UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO ESCOLA POLITÉCNICA DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA MECÂNICA

Análise dinâmica de um veículo de passeio equipado com sistema de esterçamento nas quatro rodas

Erik Ohara

São Paulo 2010

UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO ESCOLA POLITÉCNICA DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA MECÂNICA

Análise dinâmica de um veículo de passeio equipado com sistema de esterçamento nas quatro rodas

Trabalho de formatura apresentado à Escola Politécnica da Universidade de São Paulo para obtenção do título de Graduação em Engenharia Mecânica

Erik Ohara

Orientador: Prof. Dr. Roberto Spinola Barbosa

São Paulo 2010

FICHA CARTOGRÁFICA

Ohara, Erik

Análise dinâmica de um veículo de passeio equipado com sistema de esterçamento nas quatro rodas, por Erik Ohara. São Paulo: EPUSP, 2010. 49 p.

Trabalho de formatura – Escola Politécnica da Universidade de São Paulo. Departamento de Engenharia Mecânica.

1. Dinâmica veicular 2. Esterçamento nas quatro rodas 3. Sistema de direção I. Universidade de São Paulo, Escola Politécnica. Departamento de Engenharia Mecânica. III. t.

RESUMO

O presente trabalho busca demonstrar os estudos iniciais sobre a dinâmica de um veículo de passeio equipado com sistema de esterçamento nas quatro rodas. Inicialmente, foi apresentado o modelo matemático com a geometria desse tipo de sistema, comparando parâmetros como raio de curva e ângulos de esterçamento, passando pelas principais variáveis da direção como ângulos de caster e pino mestre e seus respectivos braços. O conjunto desses parâmetros exigiu a análise das principais forças atuantes no sistema através da teoria da dinâmica do pneu. Por fim, foi apresentado um estudo preliminar sobre a teoria de sistemas de controle das rodas traseiras.

Palavras-chave: Dinâmica veicular, Esterçamento nas quatro rodas, Sistema de direção.

ABSTRACT

This study aims to demonstrate the initial studies on the dynamics of a passenger vehicle equipped with a system of four-wheel steering. Initially, the mathematical model was presented with the geometry of such a system by comparing parameters such as curve radius and steering angles, passing through the main steering variables such as caster and kingpin angles and their offsets. This set of parameters required analysis of the main forces acting on the system through the theory of the dynamics of the tire. Finally, we presented a preliminary study on the theory of rear wheels control systems.

Keywords: Vehicle dynamics, Four wheel steering, Steering system.

SUMÁRIO

LISTA DE TABELAS LISTA DE FIGURAS

1.	Int	Introdução6		
2.	Sistema de direção			7
	2.1.	Rid	e steer	8
3.	Est	erçan	ento nas quatro rodas	10
	3.1.	Exe	mplos de aplicação	11
	3.1	.1.	Honda Prelude	12
	3.1	.2.	Jeep Hurricane	13
	3.1	.3.	Renault Laguna Coupé e Renault Laguna GT	14
4.	Mo	odelan	nento matemático para esterçamento nas quatro rodas	15
	4.1.	Dire	eção cinemática (Kinematic Steering)	15
	4.2.	Este	erçamento nas quatro rodas (4WS)	19
5.	Diı	nâmic	a do pneu	
	5.1.	Rig	idez do pneu	25
	5.2.	Res	istência ao rolamento	
	5.3.	For	ça longitudinal	
	5.4.	For	ça lateral	
6.	4W	/S ativ	va e passiva	
7. Controle de estabilidade eletrônico				
	7.1.	Sist	emas Steer-by-Wire	
	7.1	.1.	Escolha da saída para desacoplamento	
	7.1	.2.	Projeto de controle	
8.	Pes	squisa	s adicionais	
	8.1.	Sim	ulação de sistemas dinâmicos de alto desempenho de	um sistema
veicular pneu-suspensão-direção. [8]			39	
	8.1	.1.	Conceito de modelamento	
	8.1	.2.	Formas de descrição matemática	
	8.1	.3.	Importação e exportação de modelos	

8.1.4. 8.1.5.		Integração do subsistema com o local de integração	. 40
		BRIT – Modelo físico de pneu	. 40
	8.1.6.	Modelo do sistema multi-corpo da suspensão e a mecânica	da
	direção)	. 41
	8.1.7.	Descrição dinâmica da direção hidráulica	. 42
	8.1.8.	Estrutura completa do sistema	. 43
8	.2. Si	stemas de direção ativos baseado no controle adaptativo de referên	ncia
n	ão linear	r [9]	. 44
8	.2.1.	Modelo do sistema de direção	. 44
8	.2.2.	Sistemas de direção ativos baseado no controle adaptativo de referên	ncia
n	ão linear	r	. 45
8	.2.3.	Resultados experimentais	. 45
9.	Conclu	são e comentários	. 47
10.	Referên	ncias Bibliográficas	. 48

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 - Tabela de valores de μ_0 para diferentes pavimentos [5]	29
Tabela 2 - Valores médios do coeficiente longitudinal de atrito [5]	31

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 - Geometria de pino mestre [1]7
Figura 2 - Sistema de forças e momentos no pneu segundo SAE International [2]8
Figura 3 - Geometria com <i>ride steer</i> linear [2]9
Figura 4 - Modelo tipo bicicleta de um veículo com esterçamento nas quatro rodas
[3]10
Figura 5 - Esquema do sistema 4WS
Figura 6 - Primeiro modelo Honda Prelude dotado do sistema 4WS 13
Figura 7 - Esquema ilustrativo do sistema de 4WS do Jeep Hurricane13
Figura 8 - Modelo Laguna GT14
Figura 9 – Veículo FWS e a condição de Ackermann [5]16
Figura 10 - Modelo de veículo na condição de Ackermann [5]17
Figura 11 - Influência da relação do entreeixos e da bitola na condição de
Ackermann ideal para veículo FWS [5]18
Figura 12 - Esterçamento nas quatro rodas positivo (Positive 4WS) [5]19
Figura 13 - Esquema de um veículo 4WS positivo em uma curva para a esquerda [5]
Figura 14 - Esquema de um veículo 4WS negativo em uma curva para a esquerda [5]
Figura 15 - Forças atuantes sobre o pneu em frenagem [6]24
Figura 16 - Forças atuantes sobre o pneu em aceleração [6]24
Figura 17 - Forças laterais exercidas sobre o pneu [6]24
Figura 18 - Distribuição da força lateral na área de contato [6]25
Figura 19 - Exemplo de curvas de rigidez [5]26
Figura 20 - Fenômeno de histerese em carregamento e descarregamento vertical [5]
Figura 21 - Vista lateral da distribuição de tensão normal e a resultante Fz no pneu
em movimento. [5]

Figura 22 - Efeito do angulo de escorregamento α na força de resistência ao
rolamento <i>Fr</i> [5]
Figura 23 - Coeficiente longitudinal de atrito como função de s para situações de
aceleração e frenagem [5]
Figura 24 - Funcionamento esquemático do controle de estabilidade [7] 34
Figura 25 - Estrutura do sistema de controle de estabilidade steer-by-wire [7] 35
Figura 26 - Interface e variáveis de estado do BRIT
Figura 27 – Cinemática e cinética dos sistemas hidráulicos e mecânicos da direção 42
Figura 28 - Modelo simplificado de direção [9] 44
Figura 29 - Sistema de controle adaptativo de modelo de referência [9]45
Figura 30 - Esquema do simulador em tempo real [9]

1. INTRODUÇÃO

O relatório a seguir busca demonstrar o início do estudo do trabalho de conclusão de curso de engenharia mecânica da Escola Politécnica da USP.

