

# CONTROLE DE UM VEÍCULO EQUIPADO COM ESTERÇAMENTO NAS QUATRO RODAS

Erik Ohara

erikohara@gmail.com

**Resumo.** O presente trabalho busca demonstrar os estudos sobre a dinâmica de um veículo de passeio equipado com sistema de esterçamento nas quatro rodas. Inicialmente, foi apresentado o modelo matemático com a geometria desse tipo de sistema, comparando parâmetros como raio de curva e ângulos de esterçamento, passando para o estudo da dinâmica lateral do veículo analisando as velocidade e aceleração angulares. O conjunto desses parâmetros exigiu a análise das principais forças atuantes no sistema através da teoria da dinâmica do pneu. Por fim, foi apresentado um estudo sobre um possível sistema de controle nas rodas traseiras para auxiliar o piloto em manobras em alta velocidade.

Palavras chave: Dinâmica veicular, Esterçamento nas quatro rodas, Controle.

## 1. Introdução

A principal motivação para a escolha do tema apresentado foi o prévio estudo do sistema de direção na Equipe Poli de Baja, na qual foi desenvolvido e fabricado um sistema do tipo pinhão e cremalheira para o protótipo Poli Titan. Através desse estudo, notou-se que o sistema de direção está praticamente todo desenvolvido desde a etapa de modelamento matemático até o projeto e fabricação das peças. Por esse motivo, partiu-se para o estudo de um tema mais específico e selecionou-se o tema de direção nas quatro rodas para um veículo de passeio.

Após o levantamento bibliográfico realizado nos trabalhos anteriores, foi possível iniciar o modelamento matemático que envolve a geometria de direção com esterçamento nas quatro rodas e o comportamento dinâmico do veículo, passando pela análise do comportamento do pneu. Além disso, estudou-se a teoria que envolve sistemas eletrônicos de controle de estabilidade para veículos com esterçamento nas rodas dianteiras que poderiam ser adaptados sem maiores alterações para sistemas com esterçamento nas rodas traseiras.

## 2. Modelamento matemático para esterçamento nas quatro rodas

O modelo cinemático que será descrito a seguir leva em consideração apenas as relações geométricas que governam o movimento, ou seja, não são consideradas as forças que afetam de alguma forma o movimento. O modelo apresentado é conhecido como modelo de bicicleta (WANG e QI, 2001). Ele representa os efeitos de contato entre os pneus e o terreno, concentrados em dois esterçamentos, um dianteiro e outro traseiro. As implicações desta simplificação serão mostradas no decorrer desta seção.

Com essa hipótese, o modelo pode ser desenvolvido através do estudo de distâncias e ângulos conforme a Figura 1

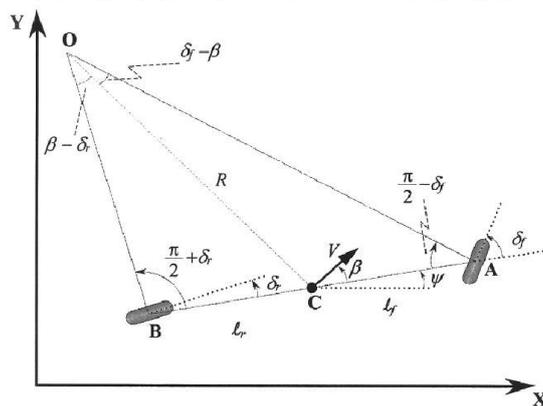


Figura 1 - Notação para análise cinemática

Nessa análise o veículo possui movimento no plano XY. São necessárias três coordenadas para descrever o movimento: X, Y e  $\psi$ . O sistema inercial de coordenadas (X,Y) localiza o CG do veículo (ponto C) e  $\psi$  descreve a direção do veículo em relação ao sistema de coordenadas. O vetor velocidade V do CG forma o ângulo de escorregamento do veículo  $\beta$  com o eixo longitudinal AB.

