

## FORÇA LONGITUDINAL DE CONTATO NA RODA

A roda é o elemento de vínculo entre o veículo e a via de tráfego que permite o deslocamento longitudinal, suportando a carga vertical e limitando o movimento lateral. Este elemento vincular de contato de rolamento permite o movimento de translação longitudinal paralelo ao seu plano de rotação em um eixo ortogonal a ele ( $x$  e  $\omega_y$ ) e restringe outros quatro graus de liberdade ( $y$ ,  $z$ ,  $\omega_x$  e  $\omega_z$ ). Como a roda possui uma cobertura elástica de borracha, as forças vinculares em geral produzem deformação. Para o caso de roda ferroviária, inteiramente de aço, vale o mesmo princípio embora a deformação seja muito menor.

Segundo a proposição de *Coulomb*, haverá uma força de atrito oposta a tendência ao movimento. Quando há velocidade relativa no contato, seja na direção longitudinal ou lateral haverá produção de esforço reativo devido às deformações locais no limite da aderência.

O conceito de escorregamento é fundamental para a compreensão do fenômeno de transmissão das forças horizontais no contato de rolamento. A força de contato entre dois corpos em rolamento é relacionada com deformação local produzida pela diferença entre a velocidade de translação e velocidade de rolamento.

Tomando como exemplo o caso extremo de escorregamento, quando a diferença entre a velocidade translação  $V$  e circunferencial  $V_c$  é muito grande, ou seja,  $\Omega R \gg V$ , desenvolve-se escorregamento ( $\boldsymbol{v}$ ) em grande intensidade. Durante o escorregamento intenso a força longitudinal produzida no contato é governada pela relação de *Coulomb* expressa por  $F = \mu N$ , conforme apresentado na Figura 1. Quando a velocidade circunferencial é menor que a tangencial, o escorregamento é menor que zero e a força longitudinal negativa.