A principal motivação para a escolha do tema apresentado foi o prévio estudo do sistema de direção na Equipe Poli de Baja, na qual foi desenvolvido e fabricado um sistema do tipo pinhão e cremalheira para o protótipo Poli Titan.

Através desse estudo, notou-se que o sistema de direção está praticamente todo desenvolvido desde a etapa de modelamento matemático até o projeto e fabricação das peças.

Por esse motivo, partiu-se para o estudo de um tema mais específico e selecionou-se o tema de direção nas quatro rodas para um veículo de passeio.

Após o levantamento bibliográfico realizado nos trabalhos anteriores, foi possível iniciar o modelamento matemático que envolve a geometria de direção com esterçamento nas quatro rodas e o comportamento dinâmico do veículo, passando pela análise do comportamento do pneu. Além disso, estudou-se a teoria que envolve sistemas eletrônicos de controle de estabilidade para veículos com esterçamento nas rodas dianteiras que poderiam ser adaptados sem maiores alterações para sistemas com esterçamento nas rodas traseiras.

2. SISTEMA DE DIREÇÃO

O sistema de direção tem a função de direcionar as rodas dianteiras (ou traseiras) com o objetivo de responder as solicitações do piloto, proporcionando controle direcional ao veículo.

No estudo da geometria de direção dianteira, estudam-se o ângulo de caster (caster angle), braço do caster (trail), ângulo do pino mestre (kingpin inclination) e braço do pino mestre (scrub radius) como pode ser observado na Figura 1.



Figura 1 - Geometria de pino mestre [1]

A construção do sistema com eixos inclinados, e consequentemente, o surgimento de braços, faz com que o conjunto de rodas seja submetido a forças e momentos sobre o sistema de direção, influenciando seu desempenho.

Para se obter o ângulo de esterçamento, é necessário que a roda gire em torno do eixo do pino-mestre, que interliga os terminais rotulares (Ball joint) superiores e inferiores dos braços articulados. Para veículos de passeio o ângulo do pino-mestre está em uma faixa de 10° a 15° em relação à vertical no plano frontal. Esse ângulo faz com que haja uma diferença entre a região de contato do pneu e o ponto de encontro desse eixo com o solo (braço do pino-mestre) [1].

Já a inclinação desses pontos no plano longitudinal é chamada de ângulo de caster. Esse ângulo faz com que haja um braço a frente do ponto de contato do pneu com o solo, surgindo assim um momento devido à força lateral em curvas. Esse momento é chamado de momento auto-alinhante.

Tanto os ângulos de cambagem e convergência possuem um efeito secundário sobre o comportamento direcional do veículo. Frequentemente, a seleção desses parâmetros prioriza o baixo desgaste dos pneus em detrimento da dinâmica. A Figura 2 mostra todos os ângulos, forças e torques segundo a norma da SAE (Society of Automotive Engineers).



Figura 2 - Sistema de forças e momentos no pneu segundo SAE International [2]

2.1. Ride steer

Outro ângulo que deve ser analisado em qualquer projeto é a variação da convergência da roda no seu curso vertical devido a compressão e distensão do

conjunto mola amortecedor e da rolagem do veículo em curvas. A esse fenômeno dáse o nome de *ride steer*.

Apesar de indesejada, essa variação ocorre devido à diferença no centro instantâneo de rotação do conjunto da suspensão e direção. A Figura 3 ilustra essa diferença. Particularmente nesse caso, o tamanho da barra de direção está correta porém, a posição do centro está deslocada.



Figura 3 - Geometria com ride steer linear [2]

3. ESTERÇAMENTO NAS QUATRO RODAS

Para iniciar o estudo da teoria que envolve o assunto, foi realizada uma pesquisa bibliográfica a fim de se listar as principais obras de grande circulação no meio acadêmico e industrial.

Além disso, foi sugerida a pesquisa e posterior leitura de artigos do periódico Vehicle System Dynamics que trazem mensalmente publicações relacionadas a sistemas dinâmicos ligados a veículos.

Segundo [3], há duas maneiras para se aprimorar a estabilidade do veículo em curvas e produzir um comportamento desejado. Uma delas é a introdução de uma suspensão ativa convencional que esteja de acordo com a não linearidade entre as forças verticais e laterais do pneu. Outra alternativa seria adicionar direcionamento nas rodas traseiras, modificando diretamente as forças laterais no pneu. Esta última será estudada e abordada a seguir.

De maneira geral, as análises e equacionamentos são realizados a partir de um modelo do tipo bicicleta como ilustrado na Figura 4.



Figura 4 - Modelo tipo bicicleta de um veículo com esterçamento nas quatro rodas

[3]

Em [3], foi proposta uma análise do comportamento do veículo segundo quatro tipos de sistemas de esterçamento nas quatro rodas.

• Ângulo de esterçamento dianteiro e resposta do ângulo de guinada.

- Ângulo de esterçamento dianteiro dependente da compensação do ângulo de escorregamento.
- Ângulo de esterçamento traseiro em função do dianteiro.
- Resposta do ângulo de guinada.

Buscando demonstrar a influência do esterçamento nas quatro rodas, foi comparado o comportamento dos quatro tipos de sistemas baseados em três diferentes veículos (sobreesterçante, subesterçante e neutro).

O estudo mostrou ainda que esse tipo de geometria possui um comportamento subesterçante devido à diminuição do ângulo de escorregamento e, além disso, ocorre o aumento da sensibilidade da direção, acarretando problemas com a estabilidade com mais freqüência.

Outro estudo recorrente dentro do tema selecionado é a aplicação de modelos de controle para esterçamento da roda traseira.

