

MARLON DYU FUKUDA KOGA

7208498

Relatório final do projeto integrado I

PROJETO E CONSTRUÇÃO DE UM QUADRICÓPTERO

São Paulo

2013

MARLON DYU FUKUDA KOGA

PROJETO E CONSTRUÇÃO DE UM QUADRICÓPTERO

Relatório final do trabalho da disciplina de projeto integrado I do curso de engenharia mecânica da Escola Politécnica da Universidade de São Paulo.

Área de concentração:

Engenharia Mecânica

Orientador:

Prof. Dr. **Roberto Spinola Barbosa**

São Paulo

2013

SUMARIO

1. RESUMO DO PROJETO	4
2. DESCRIÇÃO DAS ETAPAS A SEREM DESENVOLVIDAS	5
3. MODELAGEM DO QUADRICÓPTERO	7
3.1. Modelo Físico.....	8
3.2. Modelo Matemático.....	9
3.2.1. Dinâmica de translação	10
3.2.2. Dinâmica de rotação.....	11
3.2.3 Atuação dos motores.....	13
3.2.4 Dinâmica completa	14
3.2.5 Linearização das equações	15
4. CONSTRUÇÃO DO PROTÓTIPO	17
5. ESTUDO DOS PARÂMETROS	18
6. MALHA DE CONTROLE	19
7. CONCLUSÃO	22
8. REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS.....	23
9. APÊNDICES	24
9.1. Apêndice A- Cronograma de atividades.....	24
9.2. Apêndice B- Códigos para simulação	25

1. RESUMO DO PROJETO

Cada vez mais, os Veículos Aéreos Não Tripulados (VANTs) têm atraído a atenção de diversos setores econômicos. Os VANTs vêm ganhando espaço, sobretudo, no setor militar, onde suas aplicações envolvem o monitoramento e o combate em zonas críticas. Porém, estes também encontram muitas outras aplicações civis e comerciais, tal como a inspeção de estruturas, abastecimento aéreo de aeronaves, coordenação no combate a incêndios, agricultura de precisão, entre outras.

Os quadricópteros não tripulados, em especial, se sobressaem por sua alta versatilidade e simplicidade construtiva em relação aos demais tipos de VANTs. A grande agilidade e liberdade de movimentação, juntamente com sua capacidade de decolagem e pouso vertical, são características que tornam um quadricóptero a aeronave mais adequada para o acesso a locais de difícil acesso, abertos ou fechados.

Este trabalho objetiva construir o protótipo de um quadricóptero seguidor de trajetória. Para tanto, pretende-se aplicar conhecimentos pertinentes logrados no curso de graduação para efetuar o projeto e construção do quadricóptero, de posse de elementos da parte eletrônica digital já disponível, realizar simulações computacionais e testes experimentais para estimar os parâmetros do modelo e, por meio destas informações, tratar a malha de estabilização e a de pilotagem do protótipo.

2. DESCRIÇÃO DAS ETAPAS A SEREM DESENVOLVIDAS

As etapas a serem desenvolvidas para alcançar os objetivos propostos são:

- Revisão bibliográfica
- Modelagem do quadricóptero:
Obtenção do modelo físico e matemático do quadricóptero.
- Pesquisa dos componentes existentes:
Levantamento dos componentes eletrônicos relacionados disponíveis no mercado, juntamente com seu preço, tempo de entrega e suas especificações.
- Estudo dos parâmetros:
Estimação dos parâmetros do protótipo, como, por exemplo, massa e momento de inércia, assim como a análises dos polos, de controlabilidade e de observabilidade do modelo teórico.
- Aplicação dos métodos de controle:
Cálculo dos ganhos das malhas de controle de estabilidade e de seguimento de trajetória
- Relatório parcial 1
- Simulação da planta controlada
Uso de ferramentas computacionais para simular o comportamento dinâmico do sistema
- Construção do protótipo
- Relatório final 1
- Levantamento dos parâmetros do protótipo:
Determinação dos parâmetros reais do protótipo
- Ajustes na planta virtual:
Eventuais correções da planta virtual com base no conhecimento mais aprofundado das características do protótipo real
- Relatório parcial 2

- Aplicação da malha de controle para estabilidade do corpo
- Relatório final 2
- Aplicação da malha de controle para seguimento de trajetória
- Relatório parcial 3
- Ajustes finais
- Relatório final 3

3. MODELAGEM DO QUADRICÓPTERO

É evidente que para que o protótipo do quadricóptero tenha desempenhos satisfatórios se faz necessária a modelagem física do sistema e, a partir desta, a obtenção das equações diferenciais que descrevem o comportamento dinâmico do conjunto.



