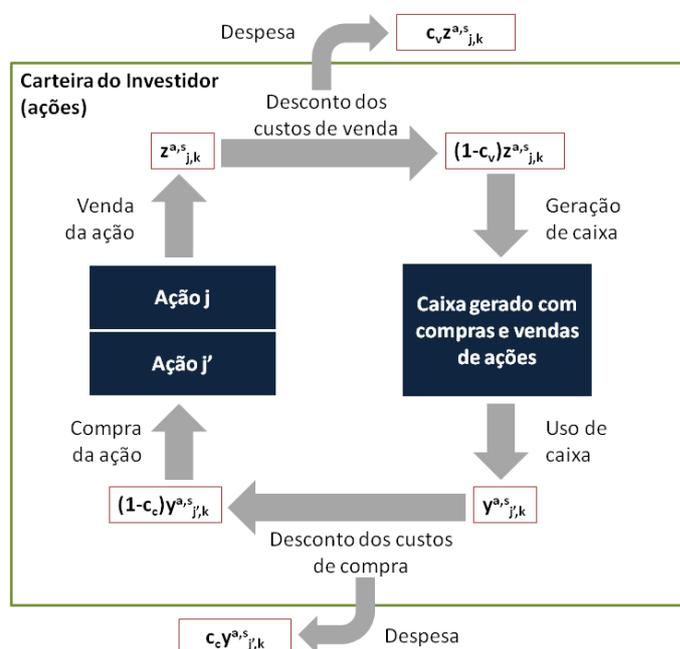


Figura 4.2 – Esboço da dinâmica de compra e venda de ações e dos fluxos de caixa gerados nessas operações.
Fonte: Elaborado pelo autor.

Paralelamente, no caso da equação (4.5), esta afirma que o capital inicial do investidor, descontados os custos de aquisição e venda de ações, deverá ser igual ao capital aplicado em ações, caixa e derivativos no início do horizonte de investimento (carteira formada no início do período 01 da Figura 4.1). Essa equação conecta, portanto, o capital inicial do investidor à

carteira que ele formará no início do horizonte citado.

Em concomitância, a respeito das equações (4.6) a (4.8), essas podem ser interpretadas como as equações de continuidade do modelo, indicando como os rebalanceamentos devem ser efetuados e, principalmente, atuando como leis de conservação do capital investido. Cabe lembrar aqui que, a cada período, apenas as ações da carteira sofrerão rebalanceamentos, sendo mantidos intactos os investimentos em caixa e em derivativos. Em particular, a forma assumida pela equação (4.8) é justificada pelo fato de que o retorno do caixa foi suposto constante ao decorrer do horizonte de investimentos.

Finalmente, no caso da equação (4.9), esta expressa o cálculo do fluxo de caixa advindo das operações de compra e venda de ações e o impacto dos custos das transações sobre o capital investido em ações a cada período. Assim, a equação (4.9) impõe que o fluxo de caixa proveniente das vendas, descontados os custos de vendas, deve ser igual ao capital disponível para compra de ações (vide Figura 4.2), uma vez que parte-se do pressuposto de que o investidor não fará aportes nem resgates de capital investido na carteira dentro do horizonte de investimento.

Em adição, é possível demonstrar que as equações (4.5) a (4.9) implicam o seguinte resultado:

$$\sum_{j=1}^{N_a} w_{j,k-1}^{a,s} - c_c \sum_{j=1}^{N_a} y_{j,k-1}^{a,s} - c_v \sum_{j=1}^{N_a} z_{j,k-1}^{a,s} = \sum_{j=1}^{N_a} \frac{w_{j,k}^{a,s}}{1 + r_{j,k}^{a,s}} \quad (4.22)$$

Essa equação mostra que a posição em ações em um período, descontados os custos de compra e de venda incorridos para rebalanceamento da carteira no próximo período, é igual à posição em ações no próximo período, descontadas as rentabilidades apresentadas por esses ativos. Esse resultado é notável porque demonstra a completude das restrições impostas até o momento ao assegurar o princípio de preservação do capital investido em ações. Para os ativos das demais classes, as restrições já apresentadas garantem a preservação.

Na seqüência, as desigualdades da expressão (4.10) estipulam que a quantidade de opções de compra e de venda de uma ação j seja menor do que a quantidade de ações j na carteira inicial construída pelo modelo. Por meio dessas, garante-se que os derivativos serão usados exclusivamente com a finalidade de proteger as posições formadas pelo modelo, pois, dado que cada unidade de opção protege uma unidade da ação, não há lógica em haver mais opções do que ações se a finalidade das primeiras é proteger as segundas.

Nesse instante, vale enfatizar que a razão pela qual se optou pelo sinal de desigualdade, em detrimento do sinal de igualdade, nas expressões mencionadas no parágrafo anterior reside no fato de que deve existir, grosso modo, uma razão ótima de *hedge* que define o percentual de ações a ser protegido em face das projeções embutidas na árvore de cenários. Com o pretexto de justificar a existência dessa razão, pode-se imaginar uma ação cuja probabilidade de exibir retornos positivos seja bastante superior à probabilidade de exibir retornos negativos, de acordo com a árvore de cenários construída. Nesse caso, é natural vislumbrar que, como o objetivo do *hedge* é proteger a carteira na média, ou seja, na média dos sucessivos horizontes de análise, possivelmente seja mais apropriado proteger apenas uma parte do capital alocado na referida ação, pois a probabilidade de queda do valor das mesmas é baixa. Vale frisar, contudo, que a aceção de perda, para os propósitos do *hedge* idealizado, dependerá do perfil de aversão ao risco exibido pelo investidor.

Dando continuidade à escrutinização das restrições, é impreterível detalhar o papel dos constrangimentos transmitidos pelas expressões (4.11) e (4.13). Em termos gerais, eles determinam o capital que o investidor possuirá ao final de um período e o retorno acumulado da carteira até esse mesmo instante, para cada um dos cenários implícitos na árvore de cenários. Embora as expressões sejam de dedução trivial, vale apenas salientar que as desigualdades da expressão (4.12) foram introduzidas para incorporação do fluxo de caixa gerado pelas opções ao final do horizonte de investimento (supondo que elas vençam nesse instante; para outros prazos de maturidade, expressões análogas podem ser derivadas) e ajuste da equação (4.11). Nesse sentido, o fluxo de caixa fica simplesmente determinado pelo valor máximo entre a diferença entre o preço da ação e o preço de exercício da opção e zero, no caso de uma opção europeia de compra; analogamente, no caso de uma opção europeia de venda, o fluxo de caixa é dado pelo valor máximo entre a diferença entre o preço de exercício e o preço da ação e zero.

Paralelamente, as expressões (4.14) a (4.15) estão relacionadas ao VaR e ao CVaR da distribuição do valor da carteira ao final do horizonte de investimentos. Resumidamente, essas equações seguem a formulação proposta no trabalho de Krokmal, Palmquist e Uryasev (2002), que indicam essas equações para linearização da expressão do CVaR. Assim, o membro esquerdo da desigualdade (4.14) equivale ao CVaR da distribuição de W_s , a variável irrestrita ζ fornece o VaR dessa mesma distribuição no ponto de solução do problema e d_s é uma variável meramente auxiliar. Logo, o modelo permite ao titular da carteira limitar o CVaR de sua carteira e calcular, simultaneamente, o seu VaR.

Adicionalmente, as expressões (4.16) e (4.17) simplesmente impõem limites de variação

para as variáveis do problema. Em síntese, as restrições impõem limites de participação de cada ação relativamente ao capital investido nessa classe de ativos, limites para a compra e venda de ações, cujas variáveis representativas não podem assumir valores negativos, por construção, e limites para o capital aplicado nos derivativos e no caixa, que também não pode ser negativo, já que não é permitido, nesse contexto, vendas a descoberto desses ativos ou emissão de opções para venda.

É pertinente enfatizar, nesse momento, que limitações de outras naturezas poderiam ser também impostas à composição da carteira. Por exemplo, caso fosse de interesse limitar a participação de cada classe de ativo na carteira inicial do modelo (vide Figura 4.1), seria suficiente a criação de desigualdades com os termos correspondentes do lado direito da equação (4.5) e com variáveis que representassem os limites para cada classe.

Dando continuidade, o conjunto de equações (4.18) garante que cenários cujos caminhos são idênticos até o início de certo período, compartilhando os correspondentes nós das árvores de cenários, deverão gerar valores iguais para as variáveis de decisão associadas aos períodos até os quais há concordância entre os caminhos. A justificativa para a existência dessas equações é a mesma dada no item 2.1.5, quando da análise do modelo proposto por Fabozzi et al. (2007). Com a inclusão desse constrangimento, vale destacar que o modelo passa a obedecer satisfatoriamente à condição de não-antecipação, conforme formulada também no item 2.1.5, consolidando sua consistência interna e com o contexto que visa tratar matematicamente.

Por fim, as equações (4.19) a (4.21) apenas apontam as variáveis binárias do problema e os intervalos de variação dos índices utilizados para concepção da notação utilizada para representação matemática do modelo, encerrando o conjunto de restrições.

Complementarmente às restrições apresentadas, que compõem a versão básica do modelo, outras restrições podem ser cogitadas e demonstrar relevância em determinadas ocasiões. Um exemplo pertinente compreende o desejo de um investidor de eliminar ou restringir a exposição de seus investimentos em ações a determinados fatores de risco a elas associados, conforme a discussão realizada no item 0. Com esse objetivo, utilizando a notação já formalizada, é possível formular a seguinte restrição, que limita a exposição da carteira a um fator de risco F no início de cada período:

$$F_{\min} \leq \frac{\sum_{j=1}^{N_a} w_{j,k}^{a,s} F_j^a}{\sum_{j=1}^{N_a} w_{j,k}^{a,s}} \leq F_{\max} \quad (4.23)$$

Outras restrições cuja pertinência pode ser verificada na prática compreendem a limitação das gregas da carteira, especialmente quando há necessidade de monitorar o risco da carteira e de administrar os efeitos da Marcação à Mercado (MtM – *Mark to Market*) dos ativos de seus ativos. Assim, é possível formular as seguintes restrições para limitação do delta e do gama da carteira relativamente a cada ação j presente na mesma, lembrando que o delta e o gama de uma ação valem, por definição, 1 e 0, respectivamente:

$$\Delta_{j,\min} \leq \sum_{i=1}^{N_{c,j}} w_{i,j}^c \Delta_{i,j}^c + \sum_{l=1}^{N_{p,j}} w_{l,j}^p \Delta_{l,j}^p + w_{j,0}^{a,s} \leq \Delta_{j,\max} \quad (4.24)$$

$$\Gamma_{j,\min} \leq \sum_{i=1}^{N_{c,j}} w_{i,j}^c \Gamma_{i,j}^c + \sum_{l=1}^{N_{p,j}} w_{l,j}^p \Gamma_{l,j}^p \leq \Gamma_{j,\max} \quad (4.25)$$

Concluindo esse item, é necessário destacar uma característica importante do modelo desenvolvido aqui, a qual está relacionada à influência da quantidade de cenários sobre o tamanho do modelo e, portanto, ao esforço computacional requerido para sua utilização. Em relação a esse aspecto, a partir do conjunto de restrições anterior, percebe-se que, conforme o número de cenários é ampliado, a quantidade de variáveis de decisão relacionadas ao capital investido em ações e à compra e à venda de ações aumenta, pois para cada cenário será preciso um conjunto específico de variáveis.

De acordo com discussões realizadas em itens precedentes, simultaneamente constata-se que a precisão dos resultados do modelo está intimamente atrelada à quantidade de cenários, visto que esta influi no nível de aderência entre as árvores de cenários e as verdadeiras distribuições de probabilidade das variáveis aleatórias. Logo, no presente contexto aparece explicitamente o conflito de escolha existente entre a necessidade de assegurar a precisão dos resultados do modelo e o aumento de complexidade do mesmo e do esforço computacional demandado para manipulá-lo, o qual já foi sublinhado nos trabalhos de Fabozzi et al. (2007) e Ji, Wang e Yu (2003).

Em face do exposto, optou-se durante a construção do modelo pela obliteração da possibilidade de o investidor reajustar ao decorrer dos períodos sua posição em derivativos, pois o volume de variáveis do problema precisaria ser significativamente ampliado para comportar as transações feitas com esse ativo. De fato, analogamente às ações, seriam necessárias variáveis para determinação das quantidades compradas, vendidas e mantidas a cada período e cenário, aumentando a complexidade do modelo sem necessariamente haver

uma melhoria significativa dos resultados, pelas razões já delineadas no item 4.1.

Não obstante, em casos nos quais o volume de ativos (ações, derivativos e caixa) considerados é relativamente pequeno, variáveis e restrições adicionais podem ser convenientemente implementadas para conferir essa possibilidade ao investidor. Nesse sentido, tais variáveis e restrições seriam construídas de modo análogo àquelas elaboradas para as ações.

Outro ponto relevante e que merece destaque está relacionado à restrição imposta para garantia do uso de derivativos apenas com a finalidade de proteção das posições em renda variável. Embora não seja pertinente para a situação na qual o modelo será utilizado, o mesmo pode ser adaptado para que derivativos sejam usados com fins especulativos. Nesse sentido, é suficiente eliminar a restrição supracitada e, de acordo com cada caso, acrescentar constrangimentos para implementação de estratégias com opções europeias. Exemplos de estratégias trivialmente implementáveis compreendem, mas não se restringem a, *bull spreads*, *bear spreads* e *strangles* (HULL, 2008). Nesses casos, a adição de equações que estabeleçam as proporções entre a quantidade de *calls* e a quantidade de *puts* compradas ou vendidas é suficiente para modelagem das estratégias mencionadas.

Por fim, no que concerne à aplicação do modelo em contextos práticos, é fundamental enfatizar que, de todas as carteiras geradas pelo modelo ao decorrer de sua execução (uma carteira por período por cenário, com exceção da inicial, que é singular, conforme Figura 4.1), a única carteira que pode ser definida de modo incondicional é a inicial, pois todas as outras estão associadas a um cenário específico da árvore de cenários. Logo, essas carteiras são condicionais às realizações das variáveis aleatórias do problema, dependendo dos valores que tais variáveis assumirão na realidade e obedecendo ao princípio de não antecipação.

Por essa razão, embora o modelo seja do tipo multiperíodo, é crucial notar que, ao final de cada período do horizonte de investimento, é necessário executá-lo novamente para formação de uma nova carteira, que corresponderá à inicial associada ao horizonte de investimentos deslocado em um período, contabilizando aquele que já transcorrido. Essa dinâmica está esboçada na Figura 4.3.

Portanto, é preciso enfatizar que, mesmo sendo a pretensão do modelo a geração da carteira inicial a ser mantida por um investidor, a construção das carteiras que serão mantidas no futuro, condicionais às realizações previstas por cada cenário, é extremamente benéfica para apreciação dos impactos dos custos de rebalanceamento e análise da evolução temporal prevista para cada um dos ativos. Em relação a tais aspectos, a visão baseada em múltiplos períodos confere ao modelo a possibilidade de computar os *trade-offs* envolvidos na

manutenção de posições em ativos com bom prognóstico de retorno em um período e os custos que serão incorridos para rebalanceamento e constituição da carteira ótima do período seguinte. A visão ainda viabiliza o diagnóstico dos impactos que a presença de derivativos na carteira pode causar sobre a distribuição de probabilidade dos retornos do portfólio.

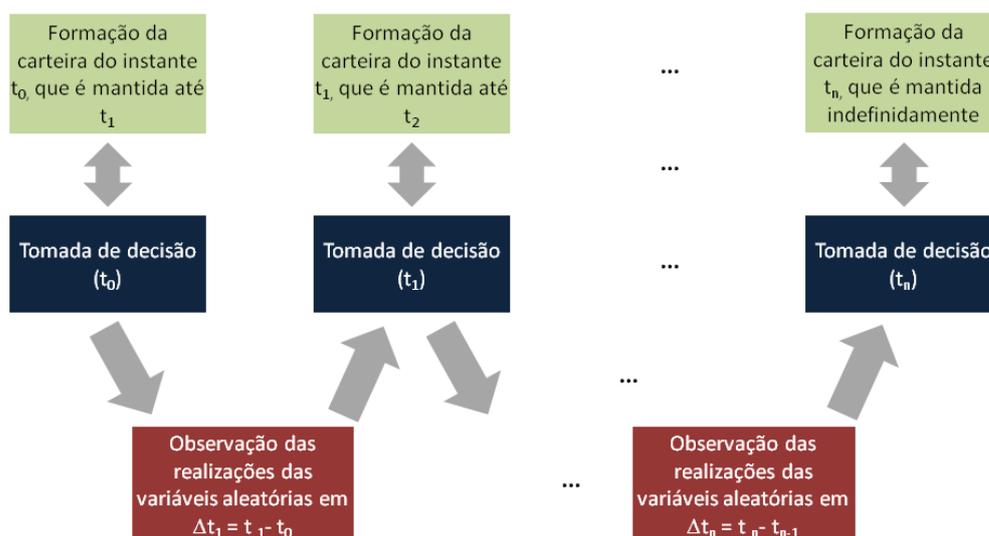


Figura 4.3 – Esboço do processo de tomada de decisão e utilização do modelo. Após cada observação prevista, este é executado para formação da carteira que deverá ser mantida até a próxima observação, quando será novamente utilizado para construção da carteira seguinte.

Fonte: Adaptado de Fabozzi et al. (2007).

4.4 PROCESSO DE CONSTRUÇÃO DAS ÁRVORES DE CENÁRIOS

Estudado o modelo quantitativo de seleção de carteiras projetado, torna-se viável deliberar, finalmente, sobre o processo que será aplicado para construção de árvores de cenários. De fato, estando no cerne do modelo desenvolvido um problema de programação estocástica, mostra-se imperativa a construção de conjuntos de cenários que permitam a conversão desse problema para uma versão análoga baseada em programação determinística, em consonância com a própria formulação detalhada no item precedente.

Segundo os resultados obtidos durante a revisão bibliográfica sobre o tema relativo à concepção de árvores de cenários em problemas de tomada de decisão sob condições de incerteza (item 2.4), duas abordagens genéricas podem ser adotadas para formação do conjunto de cenários a partir do qual a árvore será construída: o método da simulação paralela e o método da simulação seqüencial. De acordo com discussões precedentes, é notável o fato de que cada uma possui suas vantagens e desvantagens, cujas conseqüências dependerão,

grosso modo, das características de cada caso tratado através do modelo.

Notoriamente, a capacidade de absorção de realizações extremas demonstrada pelo método de simulação paralela é apreciável na presente situação, pois são exatamente essas realizações extremas que podem produzir ganhos ou perdas expressivas para a carteira de investimentos, especialmente quando esta detém posições em derivativos. No entanto, é igualmente crucial a utilização de árvores homogêneas e fiéis ao universo de realizações que visam reproduzir, propriedade mais facilmente conquistada através da simulação seqüencial.

Em face das visões expostas acerca do tema, percebe-se que a junção das vantagens proporcionadas individualmente por cada um dos métodos seria a abordagem mais adequada no presente contexto. Em vista disso, optou-se aqui pela indicação do uso do método de simulação paralela em conjunção com duas técnicas que visam à mitigação dos efeitos negativos das deficiências do método quanto à homogeneidade da árvore que produz. Em suma, a primeira técnica reside na utilização de um vasto conjunto de cenários, de maneira que a quantidade de cenários seja suficiente para garantir a significância estatística dos nós da árvore.

Conjuntamente, como as árvores deverão ser construídas, de modo primordial, através da simulação de cenários, optou-se pela indicação do uso de seqüências numéricas de Sobol para execução da técnica de simulação de Monte Carlo. Conforme a discussão realizada no item 2.4, as seqüências de Sobol integram um conjunto de seqüências ditas *de baixa discrepância*, capazes de aprimorar de forma expressiva, em vários contextos, a precisão dos resultados gerados através da técnica de simulação de Monte Carlo. A escolha das seqüências de Sobol em detrimento das demais previamente estudadas se deveu exclusivamente ao desempenho superior que as primeiras exibiram em aplicações práticas na área de Finanças, as quais são relatadas por Boyle, Broadie e Glasserman (1997). Para manufatura de tais seqüências, preconiza-se a adoção do algoritmo proposto por Bratley e Fox (1988).

No que tange às ferramentas utilizadas para geração dos cenários, nenhuma restrição específica precisa ser colocada para utilização do modelo desenvolvido, conclusão esta já antecipada em parágrafos precedentes. Desse modo, ele se revela robusto o suficiente para trabalhar com árvores fabricadas através dos métodos perscrutados ao longo da revisão bibliográfica, permitindo inclusive que métodos não contemplados no texto ou híbridos, gerados a partir da fusão daqueles estudados, sejam empregados para otimização dos resultados. Não obstante, é impreterível a preservação da consistência entre as ferramentas adotadas para execução do modelo para salvaguardar a integridade dos resultados gerados e assegurar a adequação das mesmas às características do contexto prático na qual serão

aplicadas.

Estendendo essa visão, cabe salientar que o modelo, por si só, não impõe quaisquer restrições sobre as alternativas existentes para confecção das árvores de cenários. Todavia, é recomendável apenas que as diretivas e técnicas encontradas na literatura acadêmica e sucintamente reproduzidas no item 2.4 sejam atentadas quando da construção dessas árvores, objetivando a qualidade dos resultados proporcionados pelo modelo de seleção de carteiras aqui desenvolvido e a exploração das prerrogativas das técnicas identificadas para uso.

4.5 ALGORITMO PARA RESOLUÇÃO DO PROBLEMA DE PROGRAMAÇÃO ESTOCÁSTICA EMBUTIDO NO MODELO

Como se pode inferir a partir dos itens precedentes, não é suficiente a proposição do modelo quantitativo sem que haja um algoritmo capaz de solucionar o problema de programação matemática que o sustenta. Justifica-se, então, a indicação, nesse momento, de um possível algoritmo apto a lidar com as particularidades do modelo e que, simultaneamente, possa ser empregado em estudos práticos.

Entretanto, é válido salientar que não há pretensão aqui de perscrutar a literatura dedicada ao estudo de algoritmos exatos, heurísticas e meta-heurísticas para resolução de problemas de programação matemática. Grosso modo, o intuito do presente item é apenas elencar uma possível alternativa capaz de ser usada no contexto prático, fornecendo resultados satisfatórios e tendo sua utilização suportada pela literatura. Infere-se, por conseguinte, que alternativas mais apropriadas para o contexto ocasionalmente existirão, porém não pertence ao escopo do projeto buscá-las e investigá-las de maneira aprofundada.

Assim, a breve consulta à literatura concernente ao assunto retornou a meta-heurística *Simulated Annealing* (*Recozimento Simulado*, em uma tradução livre) como uma alternativa factível para o contexto. Essa meta-heurística foi aplicada, com algumas variações, em problemas similares ao do presente trabalho nos estudos tecidos por Beasley et al. (2000) e por Crama e Schyns (2003), que englobaram seu uso em modelos de seleção de carteiras com diversas restrições realistas, lidando inclusive com limites de participação dos ativos e possibilidades de transações. A conclusão geral obtida pelos autores é que a meta-heurística apresenta níveis de versatilidade e robustez desejáveis para problemas de seleção de carteiras,

produzindo soluções precisas a um nível de esforço computacional administrável.

Todavia, Crama e Schyns (2003) apontam apenas uma característica negativa, que se refere ao esforço exigido pelo processo de implementação computacional da meta-heurística visando seu uso para seleção de carteiras e de ajuste de parâmetros de entrada. Não obstante, dado que o esforço é realizado uma única vez, quando da implementação computacional do algoritmo, a meta-heurística terá seu emprego justificado caso haja intenção de usá-la periodicamente, de modo a aproveitar em múltiplas situações o esforço despendido.

Em contextos mais amplos, Jang (1997) enfatiza a capacidade da meta-heurística *Simulated Annealing* de trabalhar com problemas de otimização que possuem tanto variáveis contínuas quanto discretas. Em adição, Jang (1997) enaltece o fato de a meta-heurística não requerer o cálculo do gradiente da função objetivo do problema para resolução deste, poupando uma grande parcela de esforço computacional, e de se mostrar robusta o suficiente para lidar com problemas de otimização combinatória, como o tradicional problema do caixeiro viajante.

Em linhas gerais, o algoritmo baseia-se em duas funções auxiliares para exploração do espaço de soluções viáveis de um problema de programação matemática. A primeira delas, denominada *função geradora*, gera vetores pertencentes ao espaço de soluções viáveis de acordo com uma distribuição de probabilidade definida (JANG, 1997). Mais especificadamente, a função gera estocasticamente a diferença entre o vetor que foi avaliado em uma iteração do algoritmo e aquele que será avaliado na iteração seguinte (JANG, 1997).

A segunda função, denominada *função de aceitação*, é uma função que recebe como entrada o vetor avaliado na iteração passada e aquele a ser avaliado na corrente e analisa o aprimoramento sofrido pela função objetivo do problema, que é apreciado em termos da variação de *energia* causada pelo vetor gerado (JANG, 1997). Dependendo do valor assumido pela função de aceitação relativamente a um valor mínimo definido como critério de aprovação (conhecido como *probabilidade de aceitação*), o vetor gerado pode ser aprovado ou rejeitado (JANG, 1997). No primeiro caso, o algoritmo procede à iteração seguinte; no segundo caso, a iteração é repetida por meio da sucessiva geração de novos vetores, até que um deles seja aprovado (JANG, 1997).

Paralelamente, a cada iteração a variância da distribuição associada à função geradora, que depende de uma *temperatura de recozimento*, é reduzida segundo um *cronograma de resfriamento* (JANG, 1997). Em poucas palavras, esse cronograma define a velocidade de redução da temperatura a cada iteração do algoritmo, que dependerá da fórmula matemática usada para *resfriamento*; em geral, a temperatura é simplesmente multiplicada por um *fator de*

resfriamento positivo e menor que um ao final de cada iteração (JANG, 1997).

Desse modo, conforme a temperatura é reduzida, menor se torna a probabilidade de que o algoritmo gere um vetor muito distante daquele avaliado na iteração passada do algoritmo (JANG, 1997). Promove-se, assim, a convergência para um valor a ser conhecido (JANG, 1997). Sob determinadas condições, é possível assegurar que o algoritmo convirja, com probabilidade igual a 1, para a solução do problema através da escolha de uma função geradora e de um fator de resfriamento convenientes (JANG, 1997).

Portanto, os resultados da consulta à literatura permitem afirmar que a meta-heurística elencada mostra-se particularmente útil para modelos de seleção de carteiras de investimento baseados em programação estocástica, uma vez que os mesmos tendem a assumir um grande porte conforme o número de cenários ou o número de ativos disponíveis é ampliado, elevando o esforço computacional demandado para determinação da solução ótima exata do problema.

Sob esse prisma, por se tratar de uma meta-heurística, não há garantia em todas as situações de que o algoritmo será capaz de convergir para a solução exata do problema, pois nem sempre as condições requeridas para convergência certa podem ser atendidas. Não obstante, dadas as incertezas presentes nos parâmetros de entrada do modelo, é suficiente que a meta-heurística seja capaz de gerar uma solução relativamente próxima à ótima, pois ambas serão equivalentes sob a perspectiva estatística para um nível de significância fixado.

Adicionalmente, dada a capacidade da meta-heurística de ser aplicada em problemas de otimização combinatória, cujo esforço matemático para solução é quase sempre enormemente superior aos problemas de otimização com variáveis reais apenas (JANG, 1997), o algoritmo *Simulated Annealing* tem seu uso novamente justificado no presente contexto. De fato, caso seja necessário resolver o modelo proposto com restrições adicionais para limitação, por exemplo, da quantidade de ações presentes na carteira (vide item 2.1.2), que exigem variáveis inteiras para sua implementação, a meta-heurística eleita se revelará suficientemente robusta para lidar com os constrangimentos adicionais.

4.6 IMPLEMENTAÇÃO COMPUTACIONAL DO MODELO E IMPLANTAÇÃO

Introduzidos o modelo e o processo de aplicação do mesmo e determinado o algoritmo a ser empregado para solução do problema de programação estocástica que sustenta o modelo, a etapa seguinte do projeto consistiu na elaboração de um sistema a partir do qual o conjunto

pudesse ser empregado no cotidiano da empresa, de forma a solucionar o problema identificado e elencado como tema do presente trabalho.

Assim sendo, projetou-se e implantou-se um sistema de modo que contivesse todas as funcionalidades demandadas pelo modelo para sua utilização, com o objetivo de que os futuros usuários não dependessem de *softwares* auxiliares e APIs para seu uso. Justificou-se, assim, desenhar um sistema que transcendesse a implementação computacional do modelo e que abarcasse todas as outras ferramentas e técnicas elencadas para aplicação conjunta, de modo a oferecer não apenas suporte ao modelo, mas também a prover meios para seu uso. Notoriamente, esses recursos de apoio foram eleitos a partir dos resultados da revisão bibliográfica conduzida, que ofereceu argumentos teóricos e evidências empíricas para a escolha.

Com essa finalidade, optou-se por realizar a implementação em linguagem VBA para MS Excel® 2007, visando ao aproveitamento dos *softwares* e sistemas que a empresa já possui internamente para uso e a simplificação do processo de treinamento dos profissionais que utilizarão o sistema. A escolha dessa linguagem também se justificou pelo fato de que ela provou-se robusta e versátil para lidar com os requisitos impostos pelo modelo.

Nesse contexto, a estrutura proposta para suporte do modelo de seleção de carteiras pode ser sintetizada conforme a Figura 4.4, que exhibe todo o aparato matemático preparado para utilização conjunta com o modelo. Com exceção do modelo GARCH, que pode ser usado para análise de volatilidades por meio de *softwares* estatísticos básicos encontrados na empresa, não justificando sua implementação computacional, todos os outros recursos, incluindo a meta-heurística *Simulated Annealing*, foram disponibilizados no sistema programado através da implementação de funcionalidades específicas para o usufruto dos mesmos. Para obtenção de maiores informações, o leitor interessado é convidado a consultar o Apêndice D para exploração do código-fonte do sistema e o Apêndice E para visualização de algumas interfaces do mesmo.

Encerrando esse item, é imprescindível destacar a presença, na Figura 4.4, da sugestão de emprego do modelo CEV em conjunto com o modelo GARCH para construção de árvores de cenários e precificação de opções. Esse equacionamento, que eclodiu a partir do estudo do modelo de Duan (1995), é aqui advogado porque se provou robusto e resiliente no contexto da aplicação prática dos entregáveis do presente projeto (vide Capítulo 5 e Apêndice C para maiores detalhes), razão pela qual figura em meio ao sistema de técnicas, ferramentas e modelos propostos.

Em síntese, os principais benefícios da congregação dos modelos residem no fato de

que se cria a possibilidade de reproduzir o grau de espessura das distribuições de probabilidade encontradas em situações reais e, simultaneamente, de modelar estocasticamente a volatilidade de ativos financeiros. Ademais, através da definição conveniente de seus parâmetros, o equacionamento resultante da união dos modelos reduz-se ao modelo proposto por Black e Scholes (1973), característica essa que também é vantajosa em aplicações práticas.

Síntese das Técnicas, Métodos, Modelos e Ferramentas Propostas e Implementadas Computacionalmente para Seleção de Carteiras de Investimentos com Ações, Caixa e Opções	
Estimação dos parâmetros de entrada	<ul style="list-style-type: none"> • Retornos esperados: estimador de Bayes-Stein (JORION, 1986); • Matriz de covariâncias: estimador de Ledoit e Wolf (LEDOIT; WOLF, 2003) ou GARCH multivariado; • Volatilidades: GARCH.
Construção das árvores de cenários das ações	<ul style="list-style-type: none"> • Uso do método de simulação paralela; • Uso de seqüências de Sobol em conjunto com a técnica de simulação de Monte Carlo. Uso do algoritmo de Bratley e Fox (1988) para geração das seqüências; • Possibilidade de uso de modelos com volatilidade estocástica: Stein e Stein (1991); Hull e White (1987); Duan (1995); CEV (em conjunto com o modelo GARCH para modelagem das volatilidades); • Possibilidade de uso de modelos de saltos, como o Gama-variância (CARR; CHANG; MADAN, 1998); • Adoção do método de decomposição de Cholesky para agregação dos efeitos das correlações entre os retornos das ações.
Precificação e construção das árvores de cenários das Opções	<ul style="list-style-type: none"> • No início do horizonte de investimentos, devem ser adotados preços de mercado, os quais podem ser avaliados comparativamente com aqueles gerados por modelos matemáticos; • Para construção das árvores de cenários e cálculo de preços justos das opções, deve-se utilizar o mesmo modelo empregado para construção das árvores de cenários para as ações disponíveis, preservando a consistência interna dessa metodologia sugerida.
Modelo de seleção de carteiras	<ul style="list-style-type: none"> • Modelo próprio desenvolvido no âmbito do presente trabalho, alicerçado sobre um problema de programação matemática estocástica e fundamentado no uso de uma medida de risco <i>coerente</i>, segundo a acepção de Artzner et al. (1999).
Algoritmo para execução do modelo	<ul style="list-style-type: none"> • Utilização da meta-heurística <i>Simulated Annealing</i>; • Outros algoritmos, meta-heurísticas e heurísticas também podem ser empregados.

Figura 4.4 – Arcabouço de técnicas, ferramentas e modelos proposto nesse trabalho para modelagem e tratamento quantitativo do problema de seleção de carteiras.

Fonte: Elaborado pelo autor.

4.7 DESENHO DO PROCESSO DE SELEÇÃO DE CARTEIRAS

Um aspecto de extrema importância para compreensão do objetivo do sistema desenvolvido e de seu papel no ambiente corporativo da organização consiste na forma como esse sistema se inserirá no processo de seleção de carteiras. Em relação a esse aspecto, a principal questão reside no modo através do qual o sistema se vinculará com a análise que já é conduzida internamente na empresa.

Conforme a discussão realizada no Capítulo 1, a empresa realiza já realiza com êxito

análises quantitativas e fundamentalista de oportunidades de investimento. Assim, com o intuito de usufruir dos esforços e trabalhos que a organização já conduz sistematicamente, o processo de tomada de decisão desenhado englobou esses esforços e trabalhos em sua plenitude, visto que são imprescindíveis para determinação dos parâmetros de entrada e construção do universo de ativos disponíveis, que deverá ser concebido exogenamente.

Com base nessas constatações e em outras obtidas nos capítulos anteriores, esquematizou-se o processo concebido através da Figura 4.5, o qual foi validado e verificado em conjunto com a empresa. Como é possível inferir, dado o caráter sigiloso das atividades abarcadas pelo processo, o mesmo não pôde ser totalmente pormenorizado nesse trabalho, razão pela qual se mostra consideravelmente genérico, representando um encadeamento de atividades comumente empregado em qualquer processo de gestão de carteiras ou fundos de investimentos. Não obstante, a figura é suficiente para elucidar a posição ocupada pelo modelo no processo de tomada de decisão e, nesse sentido, é pertinente salientar que:

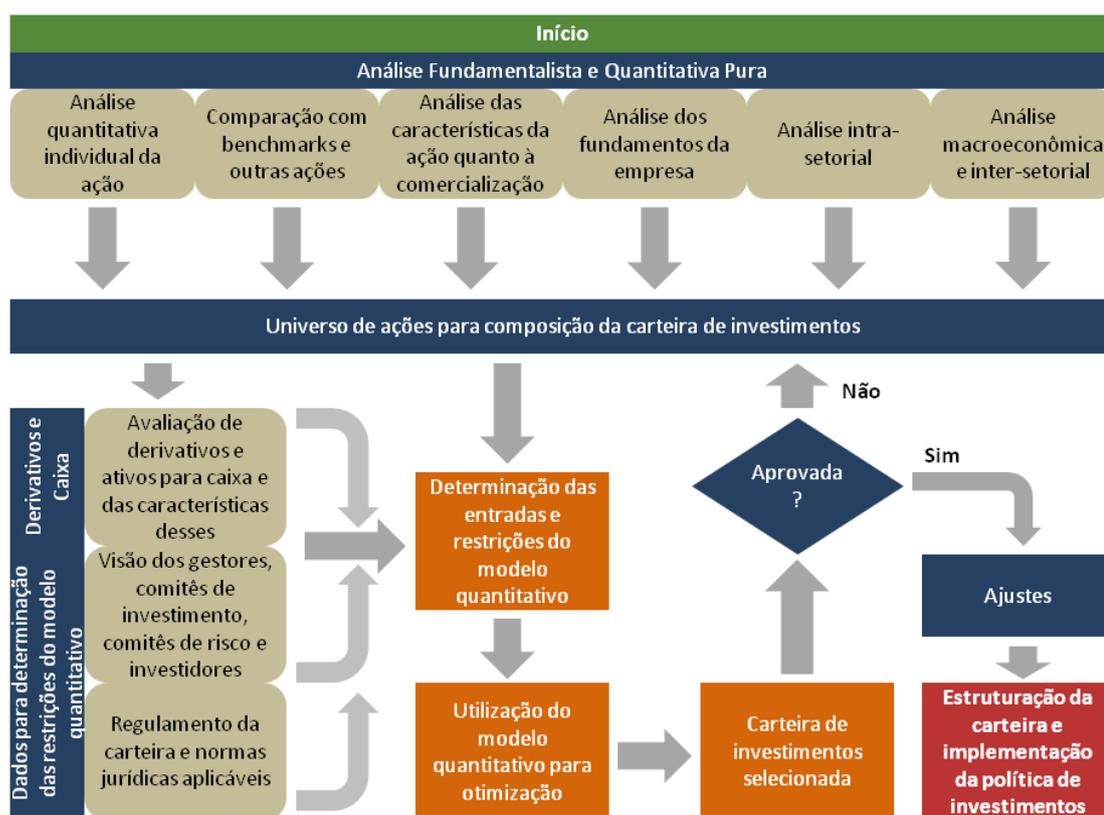


Figura 4.5 – Processo de seleção de carteiras de investimentos desenhado para incorporação do sistema elaborado no âmbito do presente trabalho. Os blocos com fundo laranja representam atividades nas quais o sistema será usado.

Fonte: Elaborado pelo autor.

- O universo de ativos disponíveis será determinado exclusivamente a partir de análises quantitativas puras e fundamentalistas, com preponderância dessa última;

-
- As restrições do modelo serão selecionadas através de visões de diferentes partes interessadas (*stakeholders*) do processo e de leis e regulamentos aplicáveis;
 - A carteira selecionada pelo modelo quantitativo não será de imediato estruturada, estando prevista uma etapa de análise e aprovação da carteira, uma vez que a mesma poderá apresentar características indesejáveis por diversas razões, como a má formulação das restrições. Por meio desse procedimento, é assegurado que o processo será capitaneado pelos gestores da empresa e investidores, sendo o modelo apenas uma ferramenta de apoio. Por extensão, essa estrutura garante que todas as variáveis relevantes para a tomada de decisão serão estudadas, pois se deve reconhecer a incapacidade do modelo de absorvê-las por completo em decorrência das simplificações matemáticas que se mostraram imperativas para reduzir sua complexidade e preservar sua usabilidade na prática.

Exposto o processo que será seguido para tomada de decisão, uma questão que remanesce está na frequência com a qual o processo será executado para reavaliação da carteira. Alicerçando a resposta sobre as conclusões extraídas da discussão realizada no item 4.3 e das discussões feitas sobre o contexto prático, a proposta é que o processo seja executado com frequência determinada pela extensão de cada período que compõe o horizonte de tempo de análise delimitado para construção da carteira, mantendo consistência com a lógica do modelo. Com base nas características e estratégias das carteiras que a empresa atualmente, espera-se que os rebalanceamentos ocorram, em média, uma vez por mês.

Em conjunto, outro aspecto que merece ser contemplado refere-se à variação das participações dos ativos da carteira formada através do modelo ao longo de cada período do horizonte de investimentos, que é oriunda das diferenças entre as rentabilidades de cada ativo, afastando o portfólio de sua composição ótima. Para solucionar esse conflito, uma das propostas de Fabozzi et al. (2007), que se mostra sensata e conceitualmente adequada para o presente contexto, é retornar a carteira à sua composição ótima para o período em questão apenas quando as participações dos ativos extrapolarem um intervalo de tolerância predeterminado.

De fato, posto que a vasta maioria dos parâmetros de entrada do modelo é intrinsecamente estocástica, infere-se de imediato que as participações ótimas dos ativos também são. Logo, todas as carteiras cujas participações de seus ativos estão inseridas dentro de intervalos de tolerância compatíveis com o nível de incerteza acerca das mesmas podem ser consideradas estatisticamente equivalentes até certo nível de significância (FABOZZI et

al., 2007). Por conseguinte, a estratégia do parágrafo anterior revela-se apropriada para uso nas atividades de gestão e monitoramento de carteiras constituídas em situações práticas.

Ainda no que concerne ao processo de rebalanceamento realizado dentro dos períodos, uma ressalva deve ser feita em relação à fortuita chegada de dados e informações que possam desestabilizar o mercado financeiro, invalidar as premissas sobre as quais o processo da Figura 4.5 foi estruturado ou acarretar outro tipo de evento que arruíne totalmente os resultados do modelo. Nesses cenários, o rebalanceamento da carteira poderá se revelar imperativo, mesmo que os limites de tolerância não sejam trespessados, para salvaguardar a carteira contra os impactos negativos dos eventos ocorridos. A decisão sobre o rebalanceamento, portanto, deverá ser examinada caso a caso.

5 APLICAÇÃO DO MODELO EM UM CONTEXTO PRÁTICO

Apresentados e discutidos o modelo quantitativo desenvolvido e o sistema criado, mostra-se necessária a execução de um processo de verificação e validação de ambos, objetivando a confirmação da aderência entre os entregáveis efetivos do presente projeto e aqueles que foram pretendidos inicialmente e da aderência entre os primeiros e as demandas colocadas pela empresa ao autor.

Com esse intuito, o capítulo corrente propõe-se a aplicar os entregáveis para seleção de carteiras de investimento em situações práticas criadas especificadamente com o objetivo delineado no parágrafo anterior. Nesse sentido, as situações foram desenhadas de modo a assegurar que o processo de verificação e validação fosse realizado em condições similares àquelas vivenciadas no cotidiano da organização no qual o autor estagia e para a qual o trabalho foi feito. Concomitantemente, as situações foram planejadas de tal maneira que houvesse possibilidade de explorar toda a gama de funcionalidades do sistema, avaliando as respostas por ele dadas comparativamente àquelas esperadas segundo a teoria.

No presente momento, é impreterível salientar que todos os cálculos descritos nos parágrafos seguintes foram conduzidos exclusivamente através do sistema mencionado, o qual foi operado em um computador com processador Intel Core 2 Duo® P8700 (dois núcleos de 2,53 GHz), 4,0 Gb de memória RAM DDR2, sistema operacional MS Windows® 7 de 64 bits (configurações marginalmente inferiores àquelas encontradas nos computadores da empresa) e *software* MS Excel® 2007 (a mesma versão é utilizada pela empresa). Logo, todos os resultados obtidos refletem as funcionalidades que o sistema possui e que, portanto, poderão ser aproveitadas no cotidiano da empresa. Nesse momento, o leitor é convidado a consultar o Apêndice D e o Apêndice E para investigação dos módulos e do código-fonte do sistema e visualização de algumas de suas interfaces.

5.1 METODOLOGIA ADOTADA PARA REALIZAÇÃO DA APLICAÇÃO PRÁTICA

Para tornar o texto mais inteligível e propiciar ao leitor a possibilidade de apreciação

dos resultados da aplicação prática, esse item inicial do capítulo tratará da metodologia escolhida para estruturação dos testes e realização dos cálculos matemáticos subjacentes.

Assim sendo, a primeira etapa compreendeu a preparação um conjunto de ações de empresas brasileiras para os fins perseguidos (vide Quadro 5.1). O processo de seleção das ações foi guiado pelo propósito de se constituir um conjunto de ativos diversificado, que abarcasse diversos setores da economia e possuísse elevada liquidez e, por extensão, volume médio diário de negociação alto. Assegurou-se, assim, que os ativos estivessem menos sujeitos a distorções presentes nos mercados ou a operações realizadas por grandes investidores, mitigando os impactos das perturbações provocadas por esses movimentos.

Número de Ordem	Código da Ação	Tipo de Ação	Empresa	Setor (Classificação BM&FBOVESPA)	Subsetor (Classificação BM&FBOVESPA)
1	AMBV4	PN	Ambev	Consumo não cíclico	Bebidas
2	BBAS3	ON	Banco do Brasil	Financeiras e outros	Intermediários financeiros
3	BRKM5	PNA	Braskem	Materiais básicos	Químicos
4	BRTO4	PN	Brasil Telecom	Telecomunicação	Telefonia fixa
5	ELET6	PNB	Eletrobrás	Utilidade pública	Energia elétrica
6	FIBR3	ON	Fibra	Materiais básicos	Madeira e papel
7	GGBR4	PN	Gerdau	Materiais básicos	Siderurgia e metalurgia
8	ITUB4	PN	Itaú Unibanco	Financeiras e outros	Intermediários financeiros
9	JBSS3	ON	JBS	Consumo não básico	Alimentos processados
10	LAME4	PN	Lojas Americanas	Consumo cíclico	Comércio
11	PCAR4	PN	Grupo Pão de Açúcar	Consumo não cíclico	Comércio e distribuição
12	PETR3	ON	Petrobras	Petróleo, gás e biocombustíveis	-
13	TAMM4	PN	TAM	Construção e transporte	Transporte
14	TIMP3	ON	TIM Participações	Telecomunicação	Telefonia móvel
15	UGPA3	ON	Ultrapar	Financeiro e outros	Holdings diversificadas
16	USIM3	ON	Usiminas	Materiais básicos	Siderurgia e metalurgia
17	VALE3	ON	Vale	Materiais básicos	Mineração

Quadro 5.1 – Conjunto de ações selecionadas para a aplicação prática.

Fonte: Elaborado pelo autor. Classificação disponível em: <<http://www.bmfbovespa.com.br/indices/ResumoCarteiraTeorica.aspx?Indice=IBOVESPA&idioma=pt-br>>. Acesso em: 09 set. 2011.

No que tange à coleta de séries de preços dessas ações, objetou-se a estratégia de extração de um histórico exacerbadamente amplo para recrudescimento da confiabilidade das estatísticas utilizadas para aplicação do modelo, pois um extenso histórico deteriora a representatividade dessas estatísticas em função das sucessivas mudanças sofridas pelas empresas e pelo mercado ao longo do período delimitado pela série de dados, implicando alterações nos valores esperados das estatísticas ao decorrer do tempo.

Justificou-se, então, a seleção de um histórico relativamente longo para preservar a confiabilidade dos cálculos e que, em concomitância, não fosse longo em demasia a ponto de provocar o problema mencionado no parágrafo anterior. Assim, para cada uma das ações

elencadas, foi coletada a respectiva série de preços correspondente ao intervalo de tempo que se inicia no dia 30 de junho de 2009 e estende-se até o dia 30 de setembro de 2011, perfazendo um total de 545 valores diários (preços de fechamento do dia).

Nesse instante, é preciso salientar que, para os fins pretendidos por esse capítulo e para os cálculos realizados subsequente, os períodos correspondentes ao intervalo de um ano foram assumidos equivalentes a um período de 252 dias úteis consecutivos. Essa convenção, que é usual na prática, foi necessária para anualização dos retornos e volatilidades calculadas adiante, pois todos os cálculos foram realizados a partir de séries de dados diários.

Adicionalmente, deve-se frisar que os preços diários coletados foram corrigidos para contabilização de bonificações, distribuição de dividendos, processos de *split* e outros efeitos que distorceriam as séries e, portanto, o cômputo das estatísticas necessárias à aplicação do modelo. Por essa razão, os retornos esperados de cada ação aqui divulgados já foram previamente retificados para incorporação dos impactos dos eventos mencionados. Cabe ressaltar também que todas as séries de preços e outros dados sobre o mercado foram obtidos a partir da base de dados da empresa Bloomberg®, através de terminais instalados na organização na qual o autor estagia.

Em relação ao horizonte de tempo do investimento, definiu-se que os cálculos seriam realizados para horizontes de 60 dias úteis, contados a partir do dia 08 de julho de 2011, inclusive, mantendo consonância com os horizontes de tempo que serão definidos nas aplicações a serem realizadas cotidianamente na empresa. Além disso, para simulação dos processos de rebalanceamento e análise de seus impactos, o horizonte de tempo foi dividido em quatro períodos de mesmo tamanho (15 dias úteis), também visando à manutenção da consistência entre a aplicação prática e o contexto corporativo.

Por construção, mostrou-se imperativa, então, para constituição de cada uma das carteiras discutidas adiante, a execução do modelo no início de cada um dos quatro períodos, absorvendo as observações realizadas nos períodos precedentes para sucessivas estimações dos parâmetros de entrada do modelo. Em outras palavras, no início de cada período o modelo foi executado visando à determinação da carteira que seria mantida até o início do próximo período do horizonte de tempo, sempre utilizando cenários vinculados às realizações das variáveis aleatórias do problema referentes aos 60 dias úteis seguintes, divididos em quatro períodos de 15 dias úteis.

Nesses instantes, para que o modelo fosse empregado com base nas observações mais recentes, em conformidade com a dinâmica explicitada na Figura 4.3, todos os parâmetros de entrada foram novamente estimados a partir séries históricas de dados que se encerravam no

dia da utilização do modelo e perfaziam um total de quinhentos valores diários históricos (preços de fechamento das ações). Essa estratégia encontra-se esquematizada na Figura 5.1.

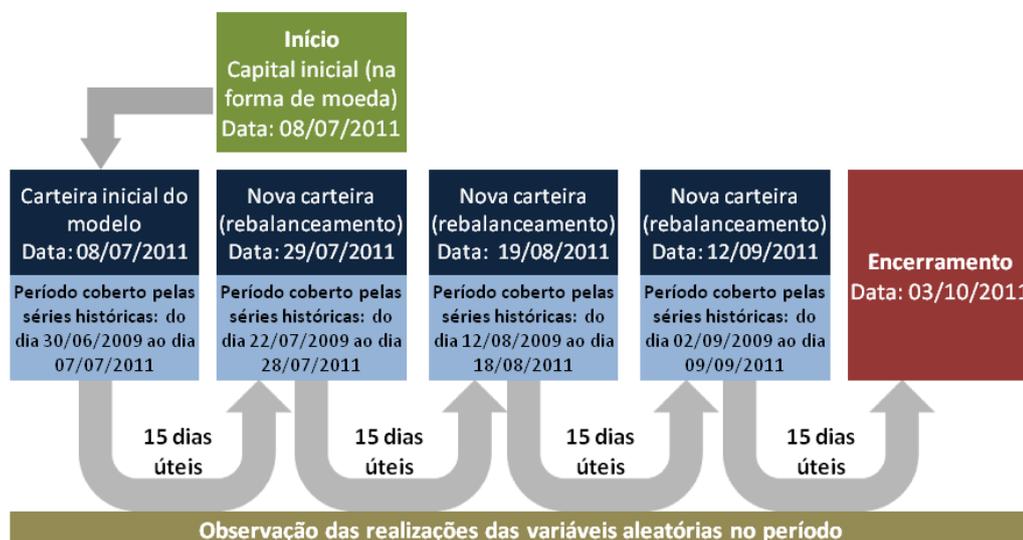


Figura 5.1 – Dinâmica de utilização do modelo para condução da aplicação prática. Cada um dos blocos azuis denota uma etapa de estimação de parâmetros de entrada, geração de cenários e uso do modelo para formação de uma carteira. Sob esse prisma, cada uma foi formada no início do dia indicado em seu respectivo bloco.

Fonte: Elaborado pelo autor.

Ainda no que concerne à dinâmica de rebalanceamento, é também pertinente mencionar que, em concordância com as hipóteses e simplificações feitas no Capítulo 4, a cada rebalanceamento supôs-se que as opções usadas para proteger a carteira no período que se encerrara seriam liquidadas antes da condução do rebalanceamento, não sendo aproveitadas para a construção da próxima carteira em função da incompatibilidade entre o prazo restante para a maturidade da opção (45 dias úteis, igual à diferença entre 60 dias úteis e os 15 dias úteis que se passaram desde a construção da carteira até o rebalanceamento em questão) e do horizonte de investimento usado na simulação (sempre igual a 60 dias úteis).

Nesse momento, é preciso interromper o fluxo de descrição da metodologia para que seja minudenciada a dinâmica de rebalanceamento que vigorou na aplicação prática e para que essa seja comparada àquela idealizada na Figura 4.1. Nesse sentido, o principal aspecto a ser destacado concerne ao rebalanceamento das posições em derivativos e caixa, a qual foi coibida para simplificação da modelagem feita no Capítulo 4. No entanto, como se pode perceber aqui, a dinâmica de aplicação do modelo no âmbito do atual capítulo, que está consubstanciada na Figura 5.1, autoriza o rebalanceamento dessas posições em cada uma das datas indicadas na ilustração em vista das realizações das variáveis aleatórias do problema ao longo do tempo.

Embora aparentemente haja um conflito entre as duas abordagens, deve-se destacar que

houve exatamente a intenção de utilizar o modelo simplificado nessa situação mais complexa para avaliação dos impactos que as simplificações feitas produziriam sobre as carteiras ótimas determinadas pelo aparato matemático preparado. Desse modo, seria possível visualizar seu desempenho e compreender com maior profundidade suas limitações em situações práticas próximas àquelas que serão enfrentadas pela organização em seu cotidiano e nas quais também há pretensão de utilizar o sistema projetado.

Assim, para os fins perseguidos pelo presente capítulo, a cada rebalanceamento, no qual serão estimados novamente os parâmetros do modelo e será formada uma nova carteira, foi autorizado o rebalanceamento das posições em caixa e em derivativos, o que não significa que internamente o modelo considerou essas possibilidades de rebalanceamento, mas sim que a cada estágio de reajuste das posições da carteira esse direito foi conferido ao investidor, conforme a Figura 5.1. Essa questão será revisitada quando da exibição das carteiras que foram simuladas durante a aplicação prática.

Dando continuidade à apresentação da metodologia, antes de proceder-se aos resultados da aplicação realizada e discussão dos mesmos, é preciso estabelecer previamente as condições sob as quais os cálculos foram efetuados, as ferramentas empregadas e as premissas e hipóteses que os pautaram, além, evidentemente, de todas aquelas considerações já abordadas no item 4.2. Diante do exposto, as premissas e hipóteses particulares ao âmbito das atividades relacionadas a esse capítulo foram consolidadas e congregadas no Quadro 5.2, que se encontra em pleno alinhamento com a abordagem delineada na Figura 4.4.

Complementarmente, para precificação das opções européias das ações selecionadas e construção das árvores de cenários, foi empregado o modelo estocástico mencionado no item (4.6), que emergiu da junção do modelo CEV com o modelo GARCH(1,1) para caracterização matemática da evolução temporal da volatilidade das ações. Quantitativamente, pode ser expresso pelas seguintes equações, nas quais S denota o preço de uma ação de retorno esperado μ , volatilidade σ , variância V , variância de longo prazo V_{LP} e parâmetro α (vide item 2.3.4.2). Em adição, ϕ representa um parâmetro que pode ser interpretado como a volatilidade da variância da ação, enquanto que o parâmetro a define a taxa de reversão dessa última, que ocorre quando a variável se distancia de seu valor de longo prazo.

$$dS = \mu S dt + \sigma S^\alpha dz_1 \quad (5.1)$$

$$dV = a(V_{LP} - V)dt + \phi V dz_2 \quad (5.2)$$

A equivalência aproximada entre a equação (5.2) e o modelo GARCH(1,1) é deduzida

no Apêndice C. Essa relação é útil para estimação dos parâmetros da equação mencionada, pois eles podem ser trivialmente inferidos a partir da expressão resultante da aplicação do GARCH(1,1) a cada uma das ações elencadas para o contexto.

Aspecto da Aplicação Prática	Descrição da Hipótese / Premissa / Método
Estimativas dos retornos esperados das ações	Optou-se pela estimação dos retornos esperados de cada ação através do estimador de Bayes-Stein, o qual é advogado por Jorion (1986). Cabe salientar aqui que, dentro de cada um dos períodos avaliados, assumiu-se a hipótese de que os retornos esperados calculados a partir do estimador de Bayes-Stein eram constantes e que as séries temporais dos retornos diários das ações poderiam ser consideradas ergódicas em relação à sua média.
Estimativa das matrizes de correlações	Optou-se pela estimação da matriz de correlações por meio do modelo de Ledoit e Wolf (2003). O estimador enviesado necessário para o cálculo do estimador de encolhimento foi concebido a partir do IBOVSPA, que atuou como índice representativo do portfólio de mercado, de tal forma que a regressão dos retornos das ações foi realizada em relação aos retornos do índice supracitado na forma de um modelo de um único fator (vide item 2.2).
Modelagem da volatilidade das ações	Para modelagem da evolução temporal da volatilidade das ações, foi empregado o modelo GARCH(1,1). Deve-se destacar aqui que essa ferramenta não conflita com o modelo de Ledoit e Wolf (2003) para estimação da matriz de correlações, pois, como esta é assumida constante no período analisado, o estimador dos autores é consistente (vide item 2.2) e as diferenças numéricas entre a variância prevista pelo modelo de Ledoit e Wolf (2003) e a variância de longo prazo proposta pelo GARCH, no presente contexto, são irrisórias, a consistência dos cálculos foi preservada. Não obstante, maior rigorosidade seria conquistada, irrefutavelmente, caso a matriz de covariâncias fosse estimada através de um modelo GARCH multivariado (HULL, 2008). Em adição, cabe destacar que os parâmetros das equações resultantes da aplicação do modelo GARCH(1,1) foram assumidos constantes no horizonte de investimentos de cada processo de rebalanceamento conduzido, bem como no processo de construção da carteira inicial.
Geração e validação de cenários	No que concerne à geração de cenários e ao apreçamento das opções, foram empregadas seqüências numéricas de Sobol para utilização da técnica de simulação de Monte Carlo para os dois fins citados. Como as seqüências referidas são determinísticas, impossibilitando a apreciação da confiabilidade estatística dos resultados, foram inicialmente realizadas simulações simples com números aleatórios e algumas ações (com um passo temporal fixo para simulação numérica das equações diferenciais estocásticas) visando à determinação do número mínimo de cenários necessários para produzir resultados minimamente confiáveis. Logo, dada a superioridade das seqüências numéricas de Sobol em relação ao simples processo de geração de números aleatórios provenientes de distribuições uniformes, os resultados produzidos a partir da utilização das primeiras com o tamanho mínimo encontrado certamente superaram aqueles achados durante o teste mencionado no parágrafo anterior. Cabe adiantar aqui que esse procedimento foi adotado tanto para determinação do tamanho mínimo necessário para precificação de opções quanto para construção das árvores de cenários.
Validação de cenários	Para confirmação adicional do valor obtido como número mínimo de cenários necessários à precificação das opções, foi também empregada a relação da paridade <i>put-call</i> para opções europeias (HULL, 2008), objetivando a localização de desvios expressivos, que teoricamente abririam oportunidades de arbitragem durante a negociação das opções, e balizamento da quantidade de cenários exigida.

Quadro 5.2 – Hipóteses, premissas e métodos que pautaram a aplicação prática conduzida.

Fonte: Elaborado pelo autor.

Em linhas gerais, a principal prerrogativa do modelo proposto consiste no fato de que uma ação pode ser tratada com relativa facilidade através do mesmo e, em concomitância, efeitos observados empiricamente (alta espessura de caudas das distribuições, por exemplo) podem ser absorvidos através da atribuição de valores convenientes aos parâmetros do

modelo.

Assim, para os fins perseguidos nesse contexto, o modelo GARCH(1,1), como preconizado, foi adotado para modelagem da volatilidade de todas as ações elencadas para a aplicação prática (os resultados se encontram no Apêndice H) e estimação dos parâmetros da equação (5.2). No que se refere à equação (5.1), o valor esperado do retorno da ação foi calculado a partir do estimador de Bayes-Stein (vide Quadro 5.1), ao passo que, para simplificação dos cálculos, assumiu-se α igual a 1. Caso houvesse pretensão de estimar tal parâmetro, uma possibilidade, a qual é indicada por Hull (2008), seria utilizar preços de mercado de opções européias e escolher o valor de α que minimiza o erro quadrático entre os preços calculados (via simulação de Monte Carlo) e os de mercado.

Vale destacar ainda que, para os fins da presente aplicação prática, os processos de Wiener dz_1 e dz_2 foram supostos descorrelacionados. Não obstante, seria perfeitamente plausível incluir um coeficiente de correlação entre a volatilidade da ação e seu preço, como sugerem Hull e White (1987) em um contexto similar, embora a parcimônia do modelo fosse perdida sem necessariamente ampliar a qualidade dos resultados.

Para verificação da aderência estatística das equações do GARCH(1,1) ao comportamento real exibido pela volatilidade de cada ação selecionada, foi empregado o teste de Ljung-Box para as séries temporais geradas a partir do cálculo da razão entre o quadrado da rentabilidade diária e a variância diária de cada ação (estimada através do GARCH(1,1)), conforme sugestão fornecida por Hull (2008) e Tsay (2005).

Em suma, poucas ações foram reprovadas no teste (realizado a um nível de significância de 5%), enquanto que aquelas reprovadas não chegaram a exibir séries com autocorrelações de baixa defasagem elevadas a ponto de demandar o recrudescimento da ordem do modelo GARCH para captura precisa da dinâmica de evolução da volatilidade, em detrimento da parcimônia do equacionamento. Além disso, parte das reprovações eclodiu de eventos que ocorreram nos períodos analisados e que acarretaram ganhos ou perdas anômalas para uma ou mais ações. Nesses casos, a elevação da ordem do modelo GARCH para tais ativos seria incorreta, pois a baixa qualidade da regressão resulta de eventos pontuais e atípicos, e não de características inerentes às séries temporais. Assim, a exclusão dos valores atípicos, que é suportada pela natureza dos eventos que os conceberam, mostra-se a atitude mais acertada.