O estudo realizado em [4] propõem uma abordagem diferente para modelar e simular o comportamento dinâmico do veículo por meio de uma estrutura virtual de massamola-amortecedor, mais abstrato e, portanto mais flexível quanto à alteração de parâmetros.

3.1. Exemplos de aplicação

Apesar de não ser largamente utilizado pela indústria automobilística, sistemas de esterçamento nas quatro rodas começaram a ser estudados e aplicados em veículos de passeio a partir dos anos 70.

A principal motivação para o início dos estudos foi reduzir o número de acidentes ligados a automóveis, aprimorando o controle direcional e a estabilidade.

Os primeiros sistemas desenvolvidos eram totalmente mecânicos devido à menor complexidade se comparado com sistemas de controle eletrônicos aplicados atualmente.

Os projetos atuais de sistemas de 4WS funcionam simultaneamente com outros sistemas de controle de frenagem, estabilidade e tração.

3.1.1. Honda Prelude

Em 1970, o programa ESV (Experimental Safety Vehicles), liderado pela NHTSA (National Highway Traffic Safety Administration), foi anunciado com o objetivo de rever a segurança automotiva com a intenção de reduzir o número de acidentes no trânsito. A Honda, de maneira não oficial, resolveu participar do programa e assim iniciou as pesquisas sobre segurança automotiva focada em segurança ativa.

No final de 1977, após uma sessão de brainstorming na empresa, surgiu um conceito de esterçamento nas quatro rodas (four wheel steerting – 4WS) que seria então desenvolvido pela empresa no decorrer dos anos seguintes ilustrado na Figura 5.

Após aproximadamente 10 anos de desenvolvimento e pesquisas com protótipos, a Honda lança no mercado o Honda Prelude (Figura 6) em abril de 1987, com o primeiro sistema de detecção de ângulo de direção nas quatro rodas.



Figura 5 - Esquema do sistema 4WS (Fonte: Honda Worldwide)



Figura 6 - Primeiro modelo Honda Prelude dotado do sistema 4WS (Fonte: Honda Worldwide)

3.1.2. Jeep Hurricane

Com um conceito diferente do aplicado ao Honda Prelude, o Jeep Hurricane possui um sistema de controle de esterçamento nas quatro rodas de maneira independente, ou seja, as quatro rodas podem girar em direções opostas com ilustrado na Figura 7.



Figura 7 - Esquema ilustrativo do sistema de 4WS do Jeep Hurricane (Fonte: Daimler-Chrysler)

Esse tipo de sistema permite ao veículo girar em torno do eixo vertical central, com raio de curva igual a zero. Isso acontece, pois tanto as rodas dianteiras quanto as traseiras esterçam para lados opostos.

O principal objetivo na criação do conceito Jeep Hurricane foi mostrar um veículo robusto e potente que seja ágil em terrenos sinuosos e com grandes obstáculos.

3.1.3. Renault Laguna Coupé e Renault Laguna GT

Com um sistema batizado de *Active Drive*, a Renault voltou a aplicar um sistema de esterçamento nas quatro rodas quando lançou no novo Laguna em 2007 (Figura 8). O principio de funcionamento é basicamente o mesmo do desenvolvido pela Honda nos anos 80, porém com a introdução de unidades de controle eletrônicas. Até uma velocidade de 38mph, aproximadamente 61km/h, as rodas traseiras esterçam na direção oposta das dianteiras, reduzindo o raio de curva em até 10%. Acima dessa velocidade, as rodas traseiras esterçam no mesmo sentido das dianteiras, melhorando a estabilidade em manobras a altas velocidades.



Figura 8 - Modelo Laguna GT (Fonte: www.evo.co.uk)

4. MODELAMENTO MATEMÁTICO PARA ESTERÇAMENTO NAS QUATRO RODAS

Nessa etapa do trabalho será apresentada a teoria sobre a geometria de direção veicular para carros de passeio mais utilizados atualmente. Para isso, será explicada a influência da geometria de Ackermann sobre o esterçamento das rodas e consequentemente, no comportamento do veículo em curvas e por fim o modelamento matemático e as particularidades de um veículo com esterçamento nas quatro rodas.

4.1. Direção cinemática (Kinematic Steering)

Atualmente, o modelo de direção mais amplamente utilizado é o modelo de esterçamento apenas das rodas dianteiras (Front Wheel Steering - FWS) a fim de alterar a trajetória do veículo devido a diversos fatores tais como baixo custo de projeto, fabricação e reduzida massa se comparado com sistemas mais complexos como o esterçamento das quatro rodas (Four Wheel Steering – 4WS).

Além disso, para veículos de passeio, a geometria FWS atende satisfatoriamente as necessidades dos usuários.

A condição de Ackermann pode ser descrita através de um modelo simplificado de um veículo com sistema de direção FWS realizando, no caso, uma curva para a esquerda em baixa velocidade e, portanto sem escorregamento nos pneus devido à mudança de direção conforme a Figura 9.

A condição de Ackermann é expressa por

$$\cot \delta_o - \cot \delta_i = \frac{w}{l} \quad (1)$$

Onde, δ_o é o ângulo de esterçamento da roda externa a curva e δ_i é o ângulo de esterçamento da roda interna a curva, *w* é a bitola e *l* a distância entre eixos.



Figura 9 – Veículo FWS e a condição de Ackermann [5]

Apesar de grande parte dos veículos de passeio possuir o mesmo valor de bitola dianteiro e traseiro é conveniente equacionar o movimento de maneira a abranger o maior número de casos possível. Em carros de corrida é comum que a bitola na traseira seja maior com o uso de pneus maiores e mais largos para aumentar a tração e a estabilidade. Para veículos de passeio essa diferença é mínima na traseira em comparação com a dianteira.



Figura 10 - Modelo de veículo na condição de Ackermann [5]

A Figura 10 mostra o modelo simplificado na condição de Ackermann ideal. Dessa geometria é possível obter a velocidade angular do veículo (*r*) por

$$r = \frac{Rw.\omega_o}{R_1 + \frac{w_r}{2}} = \frac{Rw.\omega_i}{R_1 - \frac{w_r}{2}}$$
(2)

Onde r é a velocidade angular do veículo, Rw é o raio dos pneus, ω_o e ω_i são as velocidades angulares das rodas externa e interna respectivamente, R_I é distância do centro de rotação do centro de massa do veículo e w_r a bitola traseira. Os ângulos de esterçamento das rodas dianteiras são dados por

$$\delta_{i} = \tan^{-1} \frac{2l(w_{o} + w_{i})}{w_{f}(w_{o} - w_{i}) + w_{r}(w_{o} + w_{i})}$$
(3)
$$\delta_{o} = \tan^{-1} \frac{2l(w_{o} - w_{i})}{w_{f}(w_{o} - w_{i}) + w_{r}(w_{o} + w_{i})}$$
(4)

E o valor de R_1 é dado por

$$R_{1} = \frac{w_{r}}{2} \frac{(w_{o} + w_{i})}{(w_{o} - w_{i})}$$
(5)

Substituindo R_1 nas equações 3 e 4 obtêm-se os valores da tangente dos ângulos dados por

$$\tan \delta_i = \frac{l}{R_1 - \frac{w_f}{2}} \quad (6)$$
$$\tan \delta_o = \frac{l}{R_1 + \frac{w_f}{2}} \quad (7)$$

Para o caso particular de w_f e w_r iguais, um gráfico que relaciona os ângulos de esterçamento das rodas interna e externa mostra a influência da relação do entre eixos e da bitola para a condição de Ackermann ideal conforme a Figura 11.