Figura 3.1- Exemplo construtivo de um quadricóptero

A figura 3.1 exemplifica a forma construtiva de um quadricóptero. O corpo principal do modelo se constitui de quatro braços coplanares que se conectam a uma base central ortogonalmente entre si. De modo simplificado, o quadricóptero é constituído de quatro módulos de propulsão, próximos às extremidades dos braços, e um módulo de controle, ao centro do modelo, que engloba o microcontrolador, a bateria e os sensores.

Em quadricópteros de dimensões reduzidas os módulos de propulsão são constituídos de um motor de corrente contínua sem escovas, um controle eletrônico de velocidade, em inglês, *electronic speed control* (ESC), e uma hélice. A orientação do passo da hélice varia entre os módulos de propulsão, de modo que um módulo de propulsão tem o passo invertido em relação aos módulos adjacentes.

3.1. Modelo Físico

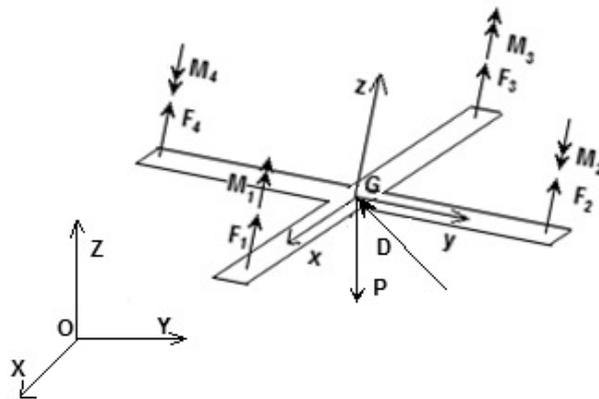


Figura 3.2- Modelo físico adotado para o quadricóptero

O modelo físico adotado para o quadricóptero é como o mostrado na figura 3.2. Ele considera as seguintes forças e momentos atuantes no sistema:

- Força peso (P);
- Força de arrasto do ar (D);
- Força de propulsão (F_i);
- Momento nos módulos de propulsão (M_i).

O modelo também adota dois sistemas de coordenadas distintos, um referencial inercial ($OXYZ$), cujos versores são $\{I J K\}$ e eixo Z tem mesma direção e sentido contrário da aceleração gravitacional, e outro acoplado ao quadricóptero ($Gxyz$), movendo-se solidário a este, com versores $\{i j k\}$, com k na direção perpendicular ao plano formado pelo quadricóptero e com i e j que coincidem com a direção de dois braços consecutivos do quadricóptero.

A força peso (P) é causada pelo campo gravitacional da terra, tem mesma direção que o eixo Z e sentido contrário deste.

A força de arrasto, por sua vez, é uma força resistente ao movimento do quadricóptero através do ar. Esta força se opõe à movimentação do modelo, tendo mesma direção que a velocidade do modelo relativa ao ar, porém, em sentido contrário.

A rotação da hélice do quadricóptero resulta na força de propulsão do modelo e no momento nos módulos de propulsão. Estas derivam das forças de arrasto e de sustentação exercidas em cada pá das hélices pelo ar.

Os diversos componentes que compõem a planta são considerados na contabilização da massa total e momento de inércia do conjunto, portanto não precisam ser representados individualmente.