Uma hipótese importante a se observar é que o vetor velocidade dos pontos A e B possuem a mesma direção dos ângulos de esterçamento  $\delta_f$  e  $\delta_r$ , respectivamente. Isso é equivalente assumir que o ângulo de escorregamento dos pneus é zero, hipótese válida para manobras em baixa velocidade (velocidades inferiores a 5 m/s).

O ponto O é definido como o centro instantâneo de rotação e é localizado na intersecção das retas AO e OB perpendiculares a direção das rodas. O raio da trajetória R é a distância do CG do veículo ao centro de rotação O. A reta OC é perpendicular ao vetor velocidade. O ângulo  $\psi$  é o ângulo de guinada do veículo. Definindo-se o ângulo  $\gamma = \psi + \beta$  como da trajetória do veículo, temos as seguintes relações trigonométricas.

Do triângulo OCA temos:

$$\frac{\text{sen}(\delta_f - \beta)}{l_f} = \frac{\text{sen}(\frac{\pi}{2} - \delta_f)}{R} \quad (2.1)$$

Do triângulo OCB temos:

$$\frac{\text{sen}(\beta - \delta_r)}{l_r} = \frac{\text{sen}(\frac{\pi}{2} + \delta_r)}{R} \quad (2.2)$$

Da equação 2.1:

$$\frac{\text{sen}(\delta_f) \cos(\beta) - \text{sen}(\beta) \cos(\delta_f)}{l_f} = \frac{\cos(\delta_f)}{R} \quad (2.3)$$

Da equação 2.2:

$$\frac{\cos(\delta_r) \text{sen}(\beta) - \cos(\beta) \text{sen}(\delta_r)}{l_r} = \frac{\cos(\delta_r)}{R} \quad (2.4)$$

Multiplicando-se os dois lados da equação 2.3 por  $\frac{l_f}{\cos(\delta_f)}$  temos:

$$\tan(\delta_f) \cos(\beta) - \text{sen}(\beta) = \frac{l_f}{R} \quad (2.5)$$

Multiplicando-se os dois lados da equação 2.4 por  $\frac{l_r}{\cos(\delta_r)}$  temos:

$$\text{sen}(\beta) - \tan(\delta_r) \cos(\beta) = \frac{l_r}{R} \quad (2.6)$$

Somando-se as duas últimas equações:

$$\{\tan(\delta_f) - \tan(\delta_r)\} \cos(\beta) = \frac{l_f + l_r}{R} \quad (2.7)$$

Com

$\beta, \delta$  e  $\psi$  em radianos

$l_f, l_r$  e  $R$  em metros

Admitindo-se que o raio de curva se altera de maneira lenta pela baixa velocidade da manobra, a velocidade angular do veículo pode ser dada como:

$$\dot{\psi} = \frac{V}{R} \quad (2.8)$$

Sendo

$\dot{\psi}$  - velocidade angular do veículo em rad/s

$V$  - velocidade longitudinal do veículo em m/s

Utilizando a equação 2.8, a equação 2.7 pode ser escrita como:

$$\dot{\psi} = \frac{V \cos(\beta)}{l_f + l_r} \{\tan(\delta_f) - \tan(\delta_r)\} \quad (2.9)$$

Portanto, as equações que descrevem o movimento são as seguintes:

$$\dot{X} = V \cos(\psi + \beta) \quad (2.10)$$

$$\dot{Y} = V \text{sen}(\psi + \beta) \quad (2.11)$$

$$\dot{\psi} = \frac{V \cos(\beta)}{l_f + l_r} \{ \tan(\delta_f) - \tan(\delta_r) \} \quad (2.9)$$

Sendo

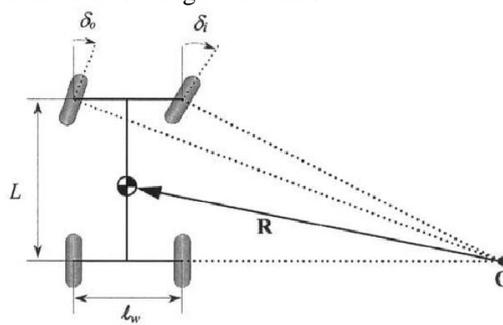
$\dot{X}$  - velocidade do veículo no eixo X em m/s