Figura 11 - Influência da relação do entre eixos e da bitola na condição de Ackermann ideal para veículo FWS [5]

Observando o gráfico da Figura 11, pode-se inferir que quanto menor a relação w/l, menor é a diferença entre os ângulos de esterçamento interno e externo. E o inverso ocorre para valores maiores de w/l.

4.2. Esterçamento nas quatro rodas (4WS)

A análise matemática de um veículo 4WS segue a mesma teoria aplicada a veículos FWS com algumas particularidades e parâmetros adicionais já que agora as rodas traseiras também são submetidas a um movimento de rotação no eixo vertical, alterando assim a posição de pontos como o centro de rotação do centro de massa do veículo e a sua aceleração angular.

Para isso um modelo similar é proposto para a análise conforme a Figura 12. Nessa situação as rodas traseiras esterçam para a mesma direção, o chamado 4WS positivo.



Figura 12 - Esterçamento nas quatro rodas positivo (Positive 4WS) [5]

A condição de Ackermann ideal para a situação ilustrada é dada por

$$\cot \delta_{of} - \cot \delta_{if} = \frac{w_f}{l} - \frac{w_r}{l} \frac{\cot \delta_{of} - \cot \delta_{if}}{\cot \delta_{or} - \cot \delta_{ir}}$$
(8)

Onde os subscritos o significam externo, i interno, f dianteiro e r traseiro, seguindo as indicações das equações apresentadas previamente.



Figura 13 - Esquema de um veículo 4WS positivo em uma curva para a esquerda [5]

Segundo o modelo proposto na Figura 13 pode-se iniciar o equacionamento para se obter os ângulos de esterçamento das rodas dados por

$$\tan \delta_{if} = \frac{c_1}{R_1 - \frac{w_f}{2}} \quad (9)$$
$$\tan \delta_{of} = \frac{c_1}{R_1 + \frac{w_f}{2}} \quad (10)$$
$$\tan \delta_{ir} = \frac{c_2}{R_1 - \frac{w_r}{2}} \quad (11)$$
$$\tan \delta_{or} = \frac{c_2}{R_1 + \frac{w_r}{2}} \quad (12)$$

Eliminando R₁

$$R_{1} = \frac{1}{2}w_{f} + \frac{c_{1}}{\tan \delta_{if}} = -\frac{1}{2}w_{f} + \frac{c_{1}}{\tan \delta_{of}}$$
(13)

A condição cinemática na dianteira e na traseira é dada por

$$\cot \delta_{of} - \cot_{if} = \frac{w_f}{c_1} (14)$$
$$\cot \delta_{or} - \cot_{ir} = \frac{w_r}{c_2} (15)$$
$$R_1 = \frac{1}{2} w_r + \frac{c_2}{\tan \delta_{ir}} = -\frac{1}{2} w_r + \frac{c_2}{\tan \delta_{or}} (16)$$

E utilizando a relação

 $c_1 - c_2 = l$

Encontra-se a relação dos ângulos de esterçamento dianteiros e traseiros para a condição cinemática dada por

$$\frac{w_f}{\cot_{of} - \cot_{if}} - \frac{w_r}{\cot_{or} - \cot_{ir}} = l (17)$$
$$\cot \delta_{fr} - \cot \delta_{fl} = \frac{w_f}{l} - \frac{w_r}{l} \frac{\cot \delta_{fr} - \cot \delta_{fl}}{\cot \delta_{rr} - \cot \delta_{rl}} (18)$$

Combinando as equações 17 e 18 obtêm-se assim os valores de c_1 e c_2 para ambos os casos, 4WS positivo e negativo. A Figura 14 mostra o esquema de um veículo com 4WS negativo.

$$c_{1} = \frac{w_{f}}{\cot \delta_{fr} - \cot \delta_{fl}} \quad (19)$$
$$c_{2} = \frac{w_{r}}{\cot \delta_{rr} - \cot \delta_{rl}} \quad (20)$$



Figura 14 - Esquema de um veículo 4WS negativo em uma curva para a esquerda [5]

5. DINÂMICA DO PNEU

Os estudos realizados até essa parte do trabalho envolveram basicamente a análise da geometria imposta pelo esterçamento das quatro rodas em um veículo. No entanto, para se analisar o comportamento dinâmico de um veículo em curvas, o estudo do pneu mostra-se necessário, pois é o elemento que está em contato com o solo, sendo o primeiro a receber as forças impostas pelo terreno.

Será mostrado que para um veículo realizar uma curva a uma dada velocidade, é necessário que forças laterais, perpendiculares a direção de deslocamento do veículo surjam para que este possa realizar a curva.

Segundo [6], o pneu possui as seguintes funções:

- Suportar o peso do veículo.
- Amortecer as irregularidades da pista impostas ao veículo.
- Fornecer tração suficiente para aceleração e frenagem.
- Fornecer controle e estabilidade direcional adequados.

A Figura 15 mostra as forças atuantes no pneu em uma situação típica de frenagem sem força lateral. O torque Tb surge com a frenagem, com isso, devido ao atrito entre o pneu e o solo, uma força Fx aparece em direção oposta ao movimento do veículo. De maneira análoga, na Figura 16, o torque Ta surge devido à aceleração angular do trem de forças do veículo, aparecendo assim, uma força Fx na direção do deslocamento. A força normal Fz está sempre presente na direção vertical, deslocada de uma distância *a* do centro da área de contato entre o pneu e o solo, um dos componentes da resistência ao rolamento que será comentado mais adiante com mais detalhes.



Figura 15 - Forças atuantes sobre o pneu em frenagem [6]



Figura 16 - Forças atuantes sobre o pneu em aceleração [6]

No entanto, caso ocorra mudança de direção ou forças laterais sejam impostas sobre o veículo, a força Fy e um momento serão desenvolvidos no pneu. Por ser um elemento elástico, a deformação lateral do pneu desloca lateralmente a área de contato com o solo, fazendo com que uma força resultante vertical Fz seja deslocada de uma distância *e*, criando um momento sobre o elemento conforme a Figura 17.