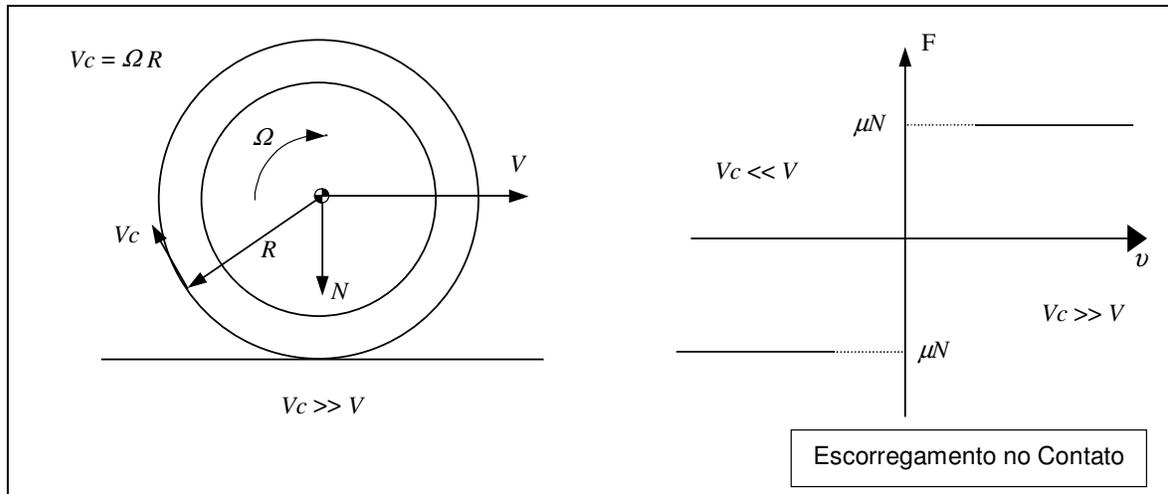


Figura 1 – Força longitudinal para grande escorregamento

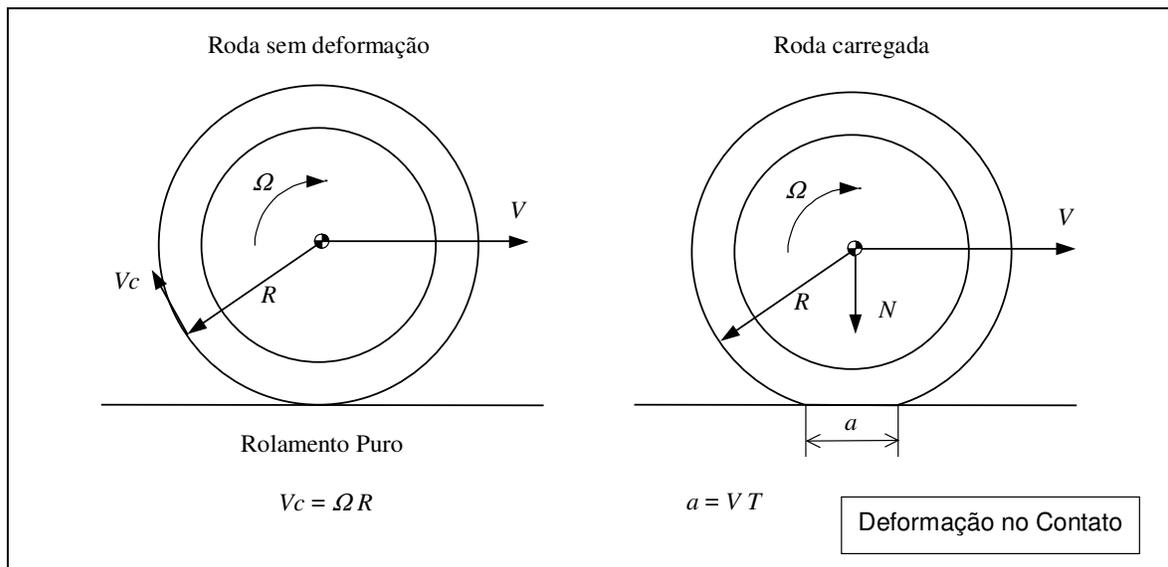


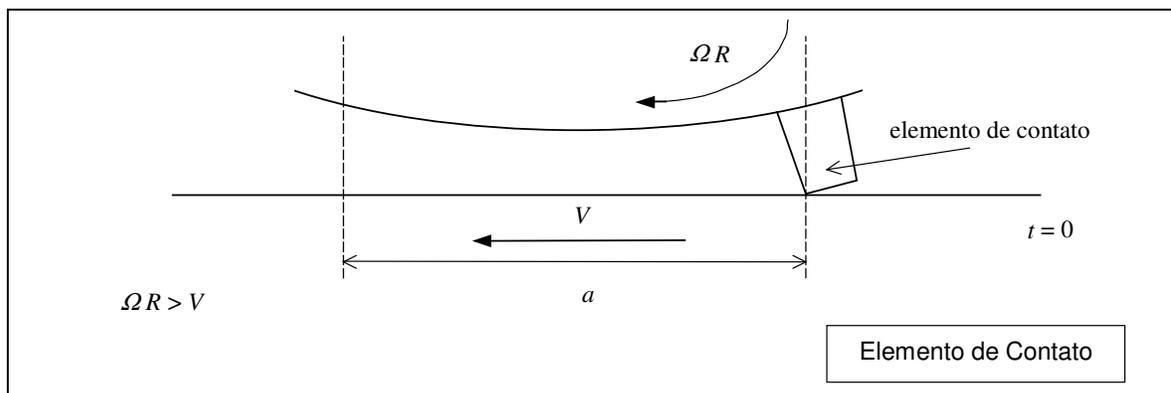
Figura 2 - Deformação do pneu e comprimento de contato

Quando as velocidades de translação e de rolamento são próximas, pequeno escorregamento será desenvolvido. Considerando a roda submetida à força vertical, devido ao peso próprio do veículo, o comprimento “ $a$ ” da região deformada é proporcional ao peso do veículo ( $N$ ) e a

elasticidade do material. Para uma roda com velocidade tangencial  $V$ , conforme mostrado na Figura 2, o tempo  $T$  para percorrer a distância “ $a$ ” equivalente a deformação é de:

$$T = \frac{a}{|V|} \quad (1)$$

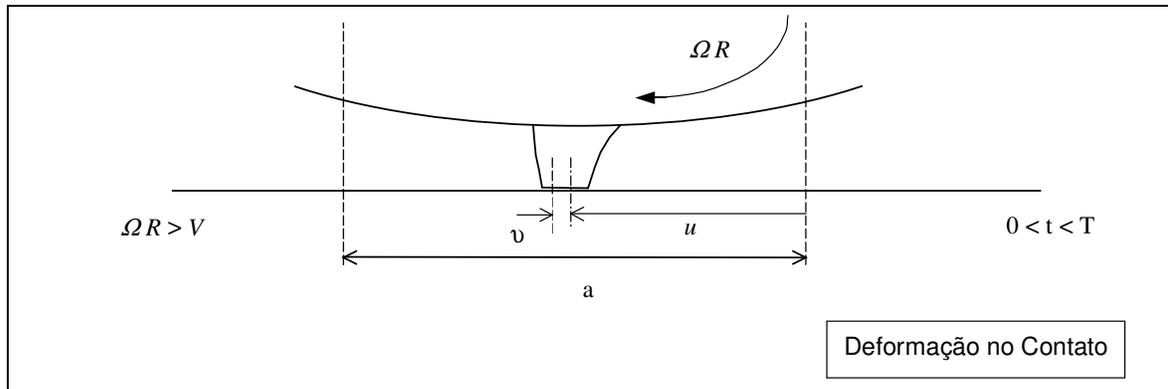
Para que haja desenvolvimento de força longitudinal, a velocidade periférica deve ser maior que a velocidade de translação da roda ( $\Omega R > V$ ) produzindo deformação. Adotando um elemento discreto de contato com tamanho reduzido (*brush model*) conforme mostrado na Figura 3, e considerando que o elemento discreto toca a pista de rolamento no instante inicial  $t = 0$ , a deformação longitudinal do elemento é produzida pela diferença entre a velocidade periférica  $Vc$  e a velocidade de translação  $V$ .



**Figura 3 - Detalhe do Elemento de Contato da Roda**

Enquanto a roda e a pista permanecerem em contato, ou seja, no intervalo de tempo  $0 < t < T$ , conforme mostrado na Figura 4, quando o elemento de contato está na posição  $u$  no instante  $t$ , a deformação é proporcional a diferença entre as velocidades expressa por:

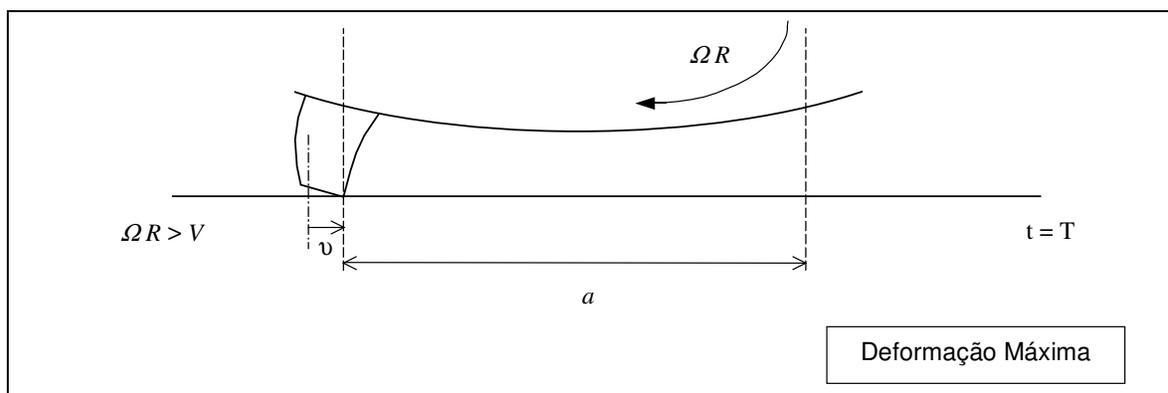
$$v(u) = (\Omega R - V)t \quad (2)$$



**Figura 4 - Deformação do Elemento de Contato**

No instante de tempo final  $T$  (Figura 5) a deformação máxima é dada pela diferença entre as velocidade de translação e circunferencial expressa por:

$$v_{\max} = (\Omega R - V)T \quad \text{ou} \quad v_{\max} = \frac{(\Omega R - V)}{|V|} a \quad (3)$$