A partir do modelo apresentado nas equações precedentes e dos procedimentos definidos para estimação dos parâmetros de entrada, foram construídas as árvores de cenários para cada ativo, que também se fundaram sobre o método de decomposição de Cholesky para absorção dos efeitos das correlações entre as ações selecionadas para composição do universo

de ativos disponíveis. Adicionalmente, para proteção da consistência entre os cenários formados e o cálculo dos preços justos das opções, o mesmo modelo foi utilizado para determinação desses preços, os quais foram encontrados a partir da técnica de simulação de Monte Carlo, uma vez que inexistem fórmulas fechadas para tais funções quando se pressupõe que a ação subjacente à opção é norteada pelas equações (5.1) e (5.2). Essas questões serão revisitadas adiante.

Ademais, é imprescindível destacar que, para os objetivos perseguidos por essa aplicação prática, não houve pretensão de determinar preços de mercado das opções empregadas para composição da carteira de ações, uma vez que as séries de opções escolhidas não são padronizadas e, portanto, deveriam ser negociadas no mercado de balcão. Por essa razão, os preços justos foram utilizados como aproximação daqueles que seriam encontrados nesse mercado, pois, além de facilitar o processo de precificação, os processos estocásticos usados para modelagem do preço das ações já retificam alguns dos efeitos que seriam corrigidos por corretoras e outras instituições financeiras ao valorar tais opções para comercialização.

Expostos os procedimentos empregados para condução da aplicação prática e as premissas que a pautaram, pode-se, finalmente, proceder aos resultados encontrados durante a estimação dos parâmetros de entrada e construção das árvores de cenários. Com esse intuito, na Tabela 5.1 foram consolidadas as principais estatísticas calculadas para as ações listadas no Quadro 5.1 e com base nos dados associados ao primeiro período indicado na Figura 5.1, que foram usados para construção da carteira inicial (as estatísticas referentes aos demais períodos foram omitidas aqui para preservação da concisão do texto, mas estão disponíveis no Apêndice F ao leitor interessado).

Notavelmente, verifica-se através da tabela citada uma redução da amplitude do conjunto de estimativas provocada pelo estimador de Bayes-Stein em relação à média aritmética tradicional. De fato, observa-se que as ações com retornos esperados de valores extremos segundo a média aritmética (BRKM5, com o maior valor, e PETR3, com o menor) tiveram seus retornos intensamente corrigidos pelo estimador de Bayes-Stein.

Em adição, vale notar também a baixa aderência entre a real distribuição de probabilidade dos retornos diários das ações e a distribuição normal teórica correspondente, conforme evidenciada pela estatística Jarque-Bera, empregada para testar a hipótese de normalidade de uma distribuição por meio de seu coeficiente de assimetria e excesso de curtose (TSAY, 2005). Como se pode depreender, muitas ações provam não possuir uma distribuição de retornos normal, com destaque para as ações TMM4 e TIMP3, confirmando

as conclusões dos trabalhos consultados ao decorrer da revisão bibliográfica.

Tabela 5.1 – Estatísticas calculadas (valores aproximados) para as ações elencadas (primeiro período). $JB_{5\%}$ denota a estatística Jarque-Bera usada para teste de normalidade da distribuição de retornos diários (composição contínua) a um nível de significância de 5%. Os retornos representam valores para capitalização anual.

Ação	Retorno Esperado (Média Aritmética)	Retorno Esperado (Bayes-Stein)	Beta (Relativo ao IBOVESPA)	Volatilidade (Anualizada)	$JB_{5\%}$ (Valor Crítico: 5,991)
AMBV4	50,1%	39,6%	0,544	22,9%	18,00
BBAS3	21,4%	26,0%	0,978	27,8%	35,36
BRKM5	72,7%	49,5%	0,736	34,0%	103,6
BRTO4	9,23%	19,7%	0,768	31,1%	247,5
ELET6	5,77%	17,8%	0,577	28,1%	414,5
FIBR3	-6,10%	11,2%	1,240	39,6%	7,000
GGBR4	-9,38%	9,33%	1,328	33,7%	7,380
ITUB4	14,2%	22,3%	1,046	27,1%	19,68
JBSS3	-14,8%	6,12%	1,094	39,1%	21,13
LAME4	25,4%	28,0%	1,072	34,5%	21,48
PCAR4	37,0%	33,6%	0,589	28,5%	572,4
PETR3	-17,5%	4,48%	0,905	26,8%	1,130
TAMM4	38,9%	34,5%	0,975	43,6%	3974
TIMP3	15,0%	22,7%	0,802	38,4%	1356
UGPA3	38,2%	34,1%	0,512	22,0%	54,81
USIM3	7,02%	18,5%	1,199	40,6%	2,730
VALE3	24,4%	27,5%	1,197	29,0%	73,92

Fonte: Elaborado pelo autor.

Paralelamente, foram também concebidas, para cada período, as matrizes de correlações a partir do modelo de Ledoit e Wolf (2003), que foram assumidas constantes dentro de cada período. Os resultados, posteriormente submetidos ao processo de decomposição de Cholesky para geração dos cenários, podem ser visualizados no Apêndice G.

Dando continuidade ao processo de estimação dos parâmetros de entrada, foi executada, então, a precificação das opções européias das ações elencadas para a aplicação. No que tange a esse processo de apreçamento, foi selecionada uma única opção européia de venda para cada ação listada, perfazendo um total dezessete derivativos, cujos preços de exercício foram definidos sem qualquer critério formal, visto que não havia necessidade de adoção de um. Houve apenas uma preocupação em ajustar os preços de exercícios às volatilidades exibidas pelas ações e de selecionar opções *out-of-the-money* (opções com preço de exercício inferior ao preço da ação quando da compra do derivativo), diminuindo o custo de proteção dos portfólios. Vale destacar que a seleção de opções de venda justificou-se em decorrência do fato de que a aplicação prática, do modo como foi projetada, não permite ao investidor a realização de vendas a descoberto, de maneira que tal indivíduo possa manter apenas posições compradas. Naturalmente, esse tipo de posição deve ser protegido com opções de venda.

Dentro desse espectro, o Apêndice I traz os resultados do processo de precificação das opções eleitas para constituição de carteiras. Todas foram precificadas partindo-se do

pressuposto de que seriam adquiridas no início do horizonte de investimento e maturariam ao seu final. Além disso, para precificação, a técnica de Monte Carlo foi utilizada com um passo temporal igual a um 0,6 (60/100) dia útil (o passo é exigido para simulação numérica das equações (5.1) e (5.2)) e uma seqüência de quatro mil números de Sobol, cuja suficiência foi garantida segundo as observações e diretrizes presentes no Quadro 5.2.

Nesse momento, é pertinente notar que os preços das opções calculados a partir dos processos estocásticos definidos apresentaram desvios significativos em relação aos preços sugeridos pelo modelo de Black e Scholes (1973), que se alicerça na hipótese de constância das volatilidades. Nesse cenário, os desvios identificados decorreram primariamente do fato de que muitas ações demonstraram apresentar volatilidades muito oscilantes no tempo ou estar com níveis de volatilidade distanciados dos valores esperados no longo prazo, desqualificando, de fato, os resultados fornecidos pelo modelo de Black e Scholes (1973).

Por conseguinte, constata-se que, até o presente momento, o modelo escolhido para precificação de opções européias e geração de cenários produziu resultados condizentes com os esperados pela teoria. Além disso, é apropriado ressaltar que os resultados exibidos no Apêndice I também são coerentes com a paridade *put-call* (os preços das *calls* e das *puts* forma calculados simultaneamente pelo sistema desenvolvido, sendo ambos determinados através da técnica de Monte Carlo), de modo que o maior desvio encontrado foi, em valor absoluto, igual a 0,74%, com a média dos desvios sendo igual a 0,06%. Desse modo, verifica-se que a quantidade de cenários fabricada foi suficiente para atender aos requisitos do contexto, já que tais desvios, em função de sua magnitude, são inócuos à qualidade dos resultados.

Subseqüentemente, foram construídas as árvores de cenários para as ações elencadas, cada uma com quatro ramificações por nó e com cinco níveis, correspondentes aos quatro períodos nos quais foi dividido o horizonte de investimento. Mantendo consonância com os procedimentos mencionados nos parágrafos anteriores, as árvores foram elaboradas a partir da geração de 6.144 cenários (as equações (5.1) e (5.2) foram simuladas com um passo temporal igual a um dia) para cada uma das ações, sendo calculados através de seqüências numéricas de Sobol para proporcionar maior homogeneidade às árvores. Em adição, objetivando a reprodução dos efeitos das correlações entre os ativos nas árvores geradas, foi empregado aqui o método de decomposição de Cholesky às matrizes de correlações do Apêndice G durante a construção das árvores.

Como método de agrupamento dos cenários gerados e formação dos nós das árvores, o procedimento de simulação paralela, como se encontra detalhado no item 2.4, foi empregado

para tais propósitos. Assim, foi possível capturar movimentos extremos das variáveis aleatórias do problema, propiciando oportunidades para melhor compreensão do papel dos derivativos na carteira. Em relação a esse aspecto, é pertinente destacar que foi propositalmente simulado um grande número de cenários para garantir que tais movimentos extremos fossem, de fato, produzidos, viabilizando a exploração do espaço de realizações das variáveis aleatórias em toda a sua plenitude e, simultaneamente, proporcionando uma significância estatística mínima desejável para os nós da árvore.

Em relação a esse último aspecto, como no último nível de cada árvore constam 256 (4^4) nós, a quantidade de cenários selecionada garantiu que cada nó do último nível fosse constituído a partir de 24 ($6.144 / 256$) cenários, visto que cada árvore foi construída de modo que os cenários subjacentes a ela fossem equiprováveis (ou seja, a probabilidade associada a cada ramificação dos nós da árvore se torna igual ao inverso do número de ramificações por nó, resultando em uma probabilidade igual a 25%).

Adicionalmente, para determinação dos centros de cada nó, foi utilizada a média das realizações dos cenários pertencentes a cada um. Todavia, em concordância com a discussão realizada no item 2.4, o centro do nó não foi diretamente estipulado como a média calculada, mas sim como o cenário mais próximo desse valor, uma vez que ele não necessariamente estaria associado a um conjunto de realizações viáveis das variáveis aleatórias do problema.

Por fim, a partir dos cenários das árvores das ações, foram construídas as árvores de cenários das opções. Em síntese, o procedimento de construção dessas árvores concentrou-se em verificar, em cada nó da árvore da opção de uma determinada ação, qual seria o preço dessa ação, como indicado no nó correspondente de sua árvore. Com esse valor, a fórmula de Black e Scholes (1973) foi aplicada a partir do valor da taxa de juros livre de risco, que, por hipótese, foi imaginada constante para todas as maturidades (vide item 4.2), e com base nas volatilidades estimadas através dos resultados do modelo GARCH(1,1) aplicado à sua ação subjacente.

Deve-se enfatizar aqui que o uso da fórmula de Black e Scholes se legitimou em função do fato de que, caso as equações (5.1) e (5.2) fossem empregadas para precificação das opções, seria preciso efetuar processos de simulação de Monte Carlo em cada um dos nós das árvores das opções para determinação do preço desses derivativos por período e por cenário. Evidentemente, essa atividade demandaria um esforço computacional incomensurável e, portanto, proibitivo para aplicações práticas.

Em contraponto, o modelo de Black e Scholes (1973), por fornecer fórmulas fechadas para o apreamento de opções européias, torna muito mais eficiente o processo de construção

das árvores de opções, a despeito de suas inconsistências. Em adição, a sua utilização também se justifica pelo fato de que muitas instituições financeiras, ao marcarem a mercado os ativos sob sua posse ou precificar opções simples, como as européias, adotam a formulação de Black e Scholes (1973).

Para minimizar as deficiências do modelo decorrentes da invalidez das hipóteses que o suportam, com destaque para a constância das volatilidades das ações, os resultados do modelo GARCH(1,1) foram empregados para acompanhamento da evolução esperada dessas volatilidades, corrigindo parte das deficiências e evitando conflitos com o método adotado para valoração das opções no período inicial do horizonte de investimento, que se baseou nas equações (5.1) e (5.2).

5.2 RESULTADOS DAS SIMULAÇÕES CONDUZIDAS E CONCLUSÕES

Elucidados a metodologia e o conjunto de procedimentos adotados para consecução da aplicação prática, mostra-se exequível, nesse momento, exibir os resultados obtidos e discutí-los perante a teoria aplicável e as pretensões do presente trabalho. Com esses intuitos, o modelo, por meio do sistema concebido, foi aplicado aos dados coletados e duas carteiras de investimentos foram criadas como produtos.

A primeira delas, doravante denominada *carteira defensiva*, consiste em uma carteira na qual toda a posição de seu titular em renda variável é compulsoriamente protegida através de opções européias (de venda). Dessa forma, essa carteira, por construção, possui suscetibilidade praticamente nula ao risco de perdas expressivas mercado acionário, embora seja preciso admitir que o *hedge* realizado não seja perfeito em decorrência do fato de que a posição em derivativos, em cada um dos cenários simulados, não é reajustada para contabilização das mudanças nas posições em renda variável ao longo dos períodos do horizonte de investimento. Contudo, conforme a discussão efetuada no Capítulo 4, essa simplificação não afeta significativamente a qualidade do *hedge* em grande parte dos casos, como será demonstrado empiricamente adiante.

Ainda no que se refere à carteira defensiva, a sua produção através do modelo desenvolvido também ocorreu através da imposição de um limite superior igual a 5,50% para o CVaR da carteira (nessa simulação e nas seguintes, todos os cálculos envolvendo as estatísticas VaR e CVaR foram realizados para um nível de confiabilidade de 95%), valor

equivalente a uma perda de 5,50% no valor da carteira no horizonte de investimento ou a um retorno acumulado de -5,50% no mesmo intervalo de tempo. Paralelamente, a essa mesma carteira também foi estipulado um limite inferior de 30,00% para a participação de caixa, reduzindo o seu risco ao restringir a posição máxima da carteira em renda variável.

A segunda carteira concebida, doravante denominada *carteira agressiva*, é tal que, por definição, não há qualquer posição mantida em opções, de modo que a posição do investidor em renda variável é mantida desprotegida em sua plenitude. Em tese, por construção, essa carteira possui um retorno esperado maior do que a defensiva, visto que não incorre nos custos de *hedge* com os quais essa última se depara, porém também proporciona simultaneamente maiores riscos ao seu detentor.

Concomitantemente, a formação da carteira agressiva também ocorreu a partir da estipulação de um limite superior de 20,00% para o valor do CVaR da carteira no final do horizonte de investimento. Em outros termos, a imposição significa que o modelo, ao ser executado, fornecerá a carteira de maior retorno esperado cujo CVaR não implique uma perda superior a 20,00% do valor da carteira, valor que equivale a um retorno de -20,00% acumulado no horizonte de investimento. Nesse cenário, o modelo gerou portfólios cujo CVaR ficou exatamente igual a 20,00%, conforme as discussões realizadas a seguir. De fato, tal resultado já era antecipado, dado o famigerado *trade-off* entre retorno e risco presente em problemas de seleção de carteiras e o objetivo do modelo de maximização de retornos.

De forma complementar, para a formação de ambas as carteiras, os custos de transação foram estimados em 0,15% dos montantes transacionados, tanto no caso de aquisição quanto no caso venda de ações (o custo foi assumido constante ao longo do horizonte de investimento). Além disso, para assegurar a diversificação dos portfólios, a posição em cada uma das ações foi limitada inferiormente em 0% e superiormente em 7,5% (valores relativos ao capital investido no portfólio em cada um dos períodos).

No que tange ao caixa utilizado como ativo livre de risco para construção dessas carteiras e de outras que serão mencionadas subsequenteemente nesse capítulo, esse foi pensado de maneira que, todos os dias, provesse uma rentabilidade equivalente a 100% da rentabilidade média proporcionada pelo CDI no dia. Em termos práticos, uma possibilidade para construir um caixa com essa propriedade seria através da compra de LFTs, que fornecem ao titular uma taxa de remuneração igual à taxa SELIC, a qual é bastante próxima à rentabilidade do CDI, ou da aquisição de cotas de fundos referenciados à taxa DI. Ressalta-se aqui que, para os fins do presente estudo, estão sendo desconsiderados os tributos incidentes sobre tais operações e as taxas cobradas por gestoras de fundos de investimentos.

Em conjunto, objetivando a comparação do desempenho das carteiras ao longo do horizonte de tempo definido para o investimento, foi eleito o índice BOVESPA (IBOVESPA), que reproduz com fidelidade o portfólio de mercado brasileiro. Desse modo, o índice pode ser utilizado para avaliar comparativamente os benefícios financeiros que seriam obtidos por um investidor ao empregar o modelo desenvolvido para tomada de decisão em detrimento de, simplesmente, comprar cotas de um fundo que visa reproduzir o desempenho do índice mencionado.

Expostas todas as considerações pertinentes, podem ser finalmente apresentados os resultados obtidos na aplicação prática. Nesse sentido, a Figura 5.2 exibe a distribuição de probabilidade dos retornos da carteira da defensiva inicial fornecida pelo modelo (vide Figura 5.1), inferida a partir do retorno acumulado proporcionado pela carteira em cada um dos cenários simulados, enquanto que a Figura 5.3 sumariza a composição do portfólio. Desses gráficos e da natureza da carteira defensiva podem ser obtidas algumas conclusões relevantes para o contexto, as quais serão estudadas nos próximos parágrafos.

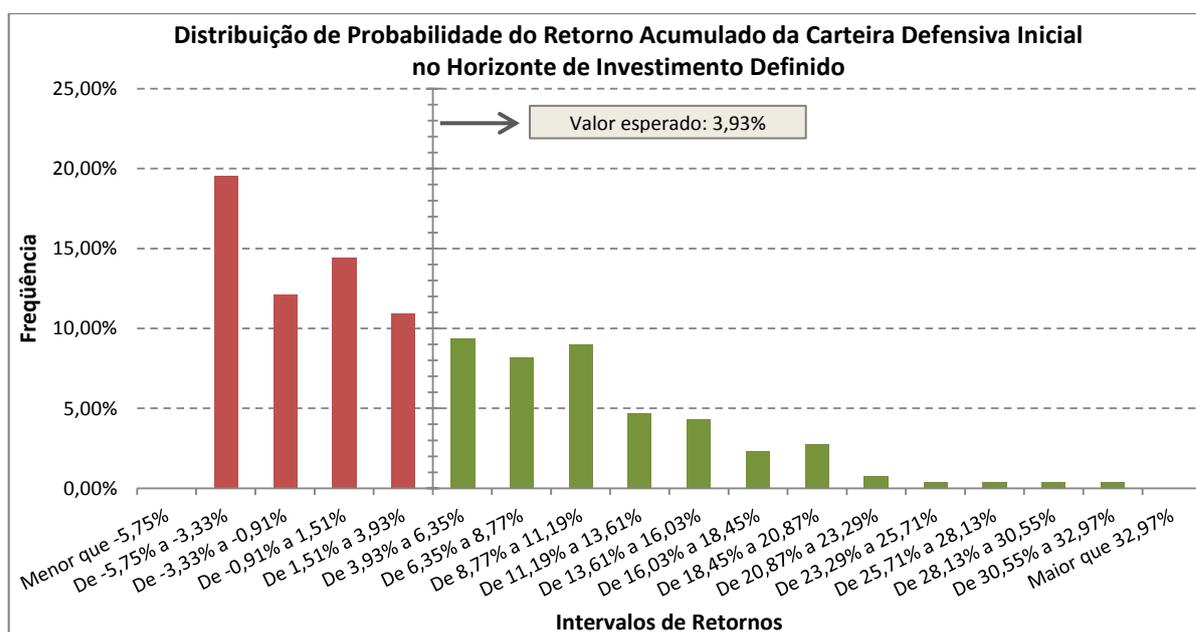


Figura 5.2 – Gráfico da distribuição de probabilidades do retorno acumulado da carteira defensiva inicial no horizonte de investimento definido.

Fonte: Elaborado pelo autor.

Primordialmente, no que se refere à constituição da carteira, é possível constatar que aproximadamente um terço do capital a ela alocado está investido sob a forma de caixa, ou seja, sob a forma de ativos praticamente livres de risco. Essa característica é perfeitamente condizente com a sua natureza, pois a imposição de um limite inferior relativamente alto para a participação do caixa e de um limite superior reduzido para o CVaR da carteira obrigou o

modelo a destinar maior capital para aplicações em caixa do que para aplicações em renda variável.

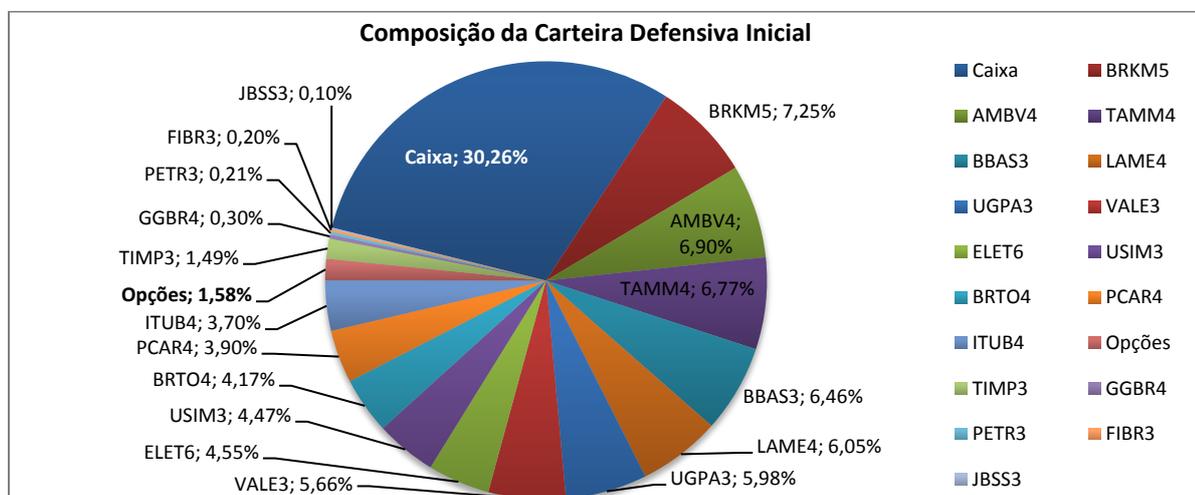


Figura 5.3 – Gráfico exibindo a composição da carteira defensiva inicial.
Fonte: Elaborado pelo autor.

Outra característica que pode ser inferida a partir da composição da carteira é a presença massiva das ações com melhor relação entre retorno e risco em detrimento das restantes. Novamente, essa característica também é absolutamente coerente, já que o intuito primário do modelo desenvolvido consiste exatamente em maximizar o retorno para um dado nível de risco, mensurado através da estatística CVaR.

No que tange à distribuição dos retornos da carteira, conforme o histograma da Figura 5.2, percebe-se um nível de assimetria elevado na distribuição, a qual é derivada da presença de opções de venda (*puts*) no portfólio, que travam o potencial de perda do investidor relativamente ao preço de exercício da opção. No presente contexto, considerando o poder de proteção oferecido pelas opções disponíveis para formação da carteira inicial e os efeitos dos custos de compra e dos impactos do não rebalanceamento da posição do investidor em derivativos, fica visível a existência de uma barreira limítrofe que trava a perda da carteira nas vizinhanças do ponto de retorno igual a $-5,75\%$, aproximadamente. Essa conclusão é obtida observando o fato de que nenhum dos cenários proporcionou perda acumulada inferior a esse valor e há uma notória concentração de retornos à sua direita.

Nesse momento, torna-se visível a distorção capaz de ser provocada por derivativos quando tais instrumentos são adicionados a carteiras de investimento. De fato, a assimetria exibida pela distribuição da carteira defensiva incontestavelmente a afasta de uma distribuição normal, hipótese esta comumente empregada em diversos modelos quantitativos em Finanças. Esse distanciamento é também corroborado pelo excesso de curtose da distribuição, cujo valor

é significativamente superior ao esperado para uma distribuição normal (vide Tabela 5.2 e Tabela 5.3, que trazem estatísticas para todas as carteiras simuladas).

Tabela 5.2 – Primeiro grupo de estatísticas calculadas para as carteiras simuladas (valores aproximados). Os retornos e volatilidades estão anualizados e o VaR e o CVaR foram calculados para o horizonte de investimento.

Carteira	Período	Retorno Esperado	Volatilidade	Coefficiente de Assimetria	Excesso de Curtose	VaR	CVaR	Retorno Mínimo	Retorno Máximo
Agressiva	01	24,81%	26,07%	0,312	0,338	16,20%	20,00%	-25,96%	49,63%
Agressiva	02	21,80%	26,40%	0,260	0,083	16,19%	20,00%	-29,88%	44,99%
Agressiva	03	17,32%	25,24%	0,231	0,140	15,75%	20,00%	-31,11%	43,04%
Agressiva	04	18,53%	24,99%	0,200	0,112	15,73%	20,00%	-31,06%	41,95%
Defensiva	01	17,60%	15,58%	0,904	0,539	5,230%	5,500%	-5,700%	32,37%
Defensiva	02	18,11%	16,10%	0,933	0,519	4,971%	5,500%	-6,840%	34,98%
Defensiva	03	16,22%	18,90%	1,161	0,805	5,312%	5,500%	-5,900%	44,77%
Defensiva	04	17,00%	18,80%	1,204	0,945	5,203%	5,500%	-6,140%	46,12%

Fonte: Elaborado pelo autor.

Tabela 5.3 – Segundo grupo de estatísticas calculadas para as carteiras simuladas (valores aproximados). O símbolo $JB_{5\%}$ denota a estatística Jarque-Bera usada para o teste da hipótese de normalidade da distribuição de retornos diários (composição contínua) a um nível de significância de 5%.

Carteira	Período	Percentual de Retornos Acima da Média	Percentual de Retornos Abaixo da Média	Percentual de Retornos Positivos	Percentual de Retornos Negativos	$JB_{5\%}$ (Valor Crítico: 5,991)
Agressiva	01	48,44%	51,56%	66,41%	33,59%	5,363
Agressiva	02	46,09%	53,91%	61,72%	38,28%	2,964
Agressiva	03	47,66%	52,34%	60,16%	39,84%	2,491
Agressiva	04	46,88%	53,13%	60,94%	39,06%	1,837
Defensiva	01	42,97%	57,03%	63,28%	36,72%	37,97
Defensiva	02	41,41%	58,59%	59,38%	40,63%	40,03
Defensiva	03	41,02%	58,98%	55,08%	44,92%	64,41
Defensiva	04	40,63%	59,38%	54,69%	45,31%	71,34

Fonte: Elaborado pelo autor.

Um aspecto adicional dessa distribuição, que merece ser ressaltado na atual discussão, está associado ao impacto causado pelo aumento de volatilidade dos retornos da carteira sobre a forma da distribuição e, terminalmente, sobre o seu retorno esperado. Nesse sentido, é trivial inferir que, sendo o limite de perda da carteira fixado pelas opções nela inseridas, o aumento da volatilidade das ações, que são a principal fonte de volatilidade dos retornos da carteira, pois a das opções depende ultimamente do comportamento das ações subjacentes, implica um aumento da probabilidade de ocorrência de grandes retornos positivos sem amplificar o potencial de perdas do portfólio.

Por essa razão, a carteira de derivativos concebida é um exemplo preciso das conclusões obtidas ao decorrer do item 2.1.3 e do 2.1.4, pois a avaliação do risco desse portfólio através do desvio padrão da distribuição dos retornos conduz a conclusões equivocadas. De fato, o aumento da volatilidade, embora recrudesça a incerteza que paira sobre o retorno acumulado

ao final do horizonte de investimento, proporciona uma maior probabilidade de ganhos expressivos para o investidor que detém a carteira. Logo, o desvio padrão, nesse exemplo, pune abusivamente o potencial de ganhos implícito na distribuição e ignora os verdadeiros riscos de perdas e de ganhos carregados pelo investidor, que são limitados pelas opções.

Sob esse prisma, é válido dar ênfase também aos riscos proporcionados pela manutenção de posições em opções na carteira de investimentos. Evidentemente, embora tais derivativos sejam úteis para proteção da posição mantida em renda variável, a dependência do preço dos mesmos em relação à volatilidade do ativo subjacente implica que variações na volatilidade afetam diretamente o preço da opção até o momento de seu vencimento, quando dependerá apenas dos preços de exercício e do ativo subjacente no instante de vencimento, conforme uma relação que depende do tipo de opção em questão (de compra ou de venda).

Por conseguinte, mesmo que as variações da volatilidade sejam inócuas para as opções no instante de vencimento das mesmas, são dignos de atenção os choques provocados nos períodos de tempo que antecedem o vencimento. Nesse sentido, como o vega dessas opções (vide item 2.3.5) é positivo, isso significa que variações positivas da volatilidade acarretam uma valorização no preço das opções. Grosso modo, tal propriedade implica que o investidor, ao manter uma posição comprada em uma opção de venda, consegue proteger sua exposição no ativo subjacente, mas, concomitantemente, assume uma posição comprada na volatilidade desse ativo, pois auferir ganhos quando ela aumenta e, em contraponto, incorre em perdas quando ela diminui.

Assim sendo, se quedas nos preços das ações forem acompanhadas por um aumento na volatilidade dos retornos das mesmas, as variações nos preços das opções poderão mais do que compensar as perdas das ações e proporcionar ganhos ao investidor, tornando atraente a liquidação antecipada da opção caso não seja relativamente positivo o prognóstico da ação a ela subjacente.

Dando continuidade, em linhas gerais, as carteiras defensivas geradas para os períodos seguintes e derivadas do rebalanceamento da carteira defensiva inicial (vide Figura 5.1) apresentaram as mesmas propriedades já destacadas (vide Tabela 5.2 e Tabela 5.3) e, portanto, para o privilégio da concisão do texto, esses portfólios não serão abordados aqui. O leitor interessado pode visualizar no Apêndice J as distribuições de probabilidade do retorno acumulado dos portfólios resultantes dos rebalanceamentos e suas respectivas composições.

Encerrada a apresentação da carteira defensiva inicial, mostra-se possível, nesse momento, apreciar os resultados referentes à carteira agressiva inicial. Com esse objetivo, a Figura 5.3 e a Figura 5.4 trazem, respectivamente, a distribuição de probabilidade do retorno

acumulado dessa carteira no horizonte de investimento e suas posições mantidas.

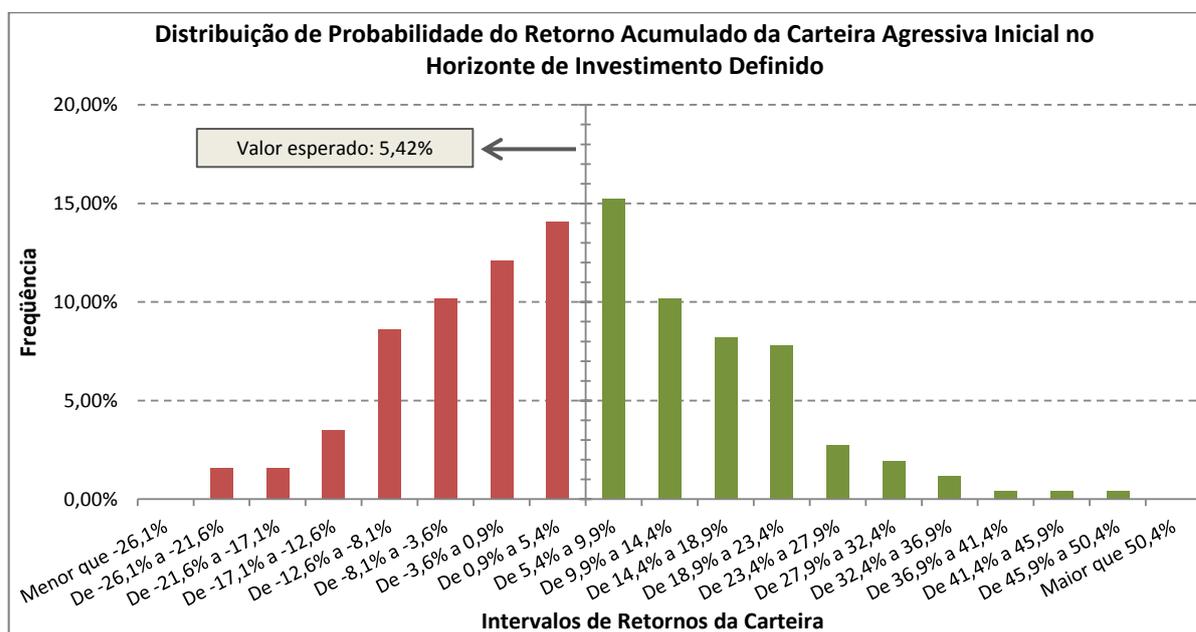


Figura 5.4 – Gráfico da distribuição de probabilidades do retorno acumulado da carteira agressiva inicial no horizonte de investimento definido.

Fonte: Elaborado pelo autor.

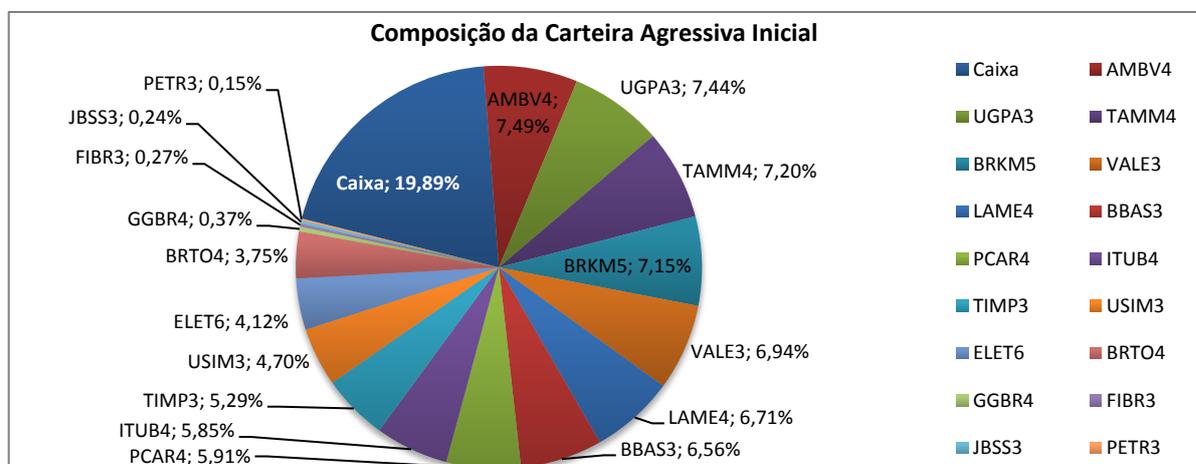


Figura 5.5 – Gráfico exibindo a composição da carteira agressiva inicial.

Fonte: Elaborado pelo autor.

Primordialmente, no que se refere à distribuição de probabilidade, é possível constatar que, em contraposição à distribuição exibida pela carteira defensiva, a primeira apresenta um grau de simetria maior, embora ainda se mantenha assimétrica. Em adição, como mostra a Tabela 5.2, a distribuição da carteira agressiva também exhibe excesso de curtose, refletindo a espessura relativamente alta de suas caudas quando comparadas àquelas previstas para uma distribuição normal.

No entanto, a estatística Jarque-Bera, quando aplicada à carteira agressiva inicial, aceita,

a um nível de significância de 5%, a hipótese de que a distribuição de probabilidade do retorno acumulado seja normal (vide Tabela 5.2). Essa mesma conclusão, que é aplicável às carteiras agressivas formadas após os rebalanceamentos (vide Apêndice J), é bastante razoável dentro da perspectiva estatística, pois, embora diversas ações que constituem o universo de ativos disponíveis demonstrem não obedecer com precisão a uma distribuição normal, a soma das variáveis aleatórias que representam seus retornos tende, conforme o número de variáveis (ações) é ampliado, a se aproximar de uma distribuição normal, de acordo com o Teorema do Limite Central. Contudo, essa conclusão é enfraquecida em face da ocorrência de eventos nos mercados que provoquem saltos (movimentos descontínuos) nos preços das ações ou da presença no portfólio de ativos cujos retornos exibam marcantes não-linearidades e descontinuidades, o que é o caso de muitos derivativos.

Ao mesmo tempo, é válido salientar as distinções presentes nos perfis das distribuições de retorno acumulado de cada um dos portfólios. Nesse sentido, como seria possível antecipar, a distribuição da carteira agressiva não exibe uma barreira ao potencial de perda do investidor, uma vez que não há uma operação de *hedge* subjacente para proteger a exposição do investidor, explanando a origem do maior nível de simetria observado.

Ainda no que concerne ao perfil de cada distribuição, é pertinente destacar que o impacto produzido pelo aumento de volatilidade no âmbito da carteira agressiva é definitivamente diferente daquele experimentado pela carteira defensiva. Em relação a esse aspecto, depreende-se que o recrudescimento da volatilidade amplifica tanto o potencial de perda da carteira agressiva quanto o potencial de ganhos. Tal fato não significa, contudo, que a volatilidade seja uma métrica apropriada para avaliação dos riscos do portfólio, conforme as conclusões obtidas ao decorrer da revisão bibliográfica.

Finalmente, a respeito da composição das carteiras iniciais, é possível constatar que as sete ações nas quais a carteira defensiva mantém maior posição são as mesmas nas quais a carteira agressiva mantém maior posição, havendo apenas divergências mínimas no tamanho das posições mantidas em cada uma das sete ações. Essa característica já era esperada, dado que o objetivo do modelo, relativo à simulação dos dois portfólios, é essencialmente o mesmo: maximizar o retorno esperado para um dado nível de risco máximo aceitável.

De modo análogo ao tratamento dado à carteira defensiva, foram omitidas nesse capítulo as carteiras agressivas formadas após os processos de rebalanceamento (vide Figura 5.1) devido à similaridade de suas propriedades com aquelas encontradas na carteira agressiva inicial. De qualquer forma, o leitor interessado poderá localizar os gráficos referentes a esses portfólios no Apêndice J e suas estatísticas na Tabela 5.2 e na Tabela 5.3.

Apresentadas as carteiras formadas através do modelo, é possível, nesse momento, efetuar a análise do desempenho que teriam obtido caso tivessem sido constituídas e mantidas na prática. Com esse intuito, os conjuntos de carteiras defensivas (inicial e aquelas derivadas dos processos de rebalanceamento) e agressivas (idem) foram avaliados no horizonte de investimento que vai do dia 08 de julho de 2011 até o dia 30 de setembro de 2011, perfazendo 60 dias úteis, conforme os ciclos de vida de cada carteira, formalizados na Figura 5.1.

Para o propósito do parágrafo anterior, todas as carteiras foram precificadas diariamente através do método contábil de marcação a mercado. Embora tal procedimento possa ser aplicado de modo relativamente simples no caso das ações e do caixa, já que o cálculo para cada ativo das referidas classes depende exclusivamente de variáveis observáveis, cabe enfatizar que a marcação a mercado de opções não é um processo trivial.

Sucintamente, tal problema deriva-se do fato de que, enquanto a taxa de juros livre de risco, o preço da ação, a maturidade e o preço de exercício, que são variáveis necessárias para a precificação de opções europeias, são observáveis, a volatilidade, outra variável demandada para o cálculo, não é. Logo, dependendo do modelo utilizado para mensuração da volatilidade do ativo subjacente, o preço calculado poderá ser diferente. Ademais, é preciso considerar também o impacto do modelo utilizado para precificação das opções e, por essa razão, a valoração desses derivativos é geralmente conduzida através de superfícies de volatilidade, que congregam o consenso do mercado a respeito das volatilidades dos ativos subjacentes.

Priorizando a simplicidade dos cálculos e, simultaneamente, a aderência dos resultados à realidade, a marcação a mercado das opções foi efetuada através do modelo de Black e Scholes (1973), sendo as volatilidades das ações deduzidas por meio das equações deduzidas para cada período do horizonte de investimento a partir do modelo GARCH(1,1). Desse modo, foi reproduzido com grande verossimilhança o processo frequentemente executado por operadores de corretoras e analistas de risco para precificação de opções tradicionais (como as europeias e as americanas), que diverge do adotado no presente trabalho apenas em relação às volatilidades, as quais seriam deduzidas a partir de superfícies de volatilidade calculadas por corretoras de títulos e valores mobiliários. O impacto do método de precificação adotado será revisitado durante a análise de sensibilidade dos resultados a oscilações na volatilidade.

Pormenorizadas as considerações concernentes à medição do desempenho dos portfólios simulados, pode-se finalmente caminhar para os resultados obtidos. Com tal propósito, foi elaborada a Figura 5.6, que evidencia os retornos acumulados pelas carteiras simuladas e por índices do mercado financeiro no horizonte de tempo definido para o investimento. Essa figura mostra também duas carteiras adicionais construídas para

finalidades específicas: a *carteira distribuída defensiva* e a *carteira distribuída agressiva*. Em suma, a primeira delas é uma carteira cuja participação de caixa é igual à participação média de caixa na carteira defensiva no horizonte de tempo de investimento e na qual todas as ações possuem participações iguais entre si (inferiores ao limite de 7,5%) e estão completamente protegidas através das mesmas opções selecionadas para a carteira defensiva.

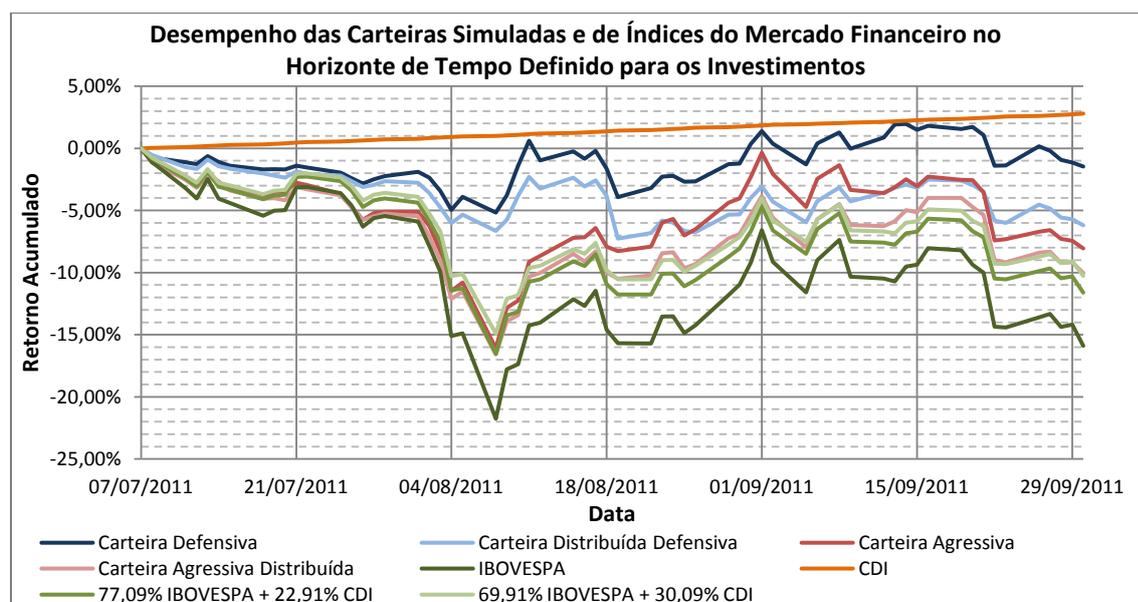


Figura 5.6 – Gráfico exibindo o desempenho das carteiras simuladas e de índices de mercado no horizonte de tempo definido para os investimentos. Todas as séries de retornos acumulados foram calculadas com base nas cotações de fechamento do dia 07 de julho de 2011.

Fonte: Elaborado pelo autor.

Analogamente, a carteira distribuída agressiva é uma carteira cuja participação de caixa é igual à participação média de caixa na carteira agressiva no horizonte de investimento delineado na Figura 5.1 e na qual todas as ações possuem participações iguais entre si (respeitado o limite de 7,5% para a participação máxima) e estão plenamente desprotegidas.

Em termos gerais, o objetivo dessas duas carteiras na presente discussão reside em avaliar qual seria o desempenho que um investidor qualquer teria se simplesmente tivesse composto uma carteira similar às anteriores distribuindo seu capital equitativamente entre as ações do Quadro 5.1, destinando também um montante para ativos praticamente livres de risco com o intuito de igualar o nível de risco de sua carteira com aquele apresentado pelos portfólios gerados a partir do modelo matemático criado. Logo, esses portfólios propiciarão a apreciação do valor agregado pelo modelo e pelas técnicas sugeridas no presente trabalho, obliterando a influência do valor criado no processo de escolha das ações usadas nessa aplicação prática.

Em adição, também foram projetados dois índices de mercado híbridos para avaliação

do desempenho das carteiras. O primeiro corresponde a um portfólio composto por 77,09% de capital alocado ao IBOVESPA e o restante alocado ao CDI (22,91%, valor equivalente à participação média de caixa na carteira agressiva no horizonte de investimento), enquanto que o segundo é equivalente a um portfólio composto por 69,91% de capital alocado ao IBOVESPA e o restante alocado ao CDI (30,09%, valor equivalente à participação média de caixa na carteira defensiva no horizonte de investimento). Como se pode inferir, o primeiro índice híbrido aproxima-se da carteira agressiva em termos de risco e composição, enquanto que o segundo aproxima-se da carteira defensiva nos mesmos aspectos.

Sucintamente, a análise do gráfico permite a obtenção de algumas conclusões relevantes. Em primeiro lugar, é evidente que ambas as carteiras desenvolvidas apresentaram um desempenho significativamente superior aos índices de mercado, excetuando-se o CDI, e às carteiras distribuídas, geradas sem qualquer instrumento de auxílio à tomada de decisão. Desse modo, percebe-se que, mesmo tendo, no horizonte de investimento, o mercado financeiro experimentado fortes turbulências, períodos de alta volatilidade, intenso aumento da aversão a risco e chegadas de notícias negativas sobre o arrefecimento das economias dos países desenvolvidos e o equacionamento da dívida dos países da periferia europeia, as carteiras construídas com auxílio do modelo conseguiram produzir resultados satisfatórios.

De forma suplementar, a comparação das carteiras geradas pelo modelo com as carteiras distribuídas revela que o valor agregado pelas primeiras ao seu titular hipotético não advém apenas do processo de seleção de ações que possuam um prognóstico positivo de retornos, mas também da alocação de capital entre os ativos, pois todas as carteiras (distribuídas ou não) foram compostas com base no mesmo universo de ativos disponíveis.

Logo, os testes demonstram a robustez do aparato concebido para formação de portfólios de ativos financeiros, já que muitos modelos quantitativos exibem resultados pobres quando há forte instabilidade no mercado e ausência de tendências definidas para o comportamento dos ativos financeiros. Ainda assim, é preciso admitir que nenhuma das carteiras revelou-se capaz de superar o CDI no horizonte de investimento, embora tal aspecto negativo seja um reflexo das expressivas quedas amargadas por grande parte das ações nos períodos analisados e da variedade limitada de classes de ativos disponíveis para concepção das carteiras.

A segunda conclusão que pode ser obtida refere-se à importância do *hedge* através de opções e à qualidade da proteção sugerida pelo modelo. Nesse sentido, é possível constatar que, com a inserção de opções para proteção das posições em renda variável, o investidor adquire grande resistência aos movimentos abruptos do mercado, como se torna evidente a

partir do gráfico da Figura 5.6. Por conseguinte, mostra-se atraente a capacidade do modelo de compor carteiras com essas classes de ativos.

Além disso, é também possível constatar que, mesmo com a simplificação concernente à dinâmica de rebalanceamento e proteção da carteira, que foi abordada no item 4.1, a qualidade do *hedge* efetuado não foi prejudicada de forma significativa. Essa conclusão pode ser obtida comparando a proteção oferecida pelas opções precificadas para construção das carteiras, segundo a Figura 5.6, incluindo o prêmio pago pelo investidor por elas (vide Apêndice I).

Paralelamente, vale destacar que os resultados associados à carteira defensiva mostraram-se vigorosos e resilientes em relação ao método utilizado para marcação a mercado de seus ativos. Para obtenção dessa conclusão, foi construído o gráfico da Figura 5.7, que ilustra a sensibilidade do desempenho das carteiras defensivas às volatilidades diárias estimadas por meio do modelo GARCH(1,1). Do gráfico exibido depreende-se que, a despeito das variações significativas nas volatilidades calculadas, as carteiras defensivas exibem um desempenho bastante sólido no horizonte em análise.

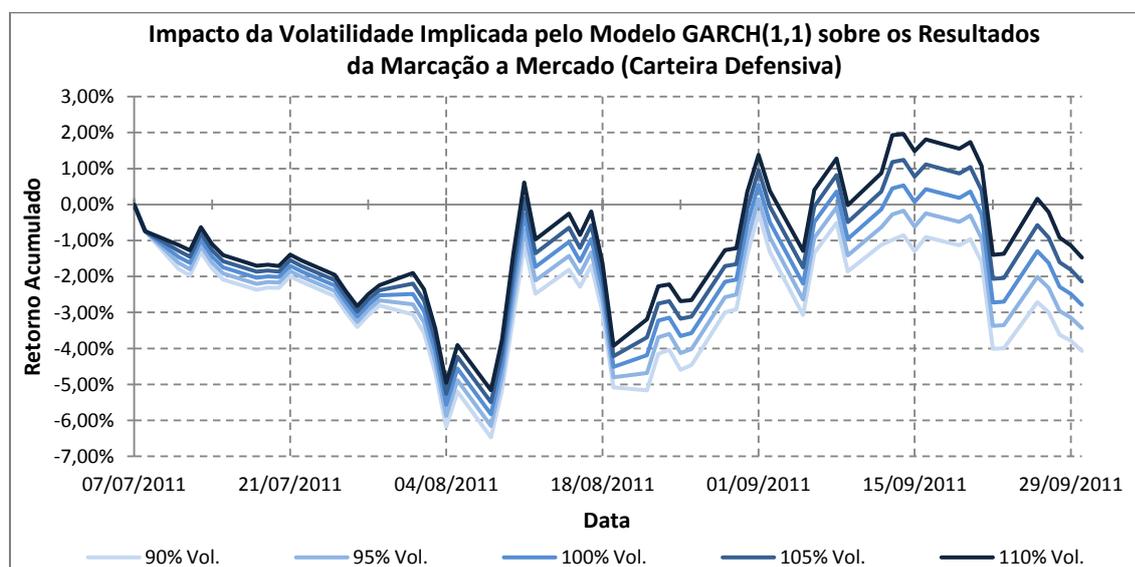


Figura 5.7 – Desempenho exibido pelas carteiras defensivas em função da volatilidade diária. Cada uma das curvas representa um deslocamento percentual das volatilidades deduzidas a partir do modelo GARCH(1,1), que corresponde à curva “100% Vol.”. Todas as séries de retornos acumulados foram calculadas com base nas cotações do dia 07 de julho de 2011.

Fonte: Elaborado pelo autor.

Encerrando o processo de aplicação prática do modelo e do sistema desenvolvidos, esses foram utilizados para criação da fronteira eficiente implícita ao problema de seleção de carteiras embutido no modelo. Com esse objetivo, foram elencadas as mesmas restrições adotadas para concepção da carteira agressiva delineada anteriormente, sendo o limite

superior do CVaR do portfólio variado a cada simulação para concepção da fronteira. O resultado obtido pode ser visualizado através do gráfico da Figura 5.8.

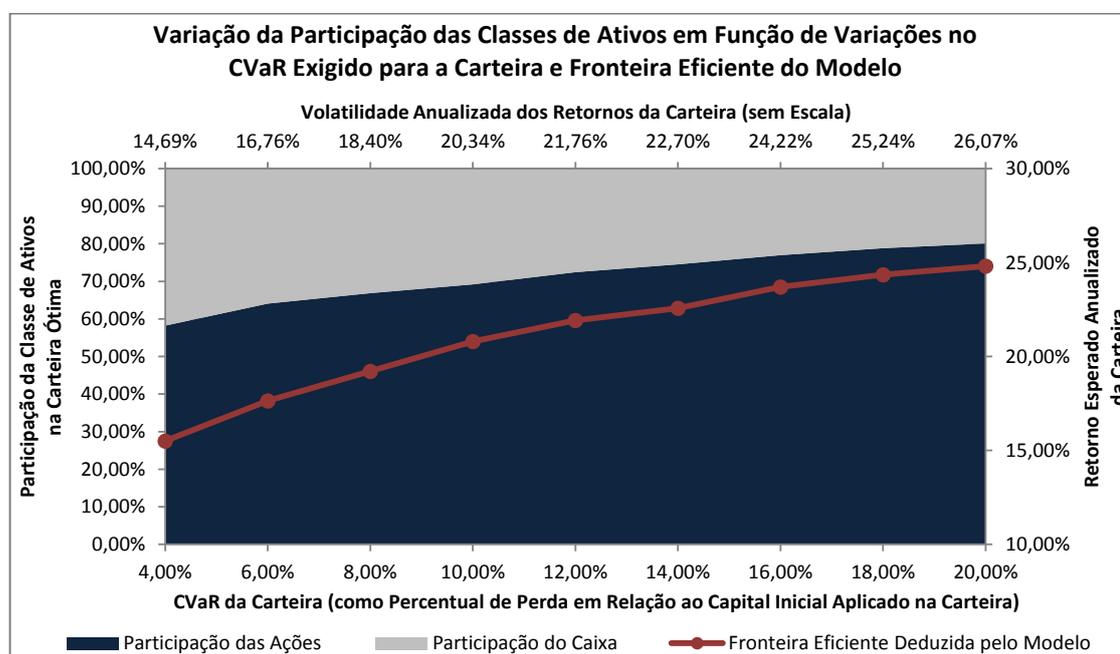


Figura 5.8 – Gráfico da fronteira eficiente gerada pelo modelo desenvolvido. A fronteira foi criada unicamente a partir da limitação da participação das ações selecionadas para aplicação prática (limite inferior igual a 0,00% e superior igual a 7,50%) e sem o uso de opções para proteção das posições em renda variável.

Fonte: Elaborado pelo autor.

Como se pode constatar, a fronteira deduzida está de acordo com o perfil geral de fronteiras eficientes previsto pela teoria, que presume uma proporcionalidade direta entre o retorno de uma carteira e seu risco. Adicionalmente, é válido notar que a diminuição da razão entre retorno e risco (mensurado pelo CVaR) com o aumento do CVaR decorre do fato de que cada uma das carteiras situadas no gráfico foi deduzida com restrições que estipularam limites superiores para a participação das ações. Logo, à medida que o nível de CVaR máximo tolerado para o portfólio é ampliado, o modelo é compelido a alocar uma maior parcela de capital à renda variável, que, em geral, tende a exibir um desempenho médio (retorno acumulado esperado no horizonte de investimento) superior ao caixa em relação aos conjuntos de cenários criados.

No entanto, como há limites para as participações máximas de cada ação no portfólio, conforme há o aumento da posição em renda variável exigida, maior se torna a posição em ações que ainda possuem um retorno esperado atraente, porém com relação entre retorno e risco pobre em comparação àquelas ações já inseridas na carteira. Logo, a relação entre retorno e risco do portfólio como um todo acaba decrescendo com o aumento do CVaR.

Concluindo a análise sobre as carteiras simuladas e estressadas ao decorrer dos testes

anteriores, mostra-se pertinente perscrutar o choque causado pelos custos de transação sobre os retornos desses portfólios para apreciação do mérito da inclusão desses custos em modelos de seleção de carteiras. Sob esse aspecto, os resultados evidenciaram que os custos de transação, ao longo do horizonte de investimento, causaram uma perda, em valores aproximados, de 0,106% e de 0,126% para as carteiras defensiva e agressiva, respectivamente. Embora esses valores sejam pequenos em comparação aos retornos esperados das carteiras, é preciso lembrar que se referem ao longo do horizonte de 60 dias úteis definido anteriormente; em termos anuais, supondo que os custos se mantivessem constantes, as perdas seriam, em valores aproximados, de 0,45% e 0,53%, respectivamente.

Avaliando os custos mencionados no parágrafo anterior ante a média dos retornos esperados anualizados das carteiras construídas (calculada com base no retorno da carteira inicial e nos retornos das três carteiras derivadas dos rebalanceamentos, para cada estratégia), percebe-se que, tanto para carteira defensiva quanto para a agressiva, os custos correspondem a 2,6% da média dos retornos, aproximadamente. Novamente, esse valor não se revela elevado a ponto de interferir de forma brusca no desempenho das carteiras, porém é preciso notar que o modelo procurou minimizá-lo implicitamente ao maximizar o retorno da carteira e, por conseguinte, o choque poderia exibir maior magnitude caso não fosse adotada uma estratégia que visasse à mitigação indireta do mesmo.

Em adição, para estratégias de gestão de portfólios que busquem explorar movimentos de curtíssimo prazo de ativos financeiros e, por essa razão, acarretem um alto giro entre os ativos dos portfólios, os custos podem assumir proporções bem maiores do que aquelas observadas aqui, onde o rebalanceamento ocorreu com frequência relativamente menor.

Alterando o rumo do estudo para a eficácia dos estimadores usados para determinação dos parâmetros de entrada do modelo, foi realizado um teste especial visando verificá-la em uma situação sem a interferência dos impactos decorrentes do uso das outras técnicas e ferramentas eleitas para a aplicação prática e que também serão empregadas no contexto das atividades da empresa.

Em síntese, o teste compreendeu a simulação de carteiras construídas com base no modelo de Markowitz (1952), sendo metade delas gerada através da utilização dos estimadores amostrais convencionais da Estatística e a outra metade gerada através dos estimadores de Bayes-Stein (JORION, 1986) e Ledoit e Wolf (2003). Desse modo, as diferenças de desempenho das carteiras poderiam ser, em grande parte, creditadas ao uso dos estimadores, muito embora eventos ocorridos nos períodos elencados para realização do teste também pudessem ser capazes de provocar tais diferenças. Por essa razão, eles foram

estudados em segundo momento.

Visando à operacionalização do teste, foram empregados os mesmos dados selecionados para a construção das carteiras defensivas e agressivas, sendo inclusive mantidos os mesmos ativos à disposição para formação das carteiras, excetuando-se os derivativos, que não foram usados nesse momento. Para o cálculo das estimativas, foram determinados períodos de tempo de 245 dias úteis, cujos inícios diferem entre si em 30 dias úteis, sendo o primeiro iniciado no dia 30 de junho de 2009. Através dessa estratégia, onze períodos sequenciais foram constituídos e, por extensão, onze carteiras puderam ser compostas para cada uma das duas abordagens definidas para estimação dos parâmetros de entrada do modelo. Como se pode constatar, a estratégia implicou que cada carteira fosse mantida por 30 dias úteis, até que a próxima fosse construída.

Quanto às restrições do modelo, foram impostos limites inferior e superior de 0% e 25%, respectivamente, às participações dos ativos em cada uma das carteiras. Simultaneamente, estipulou-se uma volatilidade máxima de 15% ao ano para as carteiras a serem constituídas por meio do modelo de Markowitz (1952). Ressalta-se aqui que, nesse panorama, vendas a descoberto foram coibidas pelas mesmas razões citadas anteriormente.

Após a realização das simulações e otimizações, os resultados foram congregados nos gráficos da Figura 5.9 e da Figura 5.10. Como é possível inferir, mesmo desconsiderando o principal evento (positivo) ocorrido no período, relacionado à ação TAMM4, que estava presente na carteira 02 da Figura 5.9 e ausente na carteira 01 da mesma figura durante o período do dia 28/07/2010 até o dia 28/08/2010, depreende-se que o uso dos estimadores de Bayes-Stein (JORION, 1986) e de Ledoit e Wolf (2003) proporcionaram ganhos em relação aos estimadores convencionais, confirmando, nesse contexto, as conclusões dos trabalhos dos autores referenciados e aquelas divulgadas independentemente por Harvey et al. (2010) e por outros autores.

Sob esse prisma, embora a conclusão aqui apresentada não seja estatisticamente robusta, pois foi realizado apenas um teste em um único horizonte de investimentos, ela é sustentada pela literatura consultada e pela teoria subjacente, razão pela qual se preconiza aqui o uso desses estimadores.

Ainda no contexto do parágrafo anterior, o gráfico da Figura 5.9 ilumina também a questão da sensibilidade dos resultados de um modelo de seleção de carteiras aos parâmetros de entrada calculados. Nesse sentido, embora sejam robustas as ferramentas estatísticas localizadas para estimação desses parâmetros, é razoável pressupor que um nível semelhante de sensibilidade seja percebido em relação ao modelo desenvolvido, uma vez que essa

questão não foi diretamente endereçada. Contudo, suas conseqüências negativas são abrandadas pela robustez das ferramentas estatísticas usadas.