Figura 17 - Forças laterais exercidas sobre o pneu [6]

O efeito de uma força em particular merece destaque. Devido à distância *e* da força lateral Fy, um momento chamado autoalinhante aparece, fazendo com que o pneu volte a sua trajetória anterior ilustrado na Figura 18.



Figura 18 - Distribuição da força lateral na área de contato [6]

Antes de se iniciar a análise da dinâmica do pneu é necessário estabelecer o sistema de eixos que será utilizado. Recomendado pela SAE International, as análises seguirão o modelo proposto pela Figura 2.

5.1. Rigidez do pneu

Uma aproximação aceitável para a análise desse parâmetro é admitir que a força vertical Fz aplicada ao pneu é uma função linear com relação à deflexão Δz medida no centro do pneu. [5]

$$Fz = k_z \cdot \Delta z \quad (21)$$

Onde o coeficiente linear k_z é o chamado coeficiente de rigidez vertical do pneu. Da mesma maneira, essa aproximação pode ser aplicada nas direções longitudinal e lateral, resultando nas seguintes equações.

$$Fx = k_x \Delta x \quad (22)$$
$$Fy = k_y \Delta y \quad (23)$$

Onde k_x e k_y são coeficientes de rigidez longitudinal e lateral, respectivamente.

A Figura 19 - Exemplo de curvas de rigidez ilustra um exemplo de curvas de rigidez vertical, longitudinal e lateral de pneu aplicado em veículos de passeio. É importante ressaltar que a aproximação de comportamento linear para as situações de forças longitudinais e laterais deve ser utilizada com restrições.



Figura 19 - Exemplo de curvas de rigidez [5]

Outra característica citada anteriormente é a histerese do material que compõe o pneu, a borracha. Por ser um material visco-elástico, a energia necessária para deformá-lo é maior do que a necessária para restituí-lo. Essa diferença de energia é dissipada na forma de calor.

Além disso, esse fenômeno é o responsável pelo surgimento da resistência ao rolamento, pois a velocidade de restituição do material é menor do que a de deformação, fazendo com que a força Fz ilustrada na Figura 16 surja a uma distância *e* em relação ao centro da área de contato pneu-solo.



Figura 20 - Fenômeno de histerese em carregamento e descarregamento vertical [5]

5.2. Resistência ao rolamento

Como comentado anteriormente, um pneu em movimento gera uma força horizontal em direção oposta à direção de movimentação do veículo, a resistência ao rolamento dado por

$$Fr = \mu_r . Fz$$
 (24)

Onde μ_r é o coeficiente de resistência ao rolamento

Esse coeficiente não é constante e pode variar com a velocidade do pneu, pressão de inflação, escorregamento lateral e ângulo de cambagem. Além de variar de acordo com propriedades mecânicas como velocidade, desgaste, temperatura, carga e condições da pista. [5]



Figura 21 - Vista lateral da distribuição de tensão normal e a resultante Fz no pneu em movimento. [5]

O efeito da velocidade sobre o coeficiente de resistência ao rolamento pode ser aproximado por uma equação de segundo grau dada por

$$\mu_r = \mu_0 + \mu_1 v_x^2 \quad (25)$$

Onde v_x é a velocidade longitudinal do veículo.

Ambas as constantes devem ser determinada individualmente para cada pneu.

Apesar disso, algumas tabelas foram criadas para situar alguns testes e estudos como é o caso da Tabela 1.

Road and pavement condition	μ_0
Very good concrete	0.008 - 0.1
Very good tarmac	0.01 - 0.0125
Average concrete	0.01 - 0.015
Very good pavement	0.015
Very good macadam	0.013 - 0.016
Average tarmac	0.018
Concrete in poor condition	0.02
Good block paving	0.02
Average macadam	0.018 - 0.023
Tarmac in poor condition	0.23
Dusty macadam	0.023 - 0.028
Good stone paving	0.033 - 0.055
Good natural paving	0.045
Stone pavement in poor condition	0.085
Snow shallow (5 cm)	0.025
Snow thick (10 cm)	0.037
Unmaintained natural road	0.08 - 0.16
Sand	0.15 - 0.3

Tabela 1 - Tabela de valores de μ_0 para diferentes pavimentos [5]

Outro parâmetro que afeta a resistência ao rolamento é o ângulo de escorregamento. Seguindo os eixos de orientação proposto pela Figura 22, a força Fr é dada por

$$Fr = Fx.\cos\alpha + Fy.sen\alpha \approx Fx - C_{\alpha}.\alpha^2$$
 (26)

Para pequenos ângulos de escorregamento a aproximação é válida, pois a força lateral é proporcional a - α .



Figura 22 - Efeito do angulo de escorregamento α na força de resistência ao rolamento Fr [5]

5.3. Força longitudinal

A constante de escorregamento longitudinal do pneu é dada por

$$s = \frac{R_g \omega_w}{v_x} - 1 \quad (27)$$

Onde R_g é o raio do pneu descarregado, ω_w é a velocidade angular e v_x é a velocidade longitudinal.

O valor de *s* é positivo para aceleração e negativo para frenagem.

Seguindo o esquema das figuras Figura 15 e Figura 16, uma força Fx deve surgir entre o pneu e o solo e essa força é proporcional a força normal Fz.

$$Fx = \mu_x(s).Fz$$
 (28)

Onde $\mu_x(s)$ é o coeficiente longitudinal de atrito e é função de *s* conforme a Figura 23.



Figura 23 - Coeficiente longitudinal de atrito como função de s para situações de aceleração e frenagem [5]

Analisando o gráfico, observa-se que a linearidade da função ocorre apenas para pequenos valores de *s* (*s* < 0.1) e o pico do valor de μ_x o acontece para s igual a 0.1 tanto para aceleração quanto para frenagem (*s* igual a – 0.1), após esse valor o pneu tende a escorregar segundo um valor de μ_x menor e constante.

A Tabela 2 ilustra valores médios de coeficientes longitudinais de atrito para pneu 215/65R15 para veículos de passeio.

_			
_	Road surface	Peak value, μ_{dp}	Sliding value, μ_{ds}
	Asphalt, dry	0.8 - 0.9	0.75
	Concrete, dry	0.8 - 0.9	0.76
	Asphalt, wet	0.5 - 0.7	0.45 - 0.6
	Concrete, wet	0.8	0.7
	Gravel	0.6	0.55
	Snow, packed	0.2	0.15
	Ice	0.1	0.07

Tabela 2 - Valores médios do coeficiente longitudinal de atrito [5]

5.4. Força lateral

O estudo da força lateral do pneu é de extrema importância para o presente trabalho, pois estabelece diversos parâmetros e explicações para o comportamento em curvas do principal objeto de estudo, um veículo dotado de um sistema de esterçamento nas quatro rodas (4WS).

