

# **Estudo do Movimento de um Veículo tipo Bicicleta**

***Orientador: Prof. Dr. Roberto Spinola Barbosa***

***Autor: Lucas Franceschini***

Escola Politécnica da Universidade de São Paulo

e-mail: lucas.franceschini@usp.br

## 1. Objetivos

Os objetivos do presente trabalho incluem a dedução das equações diferenciais de movimento de dois tipos de veículo. Um deles é o da bicicleta simples (sem o grau de liberdade de tombamento) e o outro é a bicicleta completa (incluindo o grau de liberdade do tombamento). O primeiro pode ser visto como uma aproximação do segundo modelo quando este se movimenta com baixas velocidades. É importante ressaltar que, em nenhum dos modelos consideraram-se as suspensões acopladas nas rodas.

Também de propôs a realizar as implementações destas equações no computador e a simulação dos sistemas considerados para algumas situações pertinentes.

## 2. Metodologia

Para a realização de tal tarefa, optou-se, para a descrição das equações de movimento do primeiro veículo os teoremas da mecânica vetorial (mecânica Newtoniana, teorema do movimento do baricentro e teorema do momento angular), por sua simplicidade e facilidade para um sistema relativamente mais simples do que o próximo. Neste modelo, os graus de liberdade considerados foram: a posição do veículo no plano (posição  $X$  e  $Y$ ), o ângulo de rotação do veículo com respeito ao eixo  $X$ , as velocidades angulares das duas rodas e o ângulo de esterçamento do guidão, como mostra na figura:

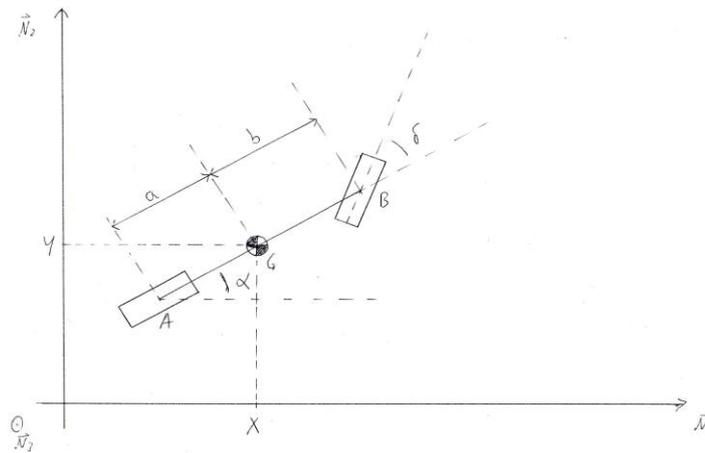


Figura 1 – Representação do primeiro modelo

Para o segundo tipo de veículo, escolheu-se a utilização do método de Lagrange para a obtenção das equações, já que este segundo modelo se apresentou consideravelmente mais difícil para se modelar, devida a sua geometria complexa e às várias composições de movimento existentes. Além dos graus de liberdade mencionados anteriormente, o grau de liberdade do tombamento da bicicleta também foi considerado.

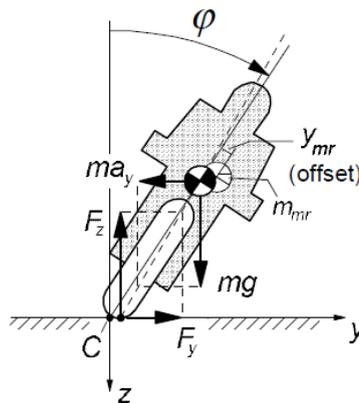


Figura 2 – Representação do grau de liberdade adicional do segundo modelo

### 3. Resultados

Após escrever o programa para a simulação numérica do primeiro sistema em Matlab, obteve-se a simulação para o motorista aplicando um torque constante no guidão. A posição do veículo no plano foi simulada e mostrada no gráfico:

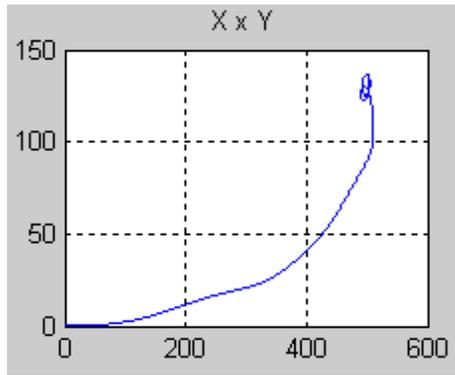


Figura 3 – Posição do centro de massa

Pode-se notar que, com um torque constante no guidão, o veículo se desloca no sentido do esterçamento do guidão e começa a dar voltas circulares. Ampliando a região mencionada, pode-se notar este fato:

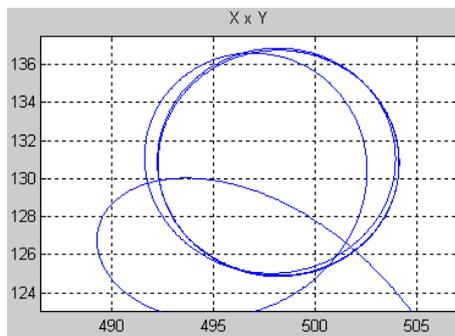


Figura 4 – Detalhe da Figura 1

#### 4. Conclusões

Pode-se notar que, para o primeiro sistema considerado, o resultado é bastante realista, prevendo-se algo que é esperado na realidade. Infelizmente não foi possível implementar o segundo modelo devido a sua alta complexidade geométrica, possuindo vários graus de liberdade acoplados e vários movimentos relativos. Observou-se que, para a modelagem deste sistema, pode ser mais recomendável tratar todos os vínculos cinemáticos existentes através dos multiplicadores de Lagrange.

#### 5. Referências Bibliográficas

Pacejka, H. B. *Tire and Vehicle Dynamics*, Butterworth-Heinemann, Oxford, 2002