**Figura 5 - Deformação Máxima do Elemento**

No o instante de tempo  $t = u / V$ , obtém-se a expressão para o escorregamento longitudinal na posição  $u$ :

$$v(t) = \frac{(\Omega R - V)}{|V|} u \quad (4)$$

Considerando que a força longitudinal em cada elemento seja proporcional à largura  $b$  e a deformação na posição  $u$ , resultando em  $F = bk v(u)$ . A força total de contato é a integral da força em cada elemento ao longo do comprimento de contato  $a$ :

$$F \cong bk \int_0^a \frac{(\Omega R - V)}{|V|} u du \quad \text{ou} \quad F \cong \frac{1}{2} a k ab \frac{(\Omega R - V)}{|V|} \quad (5)$$

Considerando a lei de *Hooke* para cisalhamento tem-se que as tensões são proporcionais as distorções do elemento dado por:

$$\tau = G \gamma \quad (6)$$

A constante de proporcionalidade é o módulo de elasticidade ao cisalhamento do material ( $G$ ). Considerando a altura do elemento  $a/2$ , (distorção  $\gamma = 2v/a$ ) a força longitudinal desenvolvida para cada elemento de contato de área  $A = ab$ , é proporcional a deformação:

$$F_x = G ab v \quad (7)$$

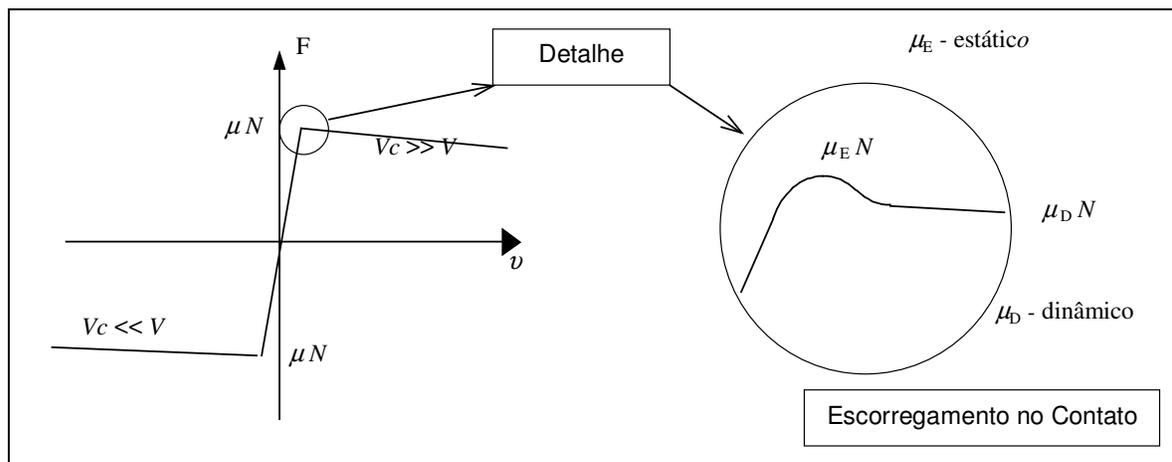
Assim a força longitudinal  $F_x$  é proporcional ao escorregamento  $v_x$  naquela direção. Estes valores são expressos por:

$$F_x \cong k_x v_x \quad \text{e} \quad v_x = \frac{(\Omega R - V)}{|V|} \quad (8)$$

Para o caso da área de contato ser elíptica (caso de contato roda trilho) a expressão fica alterada pelo coeficiente  $C_{11}$  proposto por *Kalker*.

$$F_x = G ab C_{11} v_x \quad (9)$$

A força longitudinal de contato  $F_x \cong k_x v_x$  é linear e proporcional até que o limite de adesão no contato seja superado. Neste caso o escorregamento se inicia até a força longitudinal atingir seu limite máximo (coeficiente de atrito estático) a partir do qual, observa-se experimentalmente, ligeiro decréscimo (coeficiente de atrito dinâmico) devido à contaminação das superfícies em contato e outros efeitos. A relação entre a força longitudinal de contato e os escorregamento torna-se não linear, conforme mostrado na Figura 6



**Figura 6 – Curva não linear de força longitudinal para grande escorregamento**

Para que a roda desenvolva força lateral é necessário que haja deformação lateral. As deformações laterais são produzidas quando a roda tem ângulo de rolamento diferente do ângulo de direção do veículo, produzindo escorregamento lateral.