Um pneu sob força vertical Fz e lateral Fy apresenta um desvio entre o caminho e a área de contato com o solo por um ângulo α chamado ângulo de escorregamento e proporcional a força lateral Fy.

$$Fy = -C_{\alpha} \cdot \alpha$$
 (29)

Onde C_{α} é a rigidez lateral do pneu.

Seguindo o esquema da Figura 18, a força lateral Fy encontra-se a uma distância *e* anterior ao centro da área de contato do pneu com o solo, fazendo com que surja um momento autoalinhante definido como Mz

$$Mz = Fy.e (30)$$

Para valores pequenos de α , esse torque tende a girar o pneu em torno do eixo z em direção ao vetor velocidade, tendendo a diminuir do valor de α .

6. 4WS ATIVA E PASSIVA

Segundo [5], há diferenças que devem ser consideradas com relação ao comportamento dinâmico de um veículo que possua esterçamento nas quatro rodas de acordo com o modo ao qual foi projetado.

O 4WS negativo tem uma aplicação recomendada para situações de baixa velocidade pela sua geometria que oferece um menor raio de curva, porém por esse mesmo motivo não é recomendado para altas velocidades por possuir um ganho no ângulo de guinada elevado, comprometendo a segurança.

No caso da geometria 4WS positiva, a recomendação é para aplicações em alta velocidade pelo aumento do raio de curva e elevação da força lateral.

Devido às restrições dos dois modos, é necessária a introdução de um sistema de direção das rodas traseiras ativas ou inteligente, capaz de controlar o modo (positivo ou negativo) de acordo com a situação pela qual o veículo está submetido.

Há também a possibilidade de se introduzir um controle passivo. Nesse caso, existe uma constante de proporcionalidade entre os ângulos de esterçamento dianteiro e traseiro para correção de uma possível tendência não desejada do veículo.

7. CONTROLE DE ESTABILIDADE ELETRÔNICO

Atualmente, muitas fabricantes de veículos vêm desenvolvendo sistemas eletrônicos de controle de estabilidade a fim de se prevenir que os veículos rodem ou escorreguem para fora da trajetória desejada. [7]

A Figura 24 mostra um esquema de como o controle de estabilidade pode responder em situações limites de aderência e ângulo de escorregamento.

A curva mais abaixo na figura ilustra a situação de um veículo realizando uma curva segundo as solicitações do motorista com pista seca e elevado coeficiente de atrito pneu/solo. Esse alto coeficiente de atrito permite altos valores de aceleração lateral necessários para atender as expectativas do motorista quanto à trajetória.

No entanto, se a pista não oferecer uma condição de alta aderência ou a velocidade do veículo for muito elevada, o veículo seguirá uma trajetória com um raio de curva maior, segundo a curva superior da figura.

A função do controle de estabilidade é promover um maior ganho em guinada a fim de aproximar à trajetória do veículo as expectativas do motorista, seguindo a curva intermediária, caso não seja possível permanecer no caminho desejado.



Figura 24 - Funcionamento esquemático do controle de estabilidade [7]

A principal motivação para desenvolver sistemas de controle desse tipo é a diferença do comportamento do veículo em situações de limite de aderência e, portanto, a dificuldade com que os motoristas lidam com isso.

7.1. Sistemas Steer-by-Wire

Os sistemas de controle desse tipo utilizam como parâmetros de entrada o ângulo de esterçamento das rodas dianteiras determinado pelo motorista e uma série de dados aquisitados por sensores tais como velocidade angular da roda, aceleração lateral, *yaw rate* e ângulo de esterçamento.

Esse conjunto de dados é disponibilizado para que o sistema de controle modifique o comando de direção do motorista com o objetivo de prevenir derrapagens sem alteração significativa na trajetória desejada pelo motorista.

A Figura 25 mostra a estrutura de controle simplificada de sistemas do tipo Steer-by-Wire.



Figura 25 - Estrutura do sistema de controle de estabilidade steer-by-wire [7]

7.1.1. Escolha da saída para desacoplamento

Seguindo o modelo proposto por [7], o motorista possui duas tarefas no sistema de controle, uma primária que seria de "seguidor da trajetória" e a secundária é a de "atenuador de perturbações".

Basicamente, a tarefa primária está relacionada à aceleração lateral do veículo que altera a todo o instante o vetor velocidade do veículo na trajetória desejada. Já a tarefa secundária está intimamente relacionada com a inércia rotacional do veículo

Pela dificuldade em perceber os torques de perturbação o sistema de controle é projetado para atenuá-los, porém sem alterar a tarefa primária de "seguidor de trajetória" do motorista, ou seja, no sistema de controle o *yaw rate* $\dot{\psi}$ deve ser não-observável com relação à aceleração lateral a_{yP} .

Iniciando o equacionamento do sistema, a aceleração lateral em um ponto P qualquer do veículo é dada por

$$a_{yP} = a_{y_cg} + l_P \ddot{\psi} \quad (31)$$

Onde $a_{y_{2}cg}$ é a aceleração lateral do centro de massa e l_{p} é distância do ponto P ao centro de massa.

Como

$$a_{y_{-}cg} = \frac{F_{yf} + F_{yr}}{m}$$
 (32) e $\ddot{\psi} = \frac{1}{I_z} (l_f F_{yf} - l_r F_{yr})$ (33)

Substituindo as equações 32 e 33 na 31 a aceleração lateral é dado por

$$a_{yP} = F_{yf} \left(\frac{1}{m} + \frac{l_P l_f}{I_z}\right) + F_{yr} \left(\frac{1}{m} + \frac{l_P l_r}{I_z}\right) (34)$$

Escolhendo-se a posição da saída como sendo

$$l_P = \frac{I_z}{ml_r} (35)$$

E substituindo na equação 34 obtém-se

$$a_{yP} = \frac{L}{ml_r} F_{yf} (36)$$

7.1.2. Projeto de controle

Definindo o ângulo de esterçamento total como

$$\delta = \delta_{driver} + \delta_{sbw} \ (37)$$

Onde δ_{driver} é o ângulo de esterçamento imposto pelo motorista e δ_{sbw} é o ângulo de esterçamento imposto pelo sistema de controle.