$\dot{Y}$  - velocidade do veículo no eixo Y em m/s

O ângulo de escorregamento  $\beta$  pode ser obtido a partir da equação 2.5 e 2.6.

$$\beta = \arctan \left( \frac{l_f \tan(\delta_r) + l_r \tan(\delta_f)}{l_f + l_r} \right) \quad (2.12)$$

A simplificação do modelo do veículo para um do tipo bicicleta implica em algumas aproximações com relação aos ângulos de esterçamento das rodas. Considerando a Figura 2 temos:



**Figura 2 - Modelo de esterçamento considerando as quatro rodas.**

Considerando  $l_w$  a bitola do veículo, o entreeixos como sendo  $L = l_f + l_r$  e  $\delta_o$  e  $\delta_i$  os ângulos de esterçamento da roda externa e interna, respectivamente. Se o ângulo de escorregamento do veículo  $\beta$  é pequeno, então a equação 2.12 pode ser aproximada por:

$$\frac{\dot{\psi}}{V} \sim \frac{1}{R} = \frac{\beta}{L} \quad \text{ou} \quad \delta = \frac{L}{R} \quad (2.13 \text{ e } 2.14)$$

Como os ângulos  $\delta_o$  e  $\delta_i$  são diferentes devido à distância com o centro de rotação O temos:

$$\delta_o = \frac{L}{R + \frac{l_w}{2}} \quad (2.15)$$

$$\delta_i = \frac{L}{R - \frac{l_w}{2}} \quad (2.16)$$

A média do ângulo de esterçamento é dada por:

$$\delta = \frac{\delta_o + \delta_i}{2} \simeq \frac{L}{R} \quad (2.17)$$

Portanto, a diferença entre os ângulos é dada por:

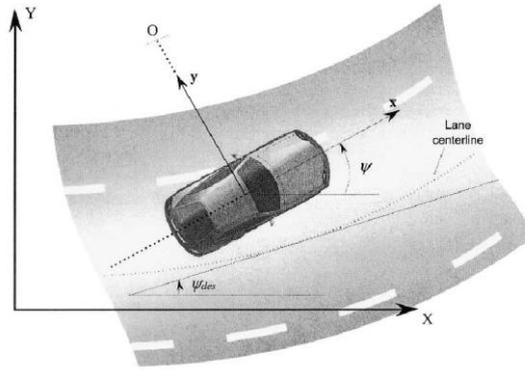
$$\delta_o - \delta_i = \frac{L}{R^2} l_w = \delta^2 \frac{l_w}{L} \quad (2.18)$$

O modelo de bicicleta desconsidera a diferença entre os ângulos de esterçamentos interno e externo ao assumir que a distância para o centro de rolagem é muito maior do que o entreeixos do veículo (GILLESPIE, 1992).

## 2.1. Modelo dinâmico tipo bicicleta de movimento lateral do veículo

Para altas velocidades, a hipótese de que o vetor velocidade dos pontos A e B possuem a mesma direção dos ângulos de esterçamento  $\delta_f$  e  $\delta_r$ , respectivamente, não é mais válida devido ao aumento das forças laterais sobre o sistema, mais especificamente sobre os pneus, elementos que estão em contato direto com o solo e tem a capacidade de se deformar de acordo com a força pelas quais estão sendo solicitados. Essa característica será comentada adiante com mais detalhes.

Considerando o modelo bicicleta com dois graus de liberdade segundo a Figura 3 temos:



**Figura 3 - Modelo de bicicleta com dois graus de liberdade.**

Os dois graus de liberdade no sistema analisado são a posição lateral do veículo  $y$  e o ângulo de guinada  $\psi$ . A posição lateral do veículo é medida a partir do eixo  $y$  solidário aquele do CG ao centro instantâneo de rotação  $O$  e o ângulo de guinada a partir do eixo global  $X$ . A velocidade longitudinal do veículo no CG é dada por  $V_x$ .