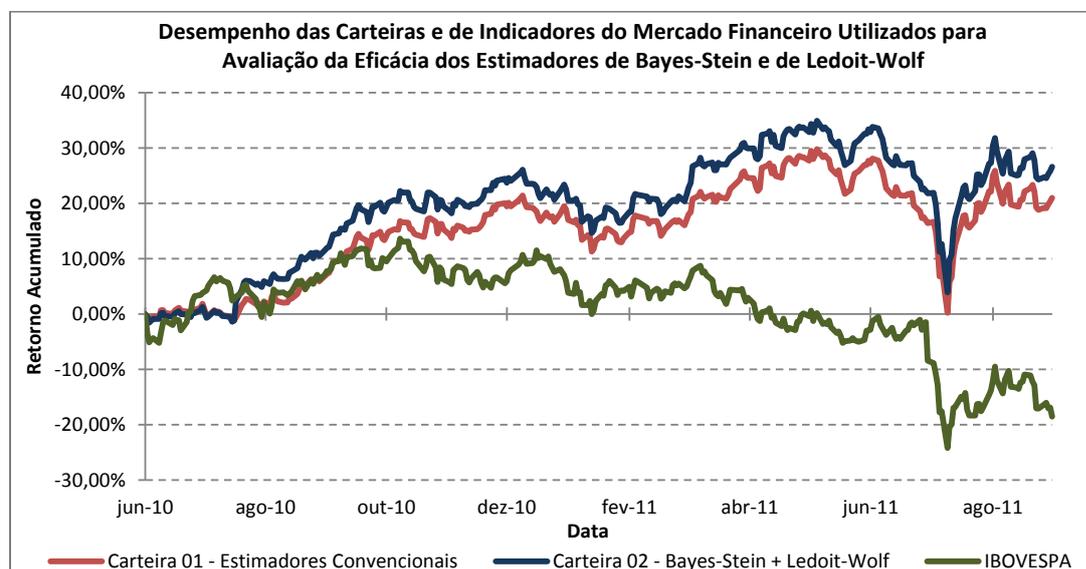


Figura 5.9 – Desempenho de indicadores do mercado financeiro e das carteiras formadas com base no modelo de Markowitz (1952) variando-se apenas os métodos utilizados para estimação dos parâmetros de entrada desse modelo.

Fonte: Elaborado pelo autor.

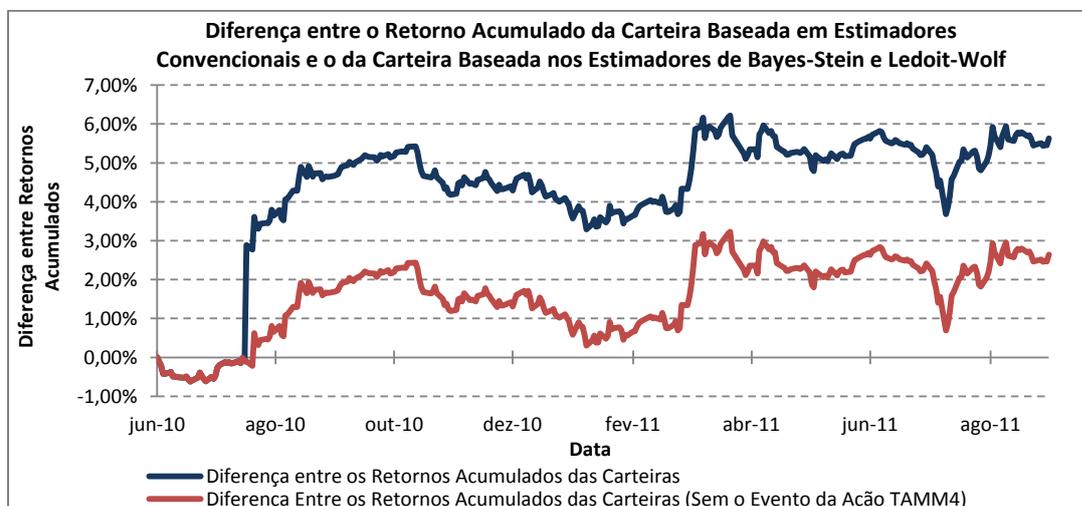


Figura 5.10 – Diferença de desempenho entre a carteira formada a partir dos estimadores de Bayes-Stein (JORION, 1986) e de Ledoit e Wolf (2003) e o da formada a partir de estimadores amostrais convencionais da Estatística.

Fonte: Elaborado pelo autor.

Por fim, um aspecto igualmente válido para discussão no presente contexto reside na eficiência e eficácia do algoritmo *Simulated Annealing*, que foi utilizado para execução do modelo através do sistema desenvolvido. Nesse sentido, o algoritmo foi configurado com um fator de redução de temperatura igual a 0,997 e probabilidade de aceitação igual a 50% em todas as simulações realizadas no capítulo (vide item 4.5, no qual há um estudo sobre a meta-

heurística). Esse valor de probabilidade implica que, a cada iteração, uma nova solução é aprovada apenas se a função objetivo, calculada no vetor associado a essa solução, for maior ou igual ao valor assumido pela função objetivo quando calculada no vetor associado à solução passada.

Nesse momento, cabe ressaltar que, para geração de soluções aleatórias a cada iteração do algoritmo, foi utilizada a distribuição normal, conforme sugestão de Jang (1997). Todavia, em função da existência de limites superior e inferior restringindo os valores viáveis de algumas variáveis de decisão do modelo (a participação das ações nas carteiras defensivas e agressivas é um exemplo), a distribuição foi truncada nesses casos para aumento da eficiência do algoritmo, sem interferir em sua eficácia (JANG, 1997). Além disso, no caso da função usada para aprovação ou reprovação das soluções, empregou-se a distribuição de Boltzmann, também proposta por Jang (1997), e como critério de parada do algoritmo adotou-se um volume total de mil iterações aprovadas ao longo de sua execução.

Retornando à questão da probabilidade de aceitação, embora esta implique que soluções só sejam aprovadas caso aprimorem a função objetivo do problema, ela mantém liberdade para que o espaço de soluções viáveis seja explorado em sua plenitude e preserva a eficiência do algoritmo. De fato, o aumento da probabilidade diminui a mobilidade ao longo do espaço, pois apenas soluções que provoquem grandes aprimoramentos na função objetivo são aprovadas; em contraposição, evita deslocamentos exacerbados ao longo do espaço de soluções viáveis. Essa condição é especialmente relevante em problemas nos quais a função objetivo possui extremos locais, pois uma alta probabilidade pode manter o algoritmo preso às imediações do extremo local e inviabilizar a identificação do extremo global (JANG, 1997).

Ainda no que se refere ao uso prático do algoritmo, outro aspecto pertinente para o contexto preocupa-se com a escolha da solução inicial usada para inicialização das iterações do algoritmo. Nesse caso, uma alternativa que se provou satisfatória consistiu em utilizar, a cada processo de otimização de uma carteira, as soluções ótimas encontradas sob as mesmas condições em simulações passadas, que se mantiveram relativamente próximas às soluções dos períodos seguintes. Para a otimização da carteira inicial, optou-se pelo emprego da solução fornecida pelo modelo de Markowitz (1952) correspondente como solução inicial, alternativa esta que também proporcionou resultados desejáveis. O desempenho exibido pela meta-heurística durante a seleção das carteiras defensivas pode ser apreciado por meio do gráfico da Figura 5.11.

Paralelamente, é pertinente avaliar a eficiência do algoritmo *Simulated Annealing* também sob a ótica da precisão dos resultados gerados. Visto que não há solução fechada para

o problema de programação estocástica localizado no cerne do modelo de seleção de carteiras concebido, uma opção viável para efetuar tal avaliação é analisar a solução ótima de uma iteração do modelo ante outras soluções ótimas obtidas em iterações passadas, realizadas nas mesmas condições, porém com base em soluções iniciais distintas.

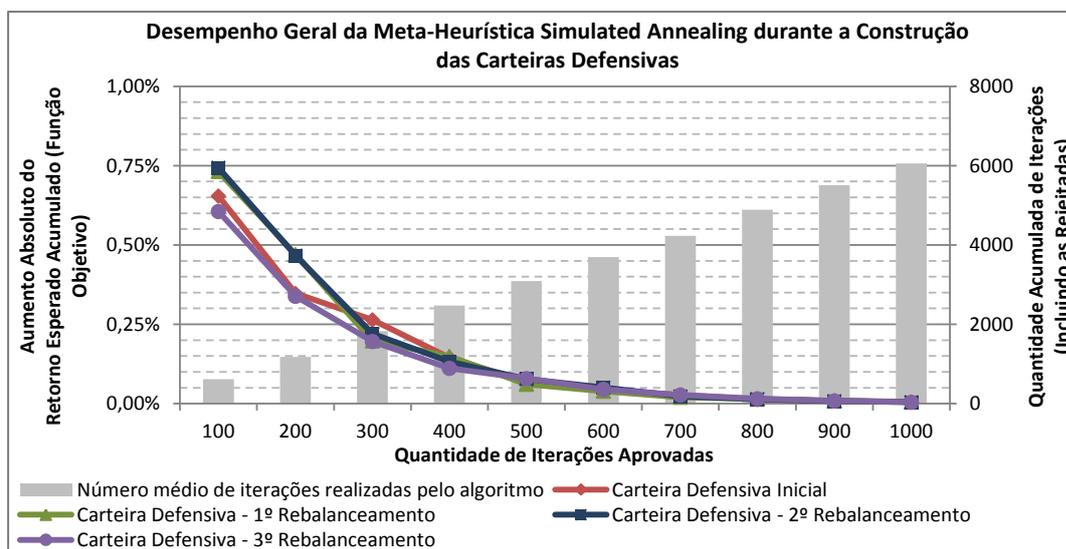


Figura 5.11 – Gráfico do desempenho exibido pelo algoritmo *Simulated Annealing* ao decorrer da construção das carteiras defensivas.

Fonte: Elaborado pelo autor.

Diante dessa alternativa, o modelo foi intencionalmente executado 36 vezes para otimização da carteira defensiva inicial, sendo imposto em cada execução um critério de parada igual a 500 iterações aprovadas relativamente a uma probabilidade de aceitação igual a 50%. Além disso, em cada uma das vezes, a solução inicial foi gerada aleatoriamente, de forma a explorar o impacto causado à eficiência e eficácia do algoritmo. Desse teste eclodiu o gráfico da Figura 5.12, que exibe a dispersão do retorno acumulado esperado da carteira associado à série de simulações conduzidas.

Como é possível inferir, o gráfico elaborado mostra que, a despeito da considerável variação na quantidade total de iterações do algoritmo ao longo das execuções realizadas, o retorno acumulado esperado da carteira simulada mostrou-se bastante estável, exibindo baixa dispersão. Embora haja incertezas estatísticas sobre os valores apresentados, a compilação dos resultados corrobora a robustez do algoritmo e do modelo em relação à solução inicial, uma vez que todas as carteiras confeccionadas apresentaram retornos acumulados esperados consistentes e muito próximos entre si, mesmo partindo de soluções iniciais distintas e produzidas aleatoriamente.

Em adição, partindo-se dos resultados desse teste, percebe-se que, de fato, houve um

movimento de convergência da meta-heurística para a solução ótima do problema, dada a proximidade observada entre as composições das carteiras constituídas ao decorrer das iterações executada. Essas mesmas carteiras ainda se encontram próximas daquela encontrada durante a sucessiva formação de carteiras defensivas e mostram conter efetivamente os ativos com melhor relação entre retorno e risco, sustentando a hipótese de convergência em direção à solução ótima.

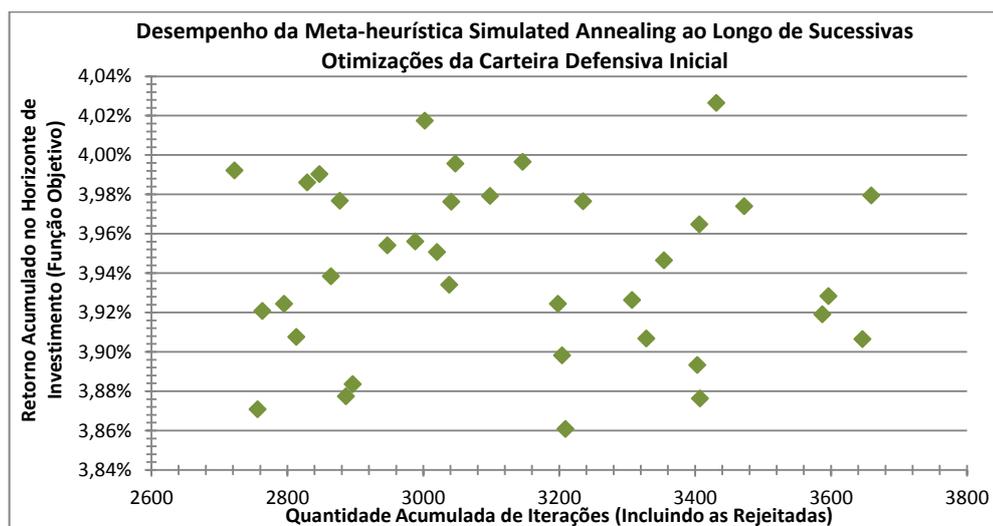


Figura 5.12 – Gráfico do desempenho da meta-heurística *Simulated Annealing* em sucessivas execuções do modelo desenvolvido para otimização da carteira defensiva inicial, perfazendo um total de 36 simulações.

Fonte: Elaborado pelo autor.

6 CONCLUSÃO

Efetuada a aplicação prática dos entregáveis do projeto, a qual foi conduzida no capítulo 5 do presente trabalho, mostra-se possível, nesse momento, encerrar a discussão dos resultados encontrados e derivar as conclusões gerais do projeto.

Em linhas gerais, o trabalho dedicou-se à elaboração de um modelo de seleção de carteiras e de um sistema em cujo cerne está tal aparato matemático, objetivando seu uso em situações práticas para supressão de deficiências encontradas no processo de otimização de carteiras empregado por uma empresa de gestão de patrimônio. No contexto delineado, desenvolveu-se um modelo baseado em programação estocástica que utiliza técnicas avançadas de cálculo estocástico e simulação para geração de cenários e apreçamento de opções, bem como métodos bayesianos e estimadores de encolhimento para o cálculo de parâmetros de entrada do modelo, expandindo o arcabouço teórico compreendido pelo modelo de Markowitz (1952).

Ao decorrer da utilização do sistema e do modelo na aplicação prática planejada, algumas conclusões importantes foram obtidas. Primordialmente, constatou-se que esses entregáveis conseguiram ser aprovados nos processos de verificação e validação, pois demonstraram, primeiramente, comportamentos condizentes com aqueles previstos na teoria e pretendidos pelo autor do trabalho. Posteriormente, se revelaram aptos a construir carteiras com características similares àquelas que serão selecionadas no cotidiano das atividades corporativas e mostraram capacidade de agregar valor para os titulares de portfólios, em conjunto com outros processos de análise já executados metodicamente pela empresa. Ademais, o sistema produziu resultados satisfatórios ao decorrer da aplicação das ferramentas matemáticas e estatísticas demandadas pelo modelo desenvolvido, como evidenciam os cálculos realizados no escopo do Capítulo 5, cuja consistência pôde ser verificada na ocasião.

No que tange especificadamente aos resultados numéricos encontrados, é notório o desempenho exibido pelo modelo e pelo sistema elaborados, apontando a capacidade dos mesmos de, em conjunção com técnicas e ferramentas matemáticas apropriadas (vide Figura 4.4), produzir carteiras de desempenho superior àquelas constituídas através da alocação de capital baseada em critérios subjetivos, desestruturados ou reducionistas.

Não obstante, embora a qualidade e potencial dos entregáveis sejam suportados por conclusões encontradas na literatura escrutinizada e pelos resultados obtidos, é imprescindível

salientar que tais entregáveis não são, em hipótese alguma, infalíveis. Sob esse prisma, a aplicação dos mesmos nas atividades cotidianas da empresa deverá ser assessorada por um processo de análise crítica dos resultados produzidos o qual deverá ser conduzido por gestores, investidores e outras partes interessadas (vide Figura 4.5). Irrefutavelmente, caso uma total credulidade seja assumida relativamente aos entregáveis, decisões equivocadas e discutíveis poderão ser tomadas em situações nas quais a validade das premissas e hipóteses que alicerçam o modelo não se verifica.

Por essa razão, seria um equívoco e, até certo ponto, uma leviandade proclamar que o modelo e o sistema projetados já sejam plenamente robustos e não passíveis de melhorias. De fato, tal afirmação não significa que os entregáveis sejam deficientes ou não atendam aos requisitos definidos, mas enfatiza a existência de espaços para aperfeiçoamento, abrindo oportunidades para o planejamento de projetos futuros, sejam eles executados no âmbito acadêmico ou organizacional da empresa para a qual o presente projeto foi executado.

Em relação a esse aspecto, uma oportunidade que desponta de imediato está atrelada ao processo de estimação dos parâmetros de entrada do modelo de seleção de carteiras. Essa eclosão decorre do fato de que os resultados produzidos por modelos de seleção de carteiras são intrinsecamente suscetíveis a perturbações nas estimativas dos parâmetros de entrada, o que torna a qualidade dos resultados do modelo intimamente conectada à qualidade das estimativas. Nesse cenário, embora técnicas para redução das perturbações e de suas interferências tenham sido prospectadas e propostas, ainda há espaço para avanços na direção dessa dimensão, visto que não era uma das pretensões do trabalho investigar exaustivamente a questão, mas sim explorá-la minimamente para viabilizar o uso do modelo desenvolvido.

Diante desse quadro, uma primeira possibilidade para tratar as incertezas existentes nos parâmetros de entrada do modelo compreenderia o uso de métodos de *programação robusta*. Como destacam Fabozzi et al. (2007) e Goldfarb e Iyengar (2003), os problemas de programação robusta partem do pressuposto de que as incertezas dos parâmetros, mesmo obedecendo a distribuições de probabilidade desconhecidas, possam ser limitadas através de um intervalo de extremos definidos exogenamente ao problema. Dentro desse espectro, o objetivo da programação robusta, quando aplicada ao problema de seleção de carteiras de investimentos, é encontrar uma carteira que mostre um desempenho satisfatório para cada cenário de um conjunto formado a partir das realizações possíveis dos parâmetros de entrada, que nessa situação são encarados como variáveis aleatórias (GOLDFARB; IYENGAR, 2003).

Uma segunda alternativa factível compreende a utilização de modelos de múltiplos fatores, que podem ser adotados para expressar o retorno de uma ação em função de fatores de

risco a ela associados, que atuam como variáveis explicativas do modelo (LUENBERGER, 1998). Exemplos de modelos compreendem o de três fatores de Fama e French (1993) e o de quatro fatores de Carhart (1997), que se posiciona como uma extensão do primeiro.

Ainda no que se refere aos parâmetros de entrada, outras possibilidades para extensão do presente trabalho envolvem a utilização de redes neurais artificiais para modelagem dos retornos das ações, conforme a sugestão de Quah e Srinivasan (1999), e a utilização de estimativas de gestores e outros especialistas em conjunto com métodos estatísticos, que é advogada por Black e Litterman (1992), possibilitando a incorporação formal de visões exógenas concernentes ao desempenho futuro dos ativos disponíveis.

Concomitantemente, futuros projetos podem ser desenvolvidos para flexibilização das hipóteses e simplificações empregadas no âmbito do modelo elaborado ou para ampliação da gama de ativos financeiros que possam ser tratados por ele. Sob esse aspecto, exemplos de aprimoramentos viáveis compreendem a reestruturação do modelo para utilização de funções de custos de transação mais realistas, envolvendo custos fixos e variáveis, segundo sugestões oferecidas por Chryssikou (1998), e a reformulação das restrições e da função objetivo para que ele se torne apto a lidar com moedas e com conjuntos mais vastos de derivativos.

Nos cenários vislumbrados no parágrafo anterior, constata-se uma das principais vantagens de empregar a meta-heurística *Simulated Annealing* para emprego do modelo de seleção de carteiras desenvolvido, que reside na capacidade desse algoritmo de ser adaptado com relativa facilidade para lidar com novas restrições, mesmo que envolvam variáveis inteiras. Logo, muitos benefícios são auferidos a partir da versatilidade do algoritmo.

Adicionalmente, os resultados da aplicação prática mostraram que, mesmo com o exorbitante número de variáveis e restrições apresentadas por um problema de programação estocástica, a meta-heurística consegue eficientemente produzir boas soluções. De fato, essa característica pode ser inferida a partir dos resultados numéricos divulgados ao final do Capítulo 5, que revelam a robustez do algoritmo em face da dimensão dos problemas matemáticos resolvidos nesse mesmo capítulo e à solução inicial usada para suas iterações. Ainda assim, espaços para aprimoramentos existem; a atualização do algoritmo para a versão *Very Fast Simulated Reannealing*, proposta por Ingber e Rosen (1992), é uma oportunidade.

Embora menos impactantes para a solução final, outros aspectos que também podem ser submetidos a processos de melhoria em futuros projetos abrangem a modelagem e precificação dos derivativos elencados para construção das carteiras, que podem ser tratados através de modelos estocásticos mais resilientes ou mais apropriados a certas classes de derivativos, como o modelo de Kou e Wang (2004). Um segundo exemplo tange às árvores de

cenários, cujo processo de confecção pode ser aprimorado através do emprego de modelos de programação matemática para ampliação da aderência das mesmas às distribuições das variáveis aleatórias simuladas e reduzir a probabilidade de criação de árvores nas quais estejam embutidas oportunidades de arbitragem (GÜLPINAR; RUSTEM; SETTEGREN, 2004). No que concerne a esse último aspecto, os trabalhos de Bertsimas e Popescu (2000) e Herzel (2005) podem ser empregados para obliteração ou fechamento dessas oportunidades.

Encerrando a conclusão do presente trabalho, é possível afirmar, portanto, que todos os objetivos delineados inicialmente para este e posteriormente formalizados foram atendidos em sua plenitude. De fato, todos os entregáveis foram aprovados satisfatoriamente durante os testes realizados para validação e verificação, comprovando sua capacidade de uso nas atividades cotidianas da empresa. Por essa razão, no presente momento, o sistema já se encontra implantado na empresa e os profissionais que com ele trabalharão serão submetidos a processos de familiarização e treinamento em breve.

Além disso, o trabalho elaborado também se provou capaz de atuar como sólido sustentáculo para futuros projetos, pois as pesquisas realizadas em seu escopo poderão ser usufruídas para a elaboração de novas ferramentas e modelos não apenas voltados à seleção de carteiras, mas também destinados às atividades de gestão de riscos e modelagem e precificação de derivativos no âmbito das atividades corporativas.

Por fim, é relevante enfatizar que os conteúdos trabalhados no contexto do presente trabalho, embora tenham sido aplicados exclusivamente na área de Finanças, podem ser aproveitados quase que integralmente para aplicações na área da Engenharia, com destaque para a Engenharia de Produção, que, em suas atividades, se vale de conteúdos intimamente vinculados àqueles aqui examinados. De fato, é possível mencionar, por exemplo, os trabalhos de Ahmed et al. (2005) e Gupta e Maranas (2003), que adotam modelos de programação estocástica e técnicas de simulação e geração de cenários no projeto de cadeias de suprimentos, e o trabalho de Chandra e Grabis (2005), que utiliza modelos auto-regressivos para modelagem de demandas visando à redução do efeito chicote em cadeias de suprimentos.

Em outro contexto, Hillier e Lieberman (2001) e Shapiro et al. (2009) trazem ainda, respectivamente, aplicações de modelos estocásticos e simulação para projetos de sistemas de filas e gestão de estoques, temas esses que possuem inúmeras aplicações próprias no escopo das atividades típicas de um engenheiro de produção. Portanto, infere-se que, mesmo restrito a estudos na área de Finanças, o presente trabalho está apto a contribuir cientificamente para o campo da Engenharia e, em particular, para o segmento da Engenharia de Produção.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

AHMED, Shabbir et al. A stochastic programming approach for supply chain network design under uncertainty. **European Journal of Operational Research**, Amsterdam, v. 167, n. 1, p. 96-115, Nov. 2005.

ANBIMA. Fundos de investimento. **Boletim ANBIMA**, São Paulo, ano 6, n. 60, abr. 2011. Disponível em: <http://www.anbid.com.br/institucional/CalandraRedirect/?temp=5&projAN-BID&pub=T&comp=sec_ESTADISTICAS&db=CalSQL2000&docid=50B7E13DDF25986A8325718600825316>. Acesso em: 03 mai. 2011.

ARAÚJO, Lucas M. B. de. **Composição de fundo de fundos multimercado – otimização de carteira pelo método Média–CVaR**. 2009. 68 f. Dissertação (Mestrado em Finanças e Economia Empresarial) – Escola de Economia de São Paulo, Fundação Getúlio Vargas, São Paulo, 2009.

ARTZNER, Philippe et al. Coherent measures of risk. **Mathematical Finance**, New Jersey, v. 9, n. 3, p. 203-228, Jul./Sep. 1999.

BEASLEY, J. E. et al. Heuristics for cardinality constrained portfolio optimisation. **Computers & Operations Research**, Karlsruhe, v. 27, n. 13, p. 1271-1302, Nov. 2000.

BERTRAND, P.; PRIGENT, J. L. Omega performance measure and portfolio insurance. **Journal of Banking & Finance**, Illinois, v. 34, n. 12, p. 1-18, Dec. 2010.

BERTSIMAS, Dimitris; LAUPRETE, Geoffrey J.; SAMAROV, Alexander. Shortfall as a risk measure: properties, optimization and applications. **Journal of Economic Dynamics and Control**, California, v. 28, n. 7, p. 1353-1381, Apr. 2004.

BERTSIMAS, Dimitris; POPESCU, Ioana. On the relation between option and stock prices: a convex optimization approach. **Operations Research**, Maryland, v. 50, n. 2, p. 358-374, Mar./Apr. 2000.

BLACK, Fischer; LITTERMAN, Robert. Global portfolio optimization. **Financial Analysts Journal**, New Jersey, v. 48, n. 5, p. 28-43, Sep./Oct. 1992.

BLACK, Fischer; SCHOLES, Myron. The pricing of options and corporate liabilities. **The Journal of Political Economy**, Chicago, v. 81, n. 3, p. 637-654, May/Jun. 1973.

BODIE, Zvi; KANE, Alex; MARCUS, Alan. **Investments**. 9th Edition. New York: McGraw-Hill, 2010.

BOLLERSLEV, Tim. Generalized autoregressive conditional heteroskedasticity. **Journal of Econometrics**, North-Holland, v. 31, n. 2, p. 307-327, Feb. 1986.

BOYLE, Phelim; BROADIE, Mark; GLASSERMAN, Paul. Monte Carlo methods for security pricing. **Journal of Economic Dynamics and Control**, California, v. 21, n. 8, p. 1267-1321, Jun. 1997.

BRATLEY, Paul; FOX, Bennett L. Algorithm 659: implementing Sobol's quasirandom sequence generator. **ACM Transactions on Mathematical Software**, Minnesota, v. 14, n. 1, p. 88-100, Mar. 1988.

CARHART, Mark M. On persistence in mutual fund performance. **The Journal of Finance**, Massachusetts, v. 52, n. 1, p. 57-82, Mar. 1997.

CARIÑO, David R. et al. The Russell-Yasuda Kasai model: an asset/liability model for a japanese insurance company using multistage stochastic programming. **Interfaces**, Maryland, v. 24, n. 1, p. 29-49, Jan./Feb. 1994.

CARR, Peter P.; CHANG, Eric C.; MADAN, Dilip B. The Variance Gamma process and option pricing. **European Finance Review**, Oxford, v. 2, n. 2, p. 79-105, Apr./Jun. 1998.

CHANDRA, C.; GRABIS, J. Application of multi-steps forecasting for restraining the bullwhip effect and improving inventory performance under autoregressive demand. **European Journal of Operational Research**, Amsterdam, v. 166, n. 2, p. 337-350, Oct. 2005.

CHRYSSIKOU, Efthalia. **Multiperiod portfolio optimization in the presence of transaction costs**. 1998. 291 f. Tese (Doutorado em Pesquisa Operacional) – Department of Electrical Engineering and Computer Science, Massachusetts Institute of Technology, Massachusetts, 1998.

COGHLAN, D.; COUGHLAN, P. Action research: action research for operations management. **International Journal of Operations & Production Management**, West Yorkshire, v. 22, n. 2, p. 220-240, Feb. 2002.

CONSIGLI, G.; DEMPSTER, M. A. H. Dynamic stochastic programming for asset-liability management. **Annals of Operations Research**, Dordrecht, v. 81, n. 1, p.131-162, Jun. 1998.

CONT, Rama. Empirical properties of asset returns: stylized facts and statistical issues. **Quantitative Finance**, London, v. 1, n. 2, p. 223-236, Feb. 2001.

COX; John C.; ROSS, Stephen A. The valuation of options for alternative stochastic processes. **Journal of Financial Economics**, New York, v. 3, n. 3, p. 145-166, Jun. 1976.

CRAMA, Y.; SCHYNS, M. Simulated annealing for complex portfolio selection problems. **European Journal of Operational Research**, Amsterdam, v. 150, n. 3, p. 546-571, Nov. 2003.

DUAN, Jin-Chuan. The GARCH option pricing model. **Mathematical Finance**, New Jersey, v. 5, n. 1, p. 13-32, Jan. 1995.

FABOZZI, Frank J. et al. **Robust portfolio optimization and management**. 1st Edition. New Jersey: John Wiley & Sons, 2007.

FAMA, Eugene F.; FRENCH, Kenneth R. Common risk factors in the returns on stocks and bonds. **Journal of Financial Economics**, New York, v. 33, n. 1, p. 3-56, Feb. 1993.

FAVRE-BULLE; Alexandre; PACHE, Sébastien. **The omega measure: hedge fund portfolio optimization**. 2003. 45 f. Dissertação (Mestrado em Finanças) – École des HEC, Université de Lausanne, Lausanne, 2003.

FERREIRA, Frederico Arieta da Costa. **O valor em risco condicional na otimização de carteiras com derivativos**. 2006. 118 f. Trabalho de Formatura (Graduação em Engenharia de Produção) – Escola Politécnica, Universidade de São Paulo, São Paulo, 2006.

FERREIRA, Leonardo Augusto Soares; RIBEIRO, Celma de Oliveira. Uma contribuição ao problema de composição de carteiras de mínimo valor em risco. **Gestão & Produção**, São Carlos, v. 12, n. 2, p. 295-304, mai./ago. 2005.

FISHBURN, Peter C. Mean-risk analysis with risk associated with below-target returns. **The American Economic Review**, Pittsburgh, v. 67, n. 2, p. 116-126, Mar. 1977.

GHAOUI, Laurent El; OKS, Maksim; OUSTRY, Francois. Worst-case Value-at-Risk and robust portfolio optimization: a conic programming approach. **Operations Research**, Maryland, v. 51, n. 4, p. 543-556, Jul./Aug. 2003.

GOLDFARB, D.; IYENGAR, G. Robust portfolio selection problems. **Mathematics of**

Operations Research, California, v. 28, n. 1, p. 1-38, Feb. 2003.

GÜLPINAR, Nalan; RUSTEM, Berç; SETTERGREN, Reuben. Multistage stochastic mean-variance portfolio analysis with transaction costs. In: NAGURNEY, Anna. **Innovation in Financial and Economic Networks**. 1st Edition. Massachusetts: Edward Elgar Pub, 2003. Chap. 3, p. 46-63.

GÜLPINAR, Nalan; RUSTEM, Berç; SETTERGREN, Reuben. Simulation and optimization approaches to scenario tree generation. **Journal of Economic Dynamics and Control**, California, v. 28, n. 7, p. 1291-1315, Apr. 2004.

GUPTA, Anshuman; MARANAS, Costas D. Managing demand uncertainty in supply chain planning. **Computers and Chemical Engineering**, Amsterdam, v. 27, n. 8, p. 1219-1227, Sep. 2003.

HARVEY, Campbell R. et al. Portfolio selection with higher moments. **Quantitative Finance**, London, v. 10, n. 5, p. 469-485, Apr. 2010.

HERZEL, Stefano. Arbitrage opportunities on derivatives: a linear programming approach. **Dynamics of Continuous Discrete and Impulsive Systems Series B**, Ontario, v. 12, n. 4, p. 589-606, Jul./Aug. 2005.

HILLIER, Frederick S.; LIEBERMAN, Gerald J. **Introduction to operations research**. 7th Edition. New York: McGraw-Hill, 2001.

HORVATH, Philip A.; SCOTT, Robert C. On the direction of preference for moments of higher order than the variance. **The Journal of Finance**, Massachusetts, v. 35, n. 4, p. 915-919, Sep. 1980.

HOYLAND, Kjetil; WALLACE, Stein W. Generating scenario trees for multistage decision problems. **Management Science**, Oxford, v. 47, n. 2, p. 295-307, Feb. 2001.

HULL, John C. **Options, futures and other derivatives**. 7th Edition. New Jersey: Pearson Prentice-Hall, 2008.

HULL, John C.; WHITE, Alan. The pricing of options on assets with stochastic volatilities. **The Journal of Finance**, Massachusetts, v. 42, n. 2, p. 281-300, Jun. 1987.

INGBER, Lester; ROSEN, Bruce. Genetic algorithms and very fast simulated reannealing: a

comparison. **Mathematical and Computer Modeling**, Missouri, v. 16, n. 11, p. 87-100, Nov. 1992.

JANG, Jyh-Shing Roger. Derivative-free optimization. In: JANG, Jyh-Shing Roger; MIZUTANI, Eiji; SUN, Chuen-Tsai. **Neuro-fuzzy and soft computing**: a computational approach to learning and machine intelligence. 1st Edition. New Jersey: Prentice Hall, 1997. Chap. 7, p. 173-196.

JI, Xiao-Dong; WANG, Shou-Yang; YU, Li-Yong. Stochastic programming models in financial optimization: a survey. **Advanced Modeling and Optimization**, Bucharest, v. 5, n. 1, p. 1-26, Jan./Apr. 2003.

JIN, Hanqing; MARKOWITZ, Harry; ZHOU, Xun Yu. A note on semivariance. **Mathematical Finance**, New Jersey, v. 16, n. 1, p. 53-61, Jan. 2006.

JONDEAU, Eric; ROCKINGER, Michael. Optimal portfolio allocation under higher moments. **European Financial Management**, Barcelona, v. 12, n. 1, p. 29-55, Jan. 2006.

JORION, Philippe. Bayes-Stein estimation for portfolio analysis. **The Journal of Financial and Quantitative Analysis**, Washington, v. 21, n. 3, p. 279-292, Sep. 1986.

KAHNEMAN, Daniel et al. The effect of myopia and loss aversion on risk taking: an experimental test. **The Quarterly Journal of Economics**, Oxford, v. 112, n. 2, p. 647-661, May 1997.

KAHNEMAN, Daniel; RIEPE, Mark W. Aspects of investor psychology. **Journal of Portfolio Management**, Pennsylvania, v. 24, n. 4, p. 52-65, Jun./Aug. 1998.

KAHNEMAN, Daniel; TVERSKY, Amos. Advances in Prospect Theory: cumulative representation of uncertainty. **Journal of Risk and Uncertainty**, Heidelberg, v. 5, n. 4, p. 297-323, Oct. 1992.

KEATING, Con; SHADWICK, William F. A universal performance measure. **The Journal of Performance Measurement**, New Jersey, v. 6, n. 3, p. 1-42, May 2002.

KIM, Tae-Hwan; WHITE, Halbert. On more robust estimation of skewness and kurtosis: simulation and application to the S&P500 index. **Financial Research Letters**, Burnaby, v. 1, n. 1, p. 56-73, Sep. 2003.

KOU, S. G.; WANG, Hui. Option pricing under a double exponential jump diffusion model. **Management Science**, Oxford, v. 50, n. 9, p. 1178-1192, Sep. 2004.

KOUWENBERG, Roy. Scenario generation and stochastic programming models for asset liability management. **European Journal of Operational Research**, Amsterdam, v. 134, n. 2, p. 279-292, Oct. 2001.

KROKHMAL, Pavlo; PALMQUIST, Jonas; URYASEV, Stanislav. Portfolio optimization with Conditional Value-at-Risk objective and constraints. **The Journal of Risk**, London, v. 4, n. 2, p. 11-27, Jan./Mar. 2002.

LEDOIT, Olivier; WOLF, Michael. Improved estimation of the covariance matrix of stock returns with an application to portfolio selection. **Journal of Empirical Finance**, Amsterdam, v. 10, n. 5, p. 603-621, Dec. 2003.

LINTNER, John. The valuation of risk assets and the selection of risky investments in stock portfolios and capital budgets. **The Review of Economics and Statistics**, Massachusetts, v. 47, n. 1, p. 13-17, Feb. 1965.

LUENBERGER, David G. **Investment science**. 1st Edition. New York: Oxford University Press, 1998.

MARKOWITZ, Harry. Portfolio selection. **The Journal of Finance**, Massachusetts, v. 7, n. 1, p. 77-91, Mar. 1952.

MERTON, Robert C. Lifetime portfolio selection under uncertainty: the continuous-time case. **The Review of Economics and Statistics**, Massachusetts, v. 51, n. 3, p. 247-257, Aug. 1969.

MERTON, Robert C. Option pricing when underlying stock returns are discontinuous. **Journal of Financial Economics**, New York, v. 3, n. 3, p. 125-144, Jun. 1976.

MERTON, Robert C. On estimating the expected return on the market: an exploratory investigation. **Journal of Financial Economics**, New York, v. 8, n. 4, p. 323-361, Jul. 1980.

MIGUEL, Paulo Augusto Cauchick. Estudo de caso na engenharia de produção: estruturação e recomendações para sua condução. **Produção**, São Paulo, v. 17, n. 1, p. 216-229, jan./abr. 2007.

NETO, Alexandre Assaf. **Mercado financeiro**. 9ª Edição. São Paulo: Atlas, 2010.

QUAH, Tong-Seng; SRINIVASAN, Bobby. Improving returns on stock investment through neural network selection. **Expert Systems with Applications**, Amsterdam, v. 17, n. 4, p. 295-301, Nov. 1999.

RIBEIRO, Celma de Oliveira; RUSSI, Bruno; SOSNOSKI, Anna Andrea K. B. Otimização multiperíodo de carteiras de investimentos utilizando a técnica de geração de árvores de cenários. In: XXVII ENCONTRO NACIONAL DE ENGENHARIA DE PRODUÇÃO, 27., 2007, Foz do Iguaçu. **Anais...** Rio de Janeiro: Núcleo Editorial da ABEPRO, 2007.

ROCKAFELLAR, R. Tyrrell; URYASEV, Stanislav. Conditional Value-at-Risk for general loss distributions. **Journal of Banking & Finance**, Illinois, v. 26, n. 7, p. 1443-1471, Jul. 2002.

ROCKAFELLAR, R. Tyrrell; URYASEV, Stanislav. Optimization of conditional Value-at-Risk. **The Journal of Risk**, London, v. 2, n. 3, p. 21-41, Apr./Jun. 2000.

ROSS, Sheldon M. **Introduction to probability models**. 9th Edition. California: Elsevier, 2007.

SANTOS, Edson Bastos e. **Modelagem de séries temporais financeiras multidimensionais via processos estocásticos e cópulas de Lévy**. 2006. 243 f. Dissertação (Mestrado em Administração de Empresas) – Faculdade de Economia, Administração e Contabilidade, Universidade de São Paulo, São Paulo, 2006.

SCHWERT, G. William. Why does stock market volatility change over time?. **The Journal of Finance**, Massachusetts, v. 44, n. 5, p. 1115-1153, Dec. 1989.

SCOTT, Louis O. Option pricing when the variance changes randomly: theory, estimation, and an application. **The Journal of Financial and Quantitative Analysis**, Washington, v. 22, n. 4, p. 419-438, Dec. 1987.

SHAPIRO, A. et al. **Lectures on stochastic programming: modeling and theory**. 1st Edition. Philadelphia: SIAM, 2009.

SHARPE, William F. Capital asset prices: a theory of market equilibrium under conditions of risk. **The Journal of Finance**, Massachusetts, v. 19, n. 3, p. 425-442, Sep. 1964.

SHREVE, Steven E. **Stochastic calculus for finance II: continuous-time models**. 2nd Edition. New York: Springer, 2010.

STEIN, Elias M.; STEIN, Jeremy C. Stock price distributions with stochastic volatility: an analytic approach. **The Review of Financial Studies**, Oxford, v. 4, n. 4, p. 727-752, Apr. 1991.

TALEB, Nassim. **Dynamic hedging: managing vanilla and exotic options**. 1st Edition. New York: John Wiley & Sons, 1997.

THIOLLENT, M. **Metodologia da pesquisa ação**. 14^a Edição. São Paulo: Cortez, 2005.

TOPAGLOU, Nikolas; VLADIMIROU, Hercules; ZENIOS, Stravros A. CVaR models with selective hedging for international asset allocation. **Journal of Banking & Finance**, Illinois, v. 26, n. 7, p. 1535-1561, Jul. 2002.

TRIPP, David. Pesquisa-ação: uma introdução metodológica. Tradução de Lólio Lourenço de Oliveira. **Educação e Pesquisa**, São Paulo, v. 31, n. 3, p. 443-466, set./dez. 2005.

TSAY, Ruey S. **Analysis of financial time series**. 2nd Edition. New Jersey: John Wiley & Sons, 2005.

VILLELA, Pedro Ferraz. **Um algoritmo exato para a otimização de carteiras de investimento com restrições de cardinalidade**. 2008. 115 f. Dissertação (Mestrado em Matemática Aplicada) – Instituto de Matemática, Estatística e Computação Científica, Universidade de Campinas, Campinas, 2008.

APÊNDICE A – A MÉTRICA ÔMEGA

Em decorrência da evidente relevância dos momentos de ordem superior para caracterização do desempenho de uma carteira de investimentos, percebe-se que a avaliação comparativa de carteiras não pode ser simplesmente baseada em estatísticas como a média e a variância dos retornos da carteira, de acordo com os resultados do levantamento bibliográfico efetuado.

Para superar essa dificuldade, Keating e Shadwick (2002) propõem a utilização de uma nova estatística, o Ômega (Ω), para avaliação do desempenho de portfólios. O seu cálculo é realizado através da expressão:

$$\Omega(r) = \frac{\int_r^b [1 - F(x)] dx}{\int_a^r F(x) dx}$$

Onde $F(x)$ é a distribuição de probabilidade acumulada (contínua) dos retornos do portfólio, $[a, b]$ é o intervalo real correspondente ao domínio de $F(x)$ e r é o nível de retorno entre a e b acima do qual retornos são interpretados pelo investidor como ganhos, ao passo que retornos inferiores ao nível mencionado são interpretados como perdas (KEATING; SHADWICK, 2002). Uma expressão análoga à equação anterior pode ser derivada para distribuições discretas.

Desse modo, a estatística considera em seu cálculo a percepção do investidor quanto a ganhos e perdas (FAVRE-BULLE; PACHE, 2003) e, nesse sentido, quanto maior o valor da estatística, mais atraente um portfólio é para o investidor (KEATING; SHADWICK, 2002).

Alternativamente, o valor de r pode ser definido para manter consonância com o intuito primário da carteira detida pelo investidor. Nesse cenário, uma possibilidade é escolher um valor para r que esteja relacionado ao retorno mínimo desejado por tal indivíduo para garantir que, em uma determinada data futura, a carteira tenha um determinado valor esperado (BERTRAND; PRIGENT, 2010). No que concerne a esse fato, a única restrição imposta é que o valor de r seja determinado exogenamente em relação ao modelo matemático de seleção de portfólios (BERTRAND; PRIGENT, 2010).

A principal propriedade dessa estatística e que deve ser ressaltada compreende sua relação com os momentos da distribuição de probabilidade do retorno de um portfólio. Como

demonstram Bertrand e Prigent (2010), Favre-Bulle e Pache (2003) e Keating e Shadwick (2002), a estatística $\hat{\Omega}$ leva em consideração todos os momentos da distribuição de probabilidade, pois tais momentos afetam o resultado das integrais do numerador e do denominador ao determinar o perfil da função distribuição de probabilidade acumulada. Logo, o $\hat{\Omega}$ oferece grandes vantagens em relação à análise comparativa alicerçada exclusivamente sobre a comparação de alguns momentos das distribuições.

Adicionalmente, uma segunda vantagem a ser destacada reside na capacidade de a estatística não exigir o conhecimento explícito da distribuição de probabilidade do retorno do portfólio (KEATING; SHADWICK, 2002). De fato, a equação anterior não demanda o conhecimento da distribuição de probabilidade ou a adoção de uma distribuição teórica para modelagem matemática dos dados obtidos empiricamente. Como consequência, a estatística torna-se mais robusta e abrangente para o processo de avaliação de portfólios.

Alternativamente, Bertrand e Prigent (2010) mostram que a expressão precedente pode ser reformulada para geração de fórmulas equivalentes que levam a conclusões adicionais sobre a estatística. Uma possibilidade é redefinir o $\hat{\Omega}$ da seguinte forma:

$$\Omega(r) = \frac{E[\max(x - r, 0)]}{E[\max(r - x, 0)]}$$

Nesse caso, é possível perceber claramente a relação entre a estatística e os ganhos e perdas segundo as preferências do investidor.

A partir da expressão precedente, pode-se derivar uma terceira fórmula para o $\hat{\Omega}$, a qual mostra que a estatística é igual à razão entre o preço de uma opção de compra e o preço de uma opção de venda, ambas com a mesma maturidade, com preço de exercício igual a r , com x como o preço do ativo, o qual é tomado como o portfólio sob análise (BERTRAND; PRIGENT, 2010). Assim, pode-se interpretar o numerador da estatística como o custo a ser incorrido para que o portfólio proveja um retorno superior ao nível r , enquanto que o denominador representa o custo a ser incorrido para proteger o portfólio contra uma queda de seu retorno a um valor inferior ao nível r .

Apresentada a métrica, é pertinente destacar, nesse momento, algumas de suas propriedades, conforme deduzidas por Bertrand e Prigent (2010) e Keating e Shadwick (2002):

- A função $\Omega(r)$ é monotônica e decrescente: de fato, à medida que o valor de r é aumentado, maior se torna a probabilidade de perda e, conseqüentemente, menor

se torna a probabilidade de ganho, invariavelmente em relação à distribuição de probabilidade do retorno do portfólio;

- Se duas distribuições de probabilidade acumulada possuem o mesmo valor de $\hat{\Omega}$ para qualquer valor de r , então as distribuições são idênticas.

Através de análises de dados empíricos e de distribuições teóricas, Keating e Shadwick (2002) concluem que a estatística $\hat{\Omega}$ é útil e versátil em ocasiões nas quais os momentos de ordem superior a dois da distribuição de probabilidade do retorno possuem valores bastante afastados daqueles esperados para uma distribuição normal; conclusões similares são obtidas por Bertrand e Prigent (2010) e Favre-Bulle e Pache (2003).

Não obstante, é importante destacar que a determinação do valor de r é crucial para o emprego da estatística como método de avaliação comparativa de portfólios e, portanto, vieses e desvios podem eclodir caso o procedimento adotado para realização do cálculo de r seja inapropriado ou permeado de visões subjetivas e surreais.

APÊNDICE B – SEQUÊNCIAS DE SOBOL E NÚMEROS ALEATÓRIOS

O objetivo desse apêndice é exibir um meio para visualização das diferenças entre seqüências numéricas de Sobol, que integram a classe de seqüências numéricas de baixa discrepância (vide item 2.4), e seqüências de números aleatórios puros (a rigor, pseudo-aleatórios, em função do algoritmo usado pelo MS Excel® para gerá-los, *software* esse que foi empregado aqui). Com esse intuito, foram produzidos os gráficos abaixo, que mostram duas seqüências numéricas criadas, cada uma seguindo um dos métodos mencionados. No caso das seqüências de Sobol, essas foram geradas por meio do sistema desenvolvido, que utiliza o algoritmo de Bratley e Fox (1988) em linguagem VBA para concebê-las.

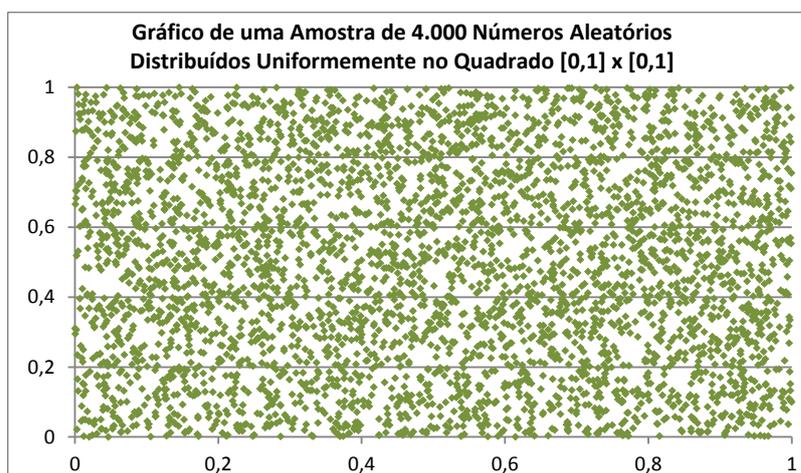


Figura B.1 – Gráficos exibindo uma seqüência de quatro mil números aleatórios distribuídos uniformemente no quadrado $[0,1] \times [0,1]$.

Fonte: Elaborado pelo autor.



Figura B.2 – Gráficos exibindo uma seqüência de quatro mil números de Sobol distribuídos uniformemente no quadrado $[0,1] \times [0,1]$.

Fonte: Elaborado pelo autor.

APÊNDICE C – MODELO GARCH(1,1) EM TEMPO CONTÍNUO

O intuito primário desse apêndice é determinar a existência de um processo estocástico contínuo equivalente ao modelo GARCH(1,1), permitindo que este último seja aplicado a séries temporais de ações para determinação dos parâmetros do processo estocástico mencionado, tornando viável a geração de cenários e avaliação da evolução da volatilidade de cada ativo continuamente ao decorrer do tempo. Essa dedução foi motivada por um dos exercícios propostos por Hull (2008) em sua obra, que exige do leitor exatamente a dedução do processo mencionado, o qual se mostrou útil para o presente trabalho.

Seja, então, u_n o retorno diário percentual do preço de um ativo financeiro qualquer, definido como a razão entre a variação do preço do ativo entre os instantes $(n-1)$ e n e o preço no instante n , e σ_n , o desvio padrão (diário) da série de retornos do ativo, calculado a partir de m valores da série de retornos $(n-m, n-m+1, \dots, n-1)$. Serão admitidas as seguintes hipóteses (HULL, 2008):

- O retorno diário esperado do ativo é aproximadamente nulo (essa hipótese é bastante razoável, pois o retorno diário esperado de um ativo é, na vasta maioria dos casos, significativamente inferior ao desvio padrão dos retornos diários);
- Os retornos diários seguem um movimento browniano geométrico de média aproximadamente nula, em concordância com a hipótese anterior (de modo geral, essa hipótese pode ser aplicada com certa precisão, porém a seleção de uma ação cujos retornos diários exibem claramente indícios de saltos pode prejudicar a validade da hipótese, uma vez que um modelo de difusão torna-se pouco aderente à realidade nesse caso);
- O desvio padrão pode ser estimado, com razoável precisão, através de seu estimador de máxima verossimilhança (essa hipótese também é plausível, desde que o tamanho das amostras utilizadas para o cálculo seja relativamente elevado para minimizar os efeitos do viés do estimador):

$$\sigma_n^2 = \frac{1}{m} \sum_{i=1}^m u_{n-i}^2$$

Nas condições anteriores, é possível demonstrar a partir da fórmula para a variância e

para a curtose de uma variável aleatória tal como u que:

$$\begin{aligned}\mu(u_{n-1}^2) &= \sigma_{n-1}^2 \\ \mu(u_{n-1}^4) &= 3\sigma_{n-1}^4\end{aligned}$$

Como σ_n^2 é modelado através de um modelo GARCH(1,1), verifica-se que:

$$\sigma_n^2 = \omega + \alpha u_{n-1}^2 + \beta \sigma_{n-1}^2$$

Onde ω , α e β são constantes do modelo e que podem ser estimadas estatisticamente através, por exemplo, do método de máxima verossimilhança (HULL, 2008; TSAY, 2005). As equações permitem concluir que a variável aleatória u_{n-1}^2 possui variância dada por:

$$\sigma^2(u_{n-1}^2) = E(u_{n-1}^4) - [E(u_{n-1}^2)]^2 = 2\sigma_{n-1}^4$$

Por hipótese, assumiu-se que os retornos u_n formam um movimento browniano geométrico. Assim, sendo S o preço do ativo sob análise, u a variável aleatória que gera os retornos u_n , $n = 1, 2, \dots$, e σ a variável aleatória que gera os desvios padrões σ_n , $n = 1, 2, \dots$, e dz um processo de Wiener, então vale a relação:

$$du = \frac{dS}{S} = \frac{\sigma}{\sqrt{T}} dz$$

Na equação anterior, T é o intervalo de tempo (constante) que relaciona as variáveis da equação. Como todas as variáveis são calculadas diariamente nesse contexto hipotético, $T = 1$. Se fosse de interesse a avaliação da dinâmica dos retornos anuais a partir de valores diários, por exemplo, T assumiria o valor $1/252$, supondo que a volatilidade fosse calculada diariamente e que um ano possuísse 252 dias úteis. A fração σ/\sqrt{T} corresponde, assim, à famigerada *volatilidade* da ação.

Para avaliação do processo estocástico que governa u_n^2 , é necessária a utilização de algumas ferramentas de cálculo estocástico. Mais especificadamente, o lema de Itô sugere que, se x é uma variável aleatória regida pela seguinte equação diferencial estocástica (processo de Itô):

$$dx = a(x, t)dt + b(x, t)dz$$

Então uma função contínua qualquer G , $G = G(x, t)$, será regida pela seguinte equação diferencial estocástica:

$$dG = \left(\frac{\partial G}{\partial x} a + \frac{\partial G}{\partial t} + \frac{1}{2} \frac{\partial^2 G}{\partial x^2} b^2 \right) dt + \frac{\partial G}{\partial x} b dz$$

Aplicando o lema de Itô ao processo estocástico que governa a variável S^2 , é possível concluir que:

$$d(S^2) = \frac{\sigma^2 S^2}{T} dt + 2S^2 \frac{\sigma}{\sqrt{T}} dz$$

Logo, $d(S^2)/S^2$ também segue um movimento browniano geométrico. No entanto, é possível demonstrar que o mesmo não pode ser dito a respeito de $d(u^2)$.

Empregando a média e a variância de u_{n-1}^2 calculadas precedentemente, é possível escrever, então:

$$u_{n-1}^2 = \sigma_{n-1}^2 + \sqrt{2}\sigma_{n-1}^2 \varepsilon, \quad \varepsilon \sim N(0,1)$$

Onde $N(m, s^2)$ denota uma distribuição normal de média m e variância s^2 .

Substituindo o resultado anterior no modelo GARCH(1,1), encontra-se:

$$\sigma_n^2 - \sigma_{n-1}^2 = \omega + (\alpha + \beta - 1)\sigma_{n-1}^2 + \alpha\sqrt{2}\sigma_{n-1}^2 \varepsilon$$

Definindo:

$$\Delta V = \sigma_n^2 - \sigma_{n-1}^2$$

$$V = \sigma_{n-1}^2$$

$$a = 1 - \alpha - \beta$$

$$\varphi = \alpha\sqrt{2}$$

$\Delta t =$ período de tempo que separa n e $n - 1$

É possível escrever:

$$\Delta V = a(V_{LP} - V)\Delta t + \phi V \varepsilon \sqrt{\Delta t}$$

No limite, quando Δt tende a zero, a equação anterior recai na seguinte equação diferencial estocástica (valores diários):

$$dV = a(V_{LP} - V)dt + \phi V dz$$

A equação anterior foi deduzida para $T = 1$. Para um valor qualquer T , é possível verificar que a equação assume a seguinte forma:

$$dV = \frac{a}{T}(V_{LP} - V)dt + \frac{\phi V}{\sqrt{T}} dz$$

Portanto, como se pode constatar, o modelo GARCH(1,1) impõe implicitamente que a volatilidade da ação segue um processo estocástico com reversão de média, supondo válidas algumas hipóteses bastante razoáveis. Em outros termos, a equação mostra que, quando a volatilidade da ação é superior à volatilidade de longo prazo (associada à variância de longo prazo, V_{LP}), o arrasto se torna negativo, conduzindo o valor da volatilidade em direção ao valor de longo prazo. Analogamente, o efeito oposto ocorre quando a volatilidade da ação assume valores inferiores à volatilidade de longo prazo.

APÊNDICE D – CÓDIGO-FONTE DO SISTEMA DESENVOLVIDO

No presente apêndice encontra-se reproduzido o código-fonte do sistema desenvolvido para seleção de carteiras de investimento, que foi programado em linguagem VBA para MS Excel® 2007. Vale destacar que o código-fonte aqui presente não está completo, uma vez que estão ausentes as macros desenvolvidas para operacionalização da planilha de trabalho, que compreendem aquelas embutidas em botões para leitura dados de entrada e chamada daquelas presentes nos módulos abaixo. Em relação a esse aspecto, como essas macros de operacionalização são relativamente simples e, embora necessárias, secundárias perante aquelas constantes nos módulos do sistema, optou-se pela exclusão das mesmas desse trabalho para privilegiar a concisão deste, pois tal decisão não afeta a inteligibilidade nem a lógica dos módulos do sistema.

```
Option Explicit
Sub BayesSteinEstimator(rngExpReturn As Range)

'RESUMO: Essa macro é responsável pela determinação das estimativas de Bayes-Stein para o retorno esperado das ações.

'Constantes
Const NomeSheetStocks = "Histórico - Ações"
Const NomeSheetAnalysis = "Resumo - Estatísticas"

'Declaração das variáveis
Dim i As Integer, j As Integer
Dim n As Integer, T As Long
Dim f As Double
Dim Ticker As String
Dim rng As Range
Dim rngStocksReturns As Range, rngCovMatrix As Range
Dim StocksReturns() As Variant, CovMatrix() As Variant, Y() As Variant, Y0() As Variant, _
v1() As Variant, Diff() As Variant, R() As Variant
Dim w As Double
Dim wksStocks As Worksheet, wksAnalysis As Worksheet, wksHidden As Worksheet

Call MacrosAuxiliares.Desliga

'Atribuição das sheets às variáveis correspondentes
Set wksStocks = Worksheets(NomeSheetStocks)
Set wksAnalysis = Worksheets(NomeSheetAnalysis)
Set wksHidden = Worksheets("Hidden")

'Transferência das séries de retornos para a sheet Hidden
wksAnalysis.Select
Cells(3, 1).Select
i = 0
Do While ActiveCell.Value <> ""
```

Quadro D.1 – Código-fonte do módulo 01 do sistema (“BayesStein”).