3.2. Modelo Matemático

A dinâmica do corpo é descrita pelo teorema do momento angular e pelo teorema do movimento do baricentro. Adotando um referencial inercial para a aplicação do teorema do movimento do baricentro, a equação (3.1) é válida. Já para a aplicação do teorema do momento angular, a adoção de um sistema referencial móvel leva à equação (3.2), conforme [1].

$$\sum \mathbf{F} = m \cdot \mathbf{a}_G \quad (3.1)$$

$$\sum \mathbf{M}_G = \dot{\mathbf{H}}_G + \boldsymbol{\Omega} \times \mathbf{H}_G \quad (3.2)$$

Onde \mathbf{F} é uma força externa atuante no corpo, \mathbf{a}_G é a aceleração do baricentro do corpo em relação ao sistema absoluto, \mathbf{M}_G é um momento externo com relação ao baricentro, \mathbf{H}_G é o momento angular do corpo rígido observado por um sistema de referência móvel em G em translação de mesma orientação que o sistema inercial OXYZ e $\boldsymbol{\Omega}$ é a velocidade angular do corpo.

Desta formulação, é evidente a importância da capacidade de conversão dos versores dos sistemas de referência. Usando a definição de ângulos náuticos conforme [2], para descrever as rotações do sistema móvel em relação ao inercial, a transformação de coordenadas é obtida pela equação (3.3) e, no sentido inverso, pela equação (3.4).

$$\{i j k\}^T = [R] \cdot \{I J K\}^T \quad (3.3)$$

$$\{I J K\}^T = [R]^T \cdot \{i j k\}^T \quad (3.4)$$

Tal que $[R]$ é a matriz de rotação do sistema, dada por (3.5), onde Φ , θ e ψ são os ângulos de rolamento, de arfagem e de guinada, mais conhecidos como ângulos de *roll*, de *pitch* e de *yaw*.

$$[R] = [R]_{\Phi}[R]_{\theta}[R]_{\psi} = \begin{bmatrix} c\theta c\psi & c\theta s\psi & -s\theta \\ s\Phi s\theta c\psi - c\Phi s\psi & s\Phi s\theta s\psi + c\Phi c\psi & c\theta s\Phi \\ c\Phi s\theta c\psi + s\Phi s\psi & c\Phi s\theta s\psi - s\Phi c\psi & c\theta c\Phi \end{bmatrix} \quad (3.5)$$

Em adição, a velocidade angular do corpo (ω) pode ser descrita pela variação dos ângulos de Euler, $\dot{\Phi}$, $\dot{\theta}$ e $\dot{\psi}$, de acordo com [3] e [4], pelas relações (3.6) e (3.7).

$$\begin{Bmatrix} \omega_x \\ \omega_y \\ \omega_z \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -s\theta \\ 0 & c\Phi & s\Phi c\theta \\ 0 & -s\Phi & c\Phi c\theta \end{bmatrix} \cdot \begin{Bmatrix} \dot{\Phi} \\ \dot{\theta} \\ \dot{\psi} \end{Bmatrix} \quad (3.6)$$

$$\begin{Bmatrix} \dot{\Phi} \\ \dot{\theta} \\ \dot{\psi} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & s\Phi t\theta & c\Phi t\theta \\ 0 & c\Phi & -s\Phi \\ 0 & s\Phi/c\theta & c\Phi/c\theta \end{bmatrix} \cdot \begin{Bmatrix} \omega_x \\ \omega_y \\ \omega_z \end{Bmatrix} \quad (3.7)$$

3.2.1. Dinâmica de translação

Para o uso da equação (3.1), que descreve a dinâmica de translação do sistema, se faz necessário descrever todas as forças externas atuantes no sistema. Elas são, conforme apontado no modelo físico, a força peso e as forças de ação dos motores.

A força peso toma a forma:

$$P_{OXYZ} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ -m \cdot g \end{Bmatrix}_{OXYZ} \quad (3.8)$$

A força de ação dos motores é denotada por F_m e a contribuição individual de cada motor por F_1 , F_2 , F_3 e F_4 . Com relação a estas forças, tem-se a equação (3.9).

$$\{F_m\}_{OXYZ} = [R]^T \cdot \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ F_1 + F_2 + F_3 + F_4 \end{Bmatrix}_{Gxyz} \quad (3.9)$$