O modelo de bicicleta considera que a distância do veículo até o centro de rotação é muito maior do que o entreeixos do veículo (GILLESPIE, 1992). Desta forma todas as forças são admitidas paralelas e o eixo  $y$  do veículo paralelo ao eixo  $Y$  do sistema de coordenadas.

Aplicando-se a Segunda Lei de Newton na direção do eixo  $y$  temos:

$$ma_y = F_{yf} + F_{yr} \quad (2.19)$$

Com  $F_{yf}$  e  $F_{yr}$  as forças laterais dos pneus dianteiros e traseiros em Newtons, respectivamente,  $m$  a massa do veículo em kg e  $a_y = \left(\frac{d^2y}{dt^2}\right)$  a aceleração inercial do veículo sobre o CG. Dois termos contribuem para  $a_y$ , a aceleração  $\ddot{y}$  devido ao movimento sobre o eixo  $y$  e a aceleração centrípeta  $V_x\dot{\psi}$ .

$$a_y = \ddot{y} + V_x\dot{\psi} \quad (2.20)$$

Substituindo a equação 2.20 na 2.19 temos:

$$m(\ddot{y} + V_x\dot{\psi}) = F_{yf} + F_{yr} \quad (2.21)$$

Aplicando-se a Conservação dos Momentos sobre o CG na direção do eixo  $z$  temos:

$$I_z\ddot{\psi} = l_f F_{yf} - l_r F_{yr} \quad (2.22)$$

A próxima etapa é definir os parâmetros  $F_{yf}$  e  $F_{yr}$  e como eles atuam no sistema. Porém para isso é necessário entender com maior detalhe a dinâmica do pneu.

### 3. Dinâmica do pneu

Os estudos realizados até essa parte do trabalho envolveram a análise da geometria imposta pelo esterçamento das quatro rodas e sua dinâmica em um veículo. No entanto, para se analisar o comportamento dinâmico de um veículo em curvas, o estudo do pneu mostra-se necessário, pois é o elemento que está em contato com o solo, sendo o primeiro elemento a receber as forças impostas pelo terreno.

Para um veículo realizar uma curva a uma dada velocidade, é necessário que forças laterais, perpendiculares a direção de deslocamento do veículo surjam para que este possa realizar a curva.

O pneu possui as seguintes funções:

- Suportar o peso do veículo.
- Amortecer as irregularidades da pista impostas ao veículo.
- Fornecer tração suficiente para aceleração e frenagem.
- Fornecer controle e estabilidade direcional adequados.

### 3.1. Força lateral

O estudo da força lateral do pneu é de extrema importância, pois estabelece parâmetros e explicações para o comportamento em curvas do principal objeto de estudo, um veículo dotado de um sistema de esterçamento nas quatro rodas (4WS).

Um pneu sob força vertical  $F_z$  e lateral  $F_y$ , apresenta um desvio entre o caminho e a área de contato com o solo por um ângulo  $\alpha$  chamado ângulo de escorregamento e proporcional a força lateral  $F_y$ .

$$F_y = -C_\alpha \cdot \alpha \quad (3.1)$$

Onde  $C_\alpha$  é a rigidez lateral do pneu em N/rad.

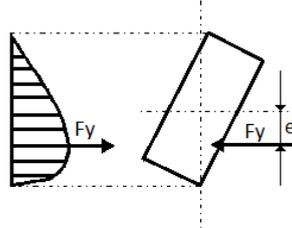


Figura 4 - Força lateral.

Seguindo o esquema da Figura 4, a força lateral  $F_y$  encontra-se a uma distância  $e$  anterior ao centro da área de contato do pneu com o solo, fazendo com que surja um momento autoalinhante definido como  $M_z$

$$M_z = F_y \cdot e \quad (3.2)$$

Para valores pequenos de  $\alpha$ , esse torque tende a girar o pneu em torno do eixo z em direção ao vetor velocidade, tendendo a diminuir o valor de  $\alpha$ .