(*Continua*)

```

Ticker = ActiveCell.Value

If Ticker <> "IBOV" And Ticker <> "IBRX50" Then
    wksStocks.Select
    Range("1:1").Select
    Selection.Find(What:=Ticker).Select
    ActiveCell.Offset(2, 3).Select
    Set rngStocksReturns = Range(ActiveCell, ActiveCell.End(xlDown))

    wksHidden.Select
    Range("1:1").Select
    Selection.Find(What:="Bayes-Stein").Select
    ActiveCell.Offset(3, i).Select
    rngStocksReturns.Copy
    ActiveCell.PasteSpecial Paste:=xlPasteValues
    i = i + 1
End If

wksAnalysis.Select
ActiveCell.Offset(1, 0).Select

Loop

'Leitura da matriz de retornos
wksHidden.Select
Range("1:1").Select
Selection.Find(What:="Bayes-Stein").Select
ActiveCell.Offset(3, 0).Select
Set rngStocksReturns = Range(ActiveCell, ActiveCell.End(xlToRight).End(xlDown))

'Cálculo da quantidade de ativos e de elementos em cada série temporal
n = rngStocksReturns.Columns.Count
T = rngStocksReturns.Rows.Count

'Redimensionamento dos vetores
ReDim StocksReturns(0 To T - 1, 0 To n - 1)
ReDim CovMatrix(0 To n - 1, 0 To n - 1)
ReDim Y(0 To n - 1)
ReDim Y0(0 To n - 1)
ReDim v1(0 To n - 1)
ReDim R(0 To n - 1)
ReDim Diff(0 To n - 1)

'Localização da tabela que abrigará a matriz de covariâncias
ActiveCell.End(xlToRight).End(xlToRight).Offset(0, 1).Select
Set rngCovMatrix = Range(ActiveCell, ActiveCell.Offset(T - 1, n - 1))

'Cálculo da matriz de covariâncias
Call CovarianceMatrix.SampleCovMatrix(rngStocksReturns, rngCovMatrix)

For i = 0 To n - 1
    For j = 0 To n - 1
        StocksReturns(i, j) = rngStocksReturns.Cells(i + 1, j + 1)
        CovMatrix(i, j) = rngCovMatrix.Cells(i + 1, j + 1)
    Next j
Next i

For j = 0 To n - 1
    Y(j) = Application.WorksheetFunction.Average(Range(rngStocksReturns.Cells(1, j + 1), _

```

```

    rngStocksReturns.Cells(T, j + 1)))
    v1(j) = 1
Next j

With Application.WorksheetFunction
    wksHidden.Range("1:1").Find(What:="Bayes-Stein").Select
    ActiveCell.Offset(0, 1).Value = .MMult(.MMult(v1, .MInverse(CovMatrix)), .Transpose(Y))
    ActiveCell.Offset(0, 2).Value = .MMult(.MMult(v1, .MInverse(CovMatrix)), .Transpose(v1))
    f = ActiveCell.Offset(0, 1).Value / ActiveCell.Offset(0, 2).Value
End With

For j = 0 To n - 1
    Y0(j) = f * v1(j)
    Diff(j) = Y(j) - Y0(j)
Next j

With Application.WorksheetFunction
    wksHidden.Range("1:1").Find(What:="Bayes-Stein").Select
    ActiveCell.Offset(0, 1).Value = .MMult(.MMult(Diff, .MInverse(CovMatrix)), .Transpose(Diff))
    f = ActiveCell.Offset(0, 1).Value
End With

w = (n + 2) * (T - 1) / ((n + 2) * (T - 1) + T * (T - n - 2) * f)

For j = 0 To n - 1
    R(j) = ((1 - w) * Y(j) + w * Y0(j) + 1) ^ 252 - 1
Next j

rngExpReturn.Value = Application.WorksheetFunction.Transpose(R)
wksAnalysis.Select

End Sub

```

Quadro D.1 – Código-fonte do módulo 01 do sistema (“BayesStein”). *(Conclusão)*
 Fonte: Elaborado pelo autor.

```

Option Explicit
Function BSPrice(OptType As String, S0 As Double, T As Double, k As Double, Vol As Double, R As Double)
As Double

'RESUMO: essa função calcula o preço de uma opção europeia segundo a fórmula de Black-Scholes.
'Obs: c = call; p = put

Dim d1 As Double, d2 As Double

With Application.WorksheetFunction
    d1 = (.Ln(S0 / k) + (R + (1 / 2) * (Vol ^ 2)) * T) / (Vol * (T ^ (1 / 2)))
    d2 = d1 - Vol * (T ^ (1 / 2))
    If OptType = "c" Then
        BSPrice = S0 * .NormSDist(d1) - k * Exp(-R * T) * .NormSDist(d2)
    ElseIf OptType = "p" Then
        BSPrice = k * Exp(-R * T) * .NormSDist(-d2) - S0 * .NormSDist(-d1)
    Else
        BSPrice = 0
    End If
End With

End Function

Sub MCStock(Place1 As Range, Place2 As Range, Sinit1 As Double, Sinit2 As Double, Med As Double, _

```

Quadro D.2 – Código-fonte do módulo 02 do sistema (“BSModel”). *(Continua)*

```

Dev As Double, T As Double, NormRndNum As Double)
'RESUMO: essa função simula o preço de uma ação que segue um processo de Wiener de média e variância
conhecidas para um
'dado preço inicial da ação e para certo intervalo de tempo.
'Saída: preço da ação no instante T.

Dim eps1 As Double
Dim eps2 As Double

With Application

eps1 = NormRndNum
eps2 = -eps1
Place1.Value = Sinit1 * Exp((Med - Dev * Dev / 2) * T + Dev * (T ^ (1 / 2)) * eps1)
Place2.Value = Sinit2 * Exp((Med - Dev * Dev / 2) * T + Dev * (T ^ (1 / 2)) * eps2)

End With

End Sub
Sub MCStockScenarios(LinDadosEnt As Integer, ColDadosEnt As Integer, LinSaida As Integer, ColSaida As
Integer, _
InitialPrice As Double, StockReturn As Double, StockVol As Double, IntTotalLength As Double, IntQty As
Integer, _
StockDivYield As Double, TamInt As Double, Optional NumCen As Long, Optional rngAtivo As Range, _
Optional Method As String = "Random", Optional TreeGen As Boolean = False)

'RESUMO: essa rotina calcula o preço de uma ação em vários pontos de um intervalo dado, sendo conhecidas a
variância e a
'média do processo de Wiener que tal ação segue.

'Declaração de Constantes
Const DeslocCol = 3 'Essa constante determina os deslocamentos a serem feitos para os cálculos

'Declaração das Variáveis
Dim i As Integer
Dim rng As Range
Dim RndNum As Double, NormRndNum As Double
Dim wksModelo As Worksheet, wksHidden As Worksheet, wksRndNum As Worksheet

Call MacrosAuxiliares.Desliga

Set wksModelo = Worksheets("Black-Scholes")
Set wksHidden = Worksheets("Hidden")
Set wksRndNum = Worksheets("RndNumbers")

'Limpeza das células de saída
If ColSaida = cteColSaida Then
Cells(LinSaida, ColSaida).Select
Do While ActiveCell.Value <> ""
ActiveCell.Offset(0, DeslocCol).Select
Loop
ActiveCell.End(xlToLeft).Select
If ActiveCell.Offset(1, 0).Value <> "" Then
Range(Cells(LinSaida, ColSaida - 1), ActiveCell.End(xlDown)).Select
Else
Range(Cells(LinSaida, ColSaida - 1), ActiveCell).Select
End If
Selection.ClearContents
Selection.EntireColumn.Hidden = False

```

```

End If
'Simulação
Range(Cells(LinSaida, ColSaida - 1), Cells(LinSaida + IntQty, ColSaida - 1)).Select

'Se for a primeira coluna (cteColSaida), copia os intervalos para as células da sheet
i = 0
If ColSaida = cteColSaida Then
  For Each rng In Selection
    rng.Value = i * IntTotalLength / IntQty
    i = i + 1
  Next rng
  Cells(1, ColSaida + DeslocCol - 1).EntireColumn.Hidden = True
Else
  Cells(1, ColSaida - 1).EntireColumn.Hidden = True
  Cells(1, ColSaida + DeslocCol - 1).EntireColumn.Hidden = True
End If
Cells(2, ColSaida - 1).Select

'Se seqüências de Sobol forem selecionadas, a célula a partir da qual a seqüência deverá ser lida é
determinada
If Method = "Sobol" Then
  Cells(2, ColSaida - 1).Select
  wksHidden.Select
  ActiveSheet.UsedRange.Find(What:="Sobol").Select
  ActiveCell.Offset(3 + NumCen, 0).Select
End If

'Se a macro estiver sendo rodada para geração de árvores de cenários, determina a localização da seqüência
de números
'aleatórios
If TreeGen = True Then
  wksRndNum.Select
  rngAtivo.Select
  ActiveCell.Offset(0, 3 + NumCen).Select
End If

'Gera um caminho para o preço da ação a partir dos dados de entrada
wksModelo.Select
i = 0
Do While Cells(ActiveCell.Row, cteColSaida - 1).Value <> ""
  If ActiveCell.Row = LinSaida Then
    ActiveCell.Offset(0, 1).Value = InitialPrice
    ActiveCell.Offset(0, 1 + DeslocCol).Value = InitialPrice
  ElseIf ActiveCell.Row = LinSaida + 1 Then
    If TreeGen = False Then
      If Method = "Sobol" Then
        wksHidden.Select
        RndNum = ActiveCell.Offset(0, i - 1).Value
        NormRndNum = Application.WorksheetFunction.NormSInv(RndNum)
      Else
        RndNum = Rnd()
        NormRndNum = Application.WorksheetFunction.NormSInv(RndNum)
      End If
    Else
      wksRndNum.Select
      NormRndNum = ActiveCell.Offset(i - 1, 0).Value
    End If
  End If
  wksModelo.Select
  Call BSMModel.MCStock(ActiveCell.Offset(0, 1), ActiveCell.Offset(0, 1 + DeslocCol), InitialPrice, _

```

```

InitialPrice, StockReturn - StockDivYield, StockVol, TamInt, NormRndNum)
Else
  If TreeGen = False Then
    If Method = "Sobol" Then
      wksHidden.Select
      RndNum = ActiveCell.Offset(0, i - 1).Value
      NormRndNum = Application.WorksheetFunction.NormSInv(RndNum)
    Else
      RndNum = Rnd()
      NormRndNum = Application.WorksheetFunction.NormSInv(RndNum)
    End If
  Else
    wksRndNum.Select
    If ActiveCell.Offset(i - 1, 0).Value = "" Then
      ActiveCell.End(xlDown).End(xlDown).Select
      i = 1
    End If
    NormRndNum = ActiveCell.Offset(i - 1, 0).Value
  End If
  wksModelo.Select
  Call BSMModel.MCStock(ActiveCell.Offset(0, 1), ActiveCell.Offset(0, 1 + DeslocCol), _
    ActiveCell.Offset(-1, 1).Value, ActiveCell.Offset(-1, 1 + DeslocCol).Value, _
    StockReturn - StockDivYield, StockVol, TamInt, NormRndNum)
End If
ActiveCell.Offset(1, 0).Select
i = i + 1
Loop
End Sub

```

Quadro D.2 – Código-fonte do módulo 02 do sistema (“BSModel”)

(Conclusão)

Fonte: Elaborado pelo autor.

Option Explicit

```

Sub CEVStock(Place1 As Range, Place2 As Range, Sinit1 As Double, Sinit2 As Double, AvgRet As Double, _
  Vol As Double, Alpha As Double, T As Double, Interv As Double, NormRndNum As Double)

```

'Resumo: essa função simula o preço de uma ação que segue um processo de elasticidade constante de média e variância

'conhecidas para um dado preço inicial da ação e para certo intervalo de tempo.

'Saída: preço da ação no instante T.

```

  Dim Tempo As Double
  Dim CEVStock1 As Double
  Dim CEVStock2 As Double
  Dim z1 As Double
  Dim z2 As Double

```

```

  Tempo = 0

```

```

  Do While Tempo <= T

```

```

    If Tempo = 0 Then
      CEVStock1 = Sinit1
      CEVStock2 = Sinit2
    Else

```

```

      z1 = NormRndNum * (Interv ^ (1 / 2))
      z2 = -z1
    End If
  End Do

```

Quadro D.3 – Código-fonte do módulo 03 do sistema (“CEV”).

(Continua)

```

    CEVStock1 = CEVStock1 + AvgRet * CEVStock1 * Interv + Vol * (CEVStock1 ^ Alpha) * z1
    CEVStock2 = CEVStock2 + AvgRet * CEVStock2 * Interv + Vol * (CEVStock2 ^ Alpha) * z2
End If

Tempo = Tempo + Interv

Loop

Place1.Value = CEVStock1
Place2.Value = CEVStock2

End Sub
Sub CEVStockScenarios(LinDadosEnt As Integer, ColDadosEnt As Integer, LinSaida As Integer, ColSaida As
Integer, _
    InitialPrice As Double, StockReturn As Double, StockVol As Double, IntTotalLength As Double, IntQty As
Integer, _
    StockDivYield As Double, Alfa As Double, Interv As Double, TamInt As Double, Optional NumCen As
Long, _
    Optional rngAtivo As Range, Optional Method As String = "Random", Optional TreeGen As Boolean =
False)

'Resumo: essa rotina calcula o preço de uma ação em vários pontos de um intervalo dado, sendo conhecidas a
variância e a
'média do processo de elasticidade constante que tal ação segue.

'Declaração de Constantes
Const DeslocCol = 3 'Essa constante determina os deslocamentos a serem feitos para os cálculos

'Declaração das Variáveis
Dim i As Integer
Dim rng As Range
Dim RndNum As Double, NormRndNum As Double
Dim wksModelo As Worksheet, wksHidden As Worksheet, wksRndNum As Worksheet

Call MacrosAuxiliares.Desliga

'Atribuição das sheets às variáveis correspondentes
Set wksModelo = Worksheets("CEV")
Set wksHidden = Worksheets("Hidden")
Set wksRndNum = Worksheets("RndNumbers")

'Limpeza das células de saída
If ColSaida = cteColSaida Then
    Cells(LinSaida, ColSaida).Select
    Do While ActiveCell.Value <> ""
        ActiveCell.Offset(0, DeslocCol).Select
    Loop
    ActiveCell.Offset(0, -DeslocCol).Select
    If ActiveCell.Offset(1, 0).Value <> "" Then
        Range(Cells(LinSaida, ColSaida - 1), ActiveCell.End(xlDown)).Select
    Else
        Range(Cells(LinSaida, ColSaida - 1), ActiveCell).Select
    End If
    Selection.ClearContents
    Selection.EntireColumn.Hidden = False
End If

'Simulação
Range(Cells(LinSaida, ColSaida - 1), Cells(LinSaida + IntQty, ColSaida - 1)).Select

```

```

'Se for a primeira coluna (cteColSaida), copia os intervalos para as células da sheet
i = 0
If ColSaida = cteColSaida Then
  For Each rng In Selection
    rng.Value = i * IntTotalLength / IntQty
    i = i + 1
  Next rng
  Cells(1, ColSaida + DeslocCol - 1).EntireColumn.Hidden = True
Else
  Cells(1, ColSaida - 1).EntireColumn.Hidden = True
  Cells(1, ColSaida + DeslocCol - 1).EntireColumn.Hidden = True
End If
Cells(2, ColSaida - 1).Select

'Se seqüências de Sobol forem selecionadas, a célula a partir da qual a seqüência deverá ser lida é
determinada
If Method = "Sobol" Then
  Cells(2, ColSaida - 1).Select
  wksHidden.Select
  ActiveSheet.UsedRange.Find(What:="Sobol").Select
  ActiveCell.Offset(3 + NumCen, 0).Select
End If

'Se a macro estiver sendo rodada para geração de árvores de cenários, determina a localização da seqüência
de números
'aleatórios
If TreeGen = True Then
  wksRndNum.Select
  rngAtivo.Select
  ActiveCell.Offset(0, 3 + NumCen).Select
End If

'Gera um caminho para o preço da ação a partir dos dados de entrada
i = 0
wksModelo.Select
Do While Cells(ActiveCell.Row, cteColSaida - 1).Value <> ""
  If ActiveCell.Row = LinSaida Then
    ActiveCell.Offset(0, 1).Value = InitialPrice
    ActiveCell.Offset(0, 1 + DeslocCol).Value = InitialPrice
  ElseIf ActiveCell.Row = LinSaida + 1 Then
    If TreeGen = False Then
      If Method = "Sobol" Then
        wksHidden.Select
        RndNum = ActiveCell.Offset(0, i - 1).Value
        NormRndNum = Application.WorksheetFunction.NormSInv(RndNum)
      Else
        RndNum = Rnd()
        NormRndNum = Application.WorksheetFunction.NormSInv(RndNum)
      End If
    Else
      wksRndNum.Select
      NormRndNum = ActiveCell.Offset(i - 1, 0).Value
    End If
  End If
  wksModelo.Select
  Call CEVModel.CEVStock(ActiveCell.Offset(0, 1), ActiveCell.Offset(0, 1 + DeslocCol), InitialPrice, _
    InitialPrice, StockReturn - StockDivYield, StockVol, Alfa, TamInt, Interv, NormRndNum)
Else
  If TreeGen = False Then

```

```

        wksHidden.Select
        RndNum = ActiveCell.Offset(0, i - 1).Value
        NormRndNum = Application.WorksheetFunction.NormSInv(RndNum)
    Else
        RndNum = Rnd()
        NormRndNum = Application.WorksheetFunction.NormSInv(RndNum)
    End If
Else
    wksRndNum.Select
    If ActiveCell.Offset(i - 1, 0).Value = "" Then
        ActiveCell.End(xlDown).End(xlDown).Select
        i = 1
    End If
    NormRndNum = ActiveCell.Offset(i - 1, 0).Value
End If
wksModelo.Select
Call CEVModel.CEVStock(ActiveCell.Offset(0, 1), ActiveCell.Offset(0, 1 + DeslocCol), _
    ActiveCell.Offset(-1, 1).Value, ActiveCell.Offset(-1, 1 + DeslocCol).Value, _
    StockReturn - StockDivYield, StockVol, Alfa, TamInt, Interv, NormRndNum)
End If
ActiveCell.Offset(1, 0).Select
i = i + 1
Loop
End Sub

```

Quadro D.3 – Código-fonte do módulo 03 do sistema (“CEV”).
Fonte: Elaborado pelo autor.

(Conclusão)

```

Option Explicit
Sub ChartGeneratorStockTimeSeries()

'Resumo: essa macro é responsável pela geração do gráfico de séries temporais dos 30 primeiros caminhos
gerados através
'de simulações de Monte Carlo.

    Dim k As Integer
    Dim chtCen As ChartObject
    Dim RngStock As Range
    Dim RngInstante As Range
    Dim RngVol As Range
    Dim SheetName As String
    Dim C As Integer

    With Application
        .Calculation = xlCalculationManual
        .ScreenUpdating = False
    End With

    On Error Resume Next
    ActiveSheet.ChartObjects.Delete
    On Error GoTo 0

    'Coleta o nome da sheet para determinar a localização dos resultados
    SheetName = ActiveSheet.Name

    'Define o deslocamento de colunas em função do modelo simulado
    Select Case SheetName

```

Quadro D.4 – Código-fonte do módulo 04 do sistema (“ChartGenerator”).

(Continua)

```

Case "Hull-White", "Stein-Stein", "GARCH Process"
    C = 4

Case Else
    C = 3

End Select

Set chtCen = ActiveSheet.ChartObjects.Add(295, 10, 600, 350)
Set RngStock = Range(Cells(cteLinSaida, cteColSaida), Cells(cteLinSaida, cteColSaida).End(xlDown))
If SheetName = "Hull-White" Then
    Set RngVol = Range(Cells(cteLinSaida, cteColSaida), Cells(cteLinSaida, cteColSaida).End(xlDown))
End If
Set RngInstante = Range(Cells(cteLinSaida, cteColSaida - 1), Cells(cteLinSaida, cteColSaida - 1).End(xlDown))

With chtCen.Chart

    .ChartWizard Source:=RngStock, PlotBy:=xlColumns, HasLegend:=True, CategoryTitle:="Instante", _
        ValueTitle:="Valor da Ação"

    .HasLegend = False
    With .Legend
        .Border.Color = RGB(255, 255, 255)
        .Position = xlLegendPositionBottom
        .Font.Size = 11
    End With

    .ChartType = xlLineMarkers

    .HasTitle = True
    With .ChartTitle
        .Text = "Evolução Histórica do Preço da Ação para cada Cenário"
        .Font.Size = 14
    End With

    With .Axes(xlCategory)
        .AxisTitle.Font.Size = 11
        .TickLabels.Font.Size = 9
        .TickLabelPosition = xlTickLabelPositionLow
    End With

    With .Axes(xlValue)
        .AxisTitle.Font.Size = 11
        .TickLabels.Font.Size = 9
        .MajorGridlines.Border.LineStyle = xlDash
    End With

    With .SeriesCollection(1)
        .XValues = RngInstante
        .Name = "Cenário 01"
        .MarkerStyle = xlMarkerStyleNone
        .Border.Color = RGB(0, 0, 40 + Int(136 / 11))
        .Border.Weight = xlMedium
    End With

    Cells(cteLinSaida, cteColSaida).Offset(0, C).Select

k = 2

```

```

Do While ActiveCell.Value <> "" And k <= 30

    Set RngStock = Range(ActiveCell, ActiveCell.End(xlDown))
    .SeriesCollection.NewSeries

    With .SeriesCollection(k)
        .Values = RngStock
        .XValues = RngInstante
        .Name = "Cenário 0" & k
        .MarkerStyle = xlMarkerStyleNone
        If k Mod 3 = 1 Then
            .Border.Color = RGB(0, 0, 40 + Int(136 * (k / 3) / 11))
        ElseIf k Mod 3 = 2 Then
            .Border.Color = RGB(40 + Int(136 * (k / 3) / 11), 0, 0)
        Else
            .Border.Color = RGB(0, 40 + Int(136 * (k / 3) / 11), 0)
        End If
        .Border.Weight = xlMedium
    End With

    ActiveCell.Offset(0, C).Select

    k = k + 1

Loop

End With

With Application
    .Calculation = xlCalculationAutomatic
    .ScreenUpdating = True
End With

End Sub
Sub ChartGeneratorStockDistribution()

'Resumo: essa macro é responsável pela geração do histograma da distribuição de probabilidade empírica dos
preços
'finais da ação.

Dim i As Integer
Dim LinTabela As Long, ColTabela As Integer
Dim chtDist As ChartObject
Dim rngStockPrices As Range
Dim RngHist As Range
Dim RngRotulo As Range
Dim rng As Range
Dim MinStockPrice As Double
Dim MaxStockPrice As Double
Dim n As Integer
Dim NumClasses As Integer
Dim Total As Long
Dim h As Double
Dim x As Double
Dim C As Integer
Dim SheetName As String

With Application
    .Calculation = xlCalculationManual

```

```

.ScreenUpdating = False
End With

SheetName = ActiveSheet.Name

'A variável c determina o deslocamento horizontal a ser feito nos laços de acordo com o modelo utilizado
Select Case SheetName

    Case "Hull-White", "Stein-Stein", "GARCH Process"
        C = 4

    Case Else
        C = 3

End Select

ActiveSheet.UsedRange.Find(What:="Preços das Ações").Select
LinTabela = ActiveCell.Row + 1
ColTabela = ActiveCell.Column

'Limpa as células das tabelas de resultados
If Cells(LinTabela + 1, ColTabela).Value <> "" Then
    Range(Cells(LinTabela + 1, ColTabela), Cells(LinTabela + 1, _
        ColTabela).End(xlDown).End(xlToRight)).ClearContents
End If

If Cells(cteLinSaida, cteColSaida).End(xlDown).Value <> "" Then
    Cells(cteLinSaida, cteColSaida).End(xlDown).Select
Else
    Cells(cteLinSaida, cteColSaida).Select
End If

Set rngStockPrices = ActiveCell
n = 1

Do While ActiveCell.Offset(0, C).Value <> ""

    ActiveCell.Offset(0, C).Select
    Set rngStockPrices = Union(rngStockPrices, ActiveCell)
    n = n + 1

Loop

MinStockPrice = Application.WorksheetFunction.Min(rngStockPrices)
MaxStockPrice = Application.WorksheetFunction.Max(rngStockPrices)
NumClasses = Int(n ^ (1 / 2))
h = (MaxStockPrice - MinStockPrice) / NumClasses
x = MinStockPrice
i = 1

Do While x < MaxStockPrice

    With Application.WorksheetFunction
        Cells(LinTabela + i, ColTabela).Value = x
        Cells(LinTabela + i, ColTabela + 1).Value = x + h
        Cells(LinTabela + i, ColTabela + 2).Value = 0
        Cells(LinTabela + i, ColTabela + 4).Value = .Floor(x, 0.1) & " - " & .Floor((x + h), 0.1)
        x = x + h
        i = i + 1
    End With
End Do

```

```

End With

Loop

Cells(LinTabela + 1, ColTabela).Select

'Determinação da quantidade de preços por intervalo definido
For Each rng In rngStockPrices

    Do While ActiveCell.Value <> ""
        If rng.Value >= ActiveCell.Value And rng.Value <= ActiveCell.Offset(0, 1).Value Then
            ActiveCell.Offset(0, 2).Value = ActiveCell.Offset(0, 2).Value + 1
        End If
        ActiveCell.Offset(1, 0).Select
    Loop

    Cells(LinTabela + 1, ColTabela).Select

Next rng

Cells(LinTabela + 1, ColTabela + 3).Select
Total = Application.WorksheetFunction.Sum(Range(ActiveCell.Offset(0, -1), ActiveCell.Offset(0, -
1).End(xlDown)))

Do While ActiveCell.Offset(0, -1).Value <> ""
    ActiveCell.Value = ActiveCell.Offset(0, -1).Value / Total
    ActiveCell.Offset(1, 0).Select
Loop

'Criação do histograma dos preços
Set RngHist = Range(Cells(LinTabela + 1, ColTabela + 3), Cells(LinTabela + 1, ColTabela +
3).End(xlDown))
Set RngRotulo = Range(Cells(LinTabela + 1, ColTabela + 4), Cells(LinTabela + 1, ColTabela +
4).End(xlDown))
Set chtDist = ActiveSheet.ChartObjects.Add(295, 360, 600, 350)

With chtDist.Chart

    .ChartWizard Source:=RngHist, PlotBy:=xlColumns, HasLegend:=True, CategoryTitle:="Intervalo", _
    ValueTitle:="Frequência"

    With .Legend
        .Border.Color = RGB(255, 255, 255)
        .Position = xlLegendPositionBottom
        .Font.Size = 11
    End With

    .ChartType = xlColumnClustered

    .HasTitle = True
    With .ChartTitle
        .Text = "Distribuição do Preço da Ação na Data de Expiração da Opção"
        .Font.Size = 14
    End With

    With .Axes(xlCategory)
        .AxisTitle.Font.Size = 11
        .TickLabels.Font.Size = 9
        .TickLabelPosition = xlTickLabelPositionLow

```

```

End With

With .Axes(xlValue)
    .AxisTitle.Font.Size = 11
    .TickLabels.Font.Size = 9
    .MajorGridlines.Border.LineStyle = xlDash
End With

With .SeriesCollection(1)
    .XValues = RngRotulo
    .Name = "Distribuição do Preço da Ação na Data de Expiração da Opção"
End With

End With

End Sub
Sub ChartGeneratorStockReturnDistribution()

'Resumo: essa macro é responsável pela geração do histograma da distribuição de probabilidade empírica dos
preços
'finais da ação.

Dim i As Integer
Dim LinTabela As Long, ColTabela As Integer
Dim chtDist As ChartObject
Dim rngStockReturns As Range
Dim RngHist As Range
Dim RngRotulo As Range
Dim rng As Range
Dim MinStockReturn As Double
Dim MaxStockReturn As Double
Dim n As Integer
Dim NumClasses As Integer
Dim Total As Long
Dim h As Double
Dim x As Double
Dim C As Integer
Dim SheetName As String
Dim Sgn1 As Integer, Sgn2 As Integer

With Application
    .Calculation = xlCalculationManual
    .ScreenUpdating = False
End With

SheetName = ActiveSheet.Name

'A variável c determina o deslocamento horizontal a ser feito nos laços de acordo com o modelo utilizado
Select Case SheetName

    Case "Hull-White", "Stein-Stein", "GARCH Process"
        C = 4

    Case Else
        C = 3

End Select

ActiveSheet.UsedRange.Find(What:="Retorno das Ações").Select

```

```

LinTabela = ActiveCell.Row + 1
ColTabela = ActiveCell.Column

'Limpa as células das tabelas de resultados
If Cells(LinTabela + 1, ColTabela).Value <> "" Then
    Range(Cells(LinTabela + 1, ColTabela), Cells(LinTabela + 1,
ColTabela).End(xlDown).End(xlToRight)).ClearContents
End If

If Cells(cteLinSaida, cteColSaida).End(xlDown).Value <> "" Then
    Cells(cteLinSaida, cteColSaida).End(xlDown).Offset(1, C - 2).Select
Else
    Cells(cteLinSaida, cteColSaida).Offset(1, C - 2).Select
End If

Set rngStockReturns = ActiveCell
n = 1

Do While ActiveCell.Offset(0, C).Value <> ""

    ActiveCell.Offset(0, C).Select
    Set rngStockReturns = Union(rngStockReturns, ActiveCell)
    n = n + 1

Loop

MinStockReturn = Application.WorksheetFunction.Min(rngStockReturns)
MaxStockReturn = Application.WorksheetFunction.Max(rngStockReturns)
NumClasses = Int(n ^ (1 / 2))
h = (MaxStockReturn - MinStockReturn) / NumClasses
x = MinStockReturn
i = 1
Sgn1 = 1
Sgn2 = 2

Do While x < MaxStockReturn

    With Application.WorksheetFunction
        Cells(LinTabela + i, ColTabela).Value = x
        Cells(LinTabela + i, ColTabela).NumberFormat = "0.00%"
        Cells(LinTabela + i, ColTabela + 1).Value = x + h
        Cells(LinTabela + i, ColTabela + 1).NumberFormat = "0.00%"
        Cells(LinTabela + i, ColTabela + 2).Value = 0
        If x < 0 Then Sgn1 = -1
        If (x + h) < 0 Then Sgn2 = -1
        Cells(LinTabela + i, ColTabela + 4).Value = .Floor(100 * x, 0.01 * Sgn1) & "% - " & _
            .Floor(100 * (x + h), 0.01 * Sgn2) & "%"
        x = x + h
        i = i + 1
        Sgn1 = 1
        Sgn2 = 2
    End With

Loop

Cells(LinTabela + 1, ColTabela).Select

'Determinação da quantidade de preços por intervalo definido
For Each rng In rngStockReturns

```

```

Do While ActiveCell.Value <> ""
  If rng.Value >= ActiveCell.Value And rng.Value <= ActiveCell.Offset(0, 1).Value Then
    ActiveCell.Offset(0, 2).Value = ActiveCell.Offset(0, 2).Value + 1
  End If
  ActiveCell.Offset(1, 0).Select
Loop

Cells(LinTabela + 1, ColTabela).Select

Next rng

Cells(LinTabela + 1, ColTabela + 3).Select
Total = Application.WorksheetFunction.Sum(Range(ActiveCell.Offset(0, -1), ActiveCell.Offset(0, -1).End(xlDown)))
Do While ActiveCell.Offset(0, -1).Value <> ""
  ActiveCell.Value = ActiveCell.Offset(0, -1).Value / Total
  ActiveCell.Offset(1, 0).Select
Loop
' Criação do histograma dos preços
Set RngHist = Range(Cells(LinTabela + 1, ColTabela + 3), Cells(LinTabela + 1, ColTabela + 3).End(xlDown))
Set RngRotulo = Range(Cells(LinTabela + 1, ColTabela + 4), Cells(LinTabela + 1, ColTabela + 4).End(xlDown))
Set chtDist = ActiveSheet.ChartObjects.Add(295, 710, 600, 350)

With chtDist.Chart
  .ChartWizard Source:=RngHist, PlotBy:=xlColumns, HasLegend:=True, CategoryTitle:="Intervalo", _
  ValueTitle:="Frequência"
  With .Legend
    .Border.Color = RGB(255, 255, 255)
    .Position = xlLegendPositionBottom
    .Font.Size = 11
  End With
  .ChartType = xlColumnClustered
  .HasTitle = True
  With .ChartTitle
    .Text = "Distribuição dos Retornos Acumulados no Período"
    .Font.Size = 14
  End With
  With .Axes(xlCategory)
    .AxisTitle.Font.Size = 11
    .TickLabels.Font.Size = 9
    .TickLabelPosition = xlTickLabelPositionLow
  End With
  With .Axes(xlValue)
    .AxisTitle.Font.Size = 11
    .TickLabels.Font.Size = 9
    .MajorGridlines.Border.LineStyle = xlDash
    .MajorGridlines.Border.Color = RGB(100, 100, 100)
  End With
  With .SeriesCollection(1)
    .XValues = RngRotulo
    .Name = "Distribuição dos Retornos Acumulados no Período"
  End With
End With

End Sub

```

Quadro D.4 – Código-fonte do módulo 04 do sistema (“ChartGenerator”).

(Conclusão)

Fonte: Elaborado pelo autor.

```

Option Explicit
Sub CholeskyDecomposition(rngCorrel As Range, rngDecomp As Range)

'RESUMO: essa macro executa a decomposição de Cholesky para uma dada matriz de correlação. Observar que
a forma de
'Cholesky existe se, e somente se, a matriz de correlação for consistente, isto é, se for positiva definida.

'Declaração das variáveis
Dim i As Integer, j As Integer
Dim Prod As Double
Dim n As Integer

n = rngCorrel.Count ^ (1 / 2)

For i = 1 To n
  For j = 1 To n
    rngDecomp.Cells(i, j) = 0
  Next j
Next i

rngDecomp.Cells(1, 1) = 1
For i = 2 To n
  For j = 1 To i
    If j > 1 And j <> i Then
      Prod = Application.WorksheetFunction.SumProduct(Range(rngDecomp.Cells(j, 1), _
        rngDecomp.Cells(j, j - 1)), Range(rngDecomp.Cells(i, 1), rngDecomp.Cells(i, j - 1)))
      rngDecomp.Cells(i, j).Value = (rngCorrel.Cells(i, j).Value - Prod) / rngDecomp.Cells(j, j).Value
    ElseIf j = 1 Then
      rngDecomp.Cells(i, j).Value = rngCorrel.Cells(i, j).Value
    ElseIf j = i Then
      rngDecomp.Cells(i, j).Value = (1 - Application.WorksheetFunction.SumProduct(
        _Range(rngDecomp.Cells(j, 1), _
          rngDecomp.Cells(j, j - 1)), Range(rngDecomp.Cells(j, 1), rngDecomp.Cells(j, j - 1)))) ^ (1 / 2)
    End If
  Next j
Next i

End Sub
Sub ExecCholeskyDecomposition()

'RESUMO: essa macro localiza uma matriz de correlação e uma range de saída para execução da decomposição
de Cholesky.

'Essa constante é igual ao nome da sheet na qual está a matriz de correlação que será usada para a
decomposição
Const strNomeSheetCorrel = "Resumo - Correlações"

'Declaração das variáveis
Dim n As Integer
Dim rngCholesky As Range
Dim Lin As Integer
Dim rngCorrel As Range, rngDecomp As Range
Dim wksHidden As Worksheet, wksCorrel As Worksheet

Call MacrosAuxiliares.Desliga
'Atribuição das sheets às variáveis correspondentes
Set wksHidden = Worksheets("Hidden")
Set wksCorrel = Worksheets(strNomeSheetCorrel)
wksHidden.Select

```

```
'Limpeza da tabela na qual será impressa a matriz de correlações
ActiveSheet.UsedRange.Find(What:="Cholesky").Select
Set rngCholesky = ActiveCell
rngCholesky.Offset(3, 1).Select
If ActiveCell.Value <> "" Then
  If ActiveCell.Offset(1, 0).Value <> "" Then
    Range(ActiveCell, ActiveCell.End(xlToRight).End(xlDown)).ClearContents
  Else
    ActiveCell.ClearContents
  End If
End If
```

```
'Limpeza da tabela na qual será impressa a matriz de Cholesky
rngCholesky.Offset(1, 0).End(xlToRight).Offset(2, 1).Select
If ActiveCell.Value <> "" Then
  If ActiveCell.Offset(1, 0).Value <> "" Then
    Range(ActiveCell, ActiveCell.End(xlToRight).End(xlDown)).ClearContents
  Else
    ActiveCell.ClearContents
  End If
End If
```

```
'Localização da matriz de correlações e leitura dos valores
wksCorrel.Select
ActiveSheet.UsedRange.Find(What:="Matriz de Correlações").Select
ActiveCell.Offset(2, 1).Select
Set rngCorrel = Range(ActiveCell.End(xlDown), ActiveCell.End(xlToRight))
n = rngCorrel.Count ^ (1 / 2) 'Matriz quadrada
Lin = rngCorrel.Cells(n, n).Row - rngCorrel.Cells(1, 1).Row
```

```
'Impressão da matriz de correlações na tabela da sheet Hidden
wksHidden.Select
rngCholesky.Offset(3, 1).Select
rngCorrel.Copy
ActiveCell.PasteSpecial Paste:=xlPasteValues
Set rngCorrel = Selection
```

```
'Definição da range na qual será impressa a matriz de Cholesky
rngCholesky.Offset(1, 0).End(xlToRight).Select
ActiveCell.Offset(2, 1).Select
Set rngDecomp = Range(ActiveCell, ActiveCell.Offset(Lin, Lin)) 'Matriz quadrada
```

```
'Execução da macro responsável pela realização da decomposição de Cholesky
Call CholeskyDecomposition(rngCorrel, rngDecomp)
```

```
End Sub
```

Quadro D.5 – Código-fonte do módulo 05 do sistema (“Cholesky”).

(Conclusão)

Fonte: Elaborado pelo autor.

```
Option Explicit
'Número de Euler
Public Const e = 2.71828182845905

'Célula do canto superior esquerdo do quadro
Public Const cteLinDadosEnt = 2

'Célula do canto superior esquerdo do quadro
Public Const cteColDadosEnt = 2
```

Quadro D.6 – Código-fonte do módulo 06 do sistema (“Constants”).

(Continua)

```
'Célula do canto direito da tabela de saída dos resultados
Public Const cteLinSaida = 2

'Célula do canto direito da tabela de saída dos resultados
Public Const cteColSaida = 25

'Célula do canto esquerdo superior da tabela usada para construção do histograma com a distribuição do preço
da ação
Public Const cteLinHist = 2
Public Const cteColHist = 19

'Constantes de limitação do software
Public Const LimRam = 4
Public Const LimPer = 4
Public Const LimRamPorPer = (LimRam ^ LimPer)
Public Const LimCen = 50000
```

Quadro D.6 – Código-fonte do módulo 06 do sistema (“Constants”). *(Conclusão)*
 Fonte: Elaborado pelo autor.

```
Option Explicit
Option Base 0
Sub CAPMCovMatrix(rngStockReturns As Range, rngIndexReturns As Range, rngCAPMCovMatrix As Range)

'RESUMO: essa macro é responsável pelo cálculo da matriz de covariâncias segundo um modelo de regressão
de um único fator.

'Declaração das variáveis
Dim i As Integer, j As Integer
Dim n As Integer, T As Long
Dim Alpha() As Double, Beta() As Double, Eps() As Double, VarEps() As Double, EpsAtivo() As Double
Dim VarIndex As Double
Dim CovMatrix() As Double
Dim wksHidden As Worksheet

Call MacrosAuxiliares.Desliga

'Atribuição das sheets às variáveis correspondentes
Set wksHidden = Worksheets("Hidden")

'Determinação do número de ativos e do número de períodos
n = rngStockReturns.Columns.Count
T = rngStockReturns.Rows.Count

'Redimensionamento dos vetores e matrizes
ReDim Alpha(0 To n - 1)
ReDim Beta(0 To n - 1)
ReDim Eps(0 To T - 1, 0 To n - 1)
ReDim VarEps(0 To n - 1, 0 To n - 1)
ReDim CovMatrix(0 To (n - 1), 0 To (n - 1))
ReDim EpsAtivo(0 To T - 1)

'Inicialização VarEps
For i = 0 To (n - 1)
  For j = 0 To (n - 1)
    VarEps(i, j) = 0
  Next j
Next i
```

Quadro D.7 – Código-fonte do módulo 07 do sistema (“CovarianceMatrix”). *(Continua)*

```

'Cálculo dos alfas e betas
For j = 1 To n
  With Application.WorksheetFunction
    Alpha(j - 1) = .Intercept(Range(rngStockReturns.Cells(1, j), rngStockReturns.Cells(T, j)),
rngIndexReturns)
    Beta(j - 1) = .Slope(Range(rngStockReturns.Cells(1, j), rngStockReturns.Cells(T, j)), rngIndexReturns)
  End With
Next j

'Cálculo dos resíduos e das variâncias dos resíduos
For j = 0 To (n - 1)
  For i = 0 To (T - 1)
    Eps(i, j) = rngStockReturns.Cells(i + 1, j + 1).Value - (Alpha(j) + _
Beta(j) * rngIndexReturns.Cells(i + 1, 1).Value)
    EpsAtivo(i) = Eps(i, j)
  Next i
  VarEps(j, j) = Application.WorksheetFunction.Var(EpsAtivo)
Next j

'Cálculo da variância dos retornos do índice
VarIndex = Application.WorksheetFunction.Var(rngIndexReturns)

'Cálculo da matriz de covariâncias
For i = 0 To (n - 1)
  For j = 0 To (n - 1)
    CovMatrix(i, j) = VarIndex * Beta(i) * Beta(j) + VarEps(i, j)
  Next j
Next i

'Impressão do resultado na tabela da sheet Hidden
rngCAPMCovMatrix.Value = CovMatrix

End Sub
Sub SampleCovMatrix(rngStockReturns As Range, rngSampleCovMatrix As Range)

'RESUMO: essa macro é responsável pelo cálculo da matriz de covariâncias a partir da amostra de retornos.

'Declaração das variáveis
Dim i As Integer, j As Integer
Dim n As Integer, T As Long

Call MacrosAuxiliares.Desliga
'Determinação do número de ativos e do número de períodos
n = rngStockReturns.Columns.Count
T = rngStockReturns.Rows.Count
'Cálculo da matriz de covariâncias
For i = 1 To n
  For j = 1 To n
    With Application.WorksheetFunction
      rngSampleCovMatrix.Cells(i, j).Value = (T / (T - 1)) * .Covar(Range(rngStockReturns.Cells(1, i), _
rngStockReturns.Cells(T, i)), Range(rngStockReturns.Cells(1, j), rngStockReturns.Cells(T, j)))
    End With
  Next j
Next i
End Sub

Function ShrinkageEstimator(rngStockReturns As Range, rngIndexReturns As Range, rngCAPMCovMatrix As
Range, rngSampleCovMatrix As Range)

```

'RESUMO: essa função calcula o estimador shrinkage para o modelo de Ledoit e Wolf.

Dim i As Integer, j As Integer, k As Integer

Dim n As Integer, T As Long

Dim m() As Double, s() As Double

Dim MIndex As Double, SIndex As Double

Dim mCovStockIndex() As Double

Dim mp() As Double, mr() As Double, mc() As Double

Dim f1 As Double, f2 As Double, f3 As Double

Dim p As Double, R As Double, C As Double

'Determinação do número de ativos e do número de períodos

n = rngStockReturns.Columns.Count

T = rngStockReturns.Rows.Count

'Redimensionamento dos vetores e matrizes

ReDim mp(0 To n - 1, 0 To n - 1)

ReDim mr(0 To n - 1, 0 To n - 1)

ReDim mc(0 To n - 1, 0 To n - 1)

ReDim m(0 To n - 1)

ReDim mCovStockIndex(0 To n - 1)

'Cálculo das médias dos retornos

For j = 1 To n

 m(j - 1) = Application.WorksheetFunction.Average(Range(rngStockReturns.Cells(1, j), _
 rngStockReturns.Cells(T, j)))

Next j

MIndex = Application.WorksheetFunction.Average(rngIndexReturns)

'Cálculo das covariâncias entre as séries de ações e o benchmark

For j = 1 To n

 mCovStockIndex(j - 1) = (T / (T - 1)) * _

Application.WorksheetFunction.Covar(Range(rngStockReturns.Cells(1, j), _
 rngStockReturns.Cells(T, j)), Range(rngIndexReturns.Cells(1, 1), rngIndexReturns.Cells(T, 1)))

Next j

SIndex = Application.WorksheetFunction.Var(rngIndexReturns)

'Cálculo da matriz p

For i = 0 To (n - 1)

 For j = 0 To (n - 1)

 For k = 0 To (T - 1)

 mp(i, j) = (1 / T) * ((rngStockReturns.Cells(k + 1, i + 1).Value - m(i)) * _
 (rngStockReturns.Cells(k + 1, j + 1).Value - m(j)) - rngSampleCovMatrix.Cells(i + 1, j + 1))

 Next k

 Next j

Next i

'Cálculo da matriz r

For i = 0 To (n - 1)

 For j = 0 To (n - 1)

 If i = j Then

 mr(i, j) = mp(i, j)

 Else

 mr(i, j) = 0

 For k = 0 To (T - 1)

 f1 = (1 / SIndex ^ 2) * (mCovStockIndex(j) * SIndex * (rngStockReturns.Cells(k + 1, i + 1).Value - _
 m(i)) + mCovStockIndex(i) * SIndex * (rngStockReturns.Cells(k + 1, j + 1).Value - m(j)) - _
 mCovStockIndex(i) * mCovStockIndex(j) * (rngIndexReturns.Cells(k + 1, 1).Value - MIndex))

```

        f2 = (rngIndexReturns.Cells(k + 1, 1).Value - MIndex) * (rngStockReturns.Cells(k + 1, i + 1).Value
-
        m(i)) * (rngStockReturns.Cells(k + 1, j + 1).Value - m(j))
        f3 = rngCAPMCovMatrix.Cells(i + 1, j + 1).Value * rngSampleCovMatrix.Cells(i + 1, j + 1).Value
        mr(i, j) = mr(i, j) + (f1 * f2 - f3)
    Next k
    mr(i, j) = (1 / T) * mr(i, j)
End If
Next j
Next i

'Cálculo da matriz c
For i = 1 To n
    For j = 1 To n
        mc(i - 1, j - 1) = (rngCAPMCovMatrix.Cells(i, j).Value - rngSampleCovMatrix.Cells(i, j)) ^ 2
    Next j
Next i

'Cálculo dos parâmetros p, r e c
With Application.WorksheetFunction
    p = .Sum(mp)
    R = .Sum(mr)
    C = .Sum(mc)
End With

'Cálculo do estimador shrinkage
ShrinkageEstimator = (p - R) / C

End Function
Sub ShrinkageCovMatrix(rngCAPMCovMatrix As Range, rngSampleCovMatrix As Range,
ShrinkageEstimator As Double, _
    rngCovMatrix As Range, T As Long)

'RESUMO: essa macro calcula a matriz de covariâncias de um grupo de ativos conforme o modelo de Ledoit e
Wolf.

    Dim i As Integer, j As Integer
    Dim n As Integer

    n = rngCAPMCovMatrix.Columns.Count

    For i = 1 To n
        For j = 1 To n
            rngCovMatrix.Cells(i, j).Value = (ShrinkageEstimator / T) * rngCAPMCovMatrix.Cells(i, j).Value + _
                (1 - ShrinkageEstimator / T) * rngSampleCovMatrix.Cells(i, j).Value
        Next j
    Next i

End Sub
Sub CorrelMatrix(rngCovMatrix As Range, rngStockReturns As Range, rngCorrelMatrix As Range)

'RESUMO: essa macro é responsável pela determinação da matriz de correlações a partir de uma matriz de
covariâncias e de
'uma matriz com as séries históricas de retornos dos ativos para os quais a matriz será calculada.

'Declaração das variáveis
    Dim i As Integer, j As Integer
    Dim n As Integer, T As Long
    Dim StockStDev() As Double

```

```

'Cálculo do número de ativos e do número de períodos
n = rngCovMatrix.Columns.Count
T = rngStockReturns.Rows.Count

'Redimensionamento dos vetores
ReDim StockStDev(0 To n - 1)

'Cálculo do desvio padrão de cada uma das séries de retornos
For j = 0 To n - 1
    StockStDev(j) = Application.WorksheetFunction.StDev(Range(rngStockReturns.Cells(1, j + 1), _
        rngStockReturns.Cells(T, j + 1)))
Next j

'Determinação da matriz de correlações
For i = 1 To n
    For j = 1 To n
        rngCorrelMatrix.Cells(i, j).Value = rngCovMatrix.Cells(i, j).Value / (StockStDev(i - 1) * StockStDev(j -
1))
    Next j
Next i

End Sub

```

Quadro D.7 – Código-fonte do módulo 07 do sistema (“CovarianceMatrix”). (Conclusão)
 Fonte: Elaborado pelo autor.

```

Option Explicit
Sub DailyReturns(LinSaida As Integer, ColSaida As Integer, DeslocCol As Integer)

    Dim T As Double
    Dim Soma As Double
    Dim rng As Range
    Dim rngStockReturns As Range

    With Application
        .Calculation = xlCalculationManual
        .ScreenUpdating = False
    End With

    ActiveSheet.Range("B:B").Find(What:="Maturidade").Select
    T = ActiveCell.Offset(0, 1).Value

    Cells(LinSaida, ColSaida).Select
    Do While ActiveCell.Value <> ""
        If ActiveCell.Row = LinSaida Then
            ActiveCell.Offset(0, DeslocCol - 2).Value = 0
        Else
            ActiveCell.Offset(0, DeslocCol - 2).Value = Application.WorksheetFunction.Ln(ActiveCell.Value /
ActiveCell.Offset(-1, 0).Value)
            ActiveCell.Offset(0, DeslocCol - 2).NumberFormat = "0.00%"
        End If
        ActiveCell.Offset(1, 0).Select
    Loop

    Set rngStockReturns = Range(ActiveCell.Offset(-1, DeslocCol - 2), _
        ActiveCell.Offset(-1, DeslocCol - 2).End(xlUp).Offset(1, 0))
    Soma = 0

    For Each rng In rngStockReturns

```

Quadro D.8 – Código-fonte do módulo 08 do sistema (“DailyReturns”). (Continua)

```

Soma = Soma + rng.Value

Next rng

ActiveCell.Offset(0, DeslocCol - 2).Value = Soma / T
ActiveCell.Offset(0, DeslocCol - 2).NumberFormat = "0.00%"

End Sub

```

Quadro D.8 – Código-fonte do módulo 08 do sistema (“DailyReturns”). (Conclusão)
Fonte: Elaborado pelo autor.

```

Option Explicit
Sub GPStock(Place1 As Range, Place2 As Range, Sinit1 As Double, Sinit2 As Double, AvgRet As Double,
Vol1 As Double, _
  Vol2 As Double, T As Double, Interv As Double, VolHist As Double, Alfa As Double, Theta As Double,
Gama As Double, _
  RngVol1 As Range, RngVol2 As Range, NormRndNum1 As Double, NormRndNum2 As Double)

'Resumo: essa função simula o preço de uma ação que segue um processo GARCH +CEV de média, alfa e
variância
'conhecidas para um dado preço inicial da ação e para certo intervalo de tempo.
'Saída: preço da ação no instante T.

Dim Tempo As Double
Dim z1 As Double
Dim z2 As Double
Dim z3 As Double
Dim z4 As Double
Dim VarEstoc1 As Double, VarEstoc2 As Double, VarHist As Double
Dim GPStock1 As Double, GPStock2 As Double

GPStock1 = 0
GPStock2 = 0
VarEstoc1 = 0
VarEstoc2 = 0
Tempo = 0
VarHist = VolHist ^ 2
Do While Tempo <= T
  If Tempo = 0 Then
    GPStock1 = Sinit1
    GPStock2 = Sinit2
    VarEstoc1 = Vol1 ^ 2
    VarEstoc2 = Vol2 ^ 2
  Else
    With Application
      z1 = NormRndNum1 * (Interv ^ (1 / 2))
      z2 = -z1
      z3 = NormRndNum2 * (Interv ^ (1 / 2))
      z4 = -z3
      VarEstoc1 = VarEstoc1 + Theta * (VarHist - VarEstoc1) * Interv + Gama * VarEstoc1 * z1
      VarEstoc2 = VarEstoc2 + Theta * (VarHist - VarEstoc2) * Interv + Gama * VarEstoc2 * z2
      RngVol1.Value = VarEstoc1 ^ (1 / 2)
      RngVol2.Value = VarEstoc2 ^ (1 / 2)
      GPStock1 = GPStock1 + AvgRet * GPStock1 * Interv + (VarEstoc1 ^ (1 / 2)) * _
        (GPStock1 ^ Alfa) * z3
      GPStock2 = GPStock2 + AvgRet * GPStock2 * Interv + (VarEstoc2 ^ (1 / 2)) * _
        (GPStock2 ^ Alfa) * z4
    End With
  End If
  Tempo = Tempo + Interv
End While

```

Quadro D.9 – Código-fonte do módulo 09 do sistema (“GARCHProcess”). (Continua)

```

End If
Tempo = Tempo + Interv
Loop

Place1.Value = GPStock1
Place2.Value = GPStock2

End Sub
Sub GPStockScenarios(LinDadosEnt As Integer, ColDadosEnt As Integer, LinSaida As Integer, ColSaida As Integer, _
InitialPrice As Double, StockReturn As Double, StockVol As Double, IntTotalLength As Double, IntQty As Integer, _
StockDivYield As Double, Interv As Double, Theta As Double, Gama As Double, Alfa As Double, VolHist As Double, _
TamInt As Double, Optional NumCen As Long, Optional rngAtivo As Range, Optional Method As String = "Random", _
Optional TreeGen As Boolean = False)

'Resumo: essa rotina calcula o preço de uma ação em vários pontos de um intervalo dado.

'Declaração de Constantes
Const DeslocCol = 4 'Essa constante determina os deslocamentos a serem feitos para os cálculos

'Declaração das Variáveis
Dim i As Integer
Dim rng As Range
Dim RndNum1 As Double, RndNum2 As Double, NormRndNum1 As Double, NormRndNum2 As Double
Dim wksModelo As Worksheet, wksHidden As Worksheet, wksRndNum As Worksheet

Call MacrosAuxiliares.Desliga

'Atribuição das sheets às variáveis correspondentes
Set wksModelo = Worksheets("GARCH Process")
Set wksHidden = Worksheets("Hidden")
Set wksRndNum = Worksheets("RndNumbers")

'Limpeza das células de saída
If ColSaida = cteColSaida Then
Cells(LinSaida, ColSaida).Select
Do While ActiveCell.Value <> ""
ActiveCell.Offset(0, DeslocCol).Select
Loop
ActiveCell.Offset(0, -DeslocCol).Select
If ActiveCell.Offset(1, 0).Value <> "" Then
Range(Cells(LinSaida, ColSaida - 1), ActiveCell.End(xlDown)).Select
Else
Range(Cells(LinSaida, ColSaida - 1), ActiveCell).Select
End If
Selection.ClearContents
Selection.EntireColumn.Hidden = False
End If

'Simulação
Range(Cells(LinSaida, ColSaida - 1), Cells(LinSaida + IntQty, ColSaida - 1)).Select
i = 0
If ColSaida = cteColSaida Then
For Each rng In Selection

```

```

rng.Value = i * IntTotalLength / IntQty
    i = i + 1
    Next rng
    Cells(1, ColSaida + DeslocCol - 1).EntireColumn.Hidden = True
Else
    Cells(1, ColSaida - 1).EntireColumn.Hidden = True
    Cells(1, ColSaida + DeslocCol - 1).EntireColumn.Hidden = True
End If
Cells(2, ColSaida - 1).Select

'Se seqüências de Sobol forem selecionadas, a célula a partir da qual a seqüência deverá ser lida é
determinada
If Method = "Sobol" Then
    Cells(2, ColSaida - 1).Select
    wksHidden.Select
    ActiveSheet.UsedRange.Find(What:="Sobol").Select
    ActiveCell.Offset(3 + NumCen, 0).Select
End If

'Se a macro estiver sendo rodada para geração de árvores de cenários, determina a localização da seqüência
de números
'aleatórios
If TreeGen = True Then
    wksRndNum.Select
    rngAtivo.Select
    ActiveCell.Offset(0, 3 + NumCen).Select
End If

'Gera um caminho
wksModelo.Select
i = 1
Do While Cells(ActiveCell.Row, cteColSaida - 1).Value <> ""
    If ActiveCell.Row = LinSaida Then
        ActiveCell.Offset(0, 1).Value = InitialPrice
        ActiveCell.Offset(0, 1 + DeslocCol).Value = InitialPrice
        ActiveCell.Offset(0, 2).Value = StockVol
        ActiveCell.Offset(0, 2 + DeslocCol) = StockVol
    ElseIf ActiveCell.Row = LinSaida + 1 Then
        If TreeGen = False Then
            If Method = "Sobol" Then
                wksHidden.Select
                RndNum1 = ActiveCell.Offset(0, i - 1).Value
                RndNum2 = ActiveCell.Offset(0, i).Value
            Else
                RndNum1 = Rnd()
                RndNum2 = Rnd()
            End If
        Else
            wksRndNum.Select
            RndNum1 = ActiveCell.Offset(0, i - 1).Value
            RndNum2 = ActiveCell.Offset(0, i).Value
        End If
        If TreeGen = False Then
            NormRndNum1 = Application.WorksheetFunction.NormSInv(RndNum1)
            NormRndNum2 = Application.WorksheetFunction.NormSInv(RndNum2)
        Else
            NormRndNum1 = RndNum1
            NormRndNum2 = RndNum2
        End If
    End If

```

Quadro D.9 – Código-fonte do módulo 09 do sistema (“GARCHProcess”). (Continuação)

```

wksModelo.Select
Call GARCHProcess.GPStock(ActiveCell.Offset(0, 1), ActiveCell.Offset(0, 1 + DeslocCol),
InitialPrice, InitialPrice, _
StockReturn - StockDivYield, StockVol, StockVol, TamInt, Interv, VolHist, Alfa, Theta, _
Gama, ActiveCell.Offset(0, 2), ActiveCell.Offset(0, 2 + DeslocCol), NormRndNum1,
NormRndNum2)
i = i + 2
Else
If TreeGen = False Then
If Method = "Sobol" Then
wksHidden.Select
RndNum1 = ActiveCell.Offset(0, i - 1).Value
RndNum2 = ActiveCell.Offset(0, i).Value
Else
RndNum1 = Rnd()
RndNum2 = Rnd()
End If
Else
wksRndNum.Select
If ActiveCell.Offset(i - 1, 0).Value = "" Then
ActiveCell.End(xlDown).End(xlDown).Select
i = 1
End If
RndNum1 = ActiveCell.Offset(0, i - 1).Value
RndNum2 = ActiveCell.Offset(0, i).Value
End If
If TreeGen = False Then
NormRndNum1 = Application.WorksheetFunction.NormSInv(RndNum1)
NormRndNum2 = Application.WorksheetFunction.NormSInv(RndNum2)
Else
NormRndNum1 = RndNum1
NormRndNum2 = RndNum2
End If
wksModelo.Select
Call GARCHProcess.GPStock(ActiveCell.Offset(0, 1), ActiveCell.Offset(0, 1 + DeslocCol), _
ActiveCell.Offset(-1, 1), ActiveCell.Offset(-1, 1 + DeslocCol), StockReturn - StockDivYield, _
ActiveCell.Offset(-1, 2), ActiveCell.Offset(-1, 2 + DeslocCol), TamInt, Interv, VolHist, Alfa, Theta, _
Gama, ActiveCell.Offset(0, 2), ActiveCell.Offset(0, 2 + DeslocCol), NormRndNum1,
NormRndNum2)
i = i + 2
End If
ActiveCell.Offset(1, 0).Select
Loop
End Sub

```

Quadro D.9 – Código-fonte do módulo 09 do sistema (“GARCHProcess”). (Conclusão)
Fonte: Elaborado pelo autor.

```

Option Explicit
Sub HWStock(Place1 As Range, Place2 As Range, Sinit1 As Double, Sinit2, AvgRet As Double, Vol1 As _
Double, Vol2 As Double, _
T As Double, Interv As Double, MedVol As Double, VolVol As Double, Correl As Double, _
RngVol1 As Range, RngVol2 As Range, NormRndNum1 As Double, NormRndNum2 As Double)
'Resumo: essa função simula o preço de uma ação que segue um processo de HullWhite de parâmetros
conhecidos
'para um dado preço inicial da ação e para certo intervalo de tempo.
'Saída: preço da ação no instante T.