Deste modo, a equação (3.1) fica:

$$\begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ -m \cdot g \end{Bmatrix}_{OXYZ} + [R]^T \cdot \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ F_1 + F_2 + F_3 + F_4 \end{Bmatrix}_{Gxyz} + \mathbf{D} = m \cdot \mathbf{a}_G \quad (3.10)$$

Definindo $\mathbf{a}_G = \begin{Bmatrix} a_x \\ a_y \\ a_z \end{Bmatrix}_{Gxyz}$, a parcela da direita pode ser desenvolvida como:

$$\begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ -m \cdot g \end{Bmatrix}_{OXYZ} + [R]^T \cdot \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ F_1 + F_2 + F_3 + F_4 \end{Bmatrix}_{Gxyz} + \mathbf{D} = m \begin{Bmatrix} a_x \\ a_y \\ a_z \end{Bmatrix}_{OXYZ} \quad (3.11)$$

Definindo a aceleração do baricentro do quadricóptero $\mathbf{D} = \begin{Bmatrix} D_x \\ D_y \\ D_z \end{Bmatrix}$ e $U_1 = \sum_{i=0}^4 F_i$, a

equação (3.11) pode ser escrita nas coordenadas do referencial inercial OXYZ:

$$m \begin{Bmatrix} a_x \\ a_y \\ a_z \end{Bmatrix}_{OXYZ} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ -m \cdot g \end{Bmatrix}_{OXYZ} + [R]^T \cdot \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ U_1 \end{Bmatrix}_{Gxyz} + \begin{Bmatrix} D_x \\ D_y \\ D_z \end{Bmatrix} \quad (3.12)$$

3.2.2. Dinâmica de rotação

Tendo em vista as simetrias de um quadricóptero e a escolha do sistema móvel de referencia, pode-se provar que o momento de inércia em relação a G fica:

$$[I_G] = \begin{bmatrix} I_x & 0 & 0 \\ 0 & I_y & 0 \\ 0 & 0 & I_z \end{bmatrix} \quad (3.13)$$

Sendo $\boldsymbol{\omega} = \{\omega_x \ \omega_y \ \omega_z\}^T$ a velocidade angular do corpo, $[I_R]$ a matriz de inércia de cada rotor, $\omega_1, \omega_2, \omega_3$ e ω_4 as velocidades angulares de cada rotor (em z), a equação (3.2) pode ser reescrita como (3.14). Esta abordagem desconsidera a dinâmica individual de cada rotor, porém inclui seus efeitos na dinâmica rotacional

conjunta do sistema, de forma a descrever a dinâmica rotacional do sistema em apenas 3 graus de liberdade.

$$\begin{aligned} \sum \mathbf{M}_G = & \begin{Bmatrix} I_x \dot{\omega}_x \\ I_y \dot{\omega}_y \\ I_z \dot{\omega}_z \end{Bmatrix}_{Gxyz} - \begin{bmatrix} 0 & -\omega_z & \omega_y \\ \omega_z & 0 & -\omega_x \\ -\omega_y & \omega_x & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} I_x & 0 & 0 \\ 0 & I_y & 0 \\ 0 & 0 & I_z \end{bmatrix} \cdot \begin{Bmatrix} \omega_x \\ \omega_y \\ \omega_z \end{Bmatrix}_{Gxyz} + \\ & + [I_R] \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ -\dot{\omega}_1 + \dot{\omega}_2 - \dot{\omega}_3 + \dot{\omega}_4 \end{Bmatrix} - \begin{bmatrix} 0 & -\omega_z & \omega_y \\ \omega_z & 0 & -\omega_x \\ -\omega_y & \omega_x & 0 \end{bmatrix} [I_R] \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ -\omega_1 + \omega_2 - \omega_3 + \omega_4 \end{Bmatrix} \end{aligned} \quad (3.14)$$