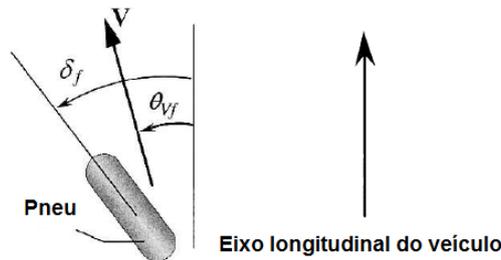


Figura 5 - Ângulo de escorregamento do pneu.

Definindo  $\alpha$  como sendo o ângulo de escorregamento do pneu temos:

$$\alpha_f = \delta_f - \theta_{vf} \quad (3.3)$$

$$\alpha_r = \delta_r - \theta_{vr} \quad (3.4)$$

Portanto,  $F_{yf}$  e  $F_{yr}$  podem ser escritos como:

$$F_{yf} = 2C_{\alpha f}(\delta_f - \theta_{vf}) \quad (3.5)$$

$$F_{yr} = 2C_{\alpha r}(\delta_r - \theta_{vr}) \quad (3.6)$$

Com  $\theta_{vf}$  e  $\theta_{vr}$  o ângulo entre o eixo longitudinal do veículo com o vetor velocidade da roda segundo mostra a Figura 5.

Além disso, para pequenos ângulos, é possível utilizar a igualdade  $V_y = \dot{y}$ .

$$\theta_{vf} = \frac{\dot{y} + l_f \dot{\psi}}{v_x} \quad (3.7)$$

$$\theta_{vr} = \frac{\dot{y} - l_r \dot{\psi}}{v_x} \quad (3.8)$$

Substituindo as equações 3.3, 3.4, 3.7 e 3.8 nas equações 2.21 e 2.22 temos:

$$m\ddot{y} + \dot{\psi}V_x = 2C_{af} \left( \delta_f - \frac{\dot{y} + l_f \dot{\psi}}{v_x} \right) + 2C_{ar} \left( \delta_r - \frac{\dot{y} - l_r \dot{\psi}}{v_x} \right) \quad (3.9)$$

$$I_z \ddot{\psi} = 2C_{af} l_f \left( \delta_f - \frac{\dot{y} + l_f \dot{\psi}}{v_x} \right) + 2C_{ar} l_r \left( \delta_r - \frac{\dot{y} - l_r \dot{\psi}}{v_x} \right) \quad (3.10)$$

Portanto,

$$\begin{bmatrix} \dot{y} \\ \ddot{y} \\ \dot{\psi} \\ \ddot{\psi} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{2C_{af} + 2C_{ar}}{mv_x} & 0 & -V_x - \frac{2C_{af}l_f + 2C_{ar}l_r}{mv_x} \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & -\frac{2C_{af}l_f + 2C_{ar}l_r}{I_z v_x} & 0 & -\frac{2C_{af}l_f^2 + 2C_{ar}l_r^2}{I_z v_x} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} y \\ \dot{y} \\ \psi \\ \dot{\psi} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{2C_{af}}{m} \\ 0 \\ \frac{2C_{af}l_f}{I_z} \end{bmatrix} \delta_f + \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{2C_{ar}}{m} \\ 0 \\ \frac{2C_{ar}l_r}{I_z} \end{bmatrix} \delta_r \quad (3.11)$$

Por fim, será introduzido no modelo um piloto capaz de controlar o esterçamento dianteiro de acordo com a localização do veículo na curva. (CHO, 1995).

$$T_r \dot{\delta}_f(t) + \delta_f(t) = K \left[ y(t) + \frac{L}{v_x} \dot{y}(t) \right] \quad (3.12)$$

Onde L é a distância prevista em metros,  $T_r$  é o tempo de reação do piloto em segundos,  $v_x$  é a velocidade em x e  $\delta_f$  é o ângulo de esterçamento das rodas dianteiras. A dinâmica de 3.12 faz com que o esterçamento dianteiro tente sempre retornar o veículo para a posição de  $y=0$ .