```

Quadro D.10 – Código-fonte do módulo 10 do sistema (“HullWhiteModel”). (Continua)

```
Application.Volatile
```

```
Dim Tempo As Double
Dim HWStock1 As Double, HWStock2 As Double
Dim z1 As Double, z4 As Double 'correlacionado com z3
Dim z2 As Double, z5 As Double 'independente dos demais
Dim z3 As Double, z6 As Double 'correlacionado com z1
Dim VolEstocQuad1 As Double, VolEstocQuad2 As Double
```

```
HWStock1 = 0
HWStock2 = 0
VolEstocQuad1 = 0
VolEstocQuad2 = 0
Tempo = 0
```

```
Do While Tempo <= T
```

```
  If Tempo = 0 Then
```

```
    HWStock1 = Sinit1
    HWStock2 = Sinit2
    VolEstocQuad1 = Vol1 ^ 2
    VolEstocQuad2 = Vol2 ^ 2
```

```
  Else
```

```
    z1 = NormRndNum1 * (Interv ^ (1 / 2))
    z4 = -z1
    z2 = NormRndNum2 * (Interv ^ (1 / 2))
    z5 = -z2
    z3 = Correl * z1 + ((1 - Correl ^ 2) ^ (1 / 2)) * z2
    z6 = Correl * z4 + ((1 - Correl ^ 2) ^ (1 / 2)) * z5
    VolEstocQuad1 = VolEstocQuad1 + MedVol * VolEstocQuad1 * Interv + VolVol * _
      VolEstocQuad1 * z3
    VolEstocQuad2 = VolEstocQuad2 + MedVol * VolEstocQuad2 * Interv + VolVol * _
      VolEstocQuad2 * z6
    RngVol1.Value = VolEstocQuad1 ^ (1 / 2)
    RngVol2.Value = VolEstocQuad2 ^ (1 / 2)
    HWStock1 = HWStock1 + AvgRet * HWStock1 * Interv + (VolEstocQuad1 ^ (1 / 2)) * HWStock1 * z1
    HWStock2 = HWStock2 + AvgRet * HWStock2 * Interv + (VolEstocQuad2 ^ (1 / 2)) * HWStock2 * z4
```

```
  End If
```

```
  Tempo = Tempo + Interv
```

```
Loop
```

```
Place1.Value = HWStock1
Place2.Value = HWStock2
```

```
End Sub
```

```
Sub HWStockScenarios(LinDadosEnt As Integer, ColDadosEnt As Integer, LinSaida As Integer, ColSaida As Integer, _
  InitialPrice As Double, StockReturn As Double, StockVol As Double, IntTotalLength As Double, IntQty As Integer, _
  StockDivYield As Double, Interv As Double, MedVol As Double, VolVol As Double, Correl As Double, _
  TamInt As Double, Optional NumCen As Long, Optional rngAtivo As Range, Optional Method As String = "Random", _
  Optional TreeGen As Boolean = False)
```

'Resumo: essa rotina calcula o preço de uma ação em vários pontos de um intervalo dado.

```

'Notar que esse procedimento cria uma terceira coluna para reprodução da volatilidade variável da ação. O valor da
'constante cteColSaida continua apontando para a coluna na qual estão os preços das ações

'Declaração de Constantes
Const DeslocCol = 4 'Essa constante determina os deslocamentos a serem feitos para os cálculos

'Declaração das Variáveis
Dim i As Integer
Dim rng As Range
Dim RndNum1 As Double, RndNum2 As Double, NormRndNum1 As Double, NormRndNum2 As Double
Dim wksModelo As Worksheet, wksHidden As Worksheet, wksRndNum As Worksheet

Call MacrosAuxiliares.Desliga

'Atribuição das sheets às variáveis correspondentes
Set wksModelo = Worksheets("Hull-White")
Set wksHidden = Worksheets("Hidden")
Set wksRndNum = Worksheets("RndNumbers")

'Limpeza das células de saída
If ColSaida = cteColSaida Then
    Cells(LinSaida, ColSaida).Select
    Do While ActiveCell.Value <> ""
        ActiveCell.Offset(0, DeslocCol).Select
    Loop
    ActiveCell.Offset(0, -DeslocCol).Select
    If ActiveCell.Offset(1, 0).Value <> "" Then
        Range(Cells(LinSaida, ColSaida - 1), ActiveCell.End(xlDown)).Select
    Else
        Range(Cells(LinSaida, ColSaida - 1), ActiveCell).Select
    End If
    Selection.ClearContents
    Selection.EntireColumn.Hidden = False
End If

'Simulação
Range(Cells(LinSaida, ColSaida - 1), Cells(LinSaida + IntQty, ColSaida - 1)).Select
i = 0
If ColSaida = cteColSaida Then
    For Each rng In Selection
        rng.Value = i * IntTotalLength / IntQty
        i = i + 1
    Next rng
    Cells(1, ColSaida + DeslocCol - 1).EntireColumn.Hidden = True
Else
    Cells(1, ColSaida - 1).EntireColumn.Hidden = True
    Cells(1, ColSaida + DeslocCol - 1).EntireColumn.Hidden = True
End If
Cells(2, ColSaida - 1).Select

'Se seqüências de Sobol forem selecionadas, a célula a partir da qual a seqüência deverá ser lida é
determinada
If Method = "Sobol" Then
    Cells(2, ColSaida - 1).Select
    wksHidden.Select
    ActiveSheet.UsedRange.Find(What:="Sobol").Select
    ActiveCell.Offset(3 + NumCen, 0).Select
End If

```

```

'Se a macro estiver sendo rodada para geração de árvores de cenários, determina a localização da seqüência
de números
'aleatórios
If TreeGen = True Then
    wksRndNum.Select
    rngAtivo.Select
    ActiveCell.Offset(0, 3 + NumCen).Select
End If

'Gera um caminho
wksModelo.Select
i = 1
Do While Cells(ActiveCell.Row, cteColSaida - 1).Value <> ""
    If ActiveCell.Row = LinSaida Then
        ActiveCell.Offset(0, 1).Value = InitialPrice
        ActiveCell.Offset(0, 1 + DeslocCol).Value = InitialPrice
        ActiveCell.Offset(0, 2).Value = StockVol
        ActiveCell.Offset(0, 2 + DeslocCol) = StockVol
    ElseIf ActiveCell.Row = LinSaida + 1 Then
        If TreeGen = False Then
            If Method = "Sobol" Then
                wksHidden.Select
                RndNum1 = ActiveCell.Offset(0, i - 1).Value
                RndNum2 = ActiveCell.Offset(0, i).Value
            Else
                RndNum1 = Rnd()
                RndNum2 = Rnd()
            End If
        Else
            wksRndNum.Select
            RndNum1 = ActiveCell.Offset(0, i - 1).Value
            RndNum2 = ActiveCell.Offset(0, i).Value
        End If
        If TreeGen = False Then
            NormRndNum1 = Application.WorksheetFunction.NormSInv(RndNum1)
            NormRndNum2 = Application.WorksheetFunction.NormSInv(RndNum2)
        Else
            NormRndNum1 = RndNum1
            NormRndNum2 = RndNum2
        End If
        wksModelo.Select
        Call HullWhiteModel.HWStock(ActiveCell.Offset(0, 1), ActiveCell.Offset(0, 1 + DeslocCol),
InitialPrice, _
        InitialPrice, StockReturn - StockDivYield, StockVol, StockVol, TamInt, Interv, MedVol, VolVol,
Correl, _
        ActiveCell.Offset(0, 2), ActiveCell.Offset(0, 2 + DeslocCol), NormRndNum1, NormRndNum2)
        i = i + 2
    Else
        If TreeGen = False Then
            If Method = "Sobol" Then
                wksHidden.Select
                RndNum1 = ActiveCell.Offset(0, i - 1).Value
                RndNum2 = ActiveCell.Offset(0, i).Value
            Else
                RndNum1 = Rnd()
                RndNum2 = Rnd()
            End If
        Else
            wksRndNum.Select

```

Quadro D.10 – Código-fonte do módulo 10 do sistema (“HullWhiteModel”). (Continuação)

```

    If ActiveCell.Offset(i - 1, 0).Value = "" Then
        ActiveCell.End(xlDown).End(xlDown).Select
        i = 1
    End If
    RndNum1 = ActiveCell.Offset(0, i - 1).Value
    RndNum2 = ActiveCell.Offset(0, i).Value
End If
If TreeGen = False Then
    NormRndNum1 = Application.WorksheetFunction.NormSInv(RndNum1)
    NormRndNum2 = Application.WorksheetFunction.NormSInv(RndNum2)
Else
    NormRndNum1 = RndNum1
    NormRndNum2 = RndNum2
End If
wksModelo.Select
Call HullWhiteModel.HWStock(ActiveCell.Offset(0, 1), ActiveCell.Offset(0, 1 + DeslocCol), _
    ActiveCell.Offset(-1, 1), ActiveCell.Offset(-1, 1 + DeslocCol), StockReturn - StockDivYield, _
    ActiveCell.Offset(-1, 2), ActiveCell.Offset(-1, 2 + DeslocCol), TamInt, Interv, MedVol, VolVol,
Correl, _
    ActiveCell.Offset(0, 2), ActiveCell.Offset(0, 2 + DeslocCol), NormRndNum1, NormRndNum2)
    i = i + 2
End If
ActiveCell.Offset(1, 0).Select
Loop
End Sub

```

Quadro D.10 – Código-fonte do módulo 10 do sistema (“HullWhiteModel”). (Conclusão)
Fonte: Elaborado pelo autor.

```

Option Explicit
Sub Desliga()

    With Application
        .ScreenUpdating = False
        .Calculation = xlCalculationManual
    End With

End Sub
Sub Liga()

    With Application
        .ScreenUpdating = True
        .Calculation = xlCalculationAutomatic
    End With

End Sub

```

Quadro D.11 – Código-fonte do módulo 11 do sistema (“MacrosAuxiliares”).
Fonte: Elaborado pelo autor.

```

Option Explicit
Option Base 0
Sub EurOptionPrice()

'Resumo: essa rotina calcula o preço de opções européias (calls e puts) através de simulações de Monte Carlo

    Dim LinResultados As Integer
    Dim ColResultados As Integer

```

Quadro D.12 – Código-fonte do módulo 12 do sistema (“OptionCalculator”). (Continua)

```

Dim NumCen As Long
Dim rngStockPrices As Range
Dim rng As Range
Dim T As Double
Dim R As Double
Dim k As Double
Dim SomaPayoffsCall As Double
Dim SomaPayoffsPut As Double
Dim CallPrice As Double
Dim PutPrice As Double
Dim SheetName As String
Dim C As Integer

With Application
    .Calculation = xlCalculationManual
    .ScreenUpdating = False
End With

SheetName = ActiveSheet.Name

'A variável c determina o deslocamento horizontal a ser feito nos laços de acordo com o modelo utilizado
Select Case SheetName

    Case "Hull-White", "Stein-Stein", "GARCH Process"
        C = 4

    Case Else
        C = 3

End Select

ActiveSheet.UsedRange.Find(What:="Maturidade").Select
T = ActiveCell.Offset(0, 1).Value
ActiveSheet.UsedRange.Find(What:="Preço de exercício da opção").Select
k = ActiveCell.Offset(0, 1).Value
ActiveSheet.UsedRange.Find(What:="Taxa livre de risco").Select
R = ActiveCell.Offset(0, 1).Value
ActiveSheet.UsedRange.Find(What:="Quantidade de cenários").Select
NumCen = ActiveCell.Offset(0, 1).Value

ActiveSheet.UsedRange.Find(What:="Preço Call Européia").Select
LinResultados = ActiveCell.Row - 1
ColResultados = ActiveCell.Column

Cells(cteLinSaida, cteColSaida - 1).Select
ActiveCell.End(xlDown).Offset(0, 1).Select
Set rngStockPrices = ActiveCell
ActiveCell.Offset(0, C).Select

Do While ActiveCell.Value <> ""

    Set rngStockPrices = Union(rngStockPrices, ActiveCell)
    ActiveCell.Offset(0, C).Select

Loop

SomaPayoffsCall = 0
SomaPayoffsPut = 0

```

Quadro D.12 – Código-fonte do módulo 12 do sistema (“OptionCalculator”). (Continuação)

```

For Each rng In rngStockPrices
    If Application.WorksheetFunction.IsNumber(rng.Value) And rng.Value > 0 Then
        If rng.Value > k Then
            SomaPayoffsCall = SomaPayoffsCall + (rng.Value - k)
        Else
            SomaPayoffsPut = SomaPayoffsPut + (k - rng.Value)
        End If
    End If
End If

Next rng

CallPrice = (SomaPayoffsCall / NumCen) * e ^ (-R * T)
PutPrice = (SomaPayoffsPut / NumCen) * e ^ (-R * T)

Cells(LinResultados + 1, ColResultados + 1).Value = CallPrice
Cells(LinResultados + 2, ColResultados + 1).Value = PutPrice

Cells(1, 1).Select

With Application
    .Calculation = xlCalculationAutomatic
    .ScreenUpdating = True
End With

End Sub
Sub DeltaGamma()

'RESUMO: essa macro é responsável pelo cálculo do delta e do gama de uma opção.

'Essa constante corresponde à variação aplicada ao preço da ação para o cálculo das gregas
Const Var = 0.00001
Const NumIter = 2

'Declaração das variáveis
Dim i As Integer
Dim s(0 To NumIter) As Double
Dim CallPrice(0 To NumIter) As Double
Dim PutPrice(0 To NumIter) As Double
Dim rngStockPrice As Range
Dim DeltaCall As Double, DeltaPut As Double, GammaCall As Double, GammaPut As Double
Dim Delta1 As Double, Delta2 As Double
Dim SheetName As String
Dim wksModelo As Worksheet

Call MacrosAuxiliares.Desliga

'Atribuição das sheets às variáveis correspondentes
Set wksModelo = ActiveSheet
SheetName = ActiveSheet.Name

'Localização da célula com o preço da ação
Set rngStockPrice = ActiveSheet.UsedRange.Find(What:="Preço inicial da ação")
s(0) = rngStockPrice.End(xlToRight).Value

'Execução das simulações
For i = 0 To NumIter
    Select Case SheetName
        Case "Black-Scholes"

```

```

    Call ScenarioGeneration.BlackScholes(, , False, False)
Case "CEV"
    Call ScenarioGeneration.CEV(, , False, False)
Case "Hull-White"
    Call ScenarioGeneration.HullWhite(, , False, False)
Case "Stein-Stein"
    Call ScenarioGeneration.SteinStein(, , False, False)
Case "Variance Gamma"
    Call ScenarioGeneration.VarianceGamma(, , False, False)
Case "GARCH Process"
    Call ScenarioGeneration.GP(, , False, False)
End Select
ActiveSheet.UsedRange.Find(What:="Preço Call Européia").Select
ActiveCell.End(xlToRight).Select
CallPrice(i) = ActiveCell.Value

ActiveSheet.UsedRange.Find(What:="Preço Put Européia").Select
ActiveCell.End(xlToRight).Select
PutPrice(i) = ActiveCell.Value

If i = 0 Then s(i + 1) = s(0) * (1 - Var)
If i = 1 Then s(i + 1) = s(0) * (1 + Var)
If i < 2 Then rngStockPrice.End(xlToRight).Value = s(i + 1)
Next i

'Cálculo das gregas
DeltaCall = (CallPrice(2) - CallPrice(0)) / (s(2) - s(0))
Delta2 = (CallPrice(2) - CallPrice(0)) / (s(2) - s(0))
Delta1 = (CallPrice(0) - CallPrice(1)) / (s(0) - s(1))
GammaCall = (Delta2 - Delta1) / (s(2) - s(0))
DeltaPut = (PutPrice(2) - PutPrice(0)) / (s(2) - s(0))
Delta2 = (PutPrice(2) - PutPrice(0)) / (s(2) - s(0))
Delta1 = (PutPrice(0) - PutPrice(1)) / (s(0) - s(1))
GammaPut = (Delta2 - Delta1) / (s(2) - s(0))

'Impressão dos resultados na sheet
ActiveSheet.UsedRange.Find(What:="Grega").Select
With ActiveCell
    .Offset(1, 1).Value = DeltaCall
    .Offset(2, 1).Value = GammaCall
    .Offset(3, 1).Value = DeltaPut
    .Offset(4, 1).Value = GammaPut
End With

Call MacrosAuxiliares.Liga

End Sub

```

Quadro D.12 – Código-fonte do módulo 12 do sistema (“OptionCalculator”). (Conclusão)
Fonte: Elaborado pelo autor.

```

Option Explicit
Sub RndNumberGen(QtdeAtivos As Integer, NumPer As Integer, NumInt As Long, ByVal QtdeCen As Long)

'RESUMO: essa macro é responsável pela geração dos números aleatórios que serão empregados para geração de cenários.
'OBS: a entrada Method define o modelo que será usado para geração: Sobol ou números aleatórios puros.

'Constante referente ao nome da sheet que será usada para armazenamento dos números gerados

```

Quadro D.13 – Código-fonte do módulo 13 do sistema (“RndNumGenerator”). (Continua)

```

Const NomeSheetRndNumb = "RndNumbers"

'Declaração das variáveis
Dim i As Integer, iant As Integer, j As Integer, k As Integer, l As Integer
Dim rng As Range, rngRnd As Range, rngAtivo As Range, rngAtivo1 As Range
Dim Per As Integer
Dim rngCholesky As Range
Dim mRndNum() As Double
Dim mRndNumCholesky() As Double, vRndNumCholesky() As Variant
Dim wksRndNum As Worksheet, wksHidden As Worksheet

Call MacrosAuxiliares.Desliga

'Atribuição das sheets às variáveis correspondentes
Set wksRndNum = Worksheets(NomeSheetRndNumb)
Set wksHidden = Worksheets("Hidden")

'Ajuste do número de cenários (ver, por exemplo, a macro BSMModel.MCStock)
QtdeCen = QtdeCen / 2

'Redimensionamento das matrizes, de acordo com os valores de entrada da macro
ReDim mRndNum(0 To QtdeAtivos * NumPer * NumInt - 1, 0 To QtdeCen - 1)
ReDim mRndNumCholesky(0 To QtdeAtivos * NumPer * NumInt - 1, 0 To QtdeCen - 1)
ReDim vRndNumCholesky(0 To QtdeCen - 1)

'Limpeza das tabelas de números aleatórios
wksRndNum.Select
Range(Cells(3, 4), Cells(1000000, 4).End(xlToRight)).Select
Selection.ClearContents

'Geração da matriz de Cholesky (supondo que já esteja pronta a matriz de correlação)
Call Cholesky.ExecCholeskyDecomposition
wksHidden.Select
ActiveSheet.UsedRange.Find(What:="Cholesky").Select
ActiveCell.Offset(1, 0).End(xlToRight).Offset(2, 1).Select
Set rngCholesky = Range(ActiveCell.End(xlDown), ActiveCell.End(xlToRight))

'Definição da range rngRnd
wksHidden.Select
ActiveSheet.UsedRange.Find(What:="Cholesky").Select
ActiveCell.Offset(1, 0).End(xlToRight).End(xlToRight).Offset(2, 0).Select
Set rngRnd = Range(ActiveCell, ActiveCell.Offset(0, (QtdeAtivos - 1)))

'Geração dos números aleatórios
For i = 0 To (QtdeAtivos * NumPer * NumInt - 1)
    For j = 0 To (QtdeCen - 1)
        mRndNum(i, j) = Application.WorksheetFunction.NormSInv(Rnd())
    Next j
Next i

'Geração da matriz de números aleatórios a partir da matriz de Cholesky
For i = 0 To (NumPer * NumInt - 1)
    For j = 0 To (QtdeCen - 1)
        k = 1
        For Each rng In rngRnd
            rng.Value = mRndNum(i + (k - 1) * NumPer * NumInt, j)
            k = k + 1
        Next rng
    For k = 1 To QtdeAtivos

```

```

        mRndNumCholesky(i + (k - 1) * NumPer * NumInt, j) = _
            Application.WorksheetFunction.SumProduct(rngRnd, _
                Range(rngCholesky.Cells(k, 1), rngCholesky.Cells(k, QtdeAtivos)))
    Next k
Next j
Next i

'Impressão dos valores na sheet de números aleatórios
wksRndNum.Select
ActiveSheet.UsedRange.Find(What:="Cenários").Offset(2, 0).Select
l = 0
Set rngAtivo1 = ActiveSheet.UsedRange.Find(What:="Ativo 1")
For i = 0 To (NumPer * NumInt - 1) Step 1
    Per = Int(i / NumInt) + 1
    Set rngAtivo = rngAtivo1
    If i <> 0 Then
        If Int(i / NumInt) > Int((i - 1) / NumInt) Then
            l = 0 'Mudança de período
        Else
            l = l + 1
        End If
    End If
    For k = 1 To QtdeAtivos
        For j = 0 To (QtdeCen - 1)
            vRndNumCholesky(j) = mRndNumCholesky(i + (k - 1) * NumPer * NumInt, j)
        Next j
        rngAtivo.Offset(0, 1).Select
        Select Case Per
            Case 2
                ActiveCell.End(xlDown).Select
            Case 3
                ActiveCell.End(xlDown).End(xlDown).Select
            Case 4
                ActiveCell.End(xlDown).End(xlDown).End(xlDown).Select
        End Select
        ActiveCell.Offset(l, 2).Select
        Range(ActiveCell, ActiveCell.Offset(0, QtdeCen - 1)).Value = vRndNumCholesky
        Set rngAtivo = rngAtivo.End(xlDown)
    Next k
Next i
End Sub

```

Quadro D.13 – Código-fonte do módulo 13 do sistema (“RndNumGenerator”). (Conclusão)
 Fonte: Elaborado pelo autor.

```

Option Explicit
Sub BlackScholes(Optional NumAtivo As Integer, Optional Method As String = "Random", Optional TreeGen
As Boolean = False, _
    Optional GenCharts = True, Optional GenStatistics = True)

```

'RESUMO: essa macro é responsável pela geração de cenários e cálculo do preço de opções através do modelo de Black-Scholes.

'Entradas da macro:

'Method: é usado para identificar o método que será empregado para geração dos números aleatórios. Pode ser igual a "Random", caso os números sejam gerados aleatoriamente, ou igual a "Sobol", caso sejam usadas seqüências de Sobol.

Quadro D.14 – Código-fonte do módulo 14 do sistema (“ScenarioGeneration”). (Continua)

```

'TreeGen: indica se a macro está sendo rodada para geração de uma árvore de cenários ou não.

'Essas constantes apontam para a localização da célula que contém o valor da quantidade de cenários
Const cteLinQtdeCen = 21
Const cteColQtdeCen = 3
'Essa constante determina o deslocamento a ser feito para reprodução dos preços das ações em cada cenário
Const DeslocCol = 3

'Declaração das variáveis
Dim j As Integer
Dim QtdeCen As Long
Dim q As Integer
Dim RndNum As Double
Dim InitialPrice As Double, StockReturn As Double, StockVol As Double, IntTotalLength As Double,
IntQty As Integer, _
    StockDivYield As Double, TamInt As Double, rngAtivo As Range
Dim wksModelo As Worksheet, wksHidden As Worksheet, wksRndNum As Worksheet

Call MacrosAuxiliares.Desliga

'Atribuição das sheets às variáveis correspondentes
Set wksModelo = Worksheets("Black-Scholes")
Set wksHidden = Worksheets("Hidden")
Set wksRndNum = Worksheets("RndNumbers")

'Leitura dos dados de entrada para geração de cenários
wksModelo.Select
QtdeCen = Cells(cteLinQtdeCen, cteColQtdeCen).Value
InitialPrice = Cells(cteLinDadosEnt + 2, cteColDadosEnt + 1).Value
StockReturn = Cells(cteLinDadosEnt + 4, cteColDadosEnt + 1).Value
StockVol = Cells(cteLinDadosEnt + 6, cteColDadosEnt + 1).Value
IntTotalLength = Cells(cteLinDadosEnt + 8, cteColDadosEnt + 1).Value
IntQty = Cells(cteLinDadosEnt + 10, cteColDadosEnt + 1).Value
StockDivYield = Cells(cteLinDadosEnt + 12, cteColDadosEnt + 1).Value
TamInt = IntTotalLength / IntQty

'Geração da seqüência de Sobol a ser utilizada para geração de cenários
If Method = "Sobol" Then
    wksHidden.Select
    Call Sobol.SobolGenerator(Int(QtdeCen / 2) + 1, IntQty)
End If

'Determinação do ativo para o qual os cenários serão gerados (apenas para geração de árvores de cenários)
If TreeGen = True Then
    wksRndNum.Select
    rngAtivo = ActiveSheet.UsedRange.Find(What:="Ativo " & NumAtivo)
End If

'Geração dos cenários
j = cteColSaida
q = 0
Do While q < QtdeCen
    wksModelo.Select
    If TreeGen = False Then
        If Method = "Sobol" Then
            Call BSMModel.MCStockScenarios(cteLinDadosEnt, cteColDadosEnt, cteLinSaida, j, InitialPrice,
StockReturn, _
                StockVol, IntTotalLength, IntQty, StockDivYield, TamInt, q / 2, , "Sobol", False)
        Else

```

Quadro D.14 – Código-fonte do módulo 14 do sistema (“ScenarioGeneration”). (Continuação)

```

        Call BSMModel.MCStockScenarios(cteLinDadosEnt, cteColDadosEnt, cteLinSaida, j, _
            InitialPrice, StockReturn, StockVol, IntTotalLength, IntQty, StockDivYield, _
            TamInt, , "Random", False)
    End If
Else
    Call BSMModel.MCStockScenarios(cteLinDadosEnt, cteColDadosEnt, cteLinSaida, j, InitialPrice,
StockReturn, _
    StockVol, IntTotalLength, IntQty, StockDivYield, TamInt, q / 2, rngAtivo, , True)
    End If
    Call DailyReturns.DailyReturns(cteLinDadosEnt, j, DeslocCol)
    Call DailyReturns.DailyReturns(cteLinDadosEnt, j + DeslocCol, DeslocCol)
    j = j + 2 * DeslocCol
    q = q + 2
Loop

wksModelo.Select

'Geração de gráficos, precificação de opções e cálculo de estatísticas
If TreeGen = False Or GenCharts = True Then
    'Geração dos gráficos
    Call ChartGenerator.ChartGeneratorStockTimeSeries
    Call ChartGenerator.ChartGeneratorStockDistribution
    Call ChartGenerator.ChartGeneratorStockReturnDistribution
End If
'Cálculo das estatísticas
If TreeGen = False Or GenStatistics = True Then
    Call Statistics.Statistics(cteLinSaida, cteColSaida, cteLinHist, cteColHist)
End If
'Cálculo das estatísticas
If TreeGen = False Then
    Call OptionCalculator.EurOptionPrice
End If

'Encerramento
MsgBox Prompt:="Simulação concluída!", Title:="Aviso!", Buttons:=(vbOKOnly + vbExclamation)

Call MacrosAuxiliares.Liga

End Sub
Sub CEV(Optional NumAtivo As Integer, Optional Method As String = "Random", Optional TreeGen As
Boolean = False, _
    Optional GenCharts = True, Optional GenStatistics = True)

'RESUMO: essa macro é responsável pela geração de cenários e cálculo do preço de opções através do modelo
CEV
'(Constant Elasticity of Variance).

'Essas constantes apontam para a localização da célula que contém o valor da quantidade de cenários
Const cteLinQtdeCen = 25
Const cteColQtdeCen = 3
'Essa constante determina o deslocamento a ser feito para reprodução dos preços das ações em cada cenário
Const DeslocCol = 3

'Declaração das variáveis
Dim j As Integer
Dim QtdeCen As Integer
Dim q As Integer
Dim RndNum As Double
Dim InitialPrice As Double, StockReturn As Double, StockVol As Double, IntTotalLength As Double, _

```

```

IntQty As Integer, StockDivYield As Double, Alfa As Double, Interv As Double, _
TamInt As Double, rngAtivo As Range
Dim wksModelo As Worksheet, wksHidden As Worksheet, wksRndNum As Worksheet

Call MacrosAuxiliares.Desliga

'Atribuição das sheets às variáveis correspondentes
Set wksModelo = Worksheets("CEV")
Set wksHidden = Worksheets("Hidden")
Set wksRndNum = Worksheets("RndNumbers")

'Leitura dos dados de entrada para geração de cenários
wksModelo.Select
QtdeCen = Cells(cteLinQtdeCen, cteColQtdeCen).Value
InitialPrice = Cells(cteLinDadosEnt + 2, cteColDadosEnt + 1).Value
StockReturn = Cells(cteLinDadosEnt + 4, cteColDadosEnt + 1).Value
StockVol = Cells(cteLinDadosEnt + 6, cteColDadosEnt + 1).Value
IntTotalLength = Cells(cteLinDadosEnt + 8, cteColDadosEnt + 1).Value
IntQty = Cells(cteLinDadosEnt + 10, cteColDadosEnt + 1).Value
StockDivYield = Cells(cteLinDadosEnt + 12, cteColDadosEnt + 1).Value
Alfa = Cells(cteLinDadosEnt + 14, cteColDadosEnt + 1).Value
Interv = Cells(cteLinDadosEnt + 16, cteColDadosEnt + 1).Value
TamInt = IntTotalLength / IntQty

'Geração da seqüência de Sobol a ser utilizada para geração de cenários
If Method = "Sobol" Then
    wksHidden.Select
    Call Sobol.SobolGenerator(Int(QtdeCen / 2) + 1, IntQty)
End If

'Determinação do ativo para o qual os cenários serão gerados (apenas para geração de árvores de cenários)
If TreeGen = True Then
    wksRndNum.Select
    rngAtivo = ActiveSheet.UsedRange.Find(What:="Ativo " & NumAtivo)
End If

j = cteColSaida
q = 0

Do While q < QtdeCen
    wksModelo.Select
    If TreeGen = False Then
        If Method = "Sobol" Then
            Call CEVModel.CEVStockScenarios(cteLinDadosEnt, cteColDadosEnt, cteLinSaida, j, InitialPrice,
StockReturn, _
            StockVol, IntTotalLength, IntQty, StockDivYield, Alfa, Interv, TamInt, q / 2, , "Sobol", False)
        Else
            Call CEVModel.CEVStockScenarios(cteLinDadosEnt, cteColDadosEnt, cteLinSaida, j, InitialPrice,
StockReturn, _
            StockVol, IntTotalLength, IntQty, StockDivYield, Alfa, Interv, TamInt, , , "Random", False)
        End If
    Else
        Call CEVModel.CEVStockScenarios(cteLinDadosEnt, cteColDadosEnt, cteLinSaida, j, InitialPrice,
StockReturn, _
            StockVol, IntTotalLength, IntQty, StockDivYield, Alfa, Interv, TamInt, q / 2, rngAtivo, , True)
    End If
    Call DailyReturns.DailyReturns(cteLinDadosEnt, j, DeslocCol)
    Call DailyReturns.DailyReturns(cteLinDadosEnt, j + DeslocCol, DeslocCol)
    j = j + 2 * DeslocCol

```

Quadro D.14 – Código-fonte do módulo 14 do sistema (“ScenarioGeneration”). (Continuação)

```

q = q + 2

Loop

wksModelo.Select

'Geração de gráficos, precificação de opções e cálculo de estatísticas
If TreeGen = False Or GenCharts = True Then
    'Geração dos gráficos
    Call ChartGenerator.ChartGeneratorStockTimeSeries
    Call ChartGenerator.ChartGeneratorStockDistribution
    Call ChartGenerator.ChartGeneratorStockReturnDistribution
End If
'Cálculo das estatísticas
If TreeGen = False Or GenStatistics = True Then
    Call Statistics.Statistics(cteLinSaida, cteColSaida, cteLinHist, cteColHist)
End If
'Cálculo das estatísticas
If TreeGen = False Then
    Call OptionCalculator.EurOptionPrice
End If

'Encerramento
MsgBox Prompt:="Simulação concluída!", Title:="Aviso!", Buttons:=(vbOKOnly + vbExclamation)

Call MacrosAuxiliares.Liga

End Sub
Sub GP(Optional NumAtivo As Integer, Optional Method As String = "Random", Optional TreeGen As Boolean = False, _
    Optional GenCharts = True, Optional GenStatistics = True)

'RESUMO: essa macro é responsável pela geração de cenários e cálculo do preço de opções através do modelo GARCH.

'Essas constantes apontam para a localização da célula que contém o valor da quantidade de cenários
Const cteLinQtdeCen = 31
Const cteColQtdeCen = 3
'Essa constante determina o deslocamento a ser feito para reprodução dos preços das ações em cada cenário
Const DeslocCol = 4

Dim j As Integer
Dim QtdeCen As Integer
Dim q As Integer
Dim RndNum As Double
Dim InitialPrice As Double, StockReturn As Double, StockVol As Double, IntTotalLength As Double,
IntQty As Integer, _
    StockDivYield As Double, Interv As Double, Theta As Double, Gama As Double, Alfa As Double, _
    TamInt As Double, rngAtivo As Range, VolHist As Double
Dim wksModelo As Worksheet, wksHidden As Worksheet, wksRndNum As Worksheet

Call MacrosAuxiliares.Desliga

'Atribuição das sheets às variáveis correspondentes
Set wksModelo = Worksheets("Garch Process")
Set wksHidden = Worksheets("Hidden")
Set wksRndNum = Worksheets("RndNumbers")

'Leitura das entradas do modelo

```

```

QtdeCen = Cells(cteLinQtdeCen, cteColQtdeCen).Value
InitialPrice = Cells(cteLinDadosEnt + 2, cteColDadosEnt + 1).Value
StockReturn = Cells(cteLinDadosEnt + 4, cteColDadosEnt + 1).Value
StockVol = Cells(cteLinDadosEnt + 6, cteColDadosEnt + 1).Value
IntTotalLength = Cells(cteLinDadosEnt + 8, cteColDadosEnt + 1).Value
IntQty = Cells(cteLinDadosEnt + 10, cteColDadosEnt + 1).Value
StockDivYield = Cells(cteLinDadosEnt + 12, cteColDadosEnt + 1).Value
Interv = Cells(cteLinDadosEnt + 14, cteColDadosEnt + 1).Value
Theta = Cells(cteLinDadosEnt + 16, cteColDadosEnt + 1).Value
Gama = Cells(cteLinDadosEnt + 18, cteColDadosEnt + 1).Value
Alfa = Cells(cteLinDadosEnt + 20, cteColDadosEnt + 1).Value
VolHist = Cells(cteLinDadosEnt + 22, cteColDadosEnt + 1).Value
TamInt = IntTotalLength / IntQty

'Geração da seqüência de Sobol a ser utilizada para geração de cenários
If Method = "Sobol" Then
    wksHidden.Select
    Call Sobol.SobolGenerator(QtdeCen + 1, 2 * IntQty + 1)
End If

'Determinação do ativo para o qual os cenários serão gerados (apenas para geração de árvores de cenários)
If TreeGen = True Then
    wksRndNum.Select
    Set rngAtivo = ActiveSheet.UsedRange.Find(What:="Ativo " & NumAtivo)
End If

'Geração dos cenários
j = cteColSaida
q = 0
Do While q < QtdeCen
    wksModelo.Select
    If TreeGen = False Then
        If Method = "Sobol" Then
            Call GARCHProcess.GPStockScenarios(cteLinDadosEnt, cteColDadosEnt, cteLinSaida, j,
InitialPrice, _
                StockReturn, StockVol, IntTotalLength, IntQty, StockDivYield, Interv, Theta, Gama, Alfa,
VolHist, _
                TamInt, q / 2, , "Sobol", False)
        Else
            Call GARCHProcess.GPStockScenarios(cteLinDadosEnt, cteColDadosEnt, cteLinSaida, j,
InitialPrice, StockReturn, _
                StockVol, IntTotalLength, IntQty, StockDivYield, Interv, Theta, Gama, Alfa, VolHist, TamInt, , , _
                "Random", False)
        End If
    Else
        Call GARCHProcess.GPStockScenarios(cteLinDadosEnt, cteColDadosEnt, cteLinSaida, j, InitialPrice,
StockReturn, _
                StockVol, IntTotalLength, IntQty, StockDivYield, Interv, Theta, Gama, Alfa, VolHist, TamInt, q /
2, _
                rngAtivo, , True)
    End If
    Call DailyReturns.DailyReturns(cteLinDadosEnt, j, DeslocCol)
    Call DailyReturns.DailyReturns(cteLinDadosEnt, j + DeslocCol, DeslocCol)
    j = j + 2 * DeslocCol
    q = q + 2
Loop
wksModelo.Select

'Geração de gráficos, precificação de opções e cálculo de estatísticas

```

```

If TreeGen = False Or GenCharts = True Then
    'Geração dos gráficos
    Call ChartGenerator.ChartGeneratorStockTimeSeries
    Call ChartGenerator.ChartGeneratorStockDistribution
    Call ChartGenerator.ChartGeneratorStockReturnDistribution
End If
'Cálculo das estatísticas
If TreeGen = False Or GenStatistics = True Then
    Call Statistics.Statistics(cteLinSaida, cteColSaida, cteLinHist, cteColHist)
End If
'Cálculo das estatísticas
If TreeGen = False Then
    Call OptionCalculator.EurOptionPrice
End If

'Encerramento
MsgBox Prompt:="Simulação concluída!", Title:="Aviso!", Buttons:=(vbOKOnly + vbExclamation)

Call MacrosAuxiliares.Liga

End Sub
Sub HullWhite(Optional NumAtivo As Integer, Optional Method As String = "Random", Optional TreeGen As Boolean = False, _
    Optional GenCharts = True, Optional GenStatistics = True)

'RESUMO: essa macro é responsável pela geração de cenários e cálculo do preço de opções através do modelo
de Hull-White.

'Essas constantes apontam para a localização da célula que contém o valor da quantidade de cenários
Const cteLinQtdeCen = 29
Const cteColQtdeCen = 3
'Essa constante determina o deslocamento a ser feito para reprodução dos preços das ações em cada cenário
Const DeslocCol = 4

Dim j As Integer
Dim QtdeCen As Integer
Dim q As Integer
Dim RndNum As Double
Dim InitialPrice As Double, StockReturn As Double, StockVol As Double, IntTotalLength As Double,
IntQty As Integer, _
    StockDivYield As Double, Interv As Double, MedVol As Double, VolVol As Double, Correl As Double, _
    TamInt As Double, rngAtivo As Range
Dim wksModelo As Worksheet, wksHidden As Worksheet, wksRndNum As Worksheet

Call MacrosAuxiliares.Desliga

'Atribuição das sheets às variáveis correspondentes
Set wksModelo = Worksheets("Hull-White")
Set wksHidden = Worksheets("Hidden")
Set wksRndNum = Worksheets("RndNumbers")

'Leitura das entradas do modelo
QtdeCen = Cells(cteLinQtdeCen, cteColQtdeCen).Value
InitialPrice = Cells(cteLinDadosEnt + 2, cteColDadosEnt + 1).Value
StockReturn = Cells(cteLinDadosEnt + 4, cteColDadosEnt + 1).Value
StockVol = Cells(cteLinDadosEnt + 6, cteColDadosEnt + 1).Value
IntTotalLength = Cells(cteLinDadosEnt + 8, cteColDadosEnt + 1).Value
IntQty = Cells(cteLinDadosEnt + 10, cteColDadosEnt + 1).Value
StockDivYield = Cells(cteLinDadosEnt + 12, cteColDadosEnt + 1).Value

```

Quadro D.14 – Código-fonte do módulo 14 do sistema (“ScenarioGeneration”). (Continuação)

```

Interv = Cells(cteLinDadosEnt + 14, cteColDadosEnt + 1).Value
MedVol = Cells(cteLinDadosEnt + 16, cteColDadosEnt + 1).Value
VolVol = Cells(cteLinDadosEnt + 18, cteColDadosEnt + 1).Value
Correl = Cells(cteLinDadosEnt + 20, cteColDadosEnt + 1).Value
TamInt = IntTotalLength / IntQty

'Geração da seqüência de Sobol a ser utilizada para geração de cenários
If Method = "Sobol" Then
    wksHidden.Select
    Call Sobol.SobolGenerator(QtdeCen + 1, 2 * IntQty + 1)
End If

'Determinação do ativo para o qual os cenários serão gerados (apenas para geração de árvores de cenários)
If TreeGen = True Then
    wksRndNum.Select
    rngAtivo = ActiveSheet.UsedRange.Find(What:="Ativo " & NumAtivo)
End If

'Geração dos cenários
j = cteColSaida
q = 0
Do While q < QtdeCen
    wksModelo.Select
    If TreeGen = False Then
        If Method = "Sobol" Then
            Call HullWhiteModel.HWStockScenarios(cteLinDadosEnt, cteColDadosEnt, cteLinSaida, j,
InitialPrice, StockReturn, _
            StockVol, IntTotalLength, IntQty, StockDivYield, Interv, MedVol, VolVol, Correl, TamInt, q / 2, ,
_
            "Sobol", False)
        Else
            Call HullWhiteModel.HWStockScenarios(cteLinDadosEnt, cteColDadosEnt, cteLinSaida, j,
InitialPrice, StockReturn, _
            StockVol, IntTotalLength, IntQty, StockDivYield, Interv, MedVol, VolVol, Correl, TamInt, , , _
            "Random", False)
        End If
    Else
        Call HullWhiteModel.HWStockScenarios(cteLinDadosEnt, cteColDadosEnt, cteLinSaida, j, InitialPrice,
StockReturn, _
            StockVol, IntTotalLength, IntQty, StockDivYield, Interv, MedVol, VolVol, Correl, TamInt, q / 2, _
            rngAtivo, , True)
    End If
    Call DailyReturns.DailyReturns(cteLinDadosEnt, j, DeslocCol)
    Call DailyReturns.DailyReturns(cteLinDadosEnt, j + DeslocCol, DeslocCol)
    j = j + 2 * DeslocCol
    q = q + 2
Loop
wksModelo.Select

'Geração de gráficos, precificação de opções e cálculo de estatísticas
If TreeGen = False Or GenCharts = True Then
    'Geração dos gráficos
    Call ChartGenerator.ChartGeneratorStockTimeSeries
    Call ChartGenerator.ChartGeneratorStockDistribution
    Call ChartGenerator.ChartGeneratorStockReturnDistribution
End If

'Cálculo das estatísticas
If TreeGen = False Or GenStatistics = True Then

```

Quadro D.14 – Código-fonte do módulo 14 do sistema (“ScenarioGeneration”). (Continuação)

```

'Geração dos gráficos
Call ChartGenerator.ChartGeneratorStockTimeSeries
Call ChartGenerator.ChartGeneratorStockDistribution
Call ChartGenerator.ChartGeneratorStockReturnDistribution
End If
'Cálculo das estatísticas
If TreeGen = False Or GenStatistics = True Then
    Call Statistics.Statistics(cteLinSaida, cteColSaida, cteLinHist, cteColHist)
End If
'Cálculo das estatísticas
If TreeGen = False Then
    Call OptionCalculator.EurOptionPrice
End If

'Encerramento
MsgBox Prompt:="Simulação concluída!", Title:="Aviso!", Buttons:=(vbOKOnly + vbExclamation)

Call MacrosAuxiliares.Liga

End Sub
Sub SteinStein(Optional NumAtivo As Integer, Optional Method As String = "Random", Optional TreeGen As Boolean = False, _
    Optional GenCharts = True, Optional GenStatistics = True)

'RESUMO: essa macro é responsável pela geração de cenários e cálculo do preço de opções através do modelo
de Stein-Stein.

'Essas constantes apontam para a localização da célula que contém o valor da quantidade de cenários
Const cteLinQtdeCen = 31
Const cteColQtdeCen = 3
'Essa constante determina o deslocamento a ser feito para reprodução dos preços das ações em cada cenário
Const DeslocCol = 4

Dim j As Integer
Dim QtdeCen As Integer
Dim q As Integer
Dim RndNum As Double
Dim InitialPrice As Double, StockReturn As Double, StockVol As Double, IntTotalLength As Double,
IntQty As Integer, _
    StockDivYield As Double, Interv As Double, MedVol As Double, VolVol As Double, Correl As Double, _
    VolHist As Double, TamInt As Double, rngAtivo As Range
Dim wksModelo As Worksheet, wksHidden As Worksheet, wksRndNum As Worksheet

Call MacrosAuxiliares.Desliga

'Atribuição das sheets às variáveis correspondentes
Set wksModelo = Worksheets("Stein-Stein")
Set wksHidden = Worksheets("Hidden")
Set wksRndNum = Worksheets("RndNumbers")

'Leitura da quantidade de cenário a ser gerada
QtdeCen = Cells(cteLinQtdeCen, cteColQtdeCen).Value
InitialPrice = Cells(cteLinDadosEnt + 2, cteColDadosEnt + 1).Value
StockReturn = Cells(cteLinDadosEnt + 4, cteColDadosEnt + 1).Value
StockVol = Cells(cteLinDadosEnt + 6, cteColDadosEnt + 1).Value
IntTotalLength = Cells(cteLinDadosEnt + 8, cteColDadosEnt + 1).Value
IntQty = Cells(cteLinDadosEnt + 10, cteColDadosEnt + 1).Value
StockDivYield = Cells(cteLinDadosEnt + 12, cteColDadosEnt + 1).Value
Interv = Cells(cteLinDadosEnt + 14, cteColDadosEnt + 1).Value

```

Quadro D.14 – Código-fonte do módulo 14 do sistema (“ScenarioGeneration”). (Continuação)

```

MedVol = Cells(cteLinDadosEnt + 16, cteColDadosEnt + 1).Value
VolVol = Cells(cteLinDadosEnt + 18, cteColDadosEnt + 1).Value
Correl = Cells(cteLinDadosEnt + 20, cteColDadosEnt + 1).Value
VolHist = Cells(cteLinDadosEnt + 22, cteColDadosEnt + 1).Value
TamInt = IntTotalLength / IntQty

'Geração da seqüência de Sobol a ser utilizada para geração de cenários
If Method = "Sobol" Then
    wksHidden.Select
    Call Sobol.SobolGenerator(QtdeCen + 1, 2 * IntQty + 1)
End If

'Determinação do ativo para o qual os cenários serão gerados (apenas para geração de árvores de cenários)
If TreeGen = True Then
    wksRndNum.Select
    rngAtivo = ActiveSheet.UsedRange.Find(What:="Ativo " & NumAtivo)
End If

'Geração dos cenários
j = cteColSaida
q = 0
Do While q < QtdeCen
    wksModelo.Select
    If TreeGen = False Then
        If Method = "Sobol" Then
            Call SteinSteinModel.SSSStockScenarios(cteLinDadosEnt, cteColDadosEnt, cteLinSaida, j,
InitialPrice, StockReturn, _
            StockVol, IntTotalLength, IntQty, StockDivYield, Interv, MedVol, VolVol, Correl, VolHist,
TamInt, _
            q / 2, , "Sobol", False)
        Else
            Call SteinSteinModel.SSSStockScenarios(cteLinDadosEnt, cteColDadosEnt, cteLinSaida, j,
InitialPrice, StockReturn, _
            StockVol, IntTotalLength, IntQty, StockDivYield, Interv, MedVol, VolVol, Correl, VolHist,
TamInt, , , _
            "Random", False)
        End If
    Else
        Call SteinSteinModel.SSSStockScenarios(cteLinDadosEnt, cteColDadosEnt, cteLinSaida, j, InitialPrice,
StockReturn, _
            StockVol, IntTotalLength, IntQty, StockDivYield, Interv, MedVol, VolVol, Correl, VolHist,
TamInt, q / 2, _
            rngAtivo, , True)
    End If
    Call DailyReturns.DailyReturns(cteLinDadosEnt, j, DeslocCol)
    Call DailyReturns.DailyReturns(cteLinDadosEnt, j + DeslocCol, DeslocCol)
    j = j + 2 * DeslocCol
    q = q + 2
Loop
wksModelo.Select

'Geração de gráficos, precificação de opções e cálculo de estatísticas
If TreeGen = False Or GenCharts = True Then
    'Geração dos gráficos
    Call ChartGenerator.ChartGeneratorStockTimeSeries
    Call ChartGenerator.ChartGeneratorStockDistribution
    Call ChartGenerator.ChartGeneratorStockReturnDistribution
End If
'Cálculo das estatísticas

```

Quadro D.14 – Código-fonte do módulo 14 do sistema (“ScenarioGeneration”). (Continuação)

```

If TreeGen = False Or GenStatistics = True Then
    Call Statistics.Statistics(cteLinSaida, cteColSaida, cteLinHist, cteColHist)
End If
'Cálculo das estatísticas
If TreeGen = False Then
    Call OptionCalculator.EurOptionPrice
End If

'Encerramento
MsgBox Prompt:="Simulação concluída!", Title:="Aviso!", Buttons:=(vbOKOnly + vbExclamation)

Call MacrosAuxiliares.Liga

End Sub
Sub VarianceGamma(Optional NumAtivo As Integer, Optional Method As String = "Random", _
    Optional TreeGen As Boolean = False, Optional GenCharts = True, Optional GenStatistics = True)

'RESUMO: essa macro é responsável pela geração de cenários e cálculo do preço de opções através do modelo
Variance Gamma.

'Essas constantes apontam para a localização da célula que contém o valor da quantidade de cenários
Const cteLinQtdeCen = 27
Const cteColQtdeCen = 3
'Essa constante determina o deslocamento a ser feito para reprodução dos preços das ações em cada cenário
Const DeslocCol = 3

'Declaração das variáveis
Dim j As Integer
Dim QtdeCen As Integer
Dim q As Integer
Dim RndNum As Double
Dim InitialPrice As Double, StockReturn As Double, StockVol As Double, IntTotalLength As Double,
IntQty As Integer, _
    StockDivYield As Double, Interv As Double, Theta As Double, Ni As Double, TamInt As Double,
rngAtivo As Range
Dim wksModelo As Worksheet, wksHidden As Worksheet, wksRndNum As Worksheet

Call MacrosAuxiliares.Desliga

'Atribuição das sheets às variáveis correspondentes
Set wksModelo = Worksheets("Variance Gamma")
Set wksHidden = Worksheets("Hidden")
Set wksRndNum = Worksheets("RndNumbers")

'Leitura dos dados de entrada para geração de cenários
QtdeCen = Cells(cteLinQtdeCen, cteColQtdeCen).Value
InitialPrice = Cells(cteLinDadosEnt + 2, cteColDadosEnt + 1).Value
StockReturn = Cells(cteLinDadosEnt + 4, cteColDadosEnt + 1).Value
StockVol = Cells(cteLinDadosEnt + 6, cteColDadosEnt + 1).Value
IntTotalLength = Cells(cteLinDadosEnt + 8, cteColDadosEnt + 1).Value
IntQty = Cells(cteLinDadosEnt + 10, cteColDadosEnt + 1).Value
StockDivYield = Cells(cteLinDadosEnt + 12, cteColDadosEnt + 1).Value
Interv = Cells(cteLinDadosEnt + 14, cteColDadosEnt + 1).Value
Theta = Cells(cteLinDadosEnt + 16, cteColDadosEnt + 1).Value
Ni = Cells(cteLinDadosEnt + 18, cteColDadosEnt + 1).Value
TamInt = IntTotalLength / IntQty

'Geração da sequência de Sobol a ser utilizada para geração de cenários
If Method = "Sobol" Then

```

```

wksHidden.Select
Call Sobol.SobolGenerator(Int(QtdeCen / 2) + 1, IntQty)
End If

'Determinação do ativo para o qual os cenários serão gerados (apenas para geração de árvores de cenários)
If TreeGen = True Then
    wksRndNum.Select
    rngAtivo = ActiveSheet.UsedRange.Find(What:="Ativo " & NumAtivo)
End If

j = cteColSaida
q = 0

Do While q < QtdeCen
    wksModelo.Select
    If TreeGen = False Then
        If Method = "Sobol" Then
            Call VGModel.VGStockScenarios(cteLinDadosEnt, cteColDadosEnt, cteLinSaida, j, InitialPrice,
StockReturn, _
            StockVol, IntTotalLength, IntQty, StockDivYield, Interv, Theta, Ni, TamInt, q / 2, , "Sobol", False)
        Else
            Call VGModel.VGStockScenarios(cteLinDadosEnt, cteColDadosEnt, cteLinSaida, j, InitialPrice,
StockReturn, _
            StockVol, IntTotalLength, IntQty, StockDivYield, Interv, Theta, Ni, TamInt, , , "Random", False)
        End If
    Else
        Call VGModel.VGStockScenarios(cteLinDadosEnt, cteColDadosEnt, cteLinSaida, j, InitialPrice,
StockReturn, _
            StockVol, IntTotalLength, IntQty, StockDivYield, Interv, Theta, Ni, TamInt, q / 2, rngAtivo, ,
True)
    End If
    Call DailyReturns.DailyReturns(cteLinDadosEnt, j, DeslocCol)
    Call DailyReturns.DailyReturns(cteLinDadosEnt, j + DeslocCol, DeslocCol)
    j = j + 2 * DeslocCol
    q = q + 2

Loop

wksModelo.Select
'Geração de gráficos, precificação de opções e cálculo de estatísticas
If TreeGen = False Or GenCharts = True Then
    'Geração dos gráficos
    Call ChartGenerator.ChartGeneratorStockTimeSeries
    Call ChartGenerator.ChartGeneratorStockDistribution
    Call ChartGenerator.ChartGeneratorStockReturnDistribution
End If
'Cálculo das estatísticas
If TreeGen = False Or GenStatistics = True Then
    Call Statistics.Statistics(cteLinSaida, cteColSaida, cteLinHist, cteColHist)
End If
'Cálculo das estatísticas
If TreeGen = False Then
    Call OptionCalculator.EurOptionPrice
End If

'Encerramento
MsgBox Prompt:="Simulação concluída!", Title:="Aviso!", Buttons:=(vbOKOnly + vbExclamation)
Call MacrosAuxiliares.Liga
End Sub

```

Quadro D.14 – Código-fonte do módulo 14 do sistema (“ScenarioGeneration”). (Continuação)

```
Sub ScenarioGenerator(strModelo As String, NumPer As Integer, NumAtivo As Integer)
```

'RESUMO: essa macro é responsável pela geração dos cenários que serão posteriormente usados para construção de uma árvore de cenários.

```
Const NomeTabelaCen = "Dados de Entrada do Modelo Escolhido"
Const NomeTabelaMod1 = "Dados de Entrada"
Const NomeTabelaMod2 = "Resultados"
Const NomeCampoIniStockPrice = "Preço inicial da ação"
Const NomeCampoPer = "Quantidade de intervalos"
Const NomeCampoCen = "Quantidade de cenários"
```

'Declaração das variáveis

```
Dim c As Integer
Dim LinIni As Long, LinFim As Long, ColIni As Long, ColFim As Long
Dim rng As Range
Dim IniStockPrice As Double, rngStockPrices As Range
Dim LinIniPrices As Long, LinFimPrices As Long, ColPrices As Long
Dim MinStockPrice As Double, MaxStockPrice As Double, h As Double
Dim NumCen As Long, NumCluster As Long, NumClusterAnt As Long
Dim CellInicial As Range, CellFinal As Range
Dim wksCenarios As Worksheet, wksModelo As Worksheet, wksHidden As Worksheet
```

'Desliga as atualizações automáticas de fórmulas e da tela

```
Call MacrosAuxiliares.Desliga
```

'Atribui às variáveis criadas as sheets correspondentes

```
Set wksCenarios = Worksheets("Cenários")
Set wksModelo = Worksheets(strModelo)
Set wksHidden = Worksheets("Hidden")
```

'Define o deslocamento de colunas em função do modelo simulado

```
Select Case strModelo
  Case "Hull-White", "Stein-Stein", "GARCH Process"
    c = 4
  Case Else
    c = 3
End Select
```

'Limpeza das tabelas nas quais serão impressas as árvores de cenários

```
ActiveSheet.UsedRange.Find(What:="Ativo " & NumAtivo).Select
ActiveCell.Offset(2, 0).Select
Range(ActiveCell, ActiveCell.Offset(0, 9).End(xlDown)).ClearContents
```

'Copia os valores da sheet Cenários para a sheet do modelo selecionado

```
wksCenarios.Select
ActiveSheet.UsedRange.Find(What:=NomeTabelaCen).Select
ActiveCell.Offset(1, 0).Select
Set CellInicial = ActiveCell
Do While ActiveCell.End(xlDown).Value <> NomeCampoCen
  'Imposição do número de períodos selecionado pelo usuário
  If ActiveCell.Value = NomeCampoPer Then
    ActiveCell.End(xlToRight).Value = NumPer
  End If
  'Leitura do preço inicial do ativo cujo preço será simulado
  If ActiveCell.Value = NomeCampoIniStockPrice Then
    IniStockPrice = ActiveCell.End(xlToRight).Value
  End If
```

```

ActiveCell.End(xlDown).Select
Loop
ActiveCell.End(xlDown).Select
NumCen = ActiveCell.End(xlToRight).Value
Set CellFinal = ActiveCell.Offset(1, 2)
Range(CellInicial, CellFinal).Select
Selection.Copy
wksModelo.Select
Cells(3, 2).PasteSpecial Paste:=xlPasteValues
Cells(1, 1).Select

'Executa a macro de geração de cenários associada ao modelo selecionado
Select Case strModelo
Case "Black - Scholes"
Call ScenarioGeneration.BlackScholes(NumAtivo, "Random", True, False, False)
Case "CEV"
Call ScenarioGeneration.CEV(NumAtivo, "Random", True, False, False)
Case "Hull-White"
Call ScenarioGeneration.HullWhite(NumAtivo, "Random", True, False, False)
Case "Stein-Stein"
Call ScenarioGeneration.SteinStein(NumAtivo, "Random", True, False, False)
Case "Variance Gamma"
Call ScenarioGeneration.VarianceGamma(NumAtivo, "Random", True, False, False)
Case "GARCH Process"
Call ScenarioGeneration.GP(NumAtivo, "Random", True, False, False)
Case Else
MsgBox Prompt:="Erro: modelo não encontrado! O processo será encerrado.", Title:="Aviso!", _
Buttons:=(vbCritical + vbOKOnly)
Exit Sub
End Select

End Sub
Sub TreeGeneration(strModelo As String, NumPer As Integer, NumRam As Integer, NumAtivo As Integer)

'RESUMO: essa macro é responsável pela geração da árvore de cenários. As simulações individuais ocorrem em
paralelo.
'ENTRADAS:
'strModelo: nome do modelo a ser empregado (é também o nome da sheet na qual o modelo está)
'NumPer: número de períodos
'NumRam: número de ramificações presentes por nó (igual para todos os nós)
'NumAtivo: é o número do ativo (serve apenas para identificar a tabela na qual serão impressos os dados).

'Constantes referentes a nomes de tabelas e campos
Const NomeTabelaCen = "Dados de Entrada do Modelo Escolhido"
Const NomeTabelaMod1 = "Dados de Entrada"
Const NomeTabelaMod2 = "Resultados"
Const NomeCampoIniStockPrice = "Preço inicial da ação"
Const NomeCampoPer = "Quantidade de intervalos"
Const NomeCampoCen = "Quantidade de cenários"

'Constantes de referência para a célula da sheet Hidden utilizada pela macro
Const LinHidden = 4
Const ColHidden = 8

'Constantes para localização das tabelas nas quais serão impressas as árvores de cenários
Const LinTabArv = 2
Const ColTabArv = 6

'Declaração das variáveis

```

Quadro D.14 – Código-fonte do módulo 14 do sistema (“ScenarioGeneration”). (Continuação)

```

Dim i As Integer, k As Integer
Dim c As Integer
Dim Col As Long
Dim LinIni As Long, LinFim As Long, ColIni As Long, ColFim As Long
Dim rng As Range
Dim IniStockPrice As Double, rngStockPrices As Range
Dim StockPrice As Double
Dim LinIniPrices As Long, LinFimPrices As Long, ColPrices As Long
Dim MinStockPrice As Double, MaxStockPrice As Double, h As Double
Dim NumCen As Long, NumCluster As Long, NumClusterAnt As Long
Dim CellInicial As Range, CellFinal As Range
Dim wksCenarios As Worksheet, wksModelo As Worksheet
Dim wksHidden As Worksheet

'Desliga as atualizações automáticas de fórmulas e da tela
Call MacrosAuxiliares.Desliga

'Atribui às variáveis criadas as sheets correspondentes
Set wksCenarios = Worksheets("Cenários")
Set wksModelo = Worksheets(strModelo)
Set wksHidden = Worksheets("Hidden")

'Define o deslocamento de colunas em função do modelo simulado
Select Case strModelo
    Case "Hull-White", "Stein-Stein", "GARCH Process"
        c = 4
    Case Else
        c = 3
End Select

'Leitura do preço inicial da ação
wksModelo.Select
ActiveSheet.UsedRange.Find(What:=NomeCampoIniStockPrice).Select
IniStockPrice = ActiveCell.End(xlToRight).Value

'Limpeza da tabela da Hidden que será utilizada para formação dos clusters
wksHidden.Select
Cells(LinHidden, ColHidden - 1).Select
Range(ActiveCell.End(xlDown), ActiveCell.Offset(-1, 0).End(xlToRight).Offset(1, 0)).Select
Selection.ClearContents

'Seleciona a linha na qual começam os valores necessários para formação da primeira camada de nós
wksModelo.Select
Cells(cteLinSaida, cteColSaida).Offset(1, 0).Select
k = 1

'Impressão do preço inicial do ativo
wksCenarios.Select
ActiveSheet.UsedRange.Find(What:="Ativo " & NumAtivo).Select
ActiveCell.Offset(2, 0).Select
ActiveCell.Value = IniStockPrice
ActiveCell.Offset(0, 1).Value = 1

'Lê todos os preços gerados, ordena-os e transfere-os para a sheet Hidden
wksModelo.Select
Do While k <= NumPer
    'Localiza a linha da sheet Hidden a partir da qual serão impressos os valores gerados na simulação
    i = LinHidden
    'Transfere os valores para uma coluna específica da sheet Hidden

```

```

Do While ActiveCell.Value <> ""
    StockPrice = ActiveCell.Value
    wksHidden.Select
    Cells(i, ColHidden + 2 * (k - 1)).Value = StockPrice
    If k = 1 Then Cells(i, ColHidden + 2 * (k - 1)).Offset(0, -1).Value = 1
    wksModelo.Select
    ActiveCell.Offset(0, c).Select
    i = i + 1
Loop
'Avança para o próximo período
wksModelo.Select
k = k + 1
Cells(cteLinSaida, cteColSaida).Offset(k, 0).Select
Loop

'Ordena os valores copiados para a sheet Hidden para facilitar a construção da árvore
wksHidden.Select
Cells(LinHidden, ColHidden).Select
Range(ActiveCell.End(xlDown), ActiveCell.Offset(-1, 0).End(xlToRight)).Select
Selection.Sort Key1:=Selection.Cells(1, 1), Order1:=xlDescending, Header:=xlYes

'Formação dos cenários
wksHidden.Select
ActiveSheet.UsedRange.Find(What:="Cenários").Select
ActiveCell.End(xlDown).End(xlToRight).End(xlToRight).Select
ActiveCell.Offset(1, 1).Select
k = 1
Do While k <= NumPer
    wksHidden.Select
    NumCluster = 1
    'Formação dos clusters para o período k
    Do While ActiveCell.Value <> ""
        NumCluster = ActiveCell.Value
        If ActiveCell.Offset(0, 2).Value = "" Then
            'Chama a macro responsável pela localização da range que será usada para formação dos clusters
            Call ScenarioGeneration.LocateStockPrices(k, LinIniPrices, LinFimPrices, ColPrices, NumCluster)
            'Seleciona a range com os preços das ações
            Set rngStockPrices = Range(Cells(LinIniPrices, ColPrices), Cells(LinFimPrices, ColPrices))
            'Cria os clusters a partir da range selecionada
            Call ScenarioGeneration.CreateClusters(rngStockPrices, k, NumCluster, NumRam, NumAtivo)
            wksHidden.Select
            Selection.Cells(Selection.Rows.Count, 2 * k - 1).Offset(1, 0).Select
        End If
    Loop
    'Avança para o próximo período
    ActiveSheet.UsedRange.Find(What:="Cluster " & k).Offset(1, 0).Select
    k = k + 1
Loop
End Sub
Sub LocateStockPrices(NumPer As Integer, LinIniPrices As Long, LinFimPrices As Long, ColPrices As Long,
    NumCluster As Long)

'RESUMO: essa macro é responsável pela localização da range com o preço das ações que serão utilizados para
formação
'dos clusters em uma determinada iteração do algoritmo principal.

'Declaração das variáveis

```

```

Dim i As Integer
Dim wksHidden As Worksheet

'Atribuição das sheets às variáveis correspondentes
Set wksHidden = Worksheets("Hidden")
wksHidden.Select

'Identificação da coluna na qual estarão os preços das ações que serão usados para formação dos clusters, de
acordo
'com o número do período da iteração
ActiveSheet.UsedRange.Find(What:="Cenários").Select
ActiveCell.End(xlDown).Select
Do While ActiveCell.Value <> ("Período " & NumPer)
    ActiveCell.Offset(0, 1).Select
Loop
ColPrices = ActiveCell.Column
ActiveCell.Offset(1, 0).Select

'Determinação das linhas de início e término da range de preços que será usada para formação de clusters
Do While ActiveCell.Offset(0, -1).Value <> NumCluster And ActiveCell.Value <> ""
    ActiveCell.Offset(1, 0).Select
Loop
LinIniPrices = ActiveCell.Row
Do While ActiveCell.Offset(0, -1).Value = NumCluster And ActiveCell.Value <> ""
    ActiveCell.Offset(1, 0).Select
Loop
LinFimPrices = ActiveCell.Offset(-1, 0).Row

End Sub
Sub CreateClusters(rngStockPrices As Range, NumPer As Integer, NumCluster As Long, NumRam As Integer,
NumAtivo As Integer)

'RESUMO: essa macro é responsável pela criação de clusters a partir de uma range contendo os preços das
ações. Ao final
'do processo, a range com os preços é ordenada conforme a range com o índice dos clusters.

    Dim i As Integer, j As Integer
    Dim n As Long
    Dim Col As Long
    Dim rng As Range
    Dim MaxStockPrice As Double, MinStockPrice As Double
    Dim vStockPrices() As Double, vCorresp() As Integer
    Dim h As Double
    Dim SomaClasse(0 To LimRam - 1) As Double, QtdeClasse(0 To LimRam - 1) As Integer
    Dim Cluster(0 To LimRam - 1) As Double, ProbCluster(0 To LimRam - 1) As Double
    Dim wksModelo As Worksheet, wksHidden As Worksheet, wksCenarios As Worksheet
    Dim ClosestStockPrice As Double, DiffPrice As Double, PosStock As Integer

'Atribuição das worksheets às variáveis correspondentes
Set wksHidden = Worksheets("Hidden")
Set wksCenarios = Worksheets("Cenários")

'Cálculo do número de preços de ações presentes na range rngstockprices
n = rngStockPrices.Count

'Redimensionamento dos vetores
ReDim Preserve vStockPrices(0 To n - 1)
ReDim Preserve vCorresp(0 To n - 1)