Como a força lateral nas rodas dianteiras depende do ângulo de escorregamento obtém-se

$$a_{yP}(\alpha_f) = \frac{L}{ml_r} F_{yf}(\alpha_f)$$
(38)

Definindo o ângulo da velocidade do veículo como sendo θ_{vf} então

$$\alpha_f = \delta_{driver} + \delta_{sbw} - \theta_{vf} \quad (39)$$

Pela dificuldade de se medir θ_{vf} , pode-se adotar a lei de controle como sendo $\delta_{sbw} = \theta_{vf}$. Isso assegura que o ângulo de escorregamento dependa apenas do comando do motorista, não dependendo de nenhuma outra variável de estado. A equação de estado para θ_{vf} é

$$\dot{\theta}_{vf} = -\dot{\psi} + \frac{\cos^2(\theta_{vf})}{V_x} a_{yP}(\alpha_f) + g(\dot{\psi})$$
(40)

Onde

$$g(\dot{\psi}) = \frac{\cos(\theta_{vf})}{V_x} [(l_f - l_P)\ddot{\psi}\cos(\theta_{vf}) + (l_f\dot{\psi}^2 - a_x)\sin(\theta_{vf})]$$
(41)

e a_x é a aceleração longitudinal.

Diferenciando-se a equação 39 e substituindo a equação 40, a lei de controle escolhida tem a seguinte forma

$$\dot{\delta}_{sbw} = g(\dot{\psi}) + F(\delta_{driver}) - \dot{\psi} \quad (42)$$

A dinâmica do ângulo de esterçamento fica assim

$$\dot{\alpha}_{f} = -\frac{\cos^{2}(\theta_{vf})}{V_{x}}a_{yP}(\alpha_{f}) + \dot{\delta}_{driver} + F(\delta_{driver})$$
(43)

Neste caso, $F(\delta_{driver})$ é uma função das solicitações do motorista correspondente ao δ_{driver} . A parcela $F(\delta_{driver}) - \dot{\psi}$ da equação 42 seria o termo de resposta na correção δ_{sbw} .

Para pequenos ângulos de velocidade nas rodas dianteiras

$$\dot{\alpha}_{f} = -\frac{L}{ml_{r}V_{x}}F_{yP}(\alpha_{f}) + \dot{\delta}_{driver} + F(\delta_{driver})$$
(44)

A equação 44 mostra que a dinâmica do ângulo de escorregamento as rodas dianteiras α_f e a aceleração lateral a_{yP} não dependem de ψ . No entanto, esse desacoplamento não garante a estabilidade.

Porém, utilizando-se a função de Liapunov $V = \alpha_f^2$ e o fato de que $\alpha_f F_{yf}(\alpha f) > 0$ pode-se demonstrar que se $\delta_{driver} = 0$ o subsistema α_f é estável.

8. PESQUISAS ADICIONAIS

Buscando obter mais informações sobre os estudos na área de dinâmica veicular, algumas pesquisas complementares foram realizadas. Foram encontrados estudos de simulações de sistemas completos [8] e de direção ativa [9].

8.1. Simulação de sistemas dinâmicos de alto desempenho de um sistema veicular pneu-suspensão-direção. [8]

Pela necessidade de se combinar vários modelos, a simulação de sistemas dinâmicos requer alta tecnologia. Por esse motivo, não é recomendável simular todos os sistemas em um mesmo ambiente de simulação. No entanto, é possível importar e exportar modelos na forma de subsistemas de diversas fontes e integrá-los para formar um sistema completo.

8.1.1. Conceito de modelamento

O modelamento do sistema pode ser separado em três partes descritas a seguir:

-Descrição física é definida quantidades tais como massa e dimensões.

-*Descrição matemática* é uma representação abstrata do modelo independente do sistema, como equações diferenciais.

-Descrição comportamental é resultado das simulações do modelo matemático. É preciso uma ligação com o modelo físico para uma avaliação prática.

8.1.2. Formas de descrição matemática

A representação do modelo físico obtida é transferida para a representação matemática que pode ser realizada através de modelos algébricos, equações diferenciais algébricas, equações diferenciais ordinárias e equações diferenciais discretas no tempo.

8.1.3. Importação e exportação de modelos

As ferramentas de simulação não estão desenvolvidas para exportar ou importar representações dos modelos matemáticos por diversas razões. Exportar uma representação do modelo matemático não é suportado pela maioria das ferramentas de simulação e estes muitas vezes não permitem alguma ou pouco eficiente importação de subsistemas típicos.

8.1.4. Integração do subsistema com o local de integração

O primeiro efeito indesejado que ocorre com a interação de EDOs e EDAs com o integrador central é a influência do sistema mais exigente no incremento da integração de todo o sistema.

Uma abordagem prática é separar os sistemas e integrá-los localmente, formando uma interface de diagrama de blocos em tempo discreto.

8.1.5. BRIT – Modelo físico de pneu

A sigla BRIT (*Bush and Ring Tire*) é um modelo de pneu dinâmico não linear utilizado com o modelo de suspensão apresentado nas próximas seções.

Esses modelos contém as seguintes características:

- Alta precisão nas características do pneu no steady-state.

- Simulação correta na resposta em freqüência em faixas maiores que 100 Hz no *steady-state* e também em faixas críticas tais como transposição de obstáculos, frenagem com ABS, movimentações em planos inclinados, entre outros.

- Parâmetros do modelo facilmente identificáveis.

Do aspecto de simulação da dinâmica veicular, o modelo de pneu representa uma força e um momento generalizados entre a superfície e a roda. Essa ligação é altamente não linear, pois se trata de uma estrutura elástica.

Como todo modelo, este deve conter entradas, saídas e variáveis de estado que podem ser mostrados na Figura 26.



Rigid body state variables, radial ply, cleat deflections, ...

Figura 26 - Interface e variáveis de estado do BRIT

Em [8] é discutido o modelamento dos componentes do pneu tal como a banda de rolagem como um elemento rígido elástico. Além disso, as condições nas quais é calculada a pressão de contato, a resistência ao rolamento e a definição de *adhesion/sliding state*.

8.1.6. Modelo do sistema multi-corpo da suspensão e a mecânica da direção

O curso da roda e a suspensão assim como as peças mecânicas da direção são descritos através do programa de simulação multi-corpos *Dynamic Suspension Models (DA)*.

Esse programa integra localmente as variáveis de estado através de métodos de integração simples, reduzindo o custo computacional apesar de não obter a precisão de integradores mais complexos, porém mostra-se melhor já que não há simplificações e desconhecimento de parâmetros. A vantagem da integração local é a maior flexibilidade quando se trata de ampliações e localização especifica de peças de um sistema rígido.

Na tabela 1 de [8] há a descrição de todas as peças do sistema com seus parâmetros e variáveis de estado.

8.1.7. Descrição dinâmica da direção hidráulica

Apesar dos diferentes projetos de sistemas de direção, a maioria dos sistemas de direção com assistência hidráulica pode ser explicada através da Figura 27.