#### 4. Representação por espaço de estados

A representação por espaço de estados é dada por:

$$\dot{x} = Ax + Bu \quad (4.1)$$

$$y = Cx + Du \quad (4.2)$$

Para representar o modelo anterior, sem incluir as parcelas relativas aos estercimentos, as variáveis de estado são definidas como:

$$X = \begin{pmatrix} y \\ \dot{y} \\ \psi \\ \dot{\psi} \end{pmatrix} \quad (4.3)$$

As equações segundo as variáveis de estado ficam:

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2 \\ \dot{x}_2 = -\frac{2C_{af} + 2C_{ar}}{mv_x} x_2 - \left( v_x + \frac{2l_f C_{af} + 2l_r C_{ar}}{mv_x} \right) x_4 \\ \dot{x}_3 = x_4 \\ \dot{x}_4 = -\frac{(2l_f C_{af} - 2l_r C_{ar})}{I_z v_x} x_2 - \frac{2l_f^2 C_{af} + 2l_r^2 C_{ar}}{I_z v_x} x_4 \end{cases} \quad (4.4)$$

Esta representação no espaço de estados define o comportamento do veículo. Uma vez que o modelo não possui um piloto ou controlador, ele é incontrolável. Para contornar este problema foram introduzidas mais duas variáveis de estado, os estercimentos dianteiro e traseiro, resultando em um modelo 6x6. Ambos os estercimentos são entradas do

sistema, sendo representados nas matrizes B1 e B2. As variáveis de estado respondem como atuadores com atrasos de primeira ordem, seguindo as equações 4.5 e 4.6. Sendo os  $\delta_f$  e  $\delta_r$  os esterçamentos na dianteira e traseira e  $u_f$  e  $u_r$  as entradas nos atuadores, no caso o piloto e o atuador da roda traseira.  $T_r$  e  $T_{rr}$  são respectivamente os atrasos do piloto e o atraso do controlador.

$$\delta_f = \frac{1}{T_r s + 1} u_f \text{ e } \delta_r = \frac{1}{T_{rr} s + 1} u_r \quad (4.5 \text{ e } 4.6)$$

O esterçamento dianteiro também foi representado por meio do comportamento do piloto proposto na equação 3.12 e está presente na matriz A. Desta forma, a entrada do esterçamento dianteiro feita através da matriz B1 representa o comportamento desejado para o piloto. Este comportamento será modificado pela interação entre o piloto presente na planta e as variáveis do modelo, resultando em um esterçamento real das rodas dianteiras, representado por uma das variáveis de estado.

Analisando as matrizes A e C percebeu-se que o sistema só seria observável caso existisse um sensoriamento para o ângulo de guinada do veículo. Um sensor deste tipo seria viável ao integrar a velocidade angular do veículo obtida por meio de um giroscópio. Porém, este tipo de sensoriamento não se faz necessário, uma vez que a posição angular não é uma variável de interesse para este estudo. Desta forma, a posição angular foi descartada do modelo, restando cinco variáveis de estado. O modelo final é representado pelas matrizes A, B1, B2, C e D ilustradas a seguir.

$$\dot{x} = Ax + B1u_f + B2u_r \quad (4.7)$$

$$y = Cx + Du \quad (4.8)$$

$$X = \begin{pmatrix} y \\ \dot{y} \\ \dot{\psi} \\ \delta_f \\ \delta_r \end{pmatrix} \quad (4.9)$$

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{2C_{af} + 2C_{ar}}{mv_x} & -v_x - \frac{2l_f C_{af} - 2l_r C_{ar}}{mv_x} & \frac{2C_{af}}{m} & \frac{2C_{ar}}{m} \\ 0 & -\frac{2l_f C_{af} - 2l_r C_{ar}}{I_z v_x} & -\frac{2l_f^2 C_{af} + 2l_r^2 C_{ar}}{I_z v_x} & \frac{2l_f C_{af}}{I_z} & \frac{2l_r C_{ar}}{I_z} \\ \frac{K}{T_r} & \frac{KL}{T_r v_x} & 0 & -\frac{1}{T_r} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -\frac{1}{T_{rr}} \end{pmatrix} \quad (4.10)$$

$$B1 = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ \frac{1}{T_r} \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$B2 = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ \frac{1}{T_{rr}} \end{pmatrix} \quad (4.11 \text{ e } 4.12)$$

$$C = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \quad D = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix} \quad (4.13 \text{ e } 4.14)$$