```

```

'Cálculo dos parâmetros necessários para formação dos clusters
With Application.WorksheetFunction
  MinStockPrice = .Min(rngStockPrices)
  MaxStockPrice = .Max(rngStockPrices)
End With

'Determinação da amplitude dos clusters
h = (MaxStockPrice - MinStockPrice) / NumRam

'Inicialização dos vetores que serão usados para formação dos clusters
For i = 0 To (NumRam - 1)
  SomaClasse(i) = 0
  QtdeClasse(i) = 0
Next i

'Ordenação dos preços das ações para formação dos clusters
For i = n To 1 Step -1
  With Application.WorksheetFunction
    vStockPrices(i - 1) = .Large(rngStockPrices, n - i + 1)
  For j = 1 To n
    If rngStockPrices.Cells(j, 1).Value = vStockPrices(i - 1) Then
      vCorresp(i - 1) = j 'Guarda a correspondência entre vStockPrices e rngStockPrices
      Exit For
    End If
  Next j
  End With
Next i

'Alocação dos preços aos clusters
i = 1
Do While i <= n
  If i <= n / NumRam Then
    SomaClasse(0) = SomaClasse(0) + vStockPrices(i - 1)
    rngStockPrices.Cells(vCorresp(i - 1), 1).Offset(0, 1).Value = 1 + NumRam * (NumCluster - 1)
  ElseIf n / NumRam < i And i <= (2 * n / NumRam) Then
    SomaClasse(1) = SomaClasse(1) + vStockPrices(i - 1)
    rngStockPrices.Cells(vCorresp(i - 1), 1).Offset(0, 1).Value = 2 + NumRam * (NumCluster - 1)
  ElseIf (2 * n / NumRam) < i And i <= (3 * n / NumRam) Then
    SomaClasse(2) = SomaClasse(2) + vStockPrices(i - 1)
    rngStockPrices.Cells(vCorresp(i - 1), 1).Offset(0, 1).Value = 3 + NumRam * (NumCluster - 1)
  ElseIf (3 * n / NumRam) < i And i <= (4 * n / NumRam) Then
    SomaClasse(3) = SomaClasse(3) + vStockPrices(i - 1)
    rngStockPrices.Cells(vCorresp(i - 1), 1).Offset(0, 1).Value = 4 + NumRam * (NumCluster - 1)
  End If
  i = i + 1
Loop

'Formação dos clusters
For i = 0 To (NumRam - 1)
  Cluster(i) = SomaClasse(i) / (n / NumRam)
  DiffPrice = Cluster(i) - vStockPrices(0)
  For j = 1 To n
    If DiffPrice > Cluster(i) - vStockPrices(j) Then
      DiffPrice = Cluster(i) - vStockPrices(j)
      PosStock = j
    End If
  Next
  Cluster(i) = vStockPrices(j)

```

```

    ProbCluster(i) = 1 / NumRam
Next i

'Impressão dos resultados na sheet de Cenários
wksCenarios.Select
ActiveSheet.UsedRange.Find(What:="Ativo " & NumAtivo).Select
Range(ActiveCell.Offset(1, 0), ActiveCell.End(xlToRight).Offset(1, -1)).Select
Selection.Find(What:="Período " & NumPer).Select
If ActiveCell.Offset(1, 0).Value <> "" Then ActiveCell.End(xlDown).Select
ActiveCell.Offset(1, 0).Select
For i = 0 To (NumRam - 1)
    ActiveCell.Value = Cluster(i)
    ActiveCell.Offset(0, 1).Value = ProbCluster(i)
    ActiveCell.Offset(1, 0).Select
Next i

'Ordenação dos clusters
wksHidden.Select
Col = ActiveSheet.UsedRange.Find(What:="Cluster " & LimRam).Column - rngStockPrices.Cells(1, 1).Column
Range(ActiveSheet.UsedRange.Find(What:="Cluster 0").Offset(1, 0), rngStockPrices.Cells(n, 1).Offset(0, Col)).Select
Selection.Sort Key1:=Selection.Cells(1, 2 * NumPer + 1), Order1:=xlAscending, Header:=xlNo

End Sub
Sub OptScenarios(NumPer As Integer, NumRam As Integer, QtdeAtivos As Integer)

'RESUMO: o objetivo dessa macro é gerar a árvore de cenários para opções a partir da árvore de cenários das ações.
'Obs: limite de três derivativos por ação.

'Constantes
Const LimNumOpt = 3

'Declaração das variáveis
Dim i As Integer, k As Integer, p As Integer, s As Integer
Dim NumOpt As Integer
Dim S0 As Double, Strike As Double, r As Double, T As Double, Vol As Double
Dim rngOpt As Range, rngArvStock As Range, rngArvOpt As Range
Dim wksCen As Worksheet, wksOptBSVolImp As Worksheet, wksOpt As Worksheet

'Atribuição das sheets às variáveis correspondentes
Set wksCen = Worksheets("Cenários")
Set wksOptBSVolImp = Worksheets("Opções BS - Vol Imp")
Set wksOpt = Worksheets("Opções")

'Geração da árvore de cenários para as opções
wksCen.Select
Cells(1, 7).Select
s = 1
NumOpt = 1
Do While s <= QtdeAtivos
    'Localização da árvore das ações
    ActiveCell.Offset(2, 0).Select
    Set rngArvStock = Range(ActiveCell, ActiveCell.Offset(NumRam ^ NumPer - 1, 2 * NumPer + 1))
    'Localização do espaço para impressão da árvore das opções
    wksOpt.Select
    Range("1:1").Select
    Selection.Find(What:="Ativo " & s).Select

```

Quadro D.14 – Código-fonte do módulo 14 do sistema (“ScenarioGeneration”). (Continuação)

```

ActiveCell.Offset(2, 0).Select
Set rngArvOpt = Range(ActiveCell, ActiveCell.Offset(NumRam ^ NumPer - 1, 2 * NumPer + 1))
'Geração dos preços das opções (apenas para as disponíveis)
wksOptBSVolImp.Select
Set rngOpt = Cells(3 * s, 1)
rngOpt.Select
k = 1
Do While ActiveCell.Offset(k - 1, 1).Value <> "" And k <= LimNumOpt And NumOpt <= LimNumOpt
  If ActiveCell.Offset(k - 1, 1).End(xlToRight).Value <> "N" Then
    With ActiveCell.Offset(k - 1, 0)
      Strike = .Offset(0, 2).Value
      T = .Offset(0, 3).Value
      r = .Offset(0, 4).Value
      Vol = .Offset(0, 5).Value
    End With
    p = 0
    i = 1
    Do While p <= NumPer
      rngArvStock.Cells(i, 2 * p + 1).Select
      Do While rngArvStock.Cells(i, 2 * p + 1).Value <> ""
        S0 = rngArvStock.Cells(i, 2 * p + 1).Value
        If p < NumPer Then
          rngArvOpt.Cells(i, 2 * p + 1).Value = BSMModel.BSPPrice("c", S0, T, Strike, Vol, r)
        Else
          If S0 - Strike > 0 Then
            rngArvOpt.Cells(i, 2 * p + 1).Value = S0 - Strike
          Else
            rngArvOpt.Cells(i, 2 * p + 1).Value = 0
          End If
        End If
        rngArvOpt.Cells(i, 2 * p + 2).Value = rngArvStock.Cells(i, 2 * p + 2).Value
        i = i + 1
      Loop
      p = p + 1
      i = 1
    Loop
    NumOpt = NumOpt + 1
    'Se o limite de opções foi extrapolado, encerra os cálculos para o ativo s. Caso contrário, localiza a
    'próxima região para impressão da árvore da próxima opção
    If NumOpt > LimNumOpt Then
      Exit Do
    Else
      wksOpt.Select
      Range("1:1").Select
      Selection.Find(What:="Opção " & (3 * (s - 1) + NumOpt)).Select
      ActiveCell.Offset(2, -1).Select
      Set rngArvOpt = Range(ActiveCell, ActiveCell.Offset(NumRam ^ NumPer - 1, 2 * NumPer + 1))
      wksOptBSVolImp.Select
    End If
  End If
  k = k + 1
Loop
rngOpt.End(xlToRight).End(xlToRight).Select
k = 1
Do While ActiveCell.Offset(k - 1, 1).Value <> "" And k <= LimNumOpt And NumOpt <= LimNumOpt
  If ActiveCell.Offset(k - 1, 1).End(xlToRight).Value <> "N" Then
    With ActiveCell.Offset(k - 1, 0)
      S0 = .Offset(0, 1).Value
      Strike = .Offset(0, 2).Value

```

Quadro D.14 – Código-fonte do módulo 14 do sistema (“ScenarioGeneration”). (Continuação)

```

T = .Offset(0, 3).Value
r = .Offset(0, 4).Value
Vol = .Offset(0, 5).Value
End With
p = 0
i = 1
Do While p <= NumPer
    rngArvStock.Cells(i, 2 * p + 1).Select
    Do While rngArvStock.Cells(i, 2 * p + 1).Value <> ""
        S0 = rngArvStock.Cells(i, 2 * p + 1).Value
        If p < NumPer Then
            rngArvOpt.Cells(i, 2 * p + 1).Value = BSMModel.BSPPrice("c", S0, T, Strike, Vol, r)
        Else
            If S0 - Strike > 0 Then
                rngArvOpt.Cells(i, 2 * p + 1).Value = S0 - Strike
            Else
                rngArvOpt.Cells(i, 2 * p + 1).Value = 0
            End If
        End If
        rngArvOpt.Cells(i, 2 * p + 2).Value = rngArvStock.Cells(i, 2 * p + 2).Value
        i = i + 1
    Loop
    p = p + 1
    i = 1
Loop
NumOpt = NumOpt + 1
'Se o limite de opções foi extrapolado, encerra os cálculos para o ativo s. Caso contrário, localiza a
'próxima região para impressão da árvore da próxima opção
If NumOpt > LimNumOpt Then
    Exit Do
Else
    wksOpt.Select
    Range("1:1").Select
    Selection.Find(What:="Opção " & (3 * (s - 1) + NumOpt)).Select
    ActiveCell.Offset(2, -1).Select
    Set rngArvOpt = Range(ActiveCell, ActiveCell.Offset(NumRam ^ NumPer - 1, 2 * NumPer + 1))
    wksOptBSVolImp.Select
End If
End If
k = k + 1
Loop
rngOpt.End(xlToRight).End(xlToRight).Select
k = 1
Do While ActiveCell.Offset(k - 1, 1).Value <> "" And k <= LimNumOpt And NumOpt <= LimNumOpt
    If ActiveCell.Offset(k - 1, 1).End(xlToRight).Value <> "N" Then
        With ActiveCell.Offset(k - 1, 0)
            S0 = .Offset(0, 1).Value
            Strike = .Offset(0, 2).Value
            T = .Offset(0, 3).Value
            r = .Offset(0, 4).Value
            Vol = .Offset(0, 5).Value
        End With
        p = 0
        i = 1
        Do While p <= NumPer
            Do While rngArvStock.Cells(i, 2 * p + 1).Value <> ""
                S0 = rngArvStock.Cells(i, 2 * p + 1).Value
                If p < NumPer Then

```

```

    rngArvOpt.Cells(i, 2 * p + 1).Value = BSMModel.BSPPrice("p", S0, T * (1 - p / NumPer), _
        Strike, Vol, r)
Else
    If Strike - S0 > 0 Then
        rngArvOpt.Cells(i, 2 * p + 1).Value = Strike - S0
    Else
        rngArvOpt.Cells(i, 2 * p + 1).Value = 0
    End If
End If
rngArvOpt.Cells(i, 2 * p + 2).Value = rngArvStock.Cells(i, 2 * p + 2).Value
i = i + 1
Loop
p = p + 1
i = 1
Loop
NumOpt = NumOpt + 1
'Se o limite de opções foi extrapolado, encerra os cálculos para o ativo s. Caso contrário, localiza a
'próxima região para impressão da árvore da próxima opção
If NumOpt > LimNumOpt Then
    Exit Do
Else
    wksOpt.Select
    Range("1:1").Select
    Selection.Find(What:="Opção " & ((s - 1) + NumOpt)).Select
    ActiveCell.Offset(2, -1).Select
    Set rngArvOpt = Range(ActiveCell, ActiveCell.Offset(NumRam ^ NumPer - 1, 2 * NumPer + 1))
    wksOptBSVolImp.Select
End If
End If
k = k + 1
Loop
'Avanço para o próximo ativo
wksCen.Select
Range("1:1").Select
s = s + 1
NumOpt = 1
Selection.Find(What:="Ativo " & s).Select
Loop
End Sub

```

Quadro D.14 – Código-fonte do módulo 14 do sistema (“ScenarioGeneration”). (Conclusão)

Fonte: Elaborado pelo autor.

```

Option Explicit
Option Base 0
Sub InvGaussianDist(xnew As Range, xold As Range, Temp As Double, n As Integer)

'RESUMO: essa função calcula a distribuição gaussiana para geração de valores para o algoritmo Simulated
Annealing.
'Obs: Temp é a variância da distribuição.

Dim i As Integer

For i = 1 To n
    xnew.Cells(i, 1).Value = Application.WorksheetFunction.NormInv(Rnd(), xold.Cells(i, 1).Value, Temp)
    i = i + 1
Next i

End Sub

```

Quadro D.15 – Código-fonte do módulo 15 do sistema (“SimAnn”).

(Continua)

```
Function CauchyDistribution(xnew As Range, xold As Range, Temp As Double) As Double
```

'RESUMO: essa função calcula a distribuição de Cauchy para geração de valores para o algoritmo Simulated Annealing.

```
    Const Lim = 99

    Dim n As Integer
    Dim i As Integer
    Dim rng As Range
    Dim Delta(0 To Lim) As Double
    Dim Norm As Double

    n = xnew.Count
    For Each rng In xnew
        Delta(i) = xnew.Cells(i + 1, 1).Value - xold.Cells(i + 1, 1).Value
    Next rng
    Norm = 0
    For i = LBound(Delta) To UBound(Delta)
        Norm = Norm + Delta(i) ^ 2
    Next i
    Norm = Norm ^ (1 / 2)
    CauchyDistribution = Temp / ((Norm ^ 2 + Temp ^ 2) ^ ((n + 1) / 2))
```

```
End Function
```

```
Sub InvVFSRDistribution(xnew As Range, xold As Range, Temp As Double, n As Integer, Optional xmin As Range, _
    Optional xmax As Range)
```

'RESUMO: essa macro gera números a partir da distribuição de Ingber para o algoritmo VFSR. Caso os argumentos opcionais

'não sejam fornecidos, a macro assume que o limite inferior é 0 e o limite superior é 1 (derivativos)

```
    Dim i As Integer
    Dim u As Double
    Dim Limites As Boolean
    Dim Lambda As Double
```

'Verifica se foram fornecidos os argumentos opcionais necessários para determinação dos limites da distribuição

```
    If xmin Is Nothing And xmax Is Nothing Then
        Limites = False
    Else
        Limites = True
    End If
```

'Geração aleatória dos n primeiros valores da range xnew

```
    For i = 1 To n
        u = Rnd()
        Lambda = Sgn(u - 0.5) * Temp * ((1 + 1 / Temp) ^ (Abs(2 * u - 1)) - 1)
        If Limites = True Then
            xnew.Cells(i, 1).Value = xold.Cells(i, 1).Value + Lambda * (xmax.Cells(i, 1).Value - _
                xmin.Cells(i, 1).Value)
            If xnew.Cells(i, 1).Value > xmax.Cells(i, 1).Value Or xnew.Cells(i, 1).Value < xmin.Cells(i, 1).Value
Then
                i = i - 1
            End If
        Else
            xnew.Cells(i, 1).Value = xold.Cells(i, 1).Value + Lambda * 0.01
```

```

        If xnew.Cells(i, 1).Value > 0.01 Or xnew.Cells(i, 1).Value < 0 Then
            i = i - 1
        End If
    End If
End Sub
Next i

Sub NormalTruncada(xnew As Range, xold As Range, n As Integer, ByVal VarNormal As Double, Optional
xmin As Range, _
    Optional xmax As Range, Optional OptMin As Double)

'RESUMO: essa função utiliza a distribuição normal truncada para geração de números aleatórios para o
algoritmo
'Simulated Annealing.

Dim i As Integer
Dim u As Double
Dim x As Double, y As Double
Dim DesvPad As Double
Dim LimSup As Double, LimInf As Double
Dim Media As Double

For i = 1 To n

    If xmax Is Nothing Then
        LimSup = 1
    Else
        LimSup = xmax.Cells(i, 1).Value
    End If
    If xmin Is Nothing Then
        LimInf = 0
    Else
        LimInf = xmin.Cells(i, 1).Value
    End If

    Media = xold.Cells(i, 1).Value
    DesvPad = VarNormal ^ (1 / 2)

    'O comando condicional abaixo apenas faz um ajuste na media no caso das opções, cujos limites dependem
das
    'posições em renda variável (lembrar que não há possibilidade de ficar short em opções!)
    If Media > LimSup Or Media < LimInf Then
        Media = LimInf + (LimSup - LimInf) * OptMin
    End If

    If LimSup = LimInf Then
        xnew.Cells(i, 1).Value = LimInf
    Else
        With Application.WorksheetFunction
            x = .NormDist(LimInf, Media, DesvPad, True)
            y = .NormDist(LimSup, Media, DesvPad, True)
            u = x + (y - x) * Rnd()
            xnew.Cells(i, 1).Value = .NormInv(u, Media, DesvPad)
        End With
    End If

Next i

End Sub

```

```
Function BoltzmannFunction(Energy As Double, Temp As Double, c As Double, AcceptProb As Double) As Boolean
```

'RESUMO: essa função calcula a distribuição de Boltzmann, que é usada para aceitação ou rejeição de um valor gerado.

'Obs: essa função considera que o problema a ser solucionado é um problema de maximização da função objetivo.

'Essa constante define a probabilidade mínima a ser atingida por xnew para que seja aceito

Dim h As Double

$h = 1 / (1 + \text{Exp}(-\text{Energy} / (c * \text{Temp})))$

If h >= AcceptProb Then

 BoltzmannFunction = True

Else

 BoltzmannFunction = False

End If

End Function

```
Function ObjFunc(rngInitWeights As Range, rngWeights0 As Range, rngVar0 As Range, rngWeights1 As Range, rngVar1 As Range, _
```

```
    rngReturns1 As Range, rngWeights2 As Range, rngVar2 As Range, rngReturns2 As Range, rngWeights3 As Range, _
```

```
    rngVar3 As Range, rngReturns3 As Range, rngWeights4 As Range, rngVar4 As Range, rngReturns4 As Range, _
```

```
    TransactionCosts As Boolean, _
```

```
    rngOptionsPrices As Range, rngOptionsWeights0 As Range, rngOptionsWeights1 As Range, rngOptionsWeights2 As Range, _
```

```
    rngOptionsWeights3 As Range, _
```

```
    rngOptionsReturns1 As Range, rngOptionsReturns2 As Range, rngOptionsReturns3 As Range, rngOptionsReturns4 As Range, _
```

```
    CashWeight0 As Double, CashWeight1 As Double, CashWeight2 As Double, CashWeight3 As Double, CashWeight4 As Double, _
```

```
    CashReturnCDI As Double, ReturnCDI As Double, _
```

```
    rngDummy1 As Range, rngDummy2 As Range, rngDummy3 As Range, rngDummy4 As Range, ReturnDummy As Double, _
```

```
    Optional SellingCosts As Double, Optional PurchasingCosts As Double) As Double
```

'RESUMO: essa função reproduz a função objetivo do problema de otimização.

Dim CashReturn As Double

Dim Rent0 As Double, Rent1 As Double, Rent2 As Double, Rent3 As Double, Rent4 As Double

CashReturn = CashReturnCDI * ReturnCDI

'Cálculos dos retornos e da função objetivo

With Application.WorksheetFunction

 'Cálculo dos retornos por período

 Rent0 = -PurchasingCosts * .SumIf(rngVar0, ">0", rngVar0) + SellingCosts * .SumIf(rngVar0, "<0", rngVar0)

 Rent1 = CashWeight0 * CashReturn + .SumProduct(rngWeights0, rngReturns1) + Abs(rngDummy1.Value) * ReturnDummy _

 - PurchasingCosts * .SumIf(rngVar1, ">0", rngVar1) + SellingCosts * .SumIf(rngVar1, "<0", rngVar1) + _

 .SumProduct(rngOptionsWeights0, rngOptionsReturns1)

```

    Rent2 = CashWeight1 * CashReturn + .SumProduct(rngWeights1, rngReturns2) +
Abs(rngDummy2.Value) * ReturnDummy _
    - PurchasingCosts * .SumIf(rngVar2, ">0", rngVar2) + SellingCosts * .SumIf(rngVar2, "<0", rngVar2)
+ _
    .SumProduct(rngOptionsWeights1, rngOptionsReturns2)

    Rent3 = CashWeight2 * CashReturn + .SumProduct(rngWeights2, rngReturns3) +
Abs(rngDummy3.Value) * ReturnDummy _
    - PurchasingCosts * .SumIf(rngVar3, ">0", rngVar3) + SellingCosts * .SumIf(rngVar3, "<0", rngVar3)
+ _
    .SumProduct(rngOptionsWeights2, rngOptionsReturns3)

    Rent4 = CashWeight3 * CashReturn + .SumProduct(rngWeights3, rngReturns4) +
Abs(rngDummy4.Value) * ReturnDummy _
    - PurchasingCosts * .SumIf(rngVar4, ">0", rngVar4) + SellingCosts * .SumIf(rngVar4, "<0", rngVar4)
+ _
    .SumProduct(rngOptionsWeights3, rngOptionsReturns4)

    'Função objetivo
    ObjFunc = (1 + Rent0) * (1 + Rent1) * (1 + Rent2) * (1 + Rent3) * (1 + Rent4) - 1

End With

End Function
Function ConstraintsAssetPart(rngInitWeights As Range, rngWeights0 As Range, rngWeights1 As Range,
rngWeights2 As Range, _
    rngWeights3 As Range, rngWeights4 As Range, AssetPart As Boolean, Optional rngMinPart As Range, _
    Optional rngMaxPart As Range) As Boolean

'Declaração das variáveis
Dim i As Integer
Dim n As Integer

'Define Constraints como True, supondo que nenhuma restrição será violada
ConstraintsAssetPart = True

'Cálculo da quantidade de ações disponíveis
n = rngWeights1.Rows.Count

If AssetPart = True Then
    For i = 1 To n
        If rngWeights0.Cells(i, 1).Value < rngMinPart.Cells(i, 1).Value Or _
            rngWeights0.Cells(i, 1).Value > rngMaxPart.Cells(i, 1).Value Then ConstraintsAssetPart = False
        If rngWeights1.Cells(i, 1).Value < rngMinPart.Cells(i, 1).Value Or _
            rngWeights1.Cells(i, 1).Value > rngMaxPart.Cells(i, 1).Value Then ConstraintsAssetPart = False
        If rngWeights2.Cells(i, 1).Value < rngMinPart.Cells(i, 1).Value Or _
            rngWeights2.Cells(i, 1).Value > rngMaxPart.Cells(i, 1).Value Then ConstraintsAssetPart = False
        If rngWeights3.Cells(i, 1).Value < rngMinPart.Cells(i, 1).Value Or _
            rngWeights3.Cells(i, 1).Value > rngMaxPart.Cells(i, 1).Value Then ConstraintsAssetPart = False
        If rngWeights4.Cells(i, 1).Value < rngMinPart.Cells(i, 1).Value Or _
            rngWeights4.Cells(i, 1).Value > rngMaxPart.Cells(i, 1).Value Then ConstraintsAssetPart = False
    Next i
End If

End Function
Function ConstraintsDelta(rngInitWeights As Range, rngWeights0 As Range, rngWeights1 As Range,
rngWeights2 As Range, _
    rngWeights3 As Range, rngWeights4 As Range, _

```

```

rngOptionsPrices As Range, rngOptionsWeights As Range, NumOpt As Integer, Delta As Boolean, _
Optional rngDelta As Range, Optional DeltaLim As Double) As Boolean

'Declaração das variáveis
Dim i As Integer
Dim n As Integer
Dim NumOptPerStock As Integer
Dim DeltaCarteira As Double

'Define Constraints como True, supondo que nenhuma restrição será violada
ConstraintsDelta = True

'Cálculo da quantidade de ações disponíveis
n = rngWeights1.Rows.Count

'Cálculo do número de opções por ação
NumOptPerStock = NumOpt / n

If Delta = True Then
  With Application.WorksheetFunction
    For i = 1 To n
      DeltaCarteira = .SumProduct(Range(rngOptionsWeights.Cells(NumOptPerStock * (i - 1) + 1, 1), _
        rngOptionsWeights.Cells(NumOptPerStock * i, 1)), _
        Range(rngDelta.Cells(NumOptPerStock * (i - 1) + 1, 1), rngDelta.Cells(NumOptPerStock * i, 1)))
      If DeltaCarteira > DeltaLim Then ConstraintsDelta = False
    Next i
  End With
End If

End Function
Function ConstraintsGama(rngInitWeights As Range, rngWeights0 As Range, rngWeights1 As Range,
rngWeights2 As Range, _
rngWeights3 As Range, rngWeights4 As Range, _
rngOptionsPrices As Range, rngOptionsWeights As Range, NumOpt As Integer, Gama As Boolean, _
Optional rngGama As Range, Optional GamaLim As Double) As Boolean

'Declaração das variáveis
Dim i As Integer
Dim n As Integer
Dim NumOptPerStock As Integer
Dim GamaCarteira As Double

'Define Constraints como True, supondo que nenhuma restrição será violada
ConstraintsGama = True

'Cálculo da quantidade de ações disponíveis
n = rngWeights1.Rows.Count

'Cálculo do número de opções por ação
NumOptPerStock = NumOpt / n

If Gama = True Then
  With Application.WorksheetFunction
    For i = 1 To n
      GamaCarteira = .SumProduct(Range(rngOptionsWeights.Cells(NumOptPerStock * (i - 1) + 1, 1), _
        rngOptionsWeights.Cells(NumOptPerStock * i, 1)), _
        Range(rngGama.Cells(NumOptPerStock * (i - 1) + 1, 1), rngGama.Cells(NumOptPerStock * i, 1)))
      If GamaCarteira > GamaLim Then ConstraintsGama = False
    Next i
  End With
End If

```

```

End With
End If

End Function
Function ConstraintsRisks(rngInitWeights As Range, rngWeights0 As Range, rngWeights1 As Range,
rngWeights2 As Range, _
    rngWeights3 As Range, rngWeights4 As Range, Risks As Boolean, _
    Optional rngRisks As Range, Optional rngMinRisks As Range, Optional rngMaxRisks As Range) As
Boolean

'Declaração das variáveis
Dim i As Integer, j As Integer
Dim n As Integer, f As Integer
Dim RiscoCarteira As Double

'Define Constraints como True, supondo que nenhuma restrição será violada
ConstraintsRisks = True

'Cálculo da quantidade de ações disponíveis
n = rngWeights1.Rows.Count

'Cálculo da quantidade de fatores de risco em consideração
f = rngRisks.Columns.Count

If Risks = True Then
    With Application.WorksheetFunction
        For j = 1 To f
            RiscoCarteira = .SumProduct(rngWeights0, Range(rngRisks.Cells(1, j), rngRisks.Cells(n, j)))
            If RiscoCarteira < rngMinRisks.Cells(1, j).Value Or RiscoCarteira > rngMaxRisks.Cells(1, j).Value
Then
                ConstraintsRisks = False
            End If
            RiscoCarteira = .SumProduct(rngWeights1, Range(rngRisks.Cells(1, j), rngRisks.Cells(n, j)))
            If RiscoCarteira < rngMinRisks.Cells(1, j).Value Or RiscoCarteira > rngMaxRisks.Cells(1, j).Value
Then
                ConstraintsRisks = False
            End If
            RiscoCarteira = .SumProduct(rngWeights2, Range(rngRisks.Cells(1, j), rngRisks.Cells(n, j)))
            If RiscoCarteira < rngMinRisks.Cells(1, j).Value Or RiscoCarteira > rngMaxRisks.Cells(1, j).Value
Then
                ConstraintsRisks = False
            End If
            RiscoCarteira = .SumProduct(rngWeights3, Range(rngRisks.Cells(1, j), rngRisks.Cells(n, j)))
            If RiscoCarteira < rngMinRisks.Cells(1, j).Value Or RiscoCarteira > rngMaxRisks.Cells(1, j).Value
Then
                ConstraintsRisks = False
            End If
            RiscoCarteira = .SumProduct(rngWeights4, Range(rngRisks.Cells(1, j), rngRisks.Cells(n, j)))
            If RiscoCarteira < rngMinRisks.Cells(1, j).Value Or RiscoCarteira > rngMaxRisks.Cells(1, j).Value
Then
                ConstraintsRisks = False
            End If
        Next j
    End With
End If
End Function
Function ConstraintsClasses(rngInitWeights As Range, rngWeights0 As Range, rngWeights1 As Range,
rngWeights2 As Range, _

```

```

rngWeights3 As Range, rngWeights4 As Range, _
rngOptionsPrices As Range, rngOptionsWeights As Range, _
CashWeight0 As Double, CashWeight1 As Double, CashWeight2 As Double, CashWeight3 As Double,
CashWeight4 As Double, _
Classes As Boolean, _
Optional StockLim As Double, Optional CashLim As Double, Optional DerivLim As Double) As Boolean

'Declaração das variáveis
Dim i As Integer
Dim n As Integer

'Define Constraints como True, supondo que nenhuma restrição será violada
ConstraintsClasses = True

'Cálculo da quantidade de ações disponíveis
n = rngWeights1.Rows.Count

With Application.WorksheetFunction
    If Classes = True Then
        If .Sum(rngWeights0) < StockLim Or .Sum(rngWeights1) < StockLim Or .Sum(rngWeights2) <
StockLim Or _
        .Sum(rngWeights3) < StockLim Or .Sum(rngWeights4) < StockLim Then
            ConstraintsClasses = False
        End If
        If CashWeight0 < CashLim Or CashWeight1 < CashLim Or CashWeight2 < CashLim Or CashWeight3
< CashLim Or _
        CashWeight4 < CashLim Then
            ConstraintsClasses = False
        End If
        If .Sum(rngOptionsWeights) > DerivLim Then ConstraintsClasses = False
    Else
        If CashWeight0 < 0 Or CashWeight0 > 1 Or CashWeight1 < 0 Or CashWeight1 > 1 Or CashWeight2 <
0 Or _
        CashWeight2 > 1 Or CashWeight3 < 0 Or CashWeight3 > 1 Or CashWeight4 < 0 Or CashWeight4 >
1 Then
            ConstraintsClasses = False
        End If
        If .Sum(rngOptionsWeights) < 0 Or .Sum(rngOptionsWeights) > 1 Then
            ConstraintsClasses = False
        End If
    End If
End With

End Function
Function ConstraintsCVaR(rngObjFunc As Range, Alfa As Double, CVaRLim As Double, EstimVaR As
Double, _
    EstimCVaR As Double) As Boolean

'RESUMO: o objetivo dessa função é determinar se a restrição relacionada ao CVaR da distribuição de retornos
da carteira
'é obedecida.

'Declaração das variáveis
Dim i As Integer
Dim n As Integer
Dim PosAlfa As Integer
Dim SomaCVaR As Double

'Define Constraints como True, supondo que nenhuma restrição será violada

```

```

ConstraintsCVaR = True

'Cálculo da quantidade de cenários
n = rngObjFunc.Rows.Count

'Cálculo do CVaR e verificação da restrição
rngObjFunc.Sort Key1:=rngObjFunc.Cells(1, 1), Order1:=xlAscending, Header:=xlNo
If Int(n * Alfa) < n * Alfa Then
    PosAlfa = Int(n * Alfa) + 1
Else
    PosAlfa = Int(n * Alfa)
End If

SomaCVaR = 0
For i = 1 To PosAlfa
    SomaCVaR = SomaCVaR + rngObjFunc.Cells(i, 1).Value
Next i
SomaCVaR = SomaCVaR / PosAlfa
EstimVaR = rngObjFunc.Cells(PosAlfa, 1).Value
EstimCVaR = SomaCVaR
If SomaCVaR < CVaRLim Then ConstraintsCVaR = False

End Function
Sub ConstraintsTransactions(rngInitWeights As Range, rngWeights0 As Range, rngVar0 As Range,
rngWeights1 As Range, _
    rngReturns1 As Range, rngVar1 As Range, rngWeights2 As Range, rngReturns2 As Range, rngVar2 As
Range, _
    rngWeights3 As Range, rngReturns3 As Range, rngVar3 As Range, rngWeights4 As Range, rngReturns4 As
Range, _
    rngVar4 As Range, _
    CashWeight0 As Double, CashWeight1 As Double, CashWeight2 As Double, CashWeight3 As Double,
CashWeight4 As Double, _
    CashReturn As Double, CDIReturn As Double, _
    rngInitOptionsWeights As Range, rngOptionsWeights1 As Range, rngOptionsWeights2 As Range, _
    rngOptionsWeights3 As Range, rngOptionsWeights4 As Range, rngOptionsReturns1 As Range,
rngOptionsReturns2 As Range, _
    rngOptionsReturns3 As Range, rngOptionsReturns4 As Range, _
    NumPer As Integer, PurchasingCosts As Double, SellingCosts As Double, rngOtimHidden As Range, _
    NumStocks As Integer, NumOpt As Integer, rngDummy1 As Range, rngVarDummy1 As Range,
rngDummy2 As Range, _
    rngVarDummy2 As Range, rngDummy3 As Range, rngVarDummy3 As Range, rngDummy4 As Range,
rngVarDummy4 As Range, _
    ReturnDummy As Double)

'RESUMO: essa macro é responsável pelo cálculo das transações que serão feitas a cada período.

Dim i As Integer, j As Integer
Dim rng As Range
Dim InitPurCosts As Double, InitSellCosts As Double
Dim DeltaW As Double
Dim Part As Double
Dim ProdEsc As Double
Dim n As Integer
Dim Soma1 As Double, Soma2 As Double, Soma3 As Double, Soma4 As Double
Dim wksOtim As Worksheet, wksHidden As Worksheet

'Atribuição das sheets às variáveis correspondentes
Set wksOtim = Worksheets("Otimização")
Set wksHidden = Worksheets("Hidden")

```

```

n = NumStocks

'Cálculo das variações (transações) ocorridas para formação da carteira inicial
wksOtim.Select
For i = 1 To n
    DeltaW = rngWeights0.Cells(i, 1).Value - rngInitWeights.Cells(i, 1).Value
    If DeltaW >= 0 Then rngVar0.Cells(i, 1).Value = DeltaW / (1 - PurchasingCosts)
    If DeltaW < 0 Then rngVar0.Cells(i, 1).Value = DeltaW
Next i

'Cálculo das variações (transações) ocorridas para formação das carteiras dos demais períodos
(rebalanceamentos)
For j = 1 To NumPer
    For i = 1 To n
        Select Case j
            Case 1
                DeltaW = rngWeights1.Cells(i, 1).Value / (1 + rngReturns1.Cells(i, 1).Value) - _
                    rngWeights0.Cells(i, 1).Value
                If DeltaW > 0 Then
                    rngVar1.Cells(i, 1).Value = DeltaW / (1 - PurchasingCosts)
                Else
                    rngVar1.Cells(i, 1).Value = DeltaW
                End If
            Case 2
                DeltaW = rngWeights2.Cells(i, 1).Value / (1 + rngReturns2.Cells(i, 1).Value) - _
                    rngWeights1.Cells(i, 1).Value
                If DeltaW > 0 Then
                    rngVar2.Cells(i, 1).Value = DeltaW / (1 - PurchasingCosts)
                Else
                    rngVar2.Cells(i, 1).Value = DeltaW
                End If
            Case 3
                DeltaW = rngWeights3.Cells(i, 1).Value / (1 + rngReturns3.Cells(i, 1).Value) - _
                    rngWeights2.Cells(i, 1).Value
                If DeltaW > 0 Then
                    rngVar3.Cells(i, 1).Value = DeltaW / (1 - PurchasingCosts)
                Else
                    rngVar3.Cells(i, 1).Value = DeltaW
                End If
            Case 4
                DeltaW = rngWeights4.Cells(i, 1).Value / (1 + rngReturns4.Cells(i, 1).Value) - _
                    rngWeights3.Cells(i, 1).Value
                If DeltaW > 0 Then
                    rngVar4.Cells(i, 1).Value = DeltaW / (1 - PurchasingCosts)
                Else
                    rngVar4.Cells(i, 1).Value = DeltaW
                End If
        End Select
    Next i
Next j

rngVarDummy1.Value = 0
rngVarDummy2.Value = 0
rngVarDummy3.Value = 0
rngVarDummy4.Value = 0
With Application.WorksheetFunction
    rngVarDummy1.Value = -(SumIf(rngVar1, ">0", rngVar1) + (1 - SellingCosts) * SumIf(rngVar1, "<0",
rngVar1))

```

```

'rngDummy0.Value = 0, por construção (ver sheet Otimização), pois o caixa é usado como grau de
liberdade
rngDummy1.Value = rngVarDummy1.Value * (1 + ReturnDummy)
rngVarDummy2.Value = -(SumIf(rngVar2, ">0", rngVar2) + (1 - SellingCosts) * SumIf(rngVar2, "<0",
rngVar2))
rngDummy2.Value = (rngVarDummy2.Value + rngDummy1.Value) * (1 + ReturnDummy)
rngVarDummy3.Value = -(SumIf(rngVar3, ">0", rngVar3) + (1 - SellingCosts) * SumIf(rngVar3, "<0",
rngVar3))
rngDummy3.Value = (rngVarDummy3.Value + rngDummy2.Value) * (1 + ReturnDummy)
rngVarDummy4.Value = -(SumIf(rngVar4, ">0", rngVar4) + (1 - SellingCosts) * SumIf(rngVar4, "<0",
rngVar4))
rngDummy4.Value = (rngVarDummy4.Value + rngDummy3.Value) * (1 + ReturnDummy)
End With

'Cálculo dos pesos do caixa
CashWeight1 = CashWeight0 * (1 + CDIReturn * CashReturn)
CashWeight2 = CashWeight1 * (1 + CDIReturn * CashReturn)
CashWeight3 = CashWeight2 * (1 + CDIReturn * CashReturn)
CashWeight4 = CashWeight3 * (1 + CDIReturn * CashReturn)

'Cálculo do peso dos derivativos
For j = 1 To NumPer
  For i = 1 To NumOpt
    Select Case j
      Case 1
        rngOptionsWeights1.Cells(i, 1).Value = rngInitOptionsWeights.Cells(i, 1).Value * _
          (1 + rngOptionsReturns1.Cells(i, 1).Value)
      Case 2
        rngOptionsWeights2.Cells(i, 1).Value = rngOptionsWeights1.Cells(i, 1).Value * _
          (1 + rngOptionsReturns2.Cells(i, 1).Value)
      Case 3
        rngOptionsWeights3.Cells(i, 1).Value = rngOptionsWeights2.Cells(i, 1).Value * _
          (1 + rngOptionsReturns3.Cells(i, 1).Value)
      Case 4
        rngOptionsWeights4.Cells(i, 1).Value = rngOptionsWeights3.Cells(i, 1).Value * _
          (1 + rngOptionsReturns4.Cells(i, 1).Value)
    End Select
  Next i
Next j

'Copia os vetores não normalizados para a Hidden
wksHidden.Select
rngOtimHidden.Select
ActiveCell.Offset(1, 0).Select
Do While ActiveCell.Value <> "Ranges Não Normalizados"
  ActiveCell.End(xlToRight).Select
Loop
ActiveCell.Offset(2, 0).Select
With ActiveCell
  Range(ActiveCell, .Offset(n - 1, 0)).Value = rngWeights1.Value
  Range(.Offset(0, 1), .Offset(n - 1, 1)).Value = rngWeights2.Value
  Range(.Offset(0, 2), .Offset(n - 1, 2)).Value = rngWeights3.Value
  Range(.Offset(0, 3), .Offset(n - 1, 3)).Value = rngWeights4.Value
End With

'Normalização dos pesos
wksOtim.Select
With Application.WorksheetFunction
  For j = 1 To NumPer

```

```

Select Case j
  Case 1
    Soma1 = .Sum(rngWeights1) + .Sum(rngOptionsWeights1) + CashWeight1 + rngDummy1.Value
    For Each rng In rngWeights1
      rng.Value = rng.Value / Soma1
    Next rng
    For Each rng In rngOptionsWeights1
      rng.Value = rng.Value / Soma1
    Next rng
    For Each rng In rngVar1
      rng.Value = rng.Value / Soma1
    Next rng
    CashWeight1 = CashWeight1 / Soma1
    rngDummy1.Value = rngDummy1.Value / Soma1
    rngVarDummy1.Value = rngVarDummy1.Value / Soma1
  Case 2
    Soma2 = .Sum(rngWeights2) + .Sum(rngOptionsWeights2) + CashWeight2 + rngDummy2.Value
    For Each rng In rngWeights2
      rng.Value = rng.Value / Soma2
    Next rng
    For Each rng In rngOptionsWeights2
      rng.Value = rng.Value / Soma2
    Next rng
    For Each rng In rngVar2
      rng.Value = rng.Value * Soma1 / Soma2
    Next rng
    CashWeight2 = CashWeight2 / Soma2
    rngDummy2.Value = rngDummy2.Value / Soma2
    rngVarDummy2.Value = rngVarDummy2.Value * Soma1 / Soma2
  Case 3
    Soma3 = .Sum(rngWeights3) + .Sum(rngOptionsWeights3) + CashWeight3 + rngDummy3.Value
    For Each rng In rngWeights3
      rng.Value = rng.Value / Soma3
    Next rng
    For Each rng In rngOptionsWeights3
      rng.Value = rng.Value / Soma3
    Next rng
    For Each rng In rngVar3
      rng.Value = rng.Value * Soma2 / Soma3
    Next rng
    CashWeight3 = CashWeight3 / Soma3
    rngDummy3.Value = rngDummy3.Value / Soma3
    rngVarDummy3.Value = rngVarDummy3.Value * Soma2 / Soma3
  Case 4
    Soma4 = .Sum(rngWeights4) + .Sum(rngOptionsWeights4) + CashWeight4 + rngDummy4.Value
    For Each rng In rngWeights4
      rng.Value = rng.Value / Soma4
    Next rng
    For Each rng In rngOptionsWeights4
      rng.Value = rng.Value / Soma4
    Next rng
    For Each rng In rngVar4
      rng.Value = rng.Value * Soma3 / Soma4
    Next rng
    CashWeight4 = CashWeight4 / Soma4
    rngDummy4.Value = rngDummy4.Value / Soma4
    rngVarDummy4.Value = rngVarDummy4.Value * Soma3 / Soma4
End Select
Next j

```

```

End With

End Sub
Sub CalcularRetornos(q As Long, NumStocks As Integer, NumOpt As Integer, NumPer As Integer, NumRam
As Integer)

'RESUMO: essa macro calcula o retorno de cada ativo com base na árvore de cenários do mesmo e PARA UM
CENÁRIO ESPECÍFICO.

'Declaração das variáveis
Dim i As Integer, j As Integer, k As Integer
Dim Price0 As Double, Price1 As Double, Price2 As Double, Price3 As Double, Price4 As Double
Dim Rent1 As Double, Rent2 As Double, Rent3 As Double, Rent4 As Double
Dim rngAtivo As Range, rngOtimAtivo As Range, rngOpt As Range, rngOtimOpt As Range
Dim wksCen As Worksheet, wksHidden As Worksheet, wksOpt As Worksheet

'Atribuição das sheets às variáveis correspondentes
Set wksCen = Worksheets("Cenários")
Set wksHidden = Worksheets("Hidden")
Set wksOpt = Worksheets("Opções")

'Alocação das ranges
wksCen.Select
Range("1:1").Select
Selection.Find(What:="Ativo 1").Select
Set rngAtivo = ActiveCell
wksHidden.Select
Range("1:1").Select
Selection.Find(What:="Otimização").Select
ActiveCell.Offset(1, 0).End(xlToRight).Select
Set rngOtimAtivo = ActiveCell

'Cálculo das rentabilidades das ações
wksCen.Select
rngAtivo.Select
For i = 1 To NumStocks

'Leitura dos preços e cálculo das rentabilidades
ActiveCell.Offset(2, 0).Select
Price0 = ActiveCell.Value
ActiveCell.Offset(0, 2).Select
For k = NumPer To 1 Step -1
    ActiveCell.Offset(Int((q - 1) / NumRam ^ (k - 1)), 0).Select
    If k = NumPer Then
        Price1 = ActiveCell.Value
    ElseIf k = NumPer - 1 Then
        Price2 = ActiveCell.Value
    ElseIf k = NumPer - 2 Then
        Price3 = ActiveCell.Value
    ElseIf k = NumPer - 3 Then
        Price4 = ActiveCell.Value
    End If
    ActiveCell.End(xlUp).Offset(1, 2).Select
Next k
If Not IsNull(Price0) And Not IsNull(Price1) Then Rent1 = Price1 / Price0 - 1
If Not IsNull(Price1) And Not IsNull(Price2) Then Rent2 = Price2 / Price1 - 1
If Not IsNull(Price2) And Not IsNull(Price3) Then Rent3 = Price3 / Price2 - 1
If Not IsNull(Price3) And Not IsNull(Price4) Then Rent4 = Price4 / Price3 - 1

```

```

'Impressão dos resultados na sheet Hidden
wksHidden.Select
rngOtimAtivo.Select
ActiveCell.Offset(1 + i, 1).Select
With ActiveCell
    If Not IsNull(Rent1) Then .Value = Rent1
    If Not IsNull(Rent2) Then .Offset(0, 1).Value = Rent2
    If Not IsNull(Rent3) Then .Offset(0, 2).Value = Rent3
    If Not IsNull(Rent4) Then .Offset(0, 3).Value = Rent4
End With

'Mudança de célula (avanço para a próxima ação)
wksCen.Select
If rngAtivo.End(xlToRight).Value <> "" Then Set rngAtivo = rngAtivo.End(xlToRight)
rngAtivo.Select

Next i

'Alocação das ranges
wksOpt.Select
Range("1:1").Select
Selection.Find(What:="Opção 1").Select
Set rngOpt = ActiveCell
wksHidden.Select
Range("1:1").Select
Selection.Find(What:="Otimização").Select
ActiveCell.Offset(1, 0).Select
Do While ActiveCell.Value <> "Retorno das Opções"
    ActiveCell.End(xlToRight).Select
Loop
Set rngOtimOpt = ActiveCell

'Cálculo das rentabilidades das opções
wksOpt.Select
rngOpt.Select
For i = 1 To NumOpt

    'Leitura dos preços e cálculo das rentabilidades
    ActiveCell.End(xlToLeft).Select
    ActiveCell.Offset(2, 0).Select
    Price0 = ActiveCell.Value
    ActiveCell.Offset(0, 2).Select
    For k = NumPer To 1 Step -1
        ActiveCell.Offset(Int((q - 1) / NumRam ^ (k - 1)), 0).Select
        If k = NumPer Then
            Price1 = ActiveCell.Value
        ElseIf k = NumPer - 1 Then
            Price2 = ActiveCell.Value
        ElseIf k = NumPer - 2 Then
            Price3 = ActiveCell.Value
        ElseIf k = NumPer - 3 Then
            Price4 = ActiveCell.Value
        End If
        ActiveCell.End(xlUp).Offset(1, 2).Select
    Next k
    If Not IsNull(Price0) And Not IsNull(Price1) Then Rent1 = Price1 / Price0 - 1
    If Not IsNull(Price1) And Not IsNull(Price2) Then Rent2 = Price2 / Price1 - 1
    If Not IsNull(Price2) And Not IsNull(Price3) Then Rent3 = Price3 / Price2 - 1
    If Not IsNull(Price3) And Not IsNull(Price4) Then Rent4 = Price4 / Price3 - 1

```

```

'Impressão dos resultados na sheet Hidden
wksHidden.Select
rngOtimOpt.Select
ActiveCell.Offset(1 + i, 1).Select
With ActiveCell
    If Not IsNull(Rent1) Then .Value = Rent1
    If Not IsNull(Rent2) Then .Offset(0, 1).Value = Rent2
    If Not IsNull(Rent3) Then .Offset(0, 2).Value = Rent3
    If Not IsNull(Rent4) Then .Offset(0, 3).Value = Rent4
End With

'Mudança de célula (avanço para a próxima opção)
wksOpt.Select
If rngOpt.End(xlToRight).Value <> "" Then Set rngOpt = rngOpt.End(xlToRight).End(xlToRight)
rngOpt.Select

Next i
End Sub
Sub CalculaPayoff(q As Long, rngStrikes As Range, rngOptionClass As Range, rngOptionPayoff As Range, _
    rngOptionPrices As Range, NumStocks As Integer, NumOpt As Integer, NumPer As Integer, NumRam As
Integer)

'RESUMO: essa macro calcula o payoff de opções para um cenário q específico de uma árvore de cenários.
'Obs: os payoffs são calculados na forma de rentabilidades relativas ao preço inicial do derivativo.

Dim i As Integer, j As Integer, k As Integer
Dim n As Integer
Dim Price As Double
Dim rngAtivo As Range
Dim NumOptPerStock As Integer
Dim wksCen As Worksheet, wksHidden As Worksheet

'Atribuição das sheets às variáveis correspondentes
Set wksCen = Worksheets("Cenários")
Set wksHidden = Worksheets("Hidden")

'Seleção da range na qual serão armazenados os resultados
wksHidden.Select
ActiveSheet.UsedRange.Find(What:="Payoff das Opções").Select
ActiveCell.Offset(2, 1).Select
Set rngOptionPayoff = Range(ActiveCell, ActiveCell.Offset(NumOpt - 1, 0))

'Cálculo do número de opções por ação
NumOptPerStock = NumOpt / NumStocks

'Range da ação
wksCen.Select
Range("1:1").Select
Selection.Find(What:="Ativo 1").Select
Set rngAtivo = ActiveCell

For i = 1 To NumStocks

    'Leitura dos preços e cálculo das rentabilidades
    ActiveCell.Offset(2, 0).Select
    ActiveCell.Offset(q - 1, 8).Select
    Price = ActiveCell.Value

```

```

'Cálculo dos payoffs
For j = NumOptPerStock * (i - 1) + 1 To NumOptPerStock * i
  wksHidden.Select
  With Application.WorksheetFunction
    If rngOptionClass.Cells(j, 1).Value = "Put" Then
      rngOptionPayoff.Cells(j, 1).Value = .Max(rngStrikes.Cells(j, 1).Value - Price, 0) / _
      rngOptionPrices.Cells(j, 1).Value - 1
    Else
      rngOptionPayoff.Cells(j, 1).Value = .Max(Price - rngStrikes.Cells(j, 1), 0) / _
      rngOptionPrices.Cells(j, 1).Value - 1
    End If
  End With
Next j

'Mudança de range (avanço para a próxima ação)
wksCen.Select
If rngAtivo.End(xlToRight).Value <> "" Then Set rngAtivo = rngAtivo.End(xlToRight)
rngAtivo.Select

Next i

End Sub

```

Quadro D.15 – Código-fonte do módulo 15 do sistema (“SimAnn”).

(Conclusão)

Fonte: Elaborado pelo autor.

```

Option Explicit
Function ConvDec2Bin(x As Double) As String

'RESUMO: essa função converte um número real menor que 32768 em um número na base 2 (binária). A saída
da função é um
'string.

  Dim i As Integer, iant As Integer
  Dim decx As Double
  Dim intx As Long

  ConvDec2Bin = ""
  intx = Int(x)
  decx = x - Int(x)
  iant = 0
  Do While intx > 0
    For i = 0 To 30 Step 1
      If (2 ^ i) <= intx And intx < (2 ^ (i + 1)) Then
        Exit For
      End If
    Next i
  Do While (iant - i) > 1
    ConvDec2Bin = ConvDec2Bin & "0"
    iant = iant - 1
  Loop
  iant = i
  ConvDec2Bin = ConvDec2Bin & "1"
  intx = intx - 2 ^ i
Loop
Do While i > 0
  ConvDec2Bin = ConvDec2Bin & "0"
  i = i - 1

```

Quadro D.16 – Código-fonte do módulo 16 do sistema (“Sobol”).

(Continua)

```

Loop
iant = 0
If decx > 0 Then
  ConvDec2Bin = ConvDec2Bin & "."
  Do While decx > 0
    For i = -30 To -1 Step 1
      If 2 ^ i <= decx And decx < 2 ^ (i + 1) Then
        Exit For
      End If
    Next i
    Do While (iant - i) > 1
      ConvDec2Bin = ConvDec2Bin & "0"
      iant = iant - 1
    Loop
    iant = i
    ConvDec2Bin = ConvDec2Bin & "1"
    decx = decx - 2 ^ i
  Loop
End If
Do While i > 0
  ConvDec2Bin = ConvDec2Bin & "0"
  i = i - 1
Loop
If x = 0 Then
  ConvDec2Bin = "0"
End If

End Function
Function ConvBin2Dec(strBin As String) As Double

'RESUMO: essa função converte um número binário (no formato string) em um número decimal (no formato
double).

  Dim i As Integer
  Dim DotPos As Integer

  ConvBin2Dec = 0
  For i = 1 To Len(strBin)
    If Mid(strBin, i, 1) = "." Then
      Exit For
    End If
  Next i
  DotPos = i
  For i = 1 To DotPos
    If Mid(strBin, i, 1) = "1" Then
      ConvBin2Dec = ConvBin2Dec + 2 ^ (DotPos - i - 1)
    End If
  Next i
  For i = (DotPos + 1) To Len(strBin)
    If Mid(strBin, i, 1) = "1" Then
      ConvBin2Dec = ConvBin2Dec + 2 ^ (DotPos - i)
    End If
  Next i

End Function
Function BitwiseXOR(x1 As Double, x2 As Double) As String

'RESUMO: Essa função realiza a operação booleana XOR para todos os algarismos de dois números decimais
dados.

```

"Obs: o número 30 que aparece como entrada de algumas funções abaixo é uma constante que limita o tamanho das entradas

'x1 e x2. Nesse caso, essas entradas deverão possuir menos do que 31 algarismos em base binária.

```

Dim i As Integer, j As Integer
Dim n1 As String, n2 As String
Dim intx1 As Double, intx2 As Double
Dim decx1 As Double, decx2 As Double
Dim CompMax As Integer

BitwiseXOR = ""
decx1 = x1 - Int(x1)
intx1 = Int(x1)
decx2 = x2 - Int(x2)
intx2 = Int(x2)
With Application.WorksheetFunction
    n1 = ConvDec2Bin(x1)
    n2 = ConvDec2Bin(x2)
    If decx1 = 0 Then n1 = n1 & "."
    If decx2 = 0 Then n2 = n2 & "."
    Do While Mid(n1, 30, 1) <> "."
        n1 = "0" & n1
    Loop
    Do While Mid(n2, 30, 1) <> "."
        n2 = "0" & n2
    Loop
    If Len(n1) = Len(n2) Then
        n1 = n1 & "0"
        n2 = n2 & "0"
        CompMax = Len(n1)
    Else
        CompMax = .Max(Len(n1), Len(n2))
        If CompMax = Len(n1) Then
            Do While Len(n2) <> CompMax
                n2 = n2 & "0"
            Loop
        Else
            Do While Len(n1) <> CompMax
                n1 = n1 & "0"
            Loop
        End If
    End If
    For j = 1 To CompMax
        If Mid(n1, j, 1) <> "." Then
            If Mid(n1, j, 1) = Mid(n2, j, 1) Then
                BitwiseXOR = BitwiseXOR & "0"
            Else
                BitwiseXOR = BitwiseXOR & "1"
            End If
        Else
            BitwiseXOR = BitwiseXOR & "."
        End If
    Next j
End With

i = 1
Do While Mid(BitwiseXOR, i, 1) = "0"
    i = i + 1
Loop

```

```

BitwiseXOR = Mid(BitwiseXOR, i, Len(BitwiseXOR) - i + 1)
If decx1 = 0 And decx2 = 0 Then
    BitwiseXOR = Mid(BitwiseXOR, 1, Len(BitwiseXOR) - 2)
End If

End Function
Function PosFirst0FromTheRight(ByRef strBin As String) As Integer

'RESUMO: essa função calcula a posição do primeiro 0 que aparece em número binário (fornecido como
string), da direita
'para a esquerda

    Dim i As Integer
    Dim Length As Integer
    Dim x As Double
    Dim decx As Double
    Dim Encontrou As Boolean

    i = Len(strBin)
    x = ConvBin2Dec(strBin)
    Do While i >= 1
        If Mid(strBin, i, 1) <> "." Then
            If Mid(strBin, i, 1) = 0 Then
                Exit Do
            End If
        Else
            Encontrou = True
        End If
        i = i - 1
    Loop

    If Encontrou = True Then i = i + 1
    PosFirst0FromTheRight = Len(strBin) - i + 1

End Function
Sub SobolGenerator(n As Long, D As Integer)

'RESUMO: essa função é responsável pela geração de uma seqüência de n números de Sobol e com dimensão d.
'Obs: os limites das entradas estão definidos pelas constantes abaixo.

'Constante para localização da tabela de dados
Const strDir = "Direções"
Const LimDim = 200 'Limite de dimensões (número arbitrário, apenas para limitar o número de ativos)
Const LimAlgBin = 13 'Esse limite está relacionado ao limite de números (10000)

'Declaração das variáveis
Dim i As Integer, j As Integer, k As Integer
Dim s(0 To LimDim) As Integer
Dim InitM(0 To LimDim, 0 To 10) As Long
Dim CoefPoly(0 To LimDim) As Double, strCoefPoly(0 To LimDim) As String, MCoefPoly(0 To LimDim,
15) As Double
Dim v(0 To LimDim, 0 To 10000) As Double
Dim m(0 To LimDim, 0 To 10000) As Double
Dim x(0 To LimDim, 0 To 10000) As Double
Dim Prod As Double, strProd As String
Dim wksHidden As Worksheet

Call MacrosAuxiliares.Desliga

```

```

'Atribuição das sheets às variáveis correspondentes
Set wksHidden = Worksheets("Hidden")

'Localização e leitura dos dados de entrada de acordo com os inputs da macro
ActiveSheet.UsedRange.Find(What:=strDir).Select
ActiveCell.Offset(2, 0).Select
If D = 1 Then
    s(0) = ActiveCell.Offset(0, 1).Value
    CoefPoly(0) = ActiveCell.Offset(0, 2).Value
    m(0, 0) = ActiveCell.Offset(0, 3).Value
Else
    i = 0
    j = 0
    Do While ActiveCell.Value <= (D + 1)
        s(i) = ActiveCell.Offset(0, 1).Value
        CoefPoly(i) = ActiveCell.Offset(0, 2).Value
        Do While ActiveCell.Offset(0, 3 + j).Value <> ""
            m(i, j) = ActiveCell.Offset(0, 3 + j).Value
            j = j + 1
        Loop
        i = i + 1
        j = 0
        ActiveCell.Offset(1, 0).Select
    Loop
End If

'Converte os coeficientes lidos em números binários, cujos algoritmos correspondem aos coeficientes do
polinômio
'Ordem dos coeficientes:  $x^{sj} + a(1)*x^{(sj-1)} + \dots + a(sj-1)*x + 1$ 
j = 0
For i = 0 To (D - 1)
    strCoefPoly(i) = ConvDec2Bin(CoefPoly(i))
    For j = 0 To (s(i) - 2)
        If j < Len(strCoefPoly(i)) Then
            If Mid(strCoefPoly(i), j + 1, 1) = "1" Then
                MCoefPoly(i, j) = 2 ^ (j + 1)
            End If
        Else
            MCoefPoly(i, j) = 0
        End If
    Next j
    If i = 0 Then
        MCoefPoly(i, j) = 2 ^ (j + 1) 'Reparar que, ao final do laço For, NÃO é feita a operação j = j + 1
    Else
        MCoefPoly(i, j) = 2 ^ (j + 1) 'Reparar que, ao final do laço For, é feita a operação j = j + 1
    End If
    MCoefPoly(i, j + 1) = 1
Next i

'Geração das direções
i = 0
j = 0
k = 0
For i = 0 To (D - 1)
    v(i, k) = m(i, k) / 2
    'Importante: os números de inicialização da matriz m foram lidos na ordem inversa
    'A variável k desloca a coluna inicial a partir da qual será calculada a direção da iteração
    For k = 0 To LimAlgBin
        If i >= 1 Then

```

```

v(i, k + 1) = m(i, k + 1) / (2 ^ (k + 2))
strProd = BitwiseXOR(MCoefPoly(i, s(i)) * m(i, k), MCoefPoly(i, s(i) - 1) * m(i, k))
Prod = ConvBin2Dec(strProd)
For j = 0 To (s(i) - 2)
    strProd = BitwiseXOR(Prod, MCoefPoly(i, s(i) - 2 - j) * m(i, j + k + 1))
    Prod = ConvBin2Dec(strProd)
Next j
'No final da operação, Prod = m(k), no formato double
m(i, k + s(i)) = Prod
Else
strProd = BitwiseXOR(MCoefPoly(i, 1) * m(i, k), MCoefPoly(i, 0) * m(i, k))
Prod = ConvBin2Dec(strProd)
v(i, k + 1) = Prod / (2 ^ (k + 2))
m(i, k + 1) = Prod
End If
j = 0
Next k
k = 0
j = 0
Next i

'Geração dos números de Sobol (os resultados são impressos na sheet Hidden, que é limpa antes da
impressão)
wksHidden.Select
ActiveSheet.UsedRange.Find(What:="Sobol").Offset(2, 0).Select
If ActiveCell.Offset(1, 0).Value <> "" Then
    If ActiveCell.Offset(1, 1).Value <> "" Then
        Range(ActiveCell.Offset(1, 0).End(xlDown), ActiveCell.Offset(1, 0).End(xlToRight)).ClearContents
    Else
        Range(ActiveCell.Offset(1, 0), ActiveCell.Offset(1, 0).End(xlDown)).ClearContents
    End If
End If
For i = 0 To (D - 1)
    For j = 0 To n
        If j = 0 Then
            x(i, j) = 0
        Else
            k = PosFirst0FromTheRight(ConvDec2Bin(CDbl(j - 1)))
            x(i, j) = ConvBin2Dec(BitwiseXOR(x(i, j - 1), v(i, k - 1)))
            ActiveCell.Offset(1, 0).Select
            ActiveCell.Value = x(i, j)
        End If
    Next j
    ActiveCell.Offset(0, 1).End(xlUp).Select
Next i
End Sub
Sub RndSobolSeq()
'RESUMO: essa função é responsável por gerar uma seqüência de Sobol de n vetores de dimensão d e depois
permutá-los entre
'si de forma aleatória. O modelo para o qual os números estão sendo gerados é levado em consideração para
determinação da
'necessidade de gerar mais de uma seqüência de números de Sobol para um único ativo, com o objetivo de
modelar sua volati-
'lidade

'Essa constante indica o início das seqüências de Sobol
Const LinIniSobol = 4

```

```

'Declaração das variáveis
Dim i As Integer
Dim n As Integer
Dim RngSobol As Range
Dim ColRndNum As Long
Dim wksHidden As Worksheet

Call MacrosAuxiliares.Desliga
Set wksHidden = Worksheets("hidden")
wksHidden.Select

'Seleção das ranges com os números de Sobol
ActiveSheet.UsedRange.Find(What:="Sobol").Select
ActiveCell.Offset(3, 0).Select
If ActiveCell.Value = "" Then
    Exit Sub
End If
If ActiveCell.Offset(0, 1).Value = "" Then
    If ActiveCell.Offset(1, 0).Value <> "" Then
        Set RngSobol = Range(ActiveCell, ActiveCell.End(xlDown))
        n = RngSobol.Count
    Else
        Exit Sub
    End If
Else
    If ActiveCell.Offset(1, 0).Value <> "" Then
        Set RngSobol = Range(ActiveCell, ActiveCell.End(xlToRight).End(xlDown))
        n = Range(ActiveCell, ActiveCell.End(xlDown)).Count
    Else
        Exit Sub
    End If
End If

'Identificação da range para impressão dos valores aleatórios e geração desses valores
ActiveCell.Offset(-1, 0).Select
ActiveCell.End(xlToRight).Select
If ActiveCell.Offset(1, 0).Value <> "" Then
    If ActiveCell.Offset(2, 0).Value <> "" Then
        Range(ActiveCell.Offset(1, 0), ActiveCell.Offset(1, 0).End(xlDown)).ClearContents
    Else
        ActiveCell.Offset(1, 0).clearcontets
    End If
End If
ColRndNum = ActiveCell.Column
Do While n > 0
    ActiveCell.Offset(1, 0).Select
    ActiveCell.Value = Rnd()
    n = n - 1
Loop

'Ordenação da seqüência
Range(ActiveCell, ActiveCell.End(xlUp).Offset(1, 0)).Select
Range(RngSobol, Selection).Select
Selection.Sort Key1:=Cells(LinIniSobol, ColRndNum), Order1:=xlAscending, Header:=xlNo

End Sub

```

Quadro D.16 – Código-fonte do módulo 16 do sistema (“Sobol”).