Figura 27 - Cinemática e cinética dos sistemas hidráulicos e mecânicos da direção

A medida da força $\Delta \delta$ depende do momento estático do volante M_L é responsável pelo acionamento das servo-válvulas que por sua vez controlam as pressões P_L e P_R fazendo com que os esforços físicos não excedam certos limites.

A curva de ganho no momento estático é severamente não linear.

Para analisar a direção é necessário modelar os principais componentes da assistência hidráulica e da mecânica.

As pressões $P_L e P_R$ são determinadas pelos volumes $S_L e S_R e$ pelas posições $\Delta y e$ velocidade do atuador. A partir desses parâmetros inicia-se o modelamento matemático de todo o sistema hidráulico, que será desenvolvido em etapas posteriores do trabalho.

8.1.8. Estrutura completa do sistema

Os resultados mostraram que é necessário o modelamento do sistema completo e não é suficiente desenvolver os componentes individualmente, separados uns dos outros.

Tanto a não linearidade da elasticidade da suspensão quando a geração de forças do pneu e da direção exerce uma considerável influência sobre a estabilidade do sistema como um todo.

De maneira geral, a análise da resposta em freqüência ajuda a interpretar o comportamento do sistema afetado por distúrbios. A figura 9 de [8] mostra a transferência de características da altura do solo na roda esquerda para o torque no volante e a diferença entre dois tipos de pneus.

8.2. Sistemas de direção ativos baseado no controle adaptativo de referência não linear [9]

Muitas pesquisas vêm sendo feitas com o objetivo de aprimorar automóveis com direção nas quatro rodas e estudos recentes apontam para o desenvolvimento de direção em duas rodas o que requer tecnologia *steer-by-wire*. O desenvolvimento de sistemas de direção ativa tem o objetivo de aumentar o conforto e segurança dos passageiros.

Pesquisas recentes consideram a não linearidade das forças laterais dos pneus que vinham sendo negligenciadas. As não linearidades aparecem quando o ângulo de escorregamento torna-se alto e a sua anulação torna-se essencial em situações de críticas.

No artigo [8], essas não linearidades e incertezas quanto às forças laterais são tratadas por meio de técnicas de controle adaptativo não linear.

Definido com a combinação da variação do ângulo de guinada e a aceleração lateral, o Critério D* é introduzido no modelo de controle adaptativo de referência não linear.

8.2.1. Modelo do sistema de direção

Para simplificar a analise, utiliza-se o modelo de duas rodas sendo ambas alinhadas na linha central do automóvel como ilustrado na Figura 28.



Figura 28 - Modelo simplificado de direção [9]

Com base nesse modelo simplificado a representação matemática é desenvolvida.

8.2.2. Sistemas de direção ativos baseado no controle adaptativo de referência não linear

O principal objetivo do estudo é alcançar uma propriedade fixa entre o comando de esterçamento do piloto u_d e uma resposta especifica do veículo como a variação do ângulo de guinada. Essa propriedade é o modelo de referência do modelo de controle adaptativo de referência (MRAC) como mostrado na Figura 29.



Figura 29 - Sistema de controle adaptativo de modelo de referência [9]

É importante ressaltar que nesse estudo o Critério D* é uma combinação linear entre a aceleração lateral e a variação do ângulo de guinada, pois é esperado alto desempenho.

8.2.3. Resultados experimentais

Para apresentar os resultados de controle do modelo foi proposto e construído um simulador em tempo real com apresentado na Figura 30.



Figura 30 - Esquema do simulador em tempo real [9]

A partir dos resultados das simulações, concluiu-se que o sistema de controle proposto apresenta um desempenho satisfatório e capacitado para funcionar em situações críticas.

9. CONCLUSÃO E COMENTÁRIOS

Com o início dos estudos sobre o tema direção, foi possível determinar um assunto mais específico para posterior desenvolvimento.

Inicialmente, o objetivo era modelar um sistema de direção com esterçamento apenas nas rodas dianteiras, porém este se mostrou incompatível com o grau de desenvolvimento desejado ao final do trabalho.

Por esse motivo, após uma pesquisa sobre os principais estudos de direção em livros e publicações periódicas, optou-se pelo desenvolvimento e modelamento de um sistema de direção com esterçamento nas quatro rodas para um veículo de passeio.

Após o modelamento matemático do sistema 4WS observou-se que apesar de conter um maior grau de complexidade devido o esterçamento nas rodas traseiras, a geometria do modelo não apresenta grandes dificuldades para o entendimento pleno.

Talvez o grande desafio para assuntos relacionados à dinâmica veicular seria o aprofundamento para temas ligados ao comportamento do veículo no que diz respeito a interação suspensão/direção e a introdução de sistemas de controle de estabilidade.

Para os próximos trabalhos, será realizado um estudo mais amplo sobre sistemas de controle, aprofundando assim a teoria de dinâmica lateral de um veículo através de uma trajetória curva, contribuindo para o desenvolvimento do trabalho.

10. REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

[1] GILLESPIE, T. D. Fundamentals of Vehicle Dynamics, Warrendale: SAE International, 1992.

[2] MILLKEN, W. F.; MILLIKEN, D. L. **Race Car Vehicle Dynamics**. Warrendale: SAE International, 1995.

[3] SENGER, K. H.; SCHWARTZ, W. The influence of a four wheel steering system on the stability behaviour of a vehicle-driver, Vehicle System Dynamics, v.17, n.6, p. 388 - 402, 1988.

[4] KREUTZ, MARLENE, HORN, MARTIN AND ZEHETNER, JOSEF, Improving vehicle dynamics by active rear wheel steering systems, Vehicle System Dynamics, v. 47, n.1, p. 1-14, 2009.

[5] JAZAR, R. N. Vehicle Dynamics – Theory and Application New York, NY: Springer, 2008.

[6] DUKKIPATI, R. V.; PANG, J. Road Vehicle Dynamics Warrendale: SAE International, 2008.

[7] RAJAMANI, R. Vehicle Dynamics and Control New York, NY: Springer 2006.

[8] AMMON, DIETER, GIPSER, MICHAEL, RAUH, JOCHEN AND WIMMER, JÜRGEN, High Performance System Dynamics Simulation of the Entire System Tire-Suspension-Steering-Vehicle, Vehicle System Dynamics, v.27, n.5, p. 435 – 455, 1997.

[9] FUKAO, TAKANORI, MIYASAKA, SHOGO, MORI, KENJI, ADACHI, NORIHIKO AND OSUKA, KOICHI, Active Steering Systems Based on Model Reference Adaptive Nonlinear Control, Vehicle System Dynamics, v.42, n.5, p. 301 – 318, 2004.