## 5. Objetivo do controlador

Para analisar a estabilidade de um veículo são utilizadas algumas manobras padrão definidas por diversas instituições como a SAE e ISO (EDUARDO, 2008). Uma maneira de analisar o comportamento de um sistema de controle é observar a resposta do veículo em uma destas manobras com e sem o dispositivo. Algumas das manobras previstas para a análise do sistema de direção de um veículo são listadas na Tabela 1.

**Tabela 1 – Testes para caracterização de dinâmica veicular. Forkenbrock (2005)**

Código	Objetivo
ISO 3888-1:1999	Dupla mudança de faixa
ISO 3888-2:2002	Desvio de obstáculo
ISO 4138:1996	Regime estacionário
ISO 7401:2003	Resposta lateral transiente
ISO 7975:1996	Frenagem na curva
ISO 9816:1993	Power-off
ISO 12021-1:1996	Vento lateral
ISO 13674-1:2003	On-centre qualificação
ISO 14512:1999	Frenagem -split

Para este trabalho optou-se por utilizar a ISO 388-2:2002. Desta forma, o esterçamento dianteiro é imposto de forma a desviar de um obstáculo e retornar o veículo para a mesma linha reta onde trafegava antes de encontrar o obstáculo.

Em BUCKHOLTZ, 2002a, o autor baseia o controle de estabilidade do veículo no controle sobre a velocidade do ângulo de guinada. Este tipo de controle mostrou resultados satisfatórios e servirá como base para este trabalho. Desta forma o comportamento da velocidade do ângulo de guinada será analisado para uma manobra de acordo com a ISO 388-2:2002 e com base no resultado em malha aberta definirá os objetivos para o controle da velocidade do ângulo de guinada. Porém, em BUCKHOLTZ, 2002b, controladores baseados apenas nesta variável podiam resultar em altos ângulos de escorregamento. Como consequência, existe um comprometimento da trajetória do veículo. Uma vez que as equações propostas não incluem o ângulo de escorregamento foi proposta uma segunda manobra a ser analisada.

Além do desvio de obstáculo, também foi feita uma simulação de mudança simples de faixa. Nesta simulação não existe uma entrada de controle para o esterçamento e o sistema possui uma condição inicial para a distância até o trajeto desejado de 2,5 metros. Desta forma, a reação do piloto regida pela equação 3.11, e apresentada na matriz A, irá fazer com que as rodas dianteiras recebam um ganho de esterçamento, levando o veículo até a condição onde a distância ao trajeto seja nula. Esta situação não é prevista em normas como forma de validar um sistema de assistência de estabilidade, mas foi utilizada para garantir que o controle irá melhorar a estabilidade em situações de risco, sem comprometê-la em situações naturalmente estáveis.

## 6. Análise dos resultados

Foram utilizadas as mais difundidas ferramentas de controle clássico e moderno para projetar um controlador que atenda aos requisitos definidos como os objetivos do controle. Dentre as ferramentas de controle moderno utilizou-se a representação de espaço de estados. O controle foi projetado através da teoria de alocação de pólos, linear quadrático e observador de estados.

Conforme proposto pelo trabalho, dois tipos de projeto de controle moderno foram desenvolvidos e analisados. O principal objetivo foi demonstrar a aplicação das principais ferramentas de controle aprendidas durante o curso de graduação, adicionando simplificações e análises mais específicas de acordo com o resultado dos estudos.

Foi essencial a interpretação e posterior proposta de mudanças para que se alcançasse os resultados esperados. O segundo projeto de alocação de pólos visou aprimorar os resultados obtidos anteriormente de maneira a refinar o controlador do sistema.