(Conclusão)

Fonte: Elaborado pelo autor.

```

Option Explicit
Sub Statistics(LinSaida As Integer, ColSaida As Integer, LinHist As Integer, ColHist As Integer)

'Resumo: essa rotina calcula a média dos retornos acumulados das séries de retornos geradas para um dado período.

Dim c As Integer
Dim LinMedia As Long, ColMedia As Integer
Dim rng As Range
Dim RngStockReturn As Range
Dim Media As Double
Dim StdDev As Double
Dim Skewness As Double
Dim Kurtosis As Double
Dim BJ As Double
Dim SheetName As String

With Application
    .Calculation = xlCalculationAutomatic
    .ScreenUpdating = False
End With

'Determinação da Sheet e do valor do deslocamento
SheetName = ActiveSheet.Name

Select Case SheetName

    Case "Hull-White", "Stein-Stein", "GARCH Process"
        c = 4

    Case Else
        c = 3

End Select

ActiveSheet.UsedRange.Find(What:="Média").Select
LinMedia = ActiveCell.Row
ColMedia = ActiveCell.Column + 1

'Determinação da célula na qual se encontra o retorno acumulado da primeira série gerada
Cells(LinSaida, ColSaida).Select
ActiveCell.End(xlDown).Offset(1, (c - 2)).Select
Set RngStockReturn = ActiveCell
ActiveCell.Offset(0, c).Select

'Loop que roda entre todos os retornos acumulados
Do While ActiveCell.Value <> ""

    Set RngStockReturn = Union(RngStockReturn, ActiveCell)
    ActiveCell.Offset(0, c).Select

Loop

With Application.WorksheetFunction
    Media = .Average(RngStockReturn)
    StdDev = .StDev(RngStockReturn)
    Skewness = .Skew(RngStockReturn)
    Kurtosis = .Kurt(RngStockReturn)
End With

```

```

With Cells(LinMedia, ColMedia)
  .Value = Media
  .Offset(1, 0) = StdDev
  .Offset(2, 0) = Skewness
  .Offset(3, 0) = Kurtosis
End With
End Sub

```

Quadro D.17 – Código-fonte do módulo 17 do sistema (“Statistics”).
Fonte: Elaborado pelo autor.

(Conclusão)

```

Option Explicit
Sub SSStock(Place1 As Range, Place2 As Range, Sinit1 As Double, Sinit2 As Double, AvgRet As Double,
Vol1 As Double, _
  Vol2 As Double, T As Double, Interv As Double, MedVol As Double, VolVol As Double, Correl As Double,
_
  VolHist As Double, RngVol1 As Range, RngVol2 As Range, NormRndNum1 As Double, NormRndNum2
As Double)

'Resumo: essa função simula o preço de uma ação que segue um processo de Stein-Stein de parâmetros
conhecidos
'para um dado preço inicial da ação e para certo intervalo de tempo.
'Saída: preço da ação no instante T.

  Dim Tempo As Double
  Dim z1 As Double 'correlacionado com z3
  Dim z2 As Double 'independente dos demais
  Dim z3 As Double 'correlacionado com z1
  Dim z4 As Double
  Dim z5 As Double
  Dim z6 As Double
  Dim VolEstoc1 As Double, VolEstoc2 As Double
  Dim SSStock1 As Double, SSStock2 As Double

  SSStock1 = 0
  SSStock2 = 0
  VolEstoc1 = 0
  VolEstoc2 = 0
  Tempo = 0

  Do While Tempo <= T
    If Tempo = 0 Then
      SSStock1 = Sinit1
      SSStock2 = Sinit2
      VolEstoc1 = Vol1
      VolEstoc2 = Vol2
      Tempo = 0
    End If

    Do While Tempo <= T
      If Tempo = 0 Then
        SSStock1 = Sinit1
        SSStock2 = Sinit2
        VolEstoc1 = Vol1
        VolEstoc2 = Vol2
      Else
        With Application
          z1 = NormRndNum1 * (Interv ^ (1 / 2))

```

Quadro D.18 – Código-fonte do módulo 18 do sistema (“SteinSteinModel”).

(Continua)

```

z4 = -z1
z2 = NormRndNum2 * (Interv ^ (1 / 2))
z5 = -z2
z3 = Correl * z1 + ((1 - Correl ^ 2) ^ (1 / 2)) * z2
z6 = Correl * z4 + ((1 - Correl ^ 2) ^ (1 / 2)) * z5
VolEstoc1 = VolEstoc1 + MedVol * (VolHist - VolEstoc1) * Interv + VolVol * z3
VolEstoc2 = VolEstoc2 + MedVol * (VolHist - VolEstoc2) * Interv + VolVol * z6
RngVol1.Value = VolEstoc1
RngVol2.Value = VolEstoc2
SSStock1 = SSStock1 + AvgRet * SSStock1 * Interv + VolEstoc1 * SSStock1 * z1
SSStock2 = SSStock2 + AvgRet * SSStock2 * Interv + VolEstoc2 * SSStock2 * z4
End With
End If
Tempo = Tempo + Interv
Loop

Place1.Value = SSStock1
Place2.Value = SSStock2

End Sub
Sub SSSStockScenarios(LinDadosEnt As Integer, ColDadosEnt As Integer, LinSaida As Integer, ColSaida As Integer, _
InitialPrice As Double, StockReturn As Double, StockVol As Double, IntTotalLength As Double, IntQty As Integer, _
StockDivYield As Double, Interv As Double, MedVol As Double, VolVol As Double, Correl As Double, VolHist As Double, _
TamInt As Double, Optional NumCen As Long, Optional rngAtivo As Range, Optional Method As String = "Random", _
Optional TreeGen As Boolean = False)

'Resumo: essa rotina calcula o preço de uma ação em vários pontos de um intervalo dado.

'Declaração de Constantes
Const DeslocCol = 4 'Essa constante determina os deslocamentos a serem feitos para os cálculos

'Declaração das Variáveis
Dim i As Integer
Dim rng As Range
Dim RndNum1 As Double, RndNum2 As Double, NormRndNum1 As Double, NormRndNum2 As Double
Dim wksModelo As Worksheet, wksHidden As Worksheet, wksRndNum As Worksheet

Call MacrosAuxiliares.Desliga

'Atribuição das sheets às variáveis correspondentes
Set wksModelo = Worksheets("Stein-Stein")
Set wksHidden = Worksheets("Hidden")
Set wksRndNum = Worksheets("RndNumbers")

'Limpeza das células de saída
If ColSaida = cteColSaida Then
Cells(LinSaida, ColSaida).Select
Do While ActiveCell.Value <> ""
ActiveCell.Offset(0, DeslocCol).Select
Loop
ActiveCell.Offset(0, -DeslocCol).Select
If ActiveCell.Offset(1, 0).Value <> "" Then
Range(Cells(LinSaida, ColSaida - 1), ActiveCell.End(xlDown)).Select

```

```

Else
    Range(Cells(LinSaida, ColSaida - 1), ActiveCell).Select
End If
Selection.ClearContents
Selection.EntireColumn.Hidden = False
End If

'Simulação
Range(Cells(LinSaida, ColSaida - 1), Cells(LinSaida + IntQty, ColSaida - 1)).Select
i = 0
If ColSaida = cteColSaida Then
    For Each rng In Selection
        rng.Value = i * IntTotalLength / IntQty
        i = i + 1
    Next rng
    Cells(1, ColSaida + DeslocCol - 1).EntireColumn.Hidden = True
Else
    Cells(1, ColSaida - 1).EntireColumn.Hidden = True
    Cells(1, ColSaida + DeslocCol - 1).EntireColumn.Hidden = True
End If
Cells(2, ColSaida - 1).Select

'Se seqüências de Sobol forem selecionadas, a célula a partir da qual a seqüência deverá ser lida é
determinada
If Method = "Sobol" Then
    Cells(2, ColSaida - 1).Select
    wksHidden.Select
    ActiveSheet.UsedRange.Find(What:="Sobol").Select
    ActiveCell.Offset(3 + NumCen, 0).Select
End If

'Se a macro estiver sendo rodada para geração de árvores de cenários, determina a localização da seqüência
de números
'aleatórios
If TreeGen = True Then
    wksRndNum.Select
    rngAtivo.Select
    ActiveCell.Offset(0, 3 + NumCen).Select
End If

'Gera um caminho
wksModelo.Select
i = 1
Do While Cells(ActiveCell.Row, cteColSaida - 1).Value <> ""
    If ActiveCell.Row = LinSaida Then
        ActiveCell.Offset(0, 1).Value = InitialPrice
        ActiveCell.Offset(0, 1 + DeslocCol).Value = InitialPrice
        ActiveCell.Offset(0, 2).Value = StockVol
        ActiveCell.Offset(0, 2 + DeslocCol) = StockVol
    ElseIf ActiveCell.Row = LinSaida + 1 Then
        If TreeGen = False Then
            If Method = "Sobol" Then
                wksHidden.Select
                RndNum1 = ActiveCell.Offset(0, i - 1).Value
                RndNum2 = ActiveCell.Offset(0, i).Value
            Else
                RndNum1 = Rnd()
                RndNum2 = Rnd()
            End If
        End If
    End If

```

Quadro D.18 – Código-fonte do módulo 18 do sistema (“SteinSteinModel”). (Continuação)

```

Else
    wksRndNum.Select
    RndNum1 = ActiveCell.Offset(0, i - 1).Value
    RndNum2 = ActiveCell.Offset(0, i).Value
End If
If TreeGen = False Then
    NormRndNum1 = Application.WorksheetFunction.NormSInv(RndNum1)
    NormRndNum2 = Application.WorksheetFunction.NormSInv(RndNum2)
Else
    NormRndNum1 = RndNum1
    NormRndNum2 = RndNum2
End If
wksModelo.Select
Call SteinSteinModel.SSSStock(ActiveCell.Offset(0, 1), ActiveCell.Offset(0, 1 + DeslocCol),
InitialPrice, _
    InitialPrice, StockReturn - StockDivYield, StockVol, StockVol, TamInt, Interv, MedVol, VolVol,
Correl, _
    VolHist, ActiveCell.Offset(0, 2), ActiveCell.Offset(0, 2 + DeslocCol), NormRndNum1,
NormRndNum2)
    i = i + 2
Else
    If TreeGen = False Then
        If Method = "Sobol" Then
            wksHidden.Select
            RndNum1 = ActiveCell.Offset(0, i - 1).Value
            RndNum2 = ActiveCell.Offset(0, i).Value
        Else
            RndNum1 = Rnd()
            RndNum2 = Rnd()
        End If
    Else
        wksRndNum.Select
        If ActiveCell.Offset(i - 1, 0).Value = "" Then
            ActiveCell.End(xlDown).End(xlDown).Select
            i = 1
        End If
        RndNum1 = ActiveCell.Offset(0, i - 1).Value
        RndNum2 = ActiveCell.Offset(0, i).Value
    End If
    If TreeGen = False Then
        NormRndNum1 = Application.WorksheetFunction.NormSInv(RndNum1)
        NormRndNum2 = Application.WorksheetFunction.NormSInv(RndNum2)
    Else
        NormRndNum1 = RndNum1
        NormRndNum2 = RndNum2
    End If
    wksModelo.Select
    Call SteinSteinModel.SSSStock(ActiveCell.Offset(0, 1), ActiveCell.Offset(0, 1 + DeslocCol), _
        ActiveCell.Offset(-1, 1), ActiveCell.Offset(-1, 1 + DeslocCol), StockReturn - StockDivYield, _
        ActiveCell.Offset(-1, 2), ActiveCell.Offset(-1, 2 + DeslocCol), TamInt, Interv, MedVol, _
        VolVol, Correl, VolHist, ActiveCell.Offset(0, 2), _
        ActiveCell.Offset(0, 2 + DeslocCol), NormRndNum1, NormRndNum2)
    i = i + 2
End If
ActiveCell.Offset(1, 0).Select
Loop
End Sub

```

```

Option Explicit
Sub ExecStockAnalysis()

    'Declaração das variáveis
    Dim i As Integer
    Dim n As Long
    Dim rng As Range
    Dim Ticker As String
    Dim rngStocks As Range, rngDailyReturns As Range, rngLnReturns As Range, rngIndex As Range, rngCDI
As Range
    Dim wksStocks As Worksheet, wksAnalysis As Worksheet, wksCDI As Worksheet, wksIndex As Worksheet

    Call MacrosAuxiliares.Desliga

    'Atribuição das sheets às variáveis correspondentes
    Set wksStocks = Worksheets("Histórico - Ações")
    Set wksAnalysis = Worksheets("Resumo - Estatísticas")
    Set wksCDI = Worksheets("Histórico CDI")
    Set wksIndex = Worksheets("Histórico - Índices")

    'Leitura das ações que serão analisadas
    wksAnalysis.Select
    Cells(3, 1).Select
    Set rngStocks = Range(ActiveCell, ActiveCell.End(xlDown))

    'Leitura das séries do Ibovespa e do CDI
    wksCDI.Select
    Cells(3, 2).Select
    Set rngCDI = Range(ActiveCell, ActiveCell.End(xlDown))
    wksIndex.Select
    ActiveSheet.UsedRange.Find(What:="IBOVESPA").Select
    ActiveCell.Offset(2, 3).Select
    Set rngIndex = Range(ActiveCell, ActiveCell.End(xlDown))

    'Realização dos cálculos e impressão
    For Each rng In rngStocks
        Ticker = rng.Value
        If Ticker <> "IBOV" And Ticker <> "IBRX50" Then
            wksStocks.Select
            ActiveSheet.UsedRange.Find(What:=rng.Value).Select
            ActiveCell.Offset(2, 2).Select
        Else
            wksIndex.Select
            ActiveSheet.UsedRange.Find(What:=rng.Value).Select
            ActiveCell.Offset(2, 2).Select
        End If
        Set rngDailyReturns = Range(ActiveCell, ActiveCell.End(xlDown))
        n = rngDailyReturns.Count
        ActiveCell.Offset(0, 1).Select
        Set rngLnReturns = Range(ActiveCell, ActiveCell.End(xlDown))
        wksAnalysis.Select
        ActiveSheet.Range("A:A").Find(What:=Ticker).Select
        With ActiveCell
            .Offset(0, 1).Value = ExpReturn(rngLnReturns)
            If Ticker = "IBOV" Or Ticker = "IBRX50" Then .Offset(0, 2).Value = "-"
            .Offset(0, 3).Value = Return126d(rngDailyReturns)
            .Offset(0, 4).Value = AnnualizedReturn(rngDailyReturns)
            .Offset(0, 5).Value = Vol126d(rngDailyReturns)
            .Offset(0, 6).Value = AnnualizedVol(rngDailyReturns)
        End With
    Next rng

```

```

.Offset(0, 7).Value = PositiveReturns(rngDailyReturns)
.Offset(0, 8).Value = 1 - .Offset(0, 7).Value
If Ticker <> "IBOV" Then
    .Offset(0, 9).Value = Beta(rngDailyReturns, rngIndex, rngCDI)
Else
    .Offset(0, 9).Value = 1
End If
.Offset(0, 10).Value = Application.WorksheetFunction.StDev(rngLnReturns)
.Offset(0, 11).Value = Application.WorksheetFunction.Skew(rngLnReturns)
.Offset(0, 12).Value = Application.WorksheetFunction.Kurt(rngLnReturns)
.Offset(0, 13).Value = Application.WorksheetFunction.Min(rngLnReturns)
.Offset(0, 14).Value = Application.WorksheetFunction.Max(rngLnReturns)
.Offset(0, 15).Value = JB(n, .Offset(0, 11), .Offset(0, 12))
.Offset(0, 17).Value = Var(rngLnReturns)
.Offset(0, 18).Value = CondVaR(rngLnReturns)
End With
Next rng
Cells(3, 3).Select
Set rngStocks = ActiveCell
Do While ActiveCell.Offset(0, -2).Value <> "IBOV"
    Set rngStocks = Union(ActiveCell, rngStocks)
    ActiveCell.Offset(1, 0).Select
Loop
Call BayesStein.BayesSteinEstimator(rngStocks)
End Sub
Function ExpReturn(rngReturns As Range) As Double

    ExpReturn = Application.WorksheetFunction.Average(rngReturns)
    ExpReturn = (ExpReturn + 1) ^ 252 - 1
End Function
Function Return126d(rngReturns As Range) As Double

    Dim k As Integer
    Dim n As Long

    n = rngReturns.Count

    Return126d = 1
    For k = 0 To 125
        Return126d = Return126d * (1 + rngReturns.Cells(n - k, 1).Value)
    Next k

    Return126d = Return126d - 1
End Function
Function AnnualizedReturn(rngReturns As Range) As Double

    Dim k As Integer
    Dim n As Integer

    n = rngReturns.Count

    AnnualizedReturn = 1
    For k = 1 To n
        AnnualizedReturn = AnnualizedReturn * (1 + rngReturns.Cells(k, 1).Value)
    Next k

```

```

AnnualizedReturn = AnnualizedReturn ^ (252 / n) - 1
End Function
Function Vol126d(rngReturns As Range) As Double

    Dim n As Long

    n = rngReturns.Count

    Vol126d = Application.WorksheetFunction.StDev(Range(rngReturns.Cells(n - 126, 1), rngReturns.Cells(n, 1))) * (252 ^ (1 / 2))
End Function
Function AnnualizedVol(rngReturns As Range) As Double

    AnnualizedVol = Application.WorksheetFunction.StDev(rngReturns) * (252 ^ (1 / 2))
End Function
Function PositiveReturns(rngReturns As Range) As Double

    Dim i As Long
    Dim n As Long
    Dim rng As Range

    n = rngReturns.Count

    i = 0
    For Each rng In rngReturns
        If rng.Value >= 0 Then i = i + 1
    Next rng

    PositiveReturns = i / n
End Function
Function Beta(rngReturns As Range, rngIndex As Range, rngRiskFreeRate As Range) As Double

    Dim i As Long
    Dim n As Long
    Dim v() As Double, u() As Double

    n = rngReturns.Count

    ReDim v(0 To n - 1)
    ReDim u(0 To n - 1)

    For i = 1 To n
        v(i - 1) = rngReturns.Cells(i, 1).Value - rngRiskFreeRate.Cells(i, 1).Value
        u(i - 1) = rngIndex.Cells(i, 1).Value - rngRiskFreeRate.Cells(i, 1).Value
    Next i

    Beta = Application.WorksheetFunction.Slope(v, u)
End Function
Function JB(n As Long, Skewness As Double, Kurtosis As Double) As Double

    JB = (n / 6) * (Skewness ^ 2 + (1 / 4) * Kurtosis ^ 2)
End Function
Function Var(rngReturns As Range) As Double

```

'VaR para um nível de significância de 5%.

```
Dim i As Integer
Dim n As Long
```

```
n = rngReturns.Count
```

```
i = Int(0.05 * n)
```

```
Var = Application.WorksheetFunction.Small(rngReturns, i)
```

End Function

Function CondVaR(rngReturns As Range) As Double

```
Dim i As Integer
Dim n As Long
Dim Soma As Double
Dim dVaR As Double
```

```
dVaR = Var(rngReturns)
```

```
n = rngReturns.Count
```

```
i = 1
```

```
Soma = 0
```

```
Do While (i / n) <= 0.05
```

```
    Soma = Soma + Application.WorksheetFunction.Small(rngReturns, i)
```

```
    i = i + 1
```

```
Loop
```

```
CondVaR = Soma / (i - 1)
```

End Function

Quadro D.19 – Código-fonte do módulo 19 do sistema (“StockAnalysis”). (Conclusão)
Fonte: Elaborado pelo autor.

Option Explicit

Sub VGStock(Place1 As Range, Place2 As Range, Sinit1 As Double, Sinit2 As Double, Med As Double, Sigma As Double, _

Theta As Double, T As Double, Ni As Double, Interv As Double, NormRndNum As Double)

'Resumo: essa função simula o preço de uma ação que segue um processo VG de parâmetros conhecidos para um

'dado preço inicial da ação e para certo intervalo de tempo.

'Saída: preço da ação no instante T.

```
Dim VGStock1 As Double, VGStock2 As Double
```

```
Dim Omega As Double
```

```
Dim rnd1 As Double, rnd2 As Double
```

```
Dim g1 As Double, g2 As Double
```

```
Dim z1 As Double, z2 As Double
```

```
Dim i As Integer
```

```
Dim Tempo As Variant
```

```
Tempo = 0
```

```
i = 2
```

```
Do While Tempo <= T
```

Quadro D.20 – Código-fonte do módulo 20 do sistema (“VGModel”). (Continua)

```

If Tempo = 0 Then
    VGStock1 = Sinit1
    VGStock2 = Sinit2
Else
    With Application.WorksheetFunction
        Omega = (1 / Ni) * .Ln(1 - Theta * Ni - (Sigma ^ 2) * Ni / 2)
        rnd1 = Rnd()
        rnd2 = 1 - rnd1
        g1 = .GammaInv(rnd1, Interv / Ni, Ni)
        g2 = .GammaInv(rnd2, Interv / Ni, Ni)
        z1 = Theta * g1 + Sigma * (g1 ^ (1 / 2)) * NormRndNum
        z2 = Theta * g2 + Sigma * (g2 ^ (1 / 2)) * (-NormRndNum)
        VGStock1 = VGStock1 * e ^ (Med * Interv + Omega * Interv + z1)
        VGStock2 = VGStock2 * e ^ (Med * Interv + Omega * Interv + z2)
    End With
End If
Tempo = Tempo + Interv
i = i + 1
Loop

Place1.Value = VGStock1
Place2.Value = VGStock2

End Sub
Sub VGStockScenarios(LinDadosEnt As Integer, ColDadosEnt As Integer, LinSaida As Integer, ColSaida As Integer, _
    InitialPrice As Double, StockReturn As Double, StockVol As Double, IntTotalLength As Double, IntQty As Integer, _
    StockDivYield As Double, Interv As Double, Theta As Double, Ni As Double, TamInt As Double, Optional NumCen As Long, _
    Optional rngAtivo As Range, Optional Method As String = "Random", Optional TreeGen As Boolean = False)

'Resumo: essa rotina calcula o preço de uma ação em vários pontos de um intervalo dado.

'Declaração de Constantes
Const DeslocCol = 3 'Essa constante determina os deslocamentos a serem feitos para os cálculos

'Declaração das Variáveis
Dim i As Integer
Dim rng As Range
Dim RndNum As Double, NormRndNum As Double
Dim wksModelo As Worksheet, wksHidden As Worksheet, wksRndNum As Worksheet

Call MacrosAuxiliares.Desliga

'Atribuição das sheets às variáveis correspondentes
Set wksModelo = Worksheets("Variance Gamma")
Set wksHidden = Worksheets("Hidden")
Set wksRndNum = Worksheets("RndNumbers")

'Limpeza das células de saída
If ColSaida = cteColSaida Then
    Cells(LinSaida, ColSaida).Select
    Do While ActiveCell.Value <> ""
        ActiveCell.Offset(0, DeslocCol).Select
    Loop

```

```

'ActiveCell.Offset(0, -DeslocCol).Select
ActiveCell.End(xlToLeft).Select
If ActiveCell.Offset(1, 0).Value <> "" Then
    Range(Cells(LinSaida, ColSaida - 1), ActiveCell.End(xlDown)).Select
Else
    Range(Cells(LinSaida, ColSaida - 1), ActiveCell).Select
End If
Selection.ClearContents
Selection.EntireColumn.Hidden = False
End If

'Leitura dos dados de entrada
InitialPrice = Cells(LinDadosEnt + 2, ColDadosEnt + 1).Value
StockReturn = Cells(LinDadosEnt + 4, ColDadosEnt + 1).Value
StockVol = Cells(LinDadosEnt + 6, ColDadosEnt + 1).Value
IntTotalLength = Cells(LinDadosEnt + 8, ColDadosEnt + 1).Value
IntQty = Cells(LinDadosEnt + 10, ColDadosEnt + 1).Value
StockDivYield = Cells(LinDadosEnt + 12, ColDadosEnt + 1).Value
Interv = Cells(LinDadosEnt + 14, ColDadosEnt + 1).Value
Theta = Cells(LinDadosEnt + 16, ColDadosEnt + 1).Value
Ni = Cells(LinDadosEnt + 18, ColDadosEnt + 1).Value

'Simulação
Range(Cells(LinSaida, ColSaida - 1), Cells(LinSaida + IntQty, ColSaida - 1)).Select
i = 0
If ColSaida = cteColSaida Then
    For Each rng In Selection
        rng.Value = i * IntTotalLength / IntQty
        i = i + 1
    Next rng
    Cells(1, ColSaida + DeslocCol - 1).EntireColumn.Hidden = True
Else
    Cells(1, ColSaida - 1).EntireColumn.Hidden = True
    Cells(1, ColSaida + DeslocCol - 1).EntireColumn.Hidden = True
End If
Cells(2, ColSaida - 1).Select

'Se seqüências de Sobol forem selecionadas, a célula a partir da qual a seqüência deverá ser lida é
determinada
If Method = "Sobol" Then
    Cells(2, ColSaida - 1).Select
    wksHidden.Select
    ActiveSheet.UsedRange.Find(What:="Sobol").Select
    ActiveCell.Offset(3 + NumCen, 0).Select
End If

'Se a macro estiver sendo rodada para geração de árvores de cenários, determina a localização da seqüência
de números
'aleatórios
If TreeGen = True Then
    wksRndNum.Select
    rngAtivo.Select
    ActiveCell.Offset(0, 3 + NumCen).Select
End If

'Gera um caminho para o preço da ação a partir dos dados de entrada
i = 0
wksModelo.Select
Do While Cells(ActiveCell.Row, cteColSaida - 1).Value <> ""

```

```

If ActiveCell.Row = LinSaida Then
    ActiveCell.Offset(0, 1).Value = InitialPrice
    ActiveCell.Offset(0, 1 + DeslocCol).Value = InitialPrice
Elseif ActiveCell.Row = LinSaida + 1 Then
    If TreeGen = False Then
        If Method = "Sobol" Then
            wksHidden.Select
            RndNum = ActiveCell.Offset(0, i - 1).Value
            NormRndNum = Application.WorksheetFunction.NormSInv(RndNum)
        Else
            RndNum = Rnd()
            NormRndNum = Application.WorksheetFunction.NormSInv(RndNum)
        End If
    Else
        wksRndNum.Select
        NormRndNum = ActiveCell.Offset(i - 1, 0).Value
    End If
    wksModelo.Select
    Call VGModel.VGStock(ActiveCell.Offset(0, 1), ActiveCell.Offset(0, 1 + DeslocCol), _
        ActiveCell.Offset(-1, 1).Value, ActiveCell.Offset(-1, 1 + DeslocCol).Value, _
        StockReturn - StockDivYield, StockVol, Theta, TamInt, Ni, Interv, NormRndNum)
Else
    If TreeGen = False Then
        If Method = "Sobol" Then
            wksHidden.Select
            RndNum = ActiveCell.Offset(0, i - 1).Value
            NormRndNum = Application.WorksheetFunction.NormSInv(RndNum)
        Else
            RndNum = Rnd()
            NormRndNum = Application.WorksheetFunction.NormSInv(RndNum)
        End If
    Else
        wksRndNum.Select
        If ActiveCell.Offset(i - 1, 0).Value = "" Then
            ActiveCell.End(xlDown).End(xlDown).Select
            i = 1
        End If
        NormRndNum = ActiveCell.Offset(i - 1, 0).Value
    End If
    wksModelo.Select
    Call VGModel.VGStock(ActiveCell.Offset(0, 1), ActiveCell.Offset(0, 1 + DeslocCol), _
        ActiveCell.Offset(-1, 1).Value, ActiveCell.Offset(-1, 1 + DeslocCol).Value, _
        StockReturn - StockDivYield, StockVol, Theta, TamInt, Ni, Interv, NormRndNum)
End If
ActiveCell.Offset(1, 0).Select
i = i + 1
Loop
End Sub

```

Quadro D.20 – Código-fonte do módulo 20 do sistema (“VGModel”).

(Conclusão)

Fonte: Elaborado pelo autor.

APÊNDICE E – INTERFACES DO SISTEMA DESENVOLVIDO

Neste apêndice foram congregadas algumas telas do sistema desenvolvido para seleção de carteiras de investimentos, a fim de ilustrar suas principais funcionalidades e as interfaces criadas para os usuários. O código-fonte do sistema pode ser visualizado no Apêndice D.

The screenshot shows the 'Geração de Árvore de Cenários' interface in Microsoft Excel. The control panel on the left includes the following elements:

- Seleção do modelo:** GARCH Process
- Quantos períodos serão considerados?:** 4
- Quantas ramificações possuirá cada um dos nós da árvore?:** 4
- Para quantos ativos serão geradas árvores de cenários?:** 17
- Número do ativo (apenas para identificação da tabela para impressão da árvore):** 17
- Buttons:** Gerar Seqüências, Gerar Cenários, Gerar Árvore, Gerar Árvore de Opções

The data table on the right, titled 'Ativo 1', contains the following data:

i	Período 0	Prob.	Período 1	Prob.	Período 2	Prob.
1	53,65	1	51,29	0,25	48,58	0,25
2			53,83	0,25	51,20	0,25
3			55,56	0,25	53,24	0,25
4			58,09	0,25	55,82	0,25
5					51,31	0,25
6					54,12	0,25
7					55,89	0,25
8					58,49	0,25
9					52,98	0,25
10					55,63	0,25
11					57,45	0,25
12					60,13	0,25
13					55,33	0,25
14					58,14	0,25
15					60,33	0,25
16					63,33	0,25
17						
18						
19						
20						
21						
22						
23						
24						
25						
26						
27						
28						
29						
30						

Figura E.1 – Interface construída para geração de árvores de cenários de ações e opções.

Fonte: Elaborado pelo autor.

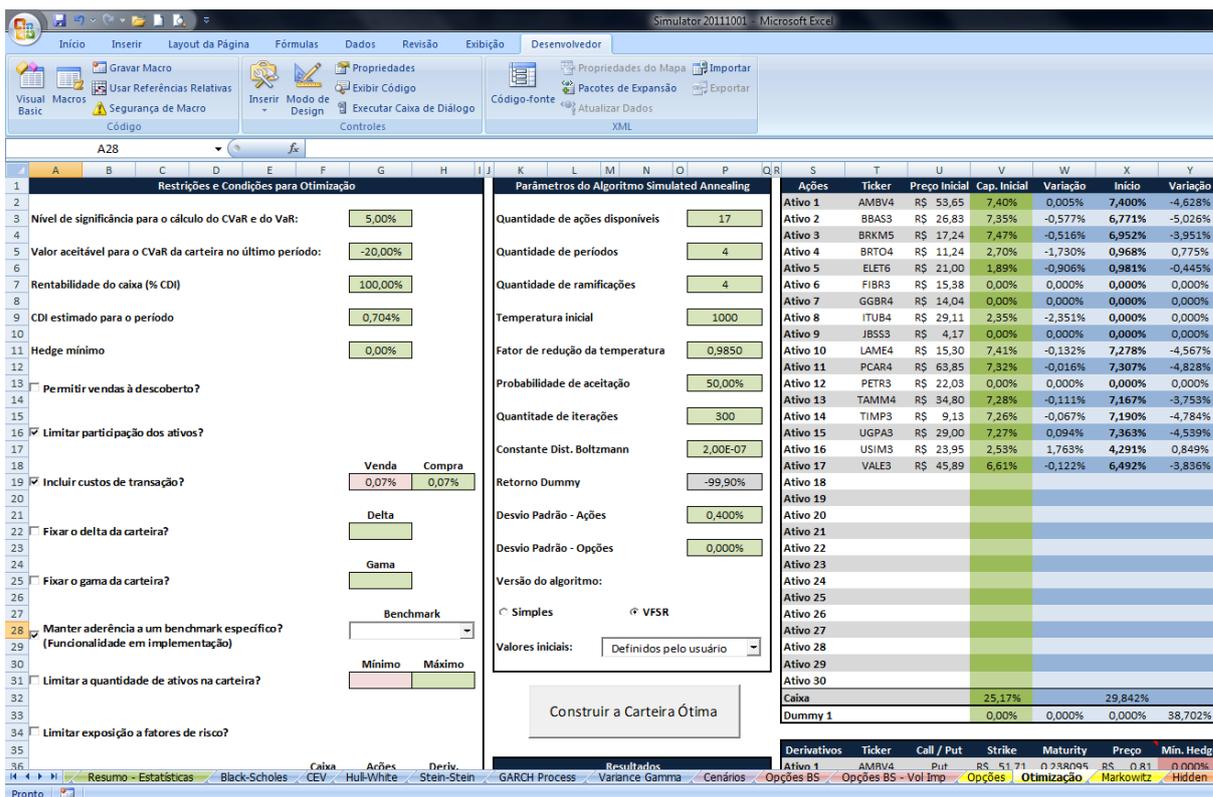


Figura E.2 – Interface projetada para construção de carteiras ótimas a partir de um dado universo de ativos.
Fonte: Elaborado pelo autor.

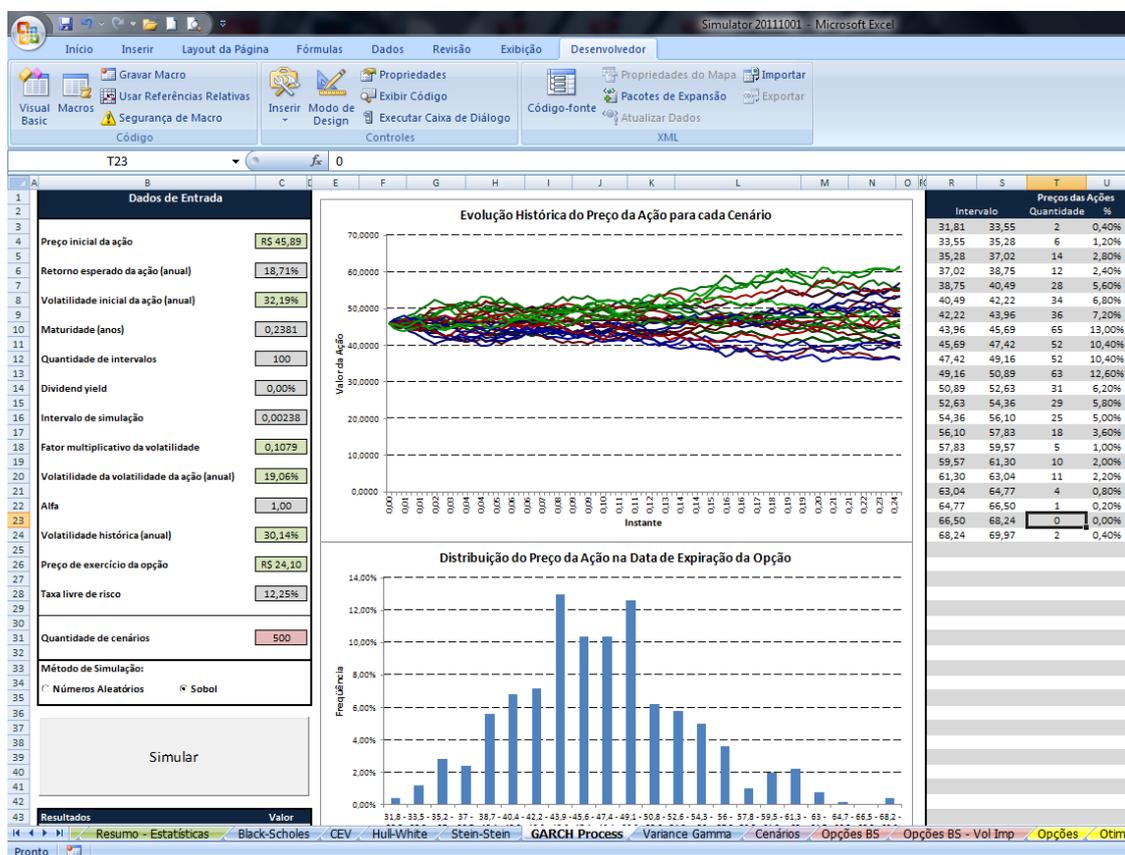


Figura E.3 – Interface projetada para simulação da evolução do preço de uma ação e precificação de opções.
Fonte: Elaborado pelo autor.

Simulador 20111001 - Microsoft Excel

Atualizar Matrizes

Usar todos os ativos cadastrados

Ativo 1

Ativo 2

Ativo 3

Ativo 4

Ativo 5

Ativo 6

Ativo 7

Ativo 8

Ativo 9

Ativo 10

Ativo 11

Ativo 12

Ativo 13

Ativo 14

Ativo 15

Matriz de Correlações

X	AMBV4	BBAS3	BRKM5	BRT04	ELET6	FIBR3	GGBR4	ITUB4	JBSS3	LAME4
AMBV4	1,000	0,394	0,321	0,308	0,220	0,336	0,411	0,421	0,299	0,353
BBAS3	0,394	1,000	0,415	0,385	0,325	0,482	0,568	0,697	0,435	0,496
BRKM5	0,321	0,415	1,000	0,315	0,243	0,384	0,461	0,436	0,290	0,377
BRT04	0,308	0,385	0,315	1,000	0,269	0,403	0,427	0,435	0,327	0,370
ELET6	0,220	0,325	0,243	0,269	1,000	0,303	0,355	0,360	0,247	0,291
FIBR3	0,336	0,482	0,384	0,403	0,303	1,000	0,558	0,542	0,389	0,435
GGBR4	0,411	0,568	0,461	0,427	0,355	0,558	1,000	0,627	0,442	0,501
ITUB4	0,421	0,697	0,436	0,435	0,360	0,542	0,627	1,000	0,466	0,511
JBSS3	0,299	0,435	0,290	0,327	0,247	0,389	0,442	0,466	1,000	0,379
LAME4	0,353	0,496	0,377	0,370	0,291	0,435	0,501	0,511	0,379	1,000
PCAR4	0,282	0,359	0,296	0,285	0,216	0,345	0,370	0,405	0,280	0,344
PETR3	0,317	0,490	0,367	0,374	0,304	0,489	0,578	0,543	0,374	0,396
TAMM4	0,276	0,355	0,291	0,265	0,197	0,353	0,394	0,397	0,283	0,297
TIMP3	0,305	0,412	0,331	0,320	0,255	0,387	0,428	0,429	0,302	0,367
UGPA4	0,282	0,393	0,362	0,323	0,262	0,393	0,458	0,446	0,306	0,351
USIM3	0,283	0,396	0,309	0,293	0,260	0,395	0,524	0,436	0,331	0,364
VALE3	0,429	0,622	0,457	0,449	0,361	0,592	0,696	0,661	0,462	0,499

Matriz de Covariâncias

X	AMBV4	BBAS3	BRKM5	BRT04	ELET6	FIBR3	GGBR4	ITUB4	JBSS3	LAME4
AMBV4	0,00023	0,00011	0,00011	0,00009	0,00006	0,00013	0,00014	0,00012	0,00011	0,00012
BBAS3	0,00011	0,00034	0,00017	0,00015	0,00011	0,00023	0,00024	0,00024	0,00020	0,00021
BRKM5	0,00011	0,00017	0,00049	0,00014	0,00010	0,00022	0,00023	0,00018	0,00016	0,00019
BRT04	0,00009	0,00015	0,00014	0,00042	0,00010	0,00021	0,00020	0,00017	0,00017	0,00017
ELET6	0,00006	0,00011	0,00010	0,00010	0,00034	0,00014	0,00015	0,00012	0,00011	0,00012
FIBR3	0,00013	0,00023	0,00022	0,00021	0,00014	0,00066	0,00032	0,00026	0,00025	0,00025
GGBR4	0,00014	0,00024	0,00023	0,00020	0,00015	0,00032	0,00051	0,00026	0,00025	0,00026
ITUB4	0,00012	0,00024	0,00018	0,00017	0,00012	0,00026	0,00026	0,00035	0,00022	0,00022
JBSS3	0,00011	0,00020	0,00016	0,00017	0,00011	0,00025	0,00025	0,00022	0,00062	0,00021
LAME4	0,00012	0,00021	0,00019	0,00017	0,00012	0,00025	0,00026	0,00022	0,00021	0,00051
PCAR4	0,00008	0,00012	0,00012	0,00011	0,00007	0,00017	0,00016	0,00014	0,00013	0,00015

Figura E.4 – Interface desenvolvida para o cálculo de matrizes de covariâncias e de correlações.
Fonte: Elaborado pelo autor.

Simulador 20111001 - Microsoft Excel

Estadísticas

Analisar Ações

Estadísticas

X	Retorno Esperado	Estimativa de Bayes-Stein	Retorno 126 d.u.	Retorno Anualizado	Vol 126 d.u.	Volatilidade Anualizada	Percentual de Retornos Positivos	Percentual de Retornos Negativos	Beta (Relativo ao Ibovespa)	Desvio Padrão	Coeficiente de Assimetria	Excesso de Curtose
AMBV4	46,52%	32,53%	20,14%	47,53%	24,71%	23,88%	52,60%	47,40%	0,5370	1,50%	0,076	0,865
BBAS3	9,05%	13,97%	-2,48%	9,09%	30,70%	29,41%	50,80%	49,20%	0,9784	1,85%	0,135	1,365
BRKM5	32,85%	24,56%	-14,82%	32,89%	42,96%	35,27%	53,40%	46,60%	0,8688	2,22%	-0,099	2,433
BRT04	-5,49%	4,70%	-10,08%	-5,53%	36,64%	32,55%	48,40%	51,60%	0,7853	2,05%	0,036	2,994
ELET6	-1,55%	6,86%	-25,10%	-1,59%	23,30%	29,25%	46,60%	53,40%	0,5878	1,83%	0,766	3,650
FIBR3	-26,54%	-9,14%	-32,37%	-26,54%	38,66%	40,67%	48,00%	52,00%	1,2317	2,56%	0,002	0,553
GGBR4	-18,43%	-4,63%	-32,82%	-18,37%	39,15%	35,82%	48,00%	52,00%	1,2735	2,26%	-0,006	1,851
ITUB4	-1,01%	6,21%	-18,29%	-0,99%	34,05%	29,59%	51,20%	48,80%	1,0631	1,87%	-0,192	2,484
JBSS3	-26,03%	-8,41%	-34,56%	-25,97%	39,07%	39,42%	50,60%	49,40%	0,9912	2,48%	0,109	0,967
LAME4	19,08%	19,91%	11,49%	19,06%	39,88%	35,98%	51,80%	48,20%	1,0215	2,26%	0,187	0,689
PCAR4	19,00%	18,96%	2,19%	19,02%	35,97%	29,74%	53,60%	46,40%	0,6371	1,86%	0,465	4,881
PETR3	-21,09%	-2,37%	-30,50%	-21,11%	29,08%	28,04%	51,00%	49,00%	0,8962	1,77%	-0,325	1,103
TAMM4	25,84%	20,51%	5,68%	25,92%	41,57%	44,73%	50,80%	49,20%	0,9685	2,76%	1,261	12,929
TIMP3	31,65%	28,42%	18,81%	31,61%	35,94%	37,02%	52,60%	47,40%	0,8925	2,33%	0,119	3,198
UGPA4	35,15%	29,01%	10,45%	35,18%	25,97%	23,05%	54,80%	45,20%	0,5819	1,45%	-0,497	4,229
USIM3	5,72%	11,81%	-16,47%	5,71%	57,31%	44,28%	49,20%	50,80%	1,1211	2,77%	0,405	1,255
VALE3	14,74%	18,71%	-12,09%	14,76%	28,53%	29,79%	52,60%	47,40%	1,1218	1,88%	-0,121	2,736

Figura E.5 – Interface criada para análise de ações e cálculo de estatísticas relevantes.
Fonte: Elaborado pelo autor.

APÊNDICE F – PERFIL ESTATÍSTICO DAS AÇÕES SELECIONADAS

Neste apêndice estão as tabelas com estatísticas calculadas para as séries históricas das ações constantes no Quadro 5.1 em relação aos períodos indicados na Figura 5.1.

Tabela F.1 – Estatísticas calculadas (valores aproximados) para as ações elencadas (segundo período). $JB_{5\%}$ denota a estatística Jarque-Bera usada para teste de normalidade da distribuição de retornos diários (composição contínua) a um nível de significância de 5%. Os retornos representam valores para capitalização anual.

Ação	Retorno Esperado (Média Aritmética)	Retorno Esperado (Bayes-Stein)	Beta (Relativo ao IBOVSPA)	Volatilidade (Anualizada)	$JB_{5\%}$ (Valor Crítico: 5,991)
AMBV4	38,7%	28,2%	0,540	22,96%	12,93
BBAS3	15,5%	17,7%	1,005	28,00%	27,69
BRKM5	60,9%	36,6%	0,729	34,17%	96,17
BRTO4	4,19%	10,9%	0,761	30,93%	259,6
ELET6	0,49%	8,85%	0,593	28,28%	399,0
FIBR3	-16,2%	-1,22%	1,257	39,60%	6,750
GGBR4	-17,4%	-2,51%	1,307	33,28%	2,010
ITUB4	5,00%	10,3%	1,059	27,23%	15,74
JBSS3	-19,8%	-2,88%	1,102	39,28%	21,66
LAME4	19,7%	20,3%	1,085	34,58%	20,72
PCAR4	25,7%	22,3%	0,616	28,55%	567,3
PETR3	-16,6%	1,78%	0,895	26,53%	1,870
TAMM4	20,7%	18,1%	0,940	42,55%	4939
TIMP3	29,0%	26,6%	0,835	34,75%	292,3
UGPA3	35,3%	28,5%	0,514	21,65%	52,89
USIM3	3,15%	11,1%	1,218	40,48%	3,120
VALE3	21,3%	22,1%	1,158	28,08%	59,55

Fonte: Elaborado pelo autor.

Tabela F.2 – Estatísticas calculadas (valores aproximados) para as ações elencadas (terceiro período). $JB_{5\%}$ denota a estatística Jarque-Bera usada para teste de normalidade da distribuição de retornos diários (composição contínua) a um nível de significância de 5%. Os retornos representam valores para capitalização anual.

Ação	Retorno Esperado (Média Aritmética)	Retorno Esperado (Bayes-Stein)	Beta (Relativo ao IBOVSPA)	Volatilidade (Anualizada)	$JB_{5\%}$ (Valor Crítico: 5,991)
AMBV4	45,2%	31,6%	0,546	23,77%	16,53
BBAS3	8,30%	13,9%	0,972	28,87%	41,54
BRKM5	32,8%	24,5%	0,820	35,38%	128,0
BRTO4	-2,88%	6,75%	0,775	32,03%	216,1
ELET6	-2,32%	6,96%	0,598	28,90%	340,4
FIBR3	-29,3%	-9,96%	1,252	40,90%	9,140
GGBR4	-22,0%	-5,92%	1,303	35,64%	71,69
ITUB4	-3,33%	5,47%	1,057	28,96%	140,4
JBSS3	-24,4%	-6,46%	0,993	39,37%	21,03
LAME4	12,5%	16,6%	0,985	34,77%	17,03
PCAR4	16,7%	18,0%	0,612	29,20%	596,1
PETR3	-21,3%	-1,76%	0,898	27,79%	42,49
TAMM4	13,8%	14,6%	0,990	44,44%	3835
TIMP3	25,4%	25,1%	0,881	36,36%	260,6
UGPA3	34,9%	28,7%	0,570	22,84%	432,3
USIM3	-4,69%	6,43%	1,112	43,36%	52,90
VALE3	9,91%	16,3%	1,147	29,74%	164,8

Fonte: Elaborado pelo autor.

Tabela F.3 – Estatísticas calculadas (valores aproximados) para as ações elencadas (quarto período). $JB_{5\%}$ denota a estatística Jarque-Bera usada para teste de normalidade da distribuição de retornos diários (composição contínua) a um nível de significância de 5%. Os retornos representam valores para capitalização anual.

Ação	Retorno Esperado (Média Aritmética)	Retorno Esperado (Bayes-Stein)	Beta (Relativo ao IBOVESPA)	Volatilidade (Anualizada)	$JB_{5\%}$ (Valor Crítico: 5,991)
AMBV4	46,5%	32,5%	0,537	23,88%	16,06
BBAS3	9,05%	14,0%	0,978	29,41%	40,35
BRKM5	32,9%	24,6%	0,869	35,27%	124,2
BRTO4	-5,49%	4,70%	0,785	32,55%	186,8
ELET6	-1,55%	6,86%	0,588	29,25%	326,5
FIBR3	-26,5%	-9,14%	1,232	40,67%	6,380
GGBR4	-18,4%	-4,63%	1,274	35,82%	71,35
ITUB4	-1,01%	6,21%	1,063	29,59%	131,6
JBSS3	-26,0%	-8,41%	0,991	39,42%	20,47
LAME4	19,1%	19,9%	1,022	35,98%	12,80
PCAR4	19,0%	19,0%	0,637	29,74%	514,4
PETR3	-21,1%	-2,37%	0,896	28,04%	34,18
TAMM4	25,8%	20,5%	0,969	44,73%	3615
TIMP3	31,7%	28,4%	0,893	37,02%	214,2
UGPA3	35,2%	29,0%	0,582	23,05%	393,1
USIM3	5,72%	11,8%	1,121	44,28%	46,47
VALE3	14,7%	18,7%	1,122	29,79%	157,1

Fonte: Elaborado pelo autor.

Apresentadas as tabelas com as estatísticas, cabe salientar que os resultados referentes ao primeiro período do horizonte de investimento podem ser encontrados na Tabela 5.1. Em adição, as observações feitas no Capítulo 5 a respeito da tabela referenciada também são aplicáveis às tabelas divulgadas nesse apêndice.

APÊNDICE G – MATRIZES DE CORRELAÇÕES

Nas tabelas a seguir estão reproduzidas as matrizes de correlações calculadas através do modelo de Ledoit e Wolf (2003), conforme o procedimento descrito no item 5.1. A numeração apresentada nas tabelas coincide com aquela constante no Quadro 5.1 e os períodos referem-se àqueles indicados na Figura 5.1.

Tabela G.1 – Matriz de correlações calculada a partir do modelo de Ledoit e Wolf (2003). Os resultados referem-se ao primeiro período do horizonte de investimentos (usados para formação da carteira inicial). Todos os valores estão aproximados.

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17
1	1,00	0,37	0,23	0,29	0,19	0,31	0,38	0,40	0,30	0,34	0,26	0,29	0,23	0,23	0,23	0,27	0,41
2	0,37	1,00	0,31	0,34	0,29	0,43	0,55	0,65	0,42	0,46	0,31	0,44	0,32	0,32	0,31	0,40	0,59
3	0,23	0,31	1,00	0,24	0,18	0,28	0,36	0,34	0,23	0,32	0,21	0,27	0,20	0,20	0,26	0,27	0,35
4	0,29	0,34	0,24	1,00	0,23	0,35	0,41	0,39	0,31	0,34	0,22	0,32	0,22	0,23	0,25	0,31	0,42
5	0,19	0,29	0,18	0,23	1,00	0,25	0,33	0,33	0,23	0,26	0,16	0,26	0,17	0,19	0,20	0,26	0,33
6	0,31	0,43	0,28	0,35	0,25	1,00	0,51	0,49	0,36	0,40	0,28	0,43	0,32	0,29	0,31	0,39	0,54
7	0,38	0,55	0,36	0,41	0,33	0,51	1,00	0,60	0,45	0,50	0,33	0,55	0,36	0,33	0,38	0,53	0,69
8	0,40	0,65	0,34	0,39	0,33	0,49	0,60	1,00	0,46	0,49	0,35	0,50	0,36	0,32	0,36	0,45	0,63
9	0,30	0,42	0,23	0,31	0,23	0,36	0,45	0,46	1,00	0,36	0,24	0,35	0,27	0,23	0,27	0,34	0,46
10	0,34	0,46	0,32	0,34	0,26	0,40	0,50	0,49	0,36	1,00	0,31	0,37	0,29	0,29	0,28	0,37	0,49
11	0,26	0,31	0,21	0,22	0,16	0,28	0,33	0,35	0,24	0,31	1,00	0,27	0,23	0,19	0,20	0,24	0,33
12	0,29	0,44	0,27	0,32	0,26	0,43	0,55	0,50	0,35	0,37	0,27	1,00	0,28	0,26	0,32	0,40	0,56
13	0,23	0,32	0,20	0,22	0,17	0,32	0,36	0,36	0,27	0,29	0,23	0,28	1,00	0,20	0,24	0,25	0,36
14	0,23	0,32	0,20	0,23	0,19	0,29	0,33	0,32	0,23	0,29	0,19	0,26	0,20	1,00	0,21	0,23	0,37
15	0,23	0,31	0,26	0,25	0,20	0,31	0,38	0,36	0,27	0,28	0,20	0,32	0,24	0,21	1,00	0,28	0,41
16	0,27	0,40	0,27	0,31	0,26	0,39	0,53	0,45	0,34	0,37	0,24	0,40	0,25	0,23	0,28	1,00	0,50
17	0,41	0,59	0,35	0,42	0,33	0,54	0,69	0,63	0,46	0,49	0,33	0,56	0,36	0,37	0,41	0,50	1,00

Fonte: Elaborado pelo autor.

Tabela G.2 – Matriz de correlações calculada a partir do modelo de Ledoit e Wolf (2003). Os resultados referem-se ao segundo período do horizonte de investimentos (usados para o primeiro rebalanceamento das carteiras). Todos os valores estão aproximados.

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17
1	1,00	0,36	0,22	0,27	0,19	0,30	0,37	0,39	0,28	0,33	0,26	0,28	0,23	0,26	0,22	0,27	0,40
2	0,36	1,00	0,31	0,33	0,29	0,44	0,54	0,66	0,42	0,47	0,32	0,44	0,32	0,35	0,31	0,40	0,59
3	0,22	0,31	1,00	0,22	0,18	0,27	0,35	0,34	0,23	0,31	0,21	0,26	0,19	0,24	0,26	0,26	0,34
4	0,27	0,33	0,22	1,00	0,23	0,35	0,39	0,39	0,30	0,34	0,23	0,31	0,22	0,26	0,25	0,30	0,40
5	0,19	0,29	0,18	0,23	1,00	0,25	0,33	0,33	0,23	0,26	0,17	0,26	0,17	0,23	0,20	0,26	0,33
6	0,30	0,44	0,27	0,35	0,25	1,00	0,51	0,49	0,36	0,40	0,29	0,42	0,32	0,33	0,31	0,40	0,54
7	0,37	0,54	0,35	0,39	0,33	0,51	1,00	0,60	0,44	0,49	0,33	0,54	0,34	0,38	0,38	0,53	0,67
8	0,39	0,66	0,34	0,39	0,33	0,49	0,60	1,00	0,45	0,49	0,36	0,49	0,35	0,37	0,36	0,45	0,62
9	0,28	0,42	0,23	0,30	0,23	0,36	0,44	0,45	1,00	0,36	0,25	0,35	0,26	0,27	0,27	0,34	0,45
10	0,33	0,47	0,31	0,34	0,26	0,40	0,49	0,49	0,36	1,00	0,31	0,36	0,28	0,33	0,29	0,37	0,49
11	0,26	0,32	0,21	0,23	0,17	0,29	0,33	0,36	0,25	0,31	1,00	0,28	0,23	0,21	0,21	0,26	0,33
12	0,28	0,44	0,26	0,31	0,26	0,42	0,54	0,49	0,35	0,36	0,28	1,00	0,27	0,30	0,32	0,40	0,56
13	0,23	0,32	0,19	0,22	0,17	0,32	0,34	0,35	0,26	0,28	0,23	0,27	1,00	0,23	0,24	0,25	0,35
14	0,26	0,35	0,24	0,26	0,23	0,33	0,38	0,37	0,27	0,33	0,21	0,30	0,23	1,00	0,24	0,27	0,40
15	0,22	0,31	0,26	0,25	0,20	0,31	0,38	0,36	0,27	0,29	0,21	0,32	0,24	0,24	1,00	0,29	0,41
16	0,27	0,40	0,26	0,30	0,26	0,40	0,53	0,45	0,34	0,37	0,26	0,40	0,25	0,27	0,29	1,00	0,50
17	0,40	0,59	0,34	0,40	0,33	0,54	0,67	0,62	0,45	0,49	0,33	0,56	0,35	0,40	0,41	0,50	1,00

Fonte: Elaborado pelo autor.

Tabela G.3 – Matriz de correlações calculada a partir do modelo de Ledoit e Wolf (2003). Os resultados referem-se ao terceiro período do horizonte de investimentos (usados para o segundo rebalanceamento das carteiras).

Todos os valores estão aproximados.

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17
1	1,00	0,38	0,30	0,31	0,21	0,32	0,41	0,42	0,28	0,35	0,28	0,29	0,28	0,30	0,27	0,27	0,42
2	0,38	1,00	0,37	0,35	0,30	0,44	0,53	0,69	0,40	0,46	0,32	0,44	0,34	0,38	0,34	0,36	0,59
3	0,30	0,37	1,00	0,28	0,22	0,33	0,42	0,40	0,25	0,34	0,25	0,31	0,27	0,31	0,35	0,26	0,40
4	0,31	0,35	0,28	1,00	0,26	0,38	0,41	0,41	0,31	0,35	0,26	0,34	0,26	0,31	0,30	0,27	0,43
5	0,21	0,30	0,22	0,26	1,00	0,28	0,35	0,34	0,23	0,27	0,19	0,28	0,19	0,25	0,25	0,26	0,34
6	0,32	0,44	0,33	0,38	0,28	1,00	0,54	0,51	0,36	0,40	0,31	0,46	0,36	0,36	0,36	0,37	0,56
7	0,41	0,53	0,42	0,41	0,35	0,54	1,00	0,60	0,42	0,47	0,34	0,56	0,39	0,40	0,43	0,52	0,69
8	0,42	0,69	0,40	0,41	0,34	0,51	0,60	1,00	0,44	0,47	0,37	0,50	0,39	0,40	0,40	0,40	0,63
9	0,28	0,40	0,25	0,31	0,23	0,36	0,42	0,44	1,00	0,34	0,24	0,33	0,28	0,27	0,28	0,31	0,43
10	0,35	0,46	0,34	0,35	0,27	0,40	0,47	0,47	0,34	1,00	0,32	0,34	0,28	0,34	0,30	0,33	0,46
11	0,28	0,32	0,25	0,26	0,19	0,31	0,34	0,37	0,24	0,32	1,00	0,29	0,26	0,24	0,25	0,23	0,34
12	0,29	0,44	0,31	0,34	0,28	0,46	0,56	0,50	0,33	0,34	0,29	1,00	0,31	0,34	0,37	0,37	0,58
13	0,28	0,34	0,27	0,26	0,19	0,36	0,39	0,39	0,28	0,28	0,26	0,31	1,00	0,28	0,29	0,24	0,39
14	0,30	0,38	0,31	0,31	0,25	0,36	0,40	0,40	0,27	0,34	0,24	0,34	0,28	1,00	0,29	0,24	0,44
15	0,27	0,34	0,35	0,30	0,25	0,36	0,43	0,40	0,28	0,30	0,25	0,37	0,29	0,29	1,00	0,29	0,47
16	0,27	0,36	0,26	0,27	0,26	0,37	0,52	0,40	0,31	0,33	0,23	0,37	0,24	0,24	0,29	1,00	0,47
17	0,42	0,59	0,40	0,43	0,34	0,56	0,69	0,63	0,43	0,46	0,34	0,58	0,39	0,44	0,47	0,47	1,00

Fonte: Elaborado pelo autor.