Logo:

$$\sum \mathbf{M}_G = \begin{Bmatrix} I_x \dot{\omega}_x \\ I_y \dot{\omega}_y \\ I_z \dot{\omega}_z \end{Bmatrix}_{Gxyz} - \begin{Bmatrix} (I_y - I_z) \omega_y \omega_z \\ (I_z - I_x) \omega_z \omega_x \\ (I_x - I_y) \omega_x \omega_y \end{Bmatrix} + \begin{Bmatrix} \omega_y \cdot I_{Rz} \cdot (-\omega_1 + \omega_2 - \omega_3 + \omega_4) \\ -\omega_x \cdot I_{Rz} \cdot (-\omega_1 + \omega_2 - \omega_3 + \omega_4) \\ I_{Rz} (-\dot{\omega}_1 + \dot{\omega}_2 - \dot{\omega}_3 + \dot{\omega}_4) \end{Bmatrix} \quad (3.15)$$

Tal que o termo da esquerda da equação (3.15) é:

$$\sum \mathbf{M}_{G_{OXYZ}} = \begin{Bmatrix} d \cdot (F_2 - F_4) \\ d \cdot (F_3 - F_1) \\ M_1 - M_2 + M_3 - M_4 \end{Bmatrix}_{Gxyz} = \begin{Bmatrix} U_2 \\ U_3 \\ U_4 \end{Bmatrix} \quad (3.16)$$

Onde d é a distância entre o local de aplicação da força de ação de um motor ao eixo z do sistema móvel e M_1, M_2, M_3 e M_4 são os momentos gerados pelos módulos de propulsão.

Em suma, a dinâmica de rotação do quadricóptero é descrita por:

$$\begin{Bmatrix} I_x \dot{\omega}_x \\ I_y \dot{\omega}_y \\ I_z \dot{\omega}_z \end{Bmatrix}_{Gxyz} = \begin{Bmatrix} (I_y - I_z) \omega_y \omega_z \\ (I_z - I_x) \omega_z \omega_x \\ (I_x - I_y) \omega_x \omega_y \end{Bmatrix} + \begin{Bmatrix} U_2 \\ U_3 \\ U_4 \end{Bmatrix} + \begin{Bmatrix} \omega_y \cdot I_{Rz} \cdot (\omega_1 - \omega_2 + \omega_3 - \omega_4) \\ -\omega_x \cdot I_{Rz} \cdot (\omega_1 - \omega_2 + \omega_3 - \omega_4) \\ I_{Rz} (\dot{\omega}_1 - \dot{\omega}_2 + \dot{\omega}_3 - \dot{\omega}_4) \end{Bmatrix} \quad (3.17)$$

3.2.3 Atuação dos motores

Uma formulação muito recorrente para as forças e os momentos devido aos efeitos aerodinâmicos causados pela movimentação dos rotores é dada pelas equações (3.18) e (3.19), conforme [5].

$$F_i = C_t \cdot \omega_i^2 \quad (3.18)$$

$$M_i = C_d \cdot \omega_i^2 \quad (3.19)$$

Onde C_t e C_d são coeficientes de propulsão e de binário de arraste.

Desta forma, considerando que o comportamento dos motores com os rotores são semelhantes, é fácil provar que:

$$\begin{Bmatrix} U_1 \\ U_2 \\ U_3 \\ U_4 \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} C_t & C_t & C_t & C_t \\ 0 & d \cdot C_t & 0 & -d \cdot C_t \\ -d \cdot C_t & 0 & d \cdot C_t & 0 \\ C_d & -C_d & C_d & -C_d \end{bmatrix} \cdot \begin{Bmatrix} \omega_1^2 \\ \omega_2^2 \\ \omega_3^2 \\ \omega_4^2 \end{Bmatrix} \quad (3.20)$$

Lembrando que:

$$\begin{Bmatrix} U_1 \\ U_2 \\ U_3 \\ U_4 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} F_1 + F_2 + F_3 + F_4 \\ d \cdot (F_2 - F_4) \\ d \cdot (F_3 - F_1) \\ M_1 - M_2 + M_3 - M_4 \end{Bmatrix} \quad (3.21)$$