## 7. Conclusão

Com o início dos estudos sobre o tema direção, foi possível determinar um assunto mais específico para posterior desenvolvimento. Inicialmente, o objetivo era modelar um sistema de direção com esterçamento apenas nas rodas dianteiras, porém este se mostrou incompatível com o grau de desenvolvimento desejado ao final do trabalho. Por esse motivo, após uma pesquisa sobre os principais estudos de direção em livros e publicações periódicas, optou-se pelo desenvolvimento e modelamento de um sistema de direção com esterçamento nas quatro rodas para um veículo de passeio.

Após o modelamento matemático do sistema 4WS observou-se que apesar de conter um maior grau de complexidade devido o esterçamento nas rodas traseiras, a geometria do modelo não apresenta grandes dificuldades para o entendimento pleno. O maior desafio para assuntos relacionados à dinâmica veicular seria o aprofundamento para temas ligados ao comportamento do veículo no que diz respeito a interação suspensão/direção e a introdução de sistemas de controle de estabilidade.

Partiu-se então para o estudo aprofundado ao redor da teoria de controle com o objetivo de projetar um controlador que auxiliasse o piloto em manobras em alta velocidade, aprimorando principalmente aspectos de segurança do veículo conforme gráficos apresentados no decorrer do trabalho.

## 8. Lista de Referências

- AMMON, DIETER, GIPSER, MICHAEL, RAUH, JOCHEN AND WIMMER, JÜRGEN, High Performance System Dynamics Simulation of the Entire System Tire-Suspension-Steering-Vehicle, *Vehicle System Dynamics*, v.27, n.5, p. 435 – 455, 1997.
- BUCKHOLTZ, K. (2002a) Use of fuzzy logic in wheel slip assignment - Part I: Yaw rate control. SAE World Congress 2002.
- BUCKHOLTZ, K. (2002b) Use of fuzzy logic in wheel slip assignment - Part II: Yaw rate control with sideslip angle limitation. SAE Technical Paper 2002-01-1220
- DUKKIPATI, R. V.; PANG, J. Road Vehicle Dynamics Warrendale: SAE International, 2008.
- EDUARDO, G. P. Neuro-controlador ótimo por algoritmo genérico para múltiplos sistemas ativos de dinâmica veicular em guinada, 2008. Tese (Doutorado). Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos, 2009.
- FUKAO, TAKANORI, MIYASAKA, SHOGO, MORI, KENJI, ADACHI, NORIHIKO AND OSUKA, KOICHI, Active Steering Systems Based on Model Reference Adaptive Nonlinear Control, *Vehicle System Dynamics*, v.42, n.5, p. 301 – 318, 2004.
- GILLESPIE, T. D. Fundamentals of Vehicle Dynamics, Warrendale: SAE International, 1992.
- JAZAR, R. N. Vehicle Dynamics – Theory and Application New York, NY: Springer, 2008.
- KREUTZ, MARLENE, HORN, MARTIN AND ZEHETNER, JOSEF, Improving vehicle dynamics by active rear wheel steering systems, *Vehicle System Dynamics*, v. 47, n.1, p. 1-14, 2009.
- MILLKEN, W. F.; MILLIKEN, D. L. Race Car Vehicle Dynamics. Warrendale: SAE International, 1995.
- RAJAMANI, R. Vehicle Dynamics and Control New York, NY: Springer 2006.
- SENGER, K. H.; SCHWARTZ, W. The influence of a four wheel steering system on the stability behaviour of a vehicle-driver, *Vehicle System Dynamics*, v.17, n.6, p. 388 - 402, 1988.

## FOUR-WHEEL STEERING VEHICLE CONTROL

**Erik Ohara**

erikohara@gmail.com

**Abstract.** This study aims to demonstrate the studies on the dynamics of a passenger vehicle equipped with a system of four-wheel steering. Initially, the mathematical model was presented with the geometry of such a system by comparing parameters such as curve radius and steering angles, passing to lateral vehicle dynamics analyzing the yaw rate and lateral acceleration. This set of parameters required analysis of the main forces acting on the system through the theory of the dynamics of the tire. Finally, a study was presented around a control system on rear wheels to help the driver on high speed maneuvers.

**Keywords.** *Vehicle dynamics, Four wheel steering, Control.*