Tabela G.4 – Matriz de correlações calculada a partir do modelo de Ledoit e Wolf (2003). Os resultados referem-se ao quarto período do horizonte de investimentos (usados para o terceiro rebalanceamento das carteiras). Todos os valores estão aproximados.

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17
1	1,00	0,39	0,32	0,31	0,22	0,34	0,41	0,42	0,30	0,35	0,28	0,32	0,28	0,30	0,28	0,28	0,43
2	0,39	1,00	0,41	0,38	0,32	0,48	0,57	0,70	0,43	0,50	0,36	0,49	0,35	0,41	0,39	0,40	0,62
3	0,32	0,41	1,00	0,32	0,24	0,38	0,46	0,44	0,29	0,38	0,30	0,37	0,29	0,33	0,36	0,31	0,46
4	0,31	0,38	0,32	1,00	0,27	0,40	0,43	0,43	0,33	0,37	0,28	0,37	0,27	0,32	0,32	0,29	0,45
5	0,22	0,32	0,24	0,27	1,00	0,30	0,36	0,36	0,25	0,29	0,22	0,30	0,20	0,25	0,26	0,26	0,36
6	0,34	0,48	0,38	0,40	0,30	1,00	0,56	0,54	0,39	0,44	0,35	0,49	0,35	0,39	0,39	0,39	0,59
7	0,41	0,57	0,46	0,43	0,36	0,56	1,00	0,63	0,44	0,50	0,37	0,58	0,39	0,43	0,46	0,52	0,70
8	0,42	0,70	0,44	0,43	0,36	0,54	0,63	1,00	0,47	0,51	0,41	0,54	0,40	0,43	0,45	0,44	0,66
9	0,30	0,43	0,29	0,33	0,25	0,39	0,44	0,47	1,00	0,38	0,28	0,37	0,28	0,30	0,31	0,33	0,46
10	0,35	0,50	0,38	0,37	0,29	0,44	0,50	0,51	0,38	1,00	0,34	0,40	0,30	0,37	0,35	0,36	0,50
11	0,28	0,36	0,30	0,28	0,22	0,35	0,37	0,41	0,28	0,34	1,00	0,34	0,27	0,26	0,28	0,26	0,38
12	0,32	0,49	0,37	0,37	0,30	0,49	0,58	0,54	0,37	0,40	0,34	1,00	0,32	0,37	0,40	0,39	0,60
13	0,28	0,35	0,29	0,27	0,20	0,35	0,39	0,40	0,28	0,30	0,27	0,32	1,00	0,28	0,29	0,25	0,40
14	0,30	0,41	0,33	0,32	0,25	0,39	0,43	0,43	0,30	0,37	0,26	0,37	0,28	1,00	0,32	0,27	0,46
15	0,28	0,39	0,36	0,32	0,26	0,39	0,46	0,45	0,31	0,35	0,28	0,40	0,29	0,32	1,00	0,33	0,49
16	0,28	0,40	0,31	0,29	0,26	0,39	0,52	0,44	0,33	0,36	0,26	0,39	0,25	0,27	0,33	1,00	0,48
17	0,43	0,62	0,46	0,45	0,36	0,59	0,70	0,66	0,46	0,50	0,38	0,60	0,40	0,46	0,49	0,48	1,00

Fonte: Elaborado pelo autor.

APÊNDICE H – RESULTADOS DO USO DO MODELO GARCH(1,1)

Nas próximas tabelas estão reproduzidos os resultados da aplicação do modelo GARCH(1,1) às ações elencadas no Capítulo 5. Os períodos referidos estão definidos na Figura 5.1 e a notação coincide com aquela adotada no item 2.2, expressões (2.32) e (2.33).

Tabela H.1 – Resultados da aplicação do modelo GARCH(1,1) referentes ao primeiro período do horizonte de investimento. Todos os valores estão aproximados.

Ação	α	β	γ	ω	V _{LP} (Valor Anualizado)	a	ϕ (Valor Anualizado)
AMBV4	0,7542	0,0895	0,1563	$3,34 \cdot 10^{-5}$	23,21%	0,156	12,70%
BBAS3	0,7588	0,1099	0,1314	$4,07 \cdot 10^{-5}$	27,94%	0,131	15,50%
BRKM5	0,6195	0,1925	0,1880	$9,09 \cdot 10^{-5}$	34,92%	0,188	27,20%
BRTO4	0,0650	0,1502	0,7848	$3,08 \cdot 10^{-4}$	31,42%	0,785	21,22%
ELET6	0,6857	0,2773	0,0370	$1,88 \cdot 10^{-5}$	35,83%	0,037	39,22%
FIBR3	0,7883	0,0973	0,1144	$7,25 \cdot 10^{-5}$	40,02%	0,114	13,81%
GGBR4	0,5923	0,0960	0,3117	$1,41 \cdot 10^{-4}$	33,74%	0,312	13,63%
ITUB4	0,7136	0,0921	0,1943	$5,66 \cdot 10^{-5}$	27,12%	0,194	13,04%
JBSS3	0,5762	0,1198	0,3040	$1,85 \cdot 10^{-4}$	39,23%	0,304	16,98%
LAME4	0,7880	0,0729	0,1390	$6,65 \cdot 10^{-5}$	34,74%	0,139	10,31%
PCAR4	0,8341	0,0600	0,1059	$3,47 \cdot 10^{-5}$	28,70%	0,106	8,501%
PETR3	0,8942	0,0495	0,0563	$1,55 \cdot 10^{-5}$	26,30%	0,056	7,003%
TAMM4	0,9278	0,0400	0,0322	$2,35 \cdot 10^{-5}$	42,91%	0,032	5,704%
TIMP3	0,0855	0,7265	0,1880	$2,39 \cdot 10^{-4}$	56,67%	0,188	102,7%
UGPA3	0,9211	0,0377	0,0412	$7,72 \cdot 10^{-6}$	21,75%	0,041	5,302%
USIM3	0,6839	0,1262	0,1898	$1,26 \cdot 10^{-4}$	40,94%	0,190	17,90%
VALE3	0,6707	0,0998	0,2295	$7,85 \cdot 10^{-5}$	29,34%	0,230	14,11%

Fonte: Elaborado pelo autor.

Tabela H.2 – Resultados da aplicação do modelo GARCH(1,1) referentes ao segundo período do horizonte de investimento.

Ação	α	β	γ	ω	V _{LP} (Valor Anualizado)	a	ϕ (Valor Anualizado)
AMBV4	0,76072	0,08473	0,15455	$3,31 \cdot 10^{-5}$	23,24%	0,1545	11,98%
BBAS3	0,75541	0,11235	0,13224	$4,17 \cdot 10^{-5}$	28,18%	0,1322	15,89%
BRKM5	0,60052	0,19710	0,20237	$9,83 \cdot 10^{-5}$	34,99%	0,2024	27,87%
BRTO4	0,07268	0,15099	0,77633	$3,01 \cdot 10^{-4}$	31,25%	0,7763	21,35%
ELET6	0,68707	0,27041	0,04252	$1,97 \cdot 10^{-5}$	34,20%	0,0425	38,24%
FIBR3	0,78867	0,09544	0,11589	$7,26 \cdot 10^{-5}$	39,73%	0,1159	13,50%
GGBR4	0,60080	0,08888	0,31031	$1,40 \cdot 10^{-4}$	33,73%	0,3103	12,57%
ITUB4	0,70237	0,09362	0,20401	$5,99 \cdot 10^{-5}$	27,20%	0,2040	13,24%
JBSS3	0,57172	0,12048	0,30781	$1,91 \cdot 10^{-4}$	39,58%	0,3078	17,04%
LAME4	0,79090	0,07124	0,13786	$6,55 \cdot 10^{-5}$	34,61%	0,1379	10,07%
PCAR4	0,83412	0,06000	0,10588	$3,45 \cdot 10^{-5}$	28,66%	0,1059	8,490%
PETR3	0,89885	0,04927	0,05188	$1,41 \cdot 10^{-5}$	26,15%	0,0519	6,970%
TAMM4	0,93125	0,04000	0,02875	$2,05 \cdot 10^{-5}$	42,41%	0,0288	5,660%
TIMP3	0,08413	0,71539	0,20048	$2,38 \cdot 10^{-4}$	54,65%	0,2005	101,2%
UGPA3	0,93139	0,03488	0,03374	$6,18 \cdot 10^{-6}$	21,49%	0,0337	4,930%
USIM3	0,68391	0,12363	0,19246	$1,27 \cdot 10^{-4}$	40,71%	0,1925	17,48%
VALE3	0,68806	0,11187	0,20007	$6,71 \cdot 10^{-5}$	29,06%	0,2001	15,82%

Fonte: Elaborado pelo autor.

Tabela H.3 – Resultados da aplicação do modelo GARCH(1,1) referentes ao terceiro período do horizonte de investimento.

Ação	α	β	γ	ω	V _{LP} (Valor Anualizado)	a	ϕ (Valor Anualizado)
AMBV4	0,62994	0,16102	0,20904	$5,00 \cdot 10^{-5}$	24,13%	0,2090	22,77%
BBAS3	0,75967	0,13825	0,10208	$3,20 \cdot 10^{-5}$	29,25%	0,1021	19,55%
BRKM5	0,54491	0,22863	0,22645	$1,10 \cdot 10^{-4}$	35,11%	0,2265	32,33%
BRTO4	0,10848	0,15572	0,73580	$3,00 \cdot 10^{-4}$	32,20%	0,7358	22,02%
ELET6	0,68431	0,27080	0,04489	$2,10 \cdot 10^{-5}$	35,21%	0,0449	38,30%
FIBR3	0,80805	0,12347	0,06848	$5,05 \cdot 10^{-5}$	42,19%	0,0685	17,46%
GGBR4	0,75063	0,12575	0,12361	$6,04 \cdot 10^{-5}$	35,51%	0,1236	17,78%
ITUB4	0,77097	0,15753	0,07150	$1,99 \cdot 10^{-5}$	29,13%	0,0715	22,28%
JBSS3	0,60182	0,12083	0,27735	$1,70 \cdot 10^{-4}$	39,33%	0,2774	17,09%
LAME4	0,69483	0,14663	0,15855	$8,00 \cdot 10^{-5}$	35,25%	0,1585	20,74%
PCAR4	0,23942	0,05500	0,70558	$2,40 \cdot 10^{-4}$	29,17%	0,7056	7,780%
PETR3	0,80935	0,09790	0,09274	$3,00 \cdot 10^{-5}$	28,19%	0,0927	13,85%
TAMM4	0,92584	0,02927	0,04489	$4,00 \cdot 10^{-5}$	46,27%	0,0449	4,140%
TIMP3	0,40669	0,33635	0,25695	$1,50 \cdot 10^{-4}$	38,56%	0,2570	47,57%
UGPA3	0,75733	0,12430	0,11837	$3,05 \cdot 10^{-5}$	23,54%	0,1184	17,58%
USIM3	0,57901	0,19380	0,22720	$1,60 \cdot 10^{-4}$	42,65%	0,2272	27,41%
VALE3	0,76256	0,13431	0,10313	$4,00 \cdot 10^{-5}$	30,20%	0,1031	18,99%

Fonte: Elaborado pelo autor.

Tabela H.4 – Resultados da aplicação do modelo GARCH(1,1) referentes ao quarto período do horizonte de investimento.

Ação	α	β	γ	ω	V _{LP} (Valor Anualizado)	a	ϕ (Valor Anualizado)
AMBV4	0,70614	0,13508	0,15879	$3,98 \cdot 10^{-5}$	24,36%	0,1588	19,10%
BBAS3	0,78291	0,13303	0,08406	$3,05 \cdot 10^{-5}$	30,24%	0,0841	18,81%
BRKM5	0,62800	0,21175	0,16025	$8,00 \cdot 10^{-5}$	36,24%	0,1603	29,95%
BRTO4	0,07829	0,15095	0,77077	$3,30 \cdot 10^{-4}$	32,81%	0,7708	21,35%
ELET6	0,69769	0,26011	0,04219	$2,02 \cdot 10^{-5}$	37,32%	0,0422	36,79%
FIBR3	0,81369	0,11124	0,07508	$5,00 \cdot 10^{-5}$	41,88%	0,0751	15,73%
GGBR4	0,76581	0,11938	0,11480	$6,01 \cdot 10^{-5}$	35,74%	0,1148	16,88%
ITUB4	0,82645	0,10393	0,06962	$3,00 \cdot 10^{-5}$	30,19%	0,0696	14,70%
JBSS3	0,63508	0,11159	0,25333	$1,60 \cdot 10^{-4}$	39,58%	0,2533	15,78%
LAME4	0,79488	0,09618	0,10893	$6,04 \cdot 10^{-5}$	36,63%	0,1089	13,60%
PCAR4	0,96556	0,01555	0,01889	$1,00 \cdot 10^{-5}$	30,45%	0,0189	2,200%
PETR3	0,77783	0,11736	0,10481	$3,00 \cdot 10^{-5}$	28,67%	0,1048	16,60%
TAMM4	0,61923	0,04221	0,33855	$2,70 \cdot 10^{-4}$	45,15%	0,3386	5,970%
TIMP3	0,31289	0,35251	0,33459	$2,00 \cdot 10^{-4}$	38,91%	0,3346	49,85%
UGPA3	0,79785	0,11507	0,08707	$2,07 \cdot 10^{-5}$	24,02%	0,0871	16,27%
USIM3	0,37775	0,26964	0,35261	$2,70 \cdot 10^{-4}$	44,20%	0,3526	38,13%
VALE3	0,75735	0,13476	0,10789	$3,96 \cdot 10^{-5}$	30,14%	0,1079	19,06%

Fonte: Elaborado pelo autor.

Finalizando a apresentação dos resultados, é pertinente salientar que todas as funções derivadas do GARCH(1,1) foram deduzidas através do Método da Máxima Verossimilhança, conforme sugestão de Hull (2008), com auxílio do *software* Solver®, presente no *software* MS Excel 2007®. Para análise da significância dos resultados, o teste de Ljung-Box foi empregado, conforme a discussão realizada no item 5.1.

APÊNDICE I – OPÇÕES UTILIZADAS NA APLICAÇÃO PRÁTICA

No presente apêndice encontram-se as opções que foram precificadas e utilizadas para composição das carteiras montadas durante a fase de aplicação prática do modelo e do sistema desenvolvidos para os fins do trabalho. No que tange aos valores de entrada para realização dos cálculos, foi empregada uma taxa DI anualizada constante e igual a 12,50% para o primeiro conjunto de opções, ao passo que foi usada uma taxa DI de 12,25% para o segundo e o terceiro conjunto e uma taxa DI de 12,00% para o quarto. Essa modificação mostrou-se necessária em função dos deslocamentos sofridos na estrutura a termo da taxa DI decorrentes das expectativas do mercado e sinalizações feitas pelo Banco Central brasileiro sobre sua posição em relação à inflação e ao caminho que deveria ser seguido pela taxa SELIC.

É imprescindível salientar que a volatilidade implícita exibida nas tabelas é aquela que, se substituída na fórmula de Black e Scholes (1973), fornece o preço previsto pelo modelo resultante da união dos modelos CEV e GARCH(1,1), o qual foi usado na aplicação prática e se encontra expresso matematicamente mediante as equações (5.1) e (5.2).

Tabela I.1 – Opções européias de venda utilizadas para proteção das posições em renda variável da carteira inicial (valores aproximados).

Ação	Preço Inicial da Ação ¹	Preço de Exercício da Opção ²	Volatilidade de Longo Prazo ³	Preço da Opção – Modelo CEV Unido com GARCH(1,1)	Preço da Opção – Modelo de Black e Scholes (1973)	Volatilidade Implícita – Modelo de Black e Scholes
AMBV4	R\$ 51,40	R\$ 49,61	23,22%	R\$ 0,85	R\$ 0,99	21,40%
BBAS3	R\$ 27,30	R\$ 26,16	27,95%	R\$ 0,50	R\$ 0,67	23,80%
BRKM5	R\$ 21,15	R\$ 20,04	34,92%	R\$ 0,49	R\$ 0,69	28,88%
BRTO4	R\$ 14,20	R\$ 13,53	31,43%	R\$ 0,36	R\$ 0,41	29,22%
ELET6	R\$ 25,21	R\$ 23,86	35,81%	R\$ 0,26	R\$ 0,85	20,20%
FIBR3	R\$ 20,60	R\$ 19,37	39,96%	R\$ 0,59	R\$ 0,79	33,82%
GGBR4	R\$ 16,60	R\$ 15,76	33,72%	R\$ 0,48	R\$ 0,52	31,92%
ITUB4	R\$ 35,45	R\$ 34,01	27,10%	R\$ 0,69	R\$ 0,84	24,30%
JBSS3	R\$ 5,25	R\$ 4,94	39,21%	R\$ 0,18	R\$ 0,20	36,82%
LAME4	R\$ 14,26	R\$ 13,52	34,72%	R\$ 0,41	R\$ 0,46	31,82%
PCAR4	R\$ 68,50	R\$ 65,55	28,74%	R\$ 2,95	R\$ 1,75	38,99%
PETR3	R\$ 26,07	R\$ 25,04	26,31%	R\$ 0,46	R\$ 0,59	22,85%
TAMM4	R\$ 36,86	R\$ 34,49	42,87%	R\$ 1,05	R\$ 1,54	34,44%
TIMP3	R\$ 8,79	R\$ 8,04	56,59%	R\$ 0,15	R\$ 0,50	31,60%
UGPA3	R\$ 27,62	R\$ 26,72	21,74%	R\$ 0,39	R\$ 0,48	19,44%
USIM3	R\$ 22,81	R\$ 21,41	40,91%	R\$ 0,76	R\$ 0,90	36,78%
VALE3	R\$ 51,45	R\$ 49,18	29,35%	R\$ 1,31	R\$ 1,35	28,76%

¹ Preço de fechamento do dia 07/07/2011, já considerados todos os proventos associados à ação.

² Relativo a uma opção com prazo de maturidade igual a 60 dias úteis, contados a partir do dia 08/07/2011.

³ Valor anualizado, usado para calcular o preço da opção através do modelo de Black e Scholes (1973).

Fonte: Elaborado pelo autor.

Tabela I.2 – Opções europeias de venda utilizadas para proteção das posições em renda variável da carteira do segundo período, formada após o primeiro rebalanceamento (valores aproximados).

Ação	Preço Inicial da Ação ¹	Preço de Exercício da Opção ²	Volatilidade de Longo Prazo ³	Preço da Opção – Modelo CEV Unido com GARCH(1,1)	Preço da Opção – Modelo de Black e Scholes (1973)	Volatilidade Implícita – Modelo de Black e Scholes
AMBV4	R\$ 46,90	R\$ 45,26	23,24%	R\$ 0,95	R\$ 0,91	23,70%
BBAS3	R\$ 25,74	R\$ 24,66	28,18%	R\$ 0,70	R\$ 0,65	29,31%
BRKM5	R\$ 18,85	R\$ 17,86	34,99%	R\$ 0,62	R\$ 0,62	34,80%
BRTO4	R\$ 12,92	R\$ 12,31	31,25%	R\$ 0,39	R\$ 0,37	32,39%
ELET6	R\$ 22,85	R\$ 21,62	34,20%	R\$ 0,37	R\$ 0,72	24,58%
FIBR3	R\$ 18,10	R\$ 17,02	39,73%	R\$ 0,51	R\$ 0,69	33,55%
GGBR4	R\$ 14,23	R\$ 13,51	33,73%	R\$ 0,41	R\$ 0,45	32,24%
ITUB4	R\$ 31,06	R\$ 29,79	27,20%	R\$ 0,71	R\$ 0,75	26,47%
JBSS3	R\$ 4,69	R\$ 4,41	39,58%	R\$ 0,21	R\$ 0,18	42,86%
LAME4	R\$ 13,68	R\$ 12,96	34,61%	R\$ 0,39	R\$ 0,44	32,30%
PCAR4	R\$ 63,85	R\$ 61,10	28,66%	R\$ 1,59	R\$ 1,64	28,21%
PETR3	R\$ 26,06	R\$ 25,03	26,15%	R\$ 0,45	R\$ 0,59	22,67%
TAMM4	R\$ 32,29	R\$ 30,22	42,41%	R\$ 0,92	R\$ 1,33	34,44%
TIMP3	R\$ 8,95	R\$ 8,19	54,65%	R\$ 0,11	R\$ 0,48	27,16%
UGPA3	R\$ 27,15	R\$ 26,27	21,49%	R\$ 0,32	R\$ 0,47	18,00%
USIM3	R\$ 21,29	R\$ 19,98	40,71%	R\$ 0,74	R\$ 0,84	37,84%
VALE3	R\$ 51,15	R\$ 48,90	29,06%	R\$ 0,86	R\$ 1,33	23,22%

¹ Preço de fechamento do dia 28/07/2011, já considerados todos os proventos associados à ação.

² Relativo a uma opção com prazo de maturidade igual a 60 dias úteis, contados a partir do dia 29/07/2011.

³ Valor anualizado, usado para calcular o preço da opção através do modelo de Black e Scholes (1973).

Fonte: Elaborado pelo autor.

Tabela I.3 – Opções europeias de venda utilizadas para proteção das posições em renda variável da carteira do terceiro período, formada após o segundo rebalanceamento (valores aproximados).

Ação	Preço Inicial da Ação ¹	Preço de Exercício da Opção ²	Volatilidade de Longo Prazo ³	Preço da Opção – Modelo CEV Unido com GARCH(1,1)	Preço da Opção – Modelo de Black e Scholes (1973)	Volatilidade Implícita – Modelo de Black e Scholes
AMBV4	R\$ 51,40	R\$ 49,54	24,13%	R\$ 1,39	R\$ 1,05	28,11%
BBAS3	R\$ 25,19	R\$ 24,10	29,25%	R\$ 1,05	R\$ 0,67	38,18%
BRKM5	R\$ 17,31	R\$ 16,40	35,11%	R\$ 0,63	R\$ 0,57	36,98%
BRTO4	R\$ 11,75	R\$ 11,18	32,20%	R\$ 0,31	R\$ 0,35	30,04%
ELET6	R\$ 21,24	R\$ 20,12	35,21%	R\$ 0,62	R\$ 0,71	32,77%
FIBR3	R\$ 14,20	R\$ 13,30	42,19%	R\$ 0,92	R\$ 0,59	55,90%
GGBR4	R\$ 12,68	R\$ 12,01	35,51%	R\$ 0,86	R\$ 0,43	55,35%
ITUB4	R\$ 27,97	R\$ 26,75	29,13%	R\$ 1,52	R\$ 0,73	45,53%
JBSS3	R\$ 4,13	R\$ 3,89	39,33%	R\$ 0,14	R\$ 0,16	37,24%
LAME4	R\$ 14,10	R\$ 13,35	35,25%	R\$ 0,49	R\$ 0,47	35,92%
PCAR4	R\$ 60,40	R\$ 57,76	29,17%	R\$ 1,65	R\$ 1,59	29,79%
PETR3	R\$ 22,20	R\$ 21,26	28,19%	R\$ 0,90	R\$ 0,56	37,32%
TAMM4	R\$ 29,13	R\$ 27,11	46,27%	R\$ 1,80	R\$ 1,34	55,72%
TIMP3	R\$ 8,56	R\$ 8,06	38,56%	R\$ 0,29	R\$ 0,32	36,47%
UGPA3	R\$ 27,32	R\$ 26,35	23,54%	R\$ 1,11	R\$ 0,54	35,96%
USIM3	R\$ 22,65	R\$ 21,20	42,65%	R\$ 2,14	R\$ 0,95	73,10%
VALE3	R\$ 42,51	R\$ 40,58	30,20%	R\$ 1,76	R\$ 1,17	38,41%

¹ Preço de fechamento do dia 18/08/2011, já considerados todos os proventos associados à ação.

² Relativo a uma opção com prazo de maturidade igual a 60 dias úteis, contados a partir do dia 19/08/2011.

³ Valor anualizado, usado para calcular o preço da opção através do modelo de Black e Scholes (1973).

Fonte: Elaborado pelo autor.

Tabela I.4 – Opções européias de venda utilizadas para proteção das posições em renda variável da carteira do quarto período, formada após o terceiro rebalanceamento (valores aproximados).

Ação	Preço Inicial da Ação ¹	Preço de Exercício da Opção ²	Volatilidade de Longo Prazo ³	Preço da Opção – Modelo CEV Unido com GARCH(1,1)	Preço da Opção – Modelo de Black e Scholes (1973)	Volatilidade Implícita – Modelo de Black e Scholes
AMBV4	R\$ 53,65	R\$ 51,71	24,36%	R\$ 0,82	R\$ 1,13	20,68%
BBAS3	R\$ 26,83	R\$ 25,66	30,24%	R\$ 1,11	R\$ 0,76	38,01%
BRKM5	R\$ 17,24	R\$ 16,33	36,24%	R\$ 0,41	R\$ 0,61	29,22%
BRTO4	R\$ 11,24	R\$ 10,70	32,81%	R\$ 0,32	R\$ 0,35	31,10%
ELET6	R\$ 21,00	R\$ 19,89	37,32%	R\$ 1,06	R\$ 0,78	45,14%
FIBR3	R\$ 15,38	R\$ 14,41	41,88%	R\$ 0,87	R\$ 0,63	51,08%
GGBR4	R\$ 14,04	R\$ 13,29	35,74%	R\$ 0,61	R\$ 0,48	41,26%
ITUB4	R\$ 29,11	R\$ 27,84	30,19%	R\$ 1,32	R\$ 0,82	40,36%
JBSS3	R\$ 4,17	R\$ 3,92	39,58%	R\$ 0,15	R\$ 0,16	37,58%
LAME4	R\$ 15,30	R\$ 14,49	36,63%	R\$ 0,88	R\$ 0,55	49,41%
PCAR4	R\$ 63,85	R\$ 61,06	30,45%	R\$ 2,26	R\$ 1,83	34,52%
PETR3	R\$ 22,03	R\$ 21,10	28,67%	R\$ 0,64	R\$ 0,58	30,43%
TAMM4	R\$ 34,80	R\$ 32,38	45,15%	R\$ 1,47	R\$ 1,54	44,05%
TIMP3	R\$ 9,13	R\$ 8,60	38,91%	R\$ 0,47	R\$ 0,35	46,63%
UGPA3	R\$ 29,00	R\$ 27,97	24,02%	R\$ 1,18	R\$ 0,60	35,69%
USIM3	R\$ 23,95	R\$ 22,42	44,20%	R\$ 2,42	R\$ 1,07	76,70%
VALE3	R\$ 45,89	R\$ 43,81	30,14%	R\$ 1,36	R\$ 1,27	31,38%

¹ Preço de fechamento do dia 09/09/2011, já considerados todos os proventos associados à ação.

² Relativo a uma opção com prazo de maturidade igual a 60 dias úteis, contados a partir do dia 12/09/2011.

³ Valor anualizado, usado para calcular o preço da opção através do modelo de Black e Scholes (1973).

Fonte: Elaborado pelo autor.

APÊNDICE J – CARTEIRAS GERADAS POR REBALANCEAMENTO

Nos gráficos seguintes, é possível visualizar a composição e a distribuição dos retornos acumulados no horizonte de investimento definido no Capítulo 5 (vide Figura 5.1) de cada uma das carteiras formadas ao decorrer da aplicação prática (os gráficos associados às carteiras iniciais se situam no Capítulo 5).

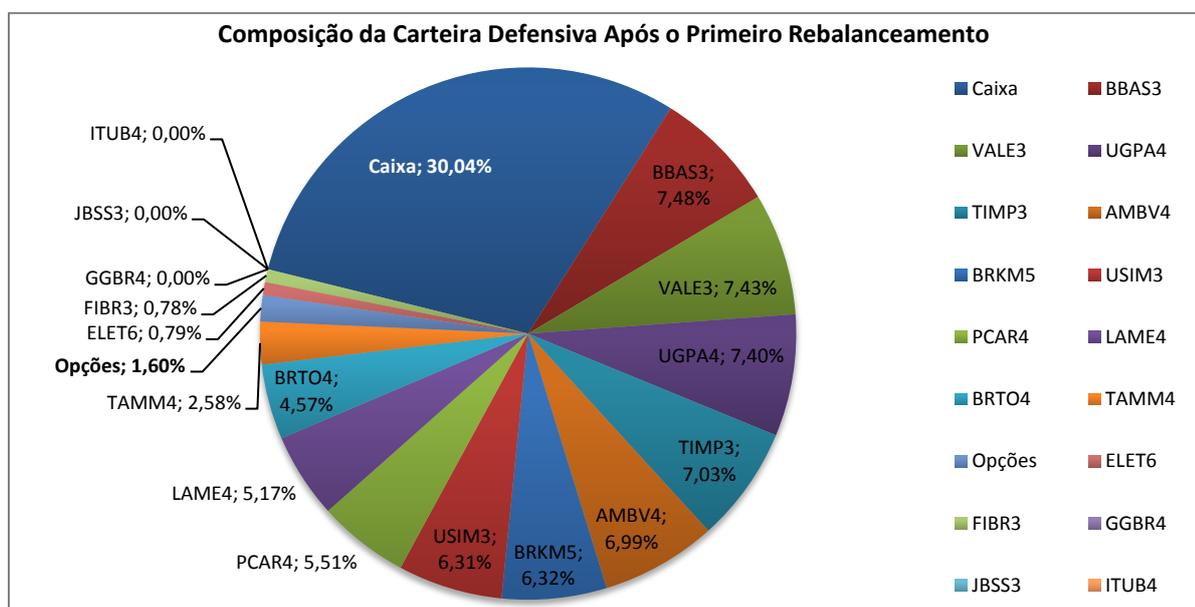


Figura J.1 – Composição da carteira defensiva após o primeiro rebalanceamento.

Fonte: Elaborado pelo autor.

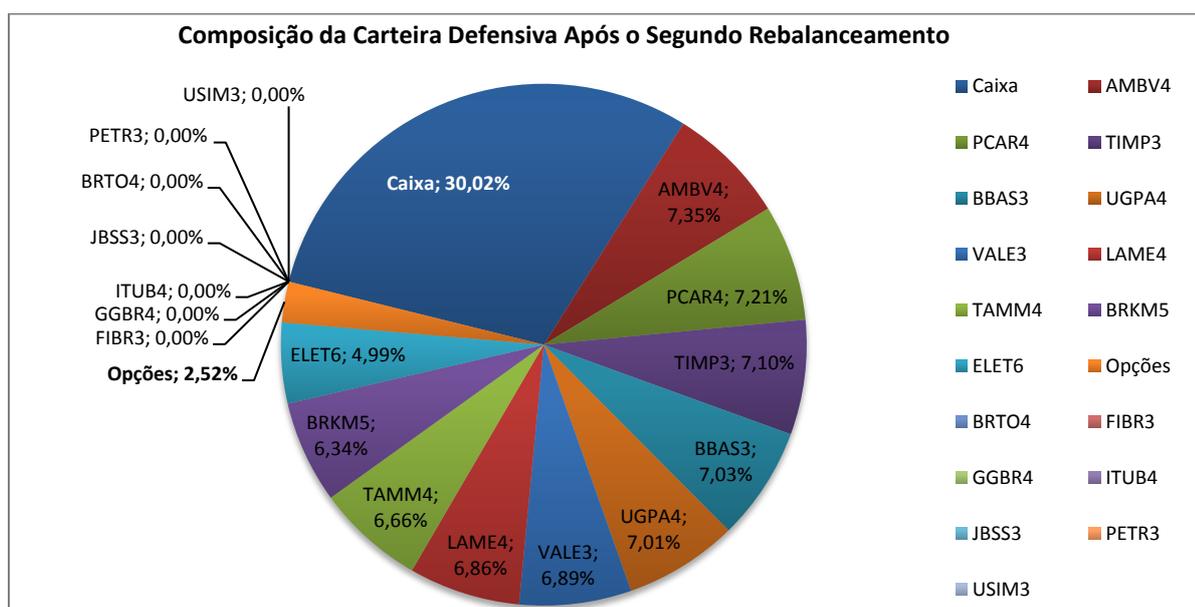


Figura J.2 – Composição da carteira defensiva após o segundo rebalanceamento.

Fonte: Elaborado pelo autor.

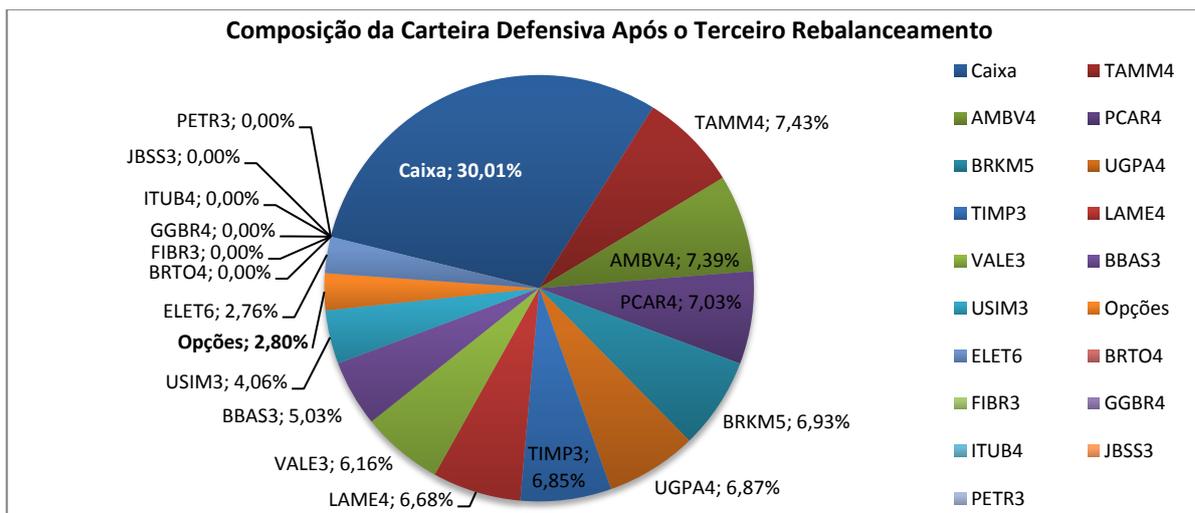


Figura J.3 – Composição da carteira defensiva após o terceiro rebalanceamento.
Fonte: Elaborado pelo autor.

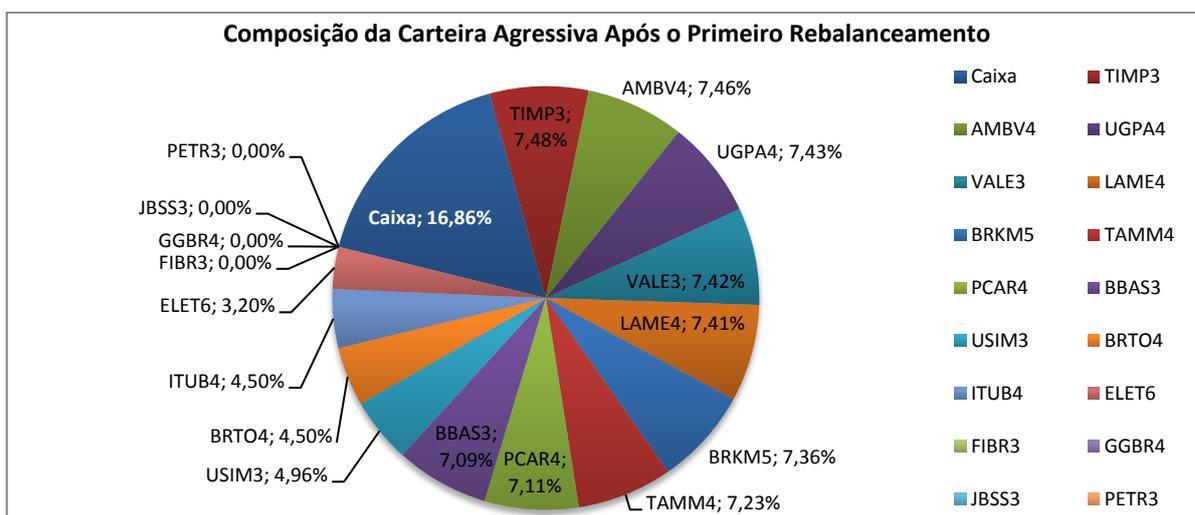


Figura J.4 – Composição da carteira agressiva após o primeiro rebalanceamento.
Fonte: Elaborado pelo autor.

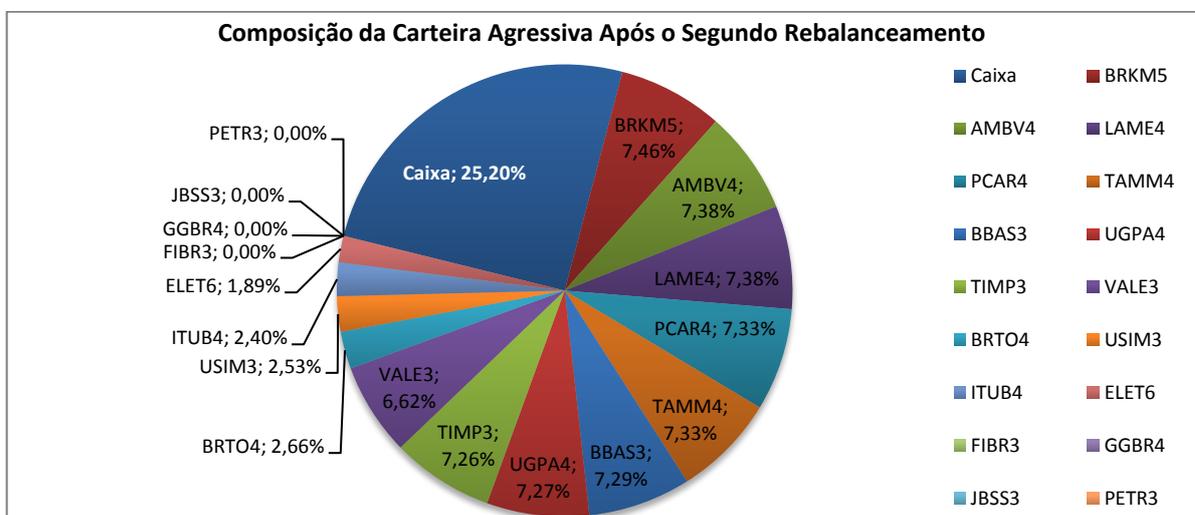


Figura J.5 – Composição da carteira agressiva após o segundo rebalanceamento.
Fonte: Elaborado pelo autor.

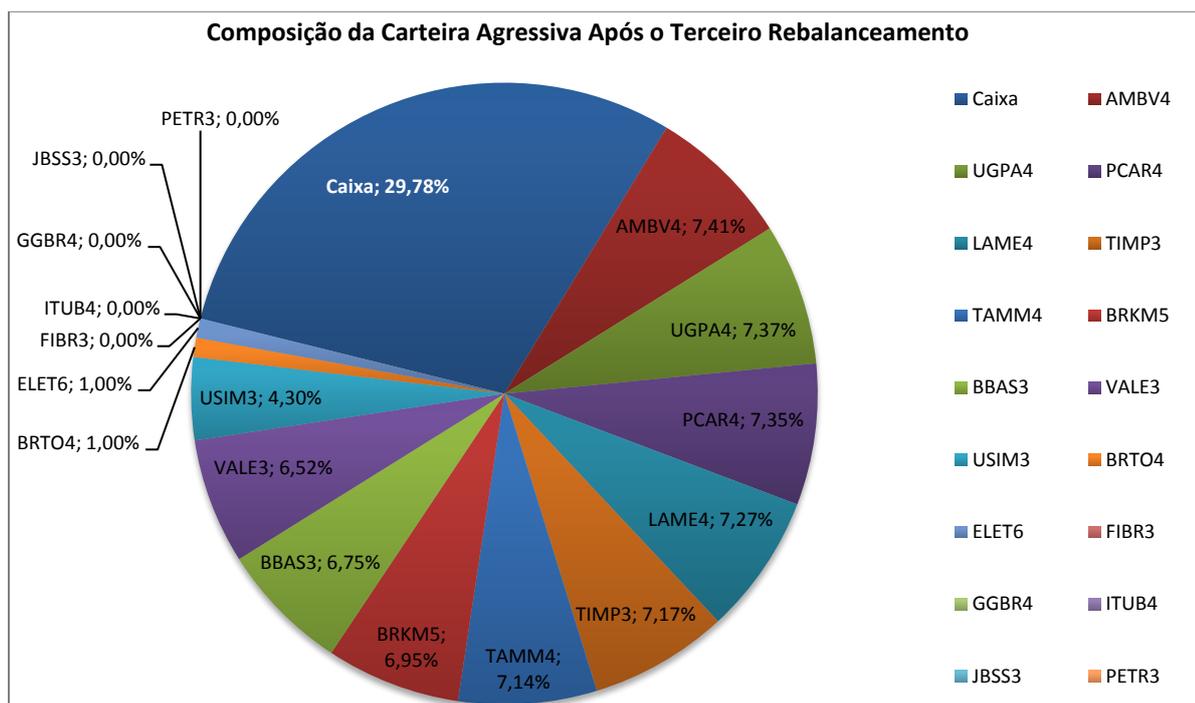


Figura J.6 – Composição da carteira agressiva após o terceiro rebalanceamento.
Fonte: Elaborado pelo autor.

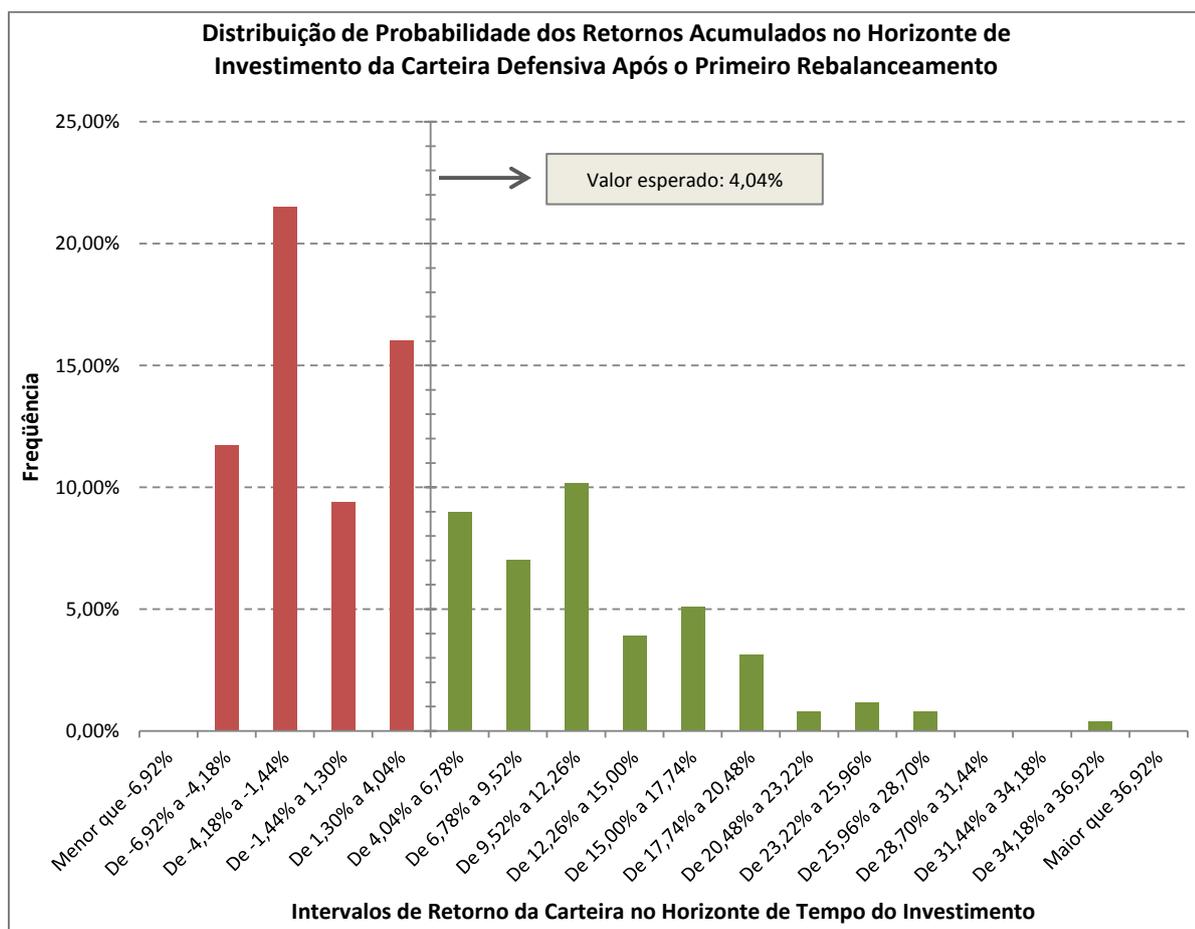


Figura J.7 – Distribuição de probabilidade do retorno acumulado no horizonte de investimento da carteira defensiva após o primeiro rebalanceamento.
Fonte: Elaborado pelo autor.

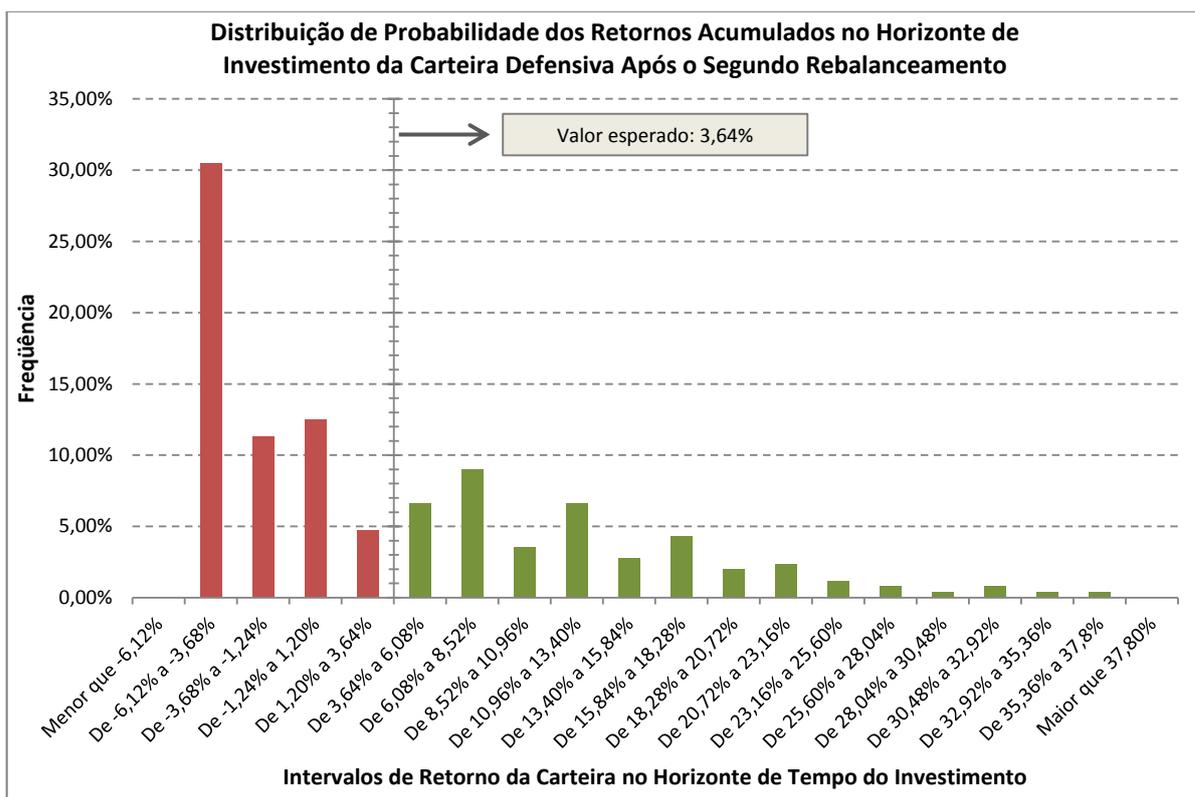


Figura J.8 – Distribuição de probabilidade do retorno acumulado no horizonte de investimento da carteira defensiva após o segundo rebalanceamento.

Fonte: Elaborado pelo autor.

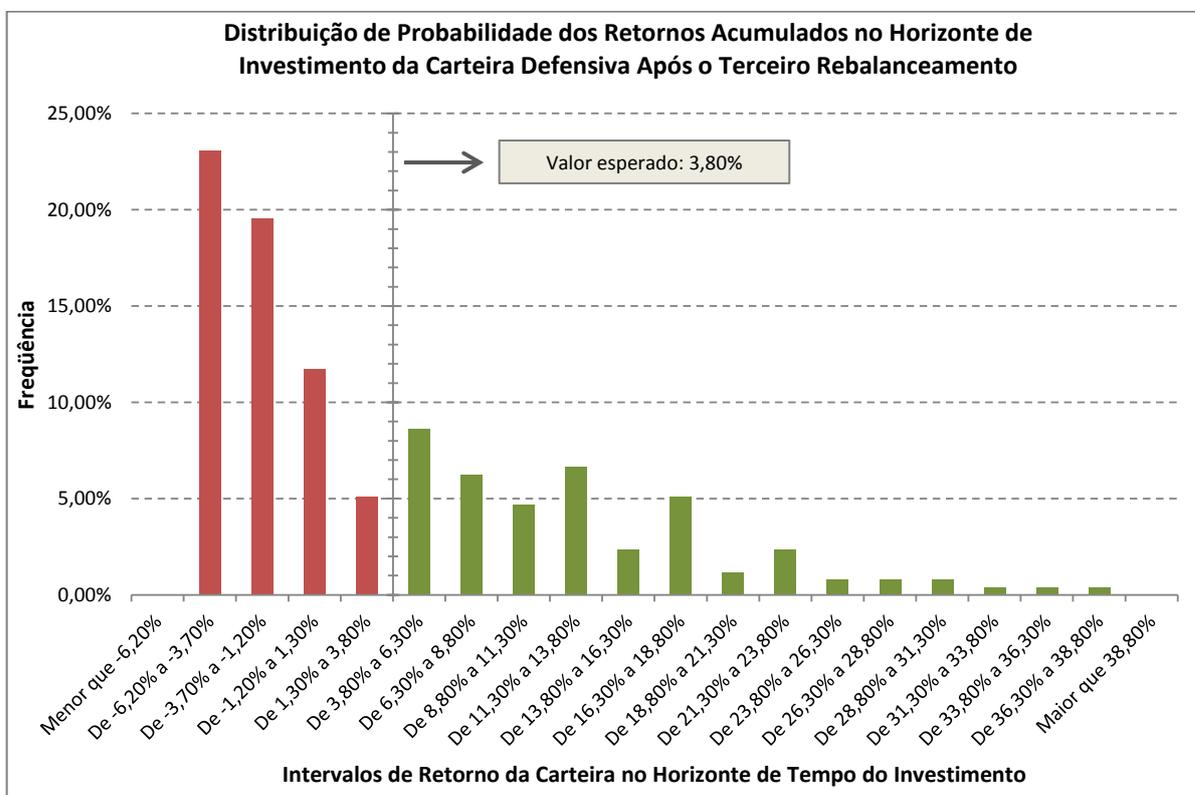


Figura J.9 – Distribuição de probabilidade do retorno acumulado no horizonte de investimento da carteira defensiva após o terceiro rebalanceamento.

Fonte: Elaborado pelo autor.

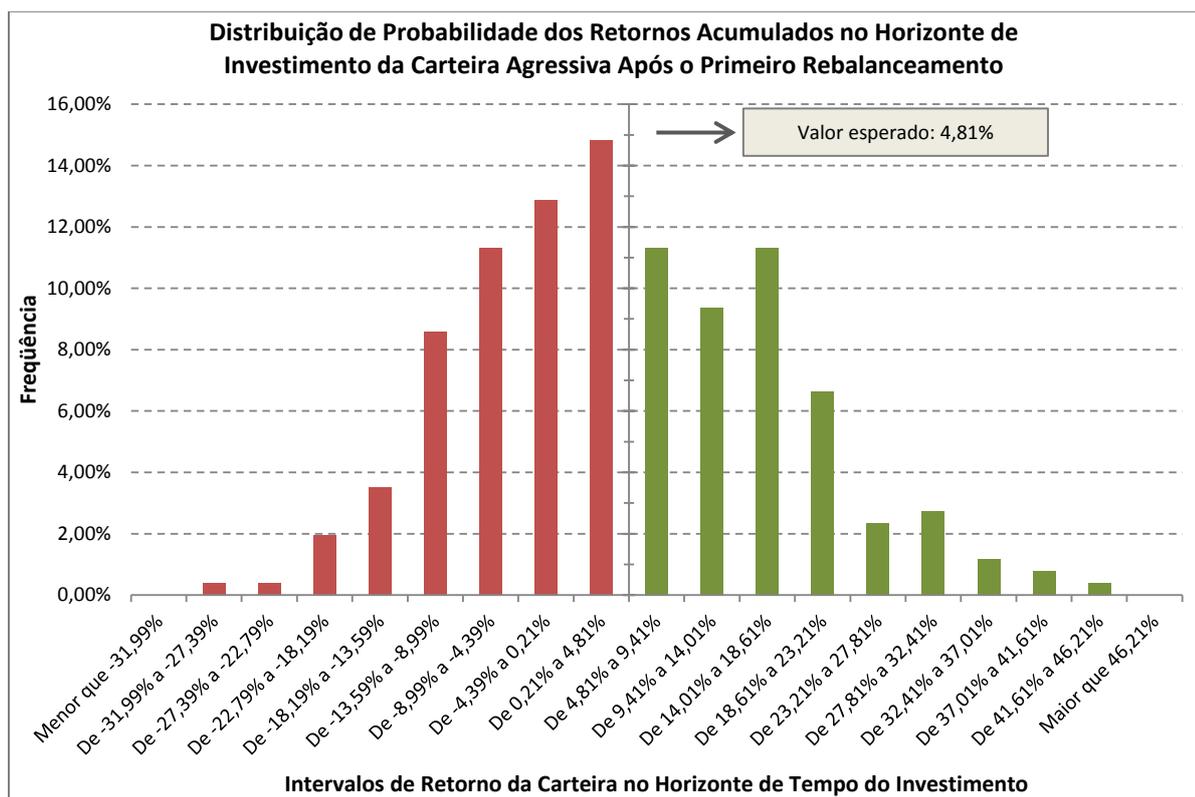


Figura J.10 – Distribuição de probabilidade do retorno acumulado no horizonte de investimento da carteira agressiva após o primeiro rebalanceamento.

Fonte: Elaborado pelo autor.

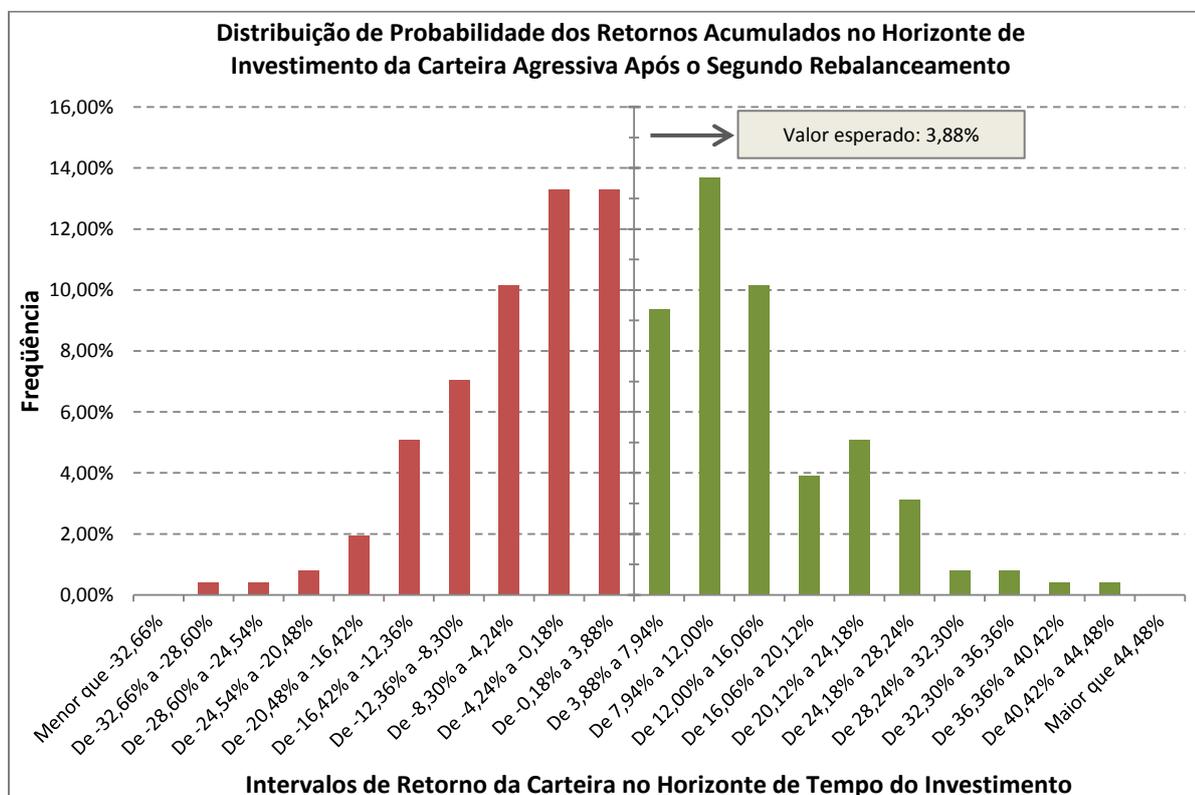


Figura J.11 – Distribuição de probabilidade do retorno acumulado no horizonte de investimento da carteira agressiva após o segundo rebalanceamento.

Fonte: Elaborado pelo autor.

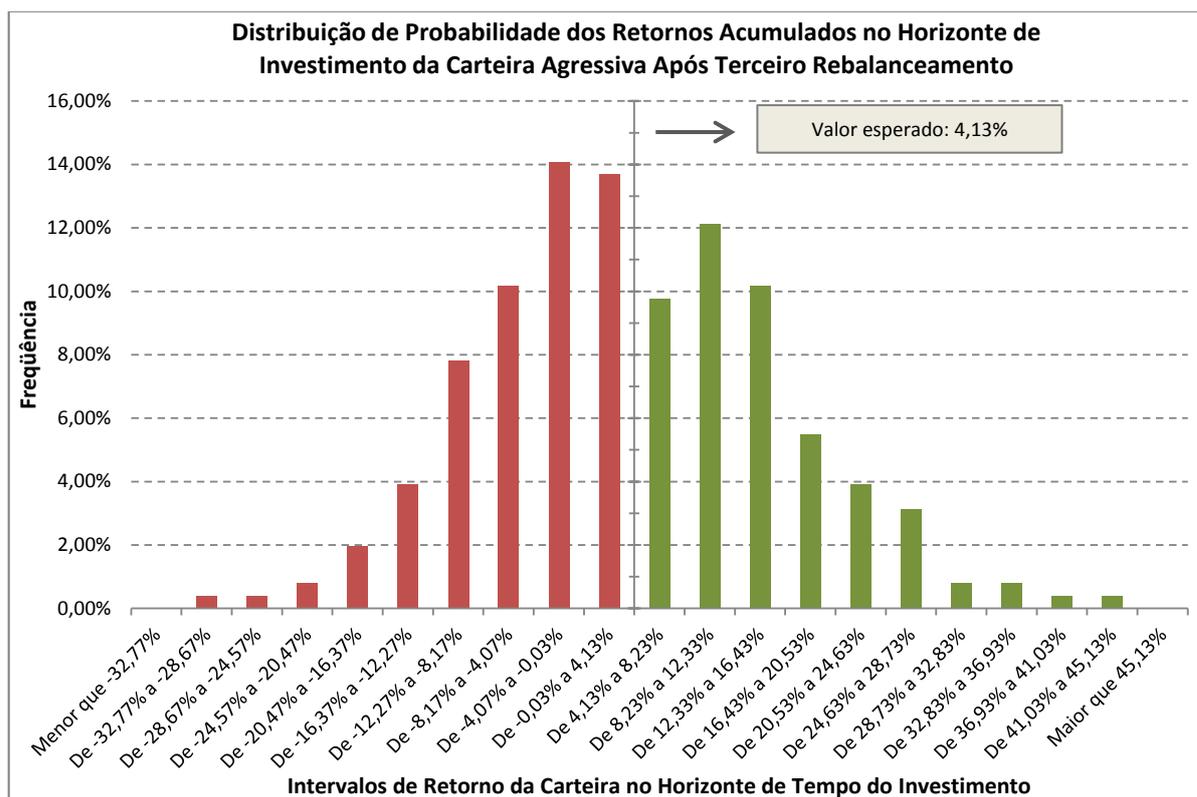


Figura J.12 – Distribuição de probabilidade do retorno acumulado no horizonte de investimento da carteira agressiva após o terceiro rebalanceamento.

Fonte: Elaborado pelo autor.