Assim:

$$\begin{Bmatrix} \omega_1^2 \\ \omega_2^2 \\ \omega_3^2 \\ \omega_4^2 \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} 1/(4C_t) & 0 & -1/(2 \cdot d \cdot C_d) & -1/(4C_t) \\ 1/(4C_t) & -1/(2 \cdot d \cdot C_d) & 0 & 1/(4C_t) \\ 1/(4C_t) & 0 & 1/(2 \cdot d \cdot C_d) & -1/(4C_t) \\ 1/(4C_t) & 1/(2 \cdot d \cdot C_d) & 0 & 1/(4C_t) \end{bmatrix} \cdot \begin{Bmatrix} U_1 \\ U_2 \\ U_3 \\ U_4 \end{Bmatrix} \quad (3.22)$$

3.2.4 Dinâmica completa

Conforme desenvolvido anteriormente, a dinâmica completa do quadricóptero é descrita completamente por (3.7), (3.12) e (3.17):

$$\dot{\Phi} = \omega_x + s\Phi \cdot t\theta \cdot \omega_y + c\Phi \cdot t\theta \cdot \omega_z \quad (3.7a)$$

$$\dot{\theta} = c\Phi \cdot \omega_y - s\Phi \cdot \omega_z \quad (3.7b)$$

$$\dot{\psi} = \omega_y \cdot s\Phi/c\theta + \omega_z \cdot c\Phi/c\theta \quad (3.7c)$$

$$a_{x_{oxyz}} = D_x/m + (c\Phi s\theta c\psi + s\Phi s\psi) \cdot U_1/m \quad (3.12a)$$

$$a_{y_{oxyz}} = D_y/m + (c\Phi s\theta s\psi - s\Phi c\psi) \cdot U_1/m \quad (3.12b)$$

$$a_{z_{oxyz}} = -g + (c\theta c\Phi) \cdot U_1/m + D_z/m \quad (3.12c)$$

$$\dot{\omega}_x = \frac{(I_y - I_z)\omega_y\omega_z}{I_x} + \frac{U_2}{I_x} + \omega_y \cdot I_{Rz} \cdot \frac{\omega_1 - \omega_2 + \omega_3 - \omega_4}{I_x} \quad (3.17a)$$

$$\dot{\omega}_y = \frac{(I_z - I_x)\omega_z\omega_x}{I_y} + \frac{U_3}{I_y} - \omega_x \cdot I_{Rz} \cdot \frac{\omega_1 - \omega_2 + \omega_3 - \omega_4}{I_y} \quad (3.17b)$$

$$\dot{\omega}_z = \frac{(I_x - I_y)\omega_x\omega_y}{I_z} + \frac{U_4}{I_z} + I_{Rz} \cdot \frac{\dot{\omega}_1 - \dot{\omega}_2 + \dot{\omega}_3 - \dot{\omega}_4}{I_z} \quad (3.17c)$$

Onde U_i são as variáveis de controle, que se relacionam com a rotação dos rotores (ω_i) pela equação (3.22).

3.2.5 Linearização das equações

Linearizando as equações anteriores para ângulos e velocidades angulares muito pequenas e desprezando o efeito de arrasto do ar no quadricóptero:

$$\dot{\Phi} = \omega_x \quad (3.23a)$$

$$\dot{\theta} = \omega_y \quad (3.23b)$$

$$\dot{\psi} = \omega_z \quad (3.23c)$$

$$a_x = \ddot{X} = \theta \cdot g \quad (3.24a)$$

$$a_y = \ddot{Y} = -\Phi \cdot g \quad (3.24b)$$

$$a_z = \ddot{Z} = -g + U_1/m \quad (3.24c)$$

$$\dot{\omega}_x = U_2/I_x \quad (3.25a)$$

$$\dot{\omega}_y = U_3/I_y \quad (3.25b)$$

$$\dot{\omega}_z = U_4/I_z \quad (3.25c)$$

Estas equações podem ser rearranjadas na forma de espaço de estados adotando um vetor de estados dado por $\mathbf{x} = \{X, Y, Z, \Phi, \theta, \psi, \dot{X}, \dot{Y}, \dot{Z}, \omega_x, \omega_y, \omega_z\}^T$ e o vetor de controle $\mathbf{u} = \{U_1, U_2, U_3, U_4\}$:

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{A} \cdot \mathbf{x} + \mathbf{B} \cdot \mathbf{u} \quad (3.26)$$

Onde:

- $\{X, Y, Z\}$ é o vetor de posição absoluta do corpo descrito nos versores do sistema inercial.

$$\bullet A = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & g & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -g & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\bullet B = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1/m & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1/I_x & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1/I_y & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1/I_z \end{bmatrix}$$

Com relação à observação de estados, considerando que os sensores disponíveis, os estados observados são as velocidades angulares e as acelerações lineares. Logo, pode-se escrever em espaço de estados:

$$y = C \cdot x + D \cdot u \quad (3.27)$$

Onde:

$$\bullet C = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & g & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -g & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\bullet D = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1/m & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

4. CONSTRUÇÃO DO PROTÓTIPO

Planeja-se construir um quadricóptero de dimensões reduzidas, de no máximo 350 milímetros de lado. Serão selecionados componentes que constituirão o modelo de forma a garantir que estes atendam as necessidades das malhas de controle e, ao mesmo tempo, sejam compactas e disponíveis no mercado. As escolhas serão tomadas considerando que o aspecto construtivo não deve ser o ponto crítico/fator limitante do trabalho.

Exemplos de conjunto de componentes disponíveis no mercado são:

- *Arduflyer* da *Actimer*: (Microprocessador integrado com os sensores necessários. Já em posse)
- *FlameWheel 450 frame* (Estrutura para fixação dos componentes, corpo do quadricóptero)
- Motor - 2212 920kv (Motor elétrico)
- ESC 30A OPTO (Controle eletrônico de velocidade)
- GWS 1060 10x6 3-blade propeller (Hélice)
- Bateria Li-Po 4s (Bateria)

Estima-se que o custo total do projeto será de menos de 2000 reais.

5. ESTUDO DOS PARÂMETROS

Neste capítulo foram estimadas as constantes a serem utilizadas na simulação, como massa e momento de inércia do conjunto. Foram utilizados como parâmetro os componentes indicados anteriormente em sua configuração ideal.

Os cálculos dos parâmetros foram realizados pela aproximação dos itens por barras homogêneas de mesmo peso e de mesmo comprimento ou pela aproximação de massas concentradas. Os resultados obtidos estão dados a seguir e a contribuição individual dos componentes está explícita na tabela 5.1:

$$d = 0,175 \text{ m}$$

$$m = 0,91 \text{ kg}$$

$$I_z = 0,013 \text{ kg.m}^2$$

$$I_x = I_y = 0,007 \text{ kg.m}^2$$

$$I_{Rz} = 4 \times 10^{-5} \text{ kg.m}^2$$

Tabela 5.1- Contribuição individual dos componentes

Componente	Peso (g)	Contribuição para o momento de inércia em z da planta (g.cm ²)
Estrutura	300	32000
(4x) Hélice	30 (10 cada)	9100
(4x) Motor	240 (60 cada)	73000
(4x) ESC	120 (30 cada)	9200
Microprocessador e sensores	20	Desprezível frente aos outros valores
Bateria	200	6700
TOTAL	910	130000

Além destes coeficientes, é importante também adotar valores para os coeficientes de propulsão (C_t) e de binário de arraste das hélices (C_d). Estes coeficientes foram adotados conforme os valores apontados por [6]:

$$C_t = 54,4 \times 10^{-6} \text{ N.s}^2.\text{rad}^{-2}$$

$$C_d = 1,1 \times 10^{-6} \text{ N.m.s}^2.\text{rad}^{-2}$$

6. MALHA DE CONTROLE

No capítulo 3 deste trabalho foram determinadas as equações diferenciais que regem a dinâmica do quadricóptero. É evidente que se trata de um sistema instável e se faz necessário uma malha de controle para estabilização da planta, tanto com relação a sua orientação espacial quanto para sua altitude. Deseja-se atribuir uma dinâmica estável com relação à origem do espaço de estados para os ângulos de orientação espacial e altitude do modelo.

Uma abordagem para alcançar este objetivo fica evidente com uma inspeção atenciosa das equações de dinâmica completa. Pode-se observar nas equações (3.12c), (3.17a), (3.17b) e (3.17c) que as variáveis de controle U_i ($i = 1,2,3,4$) podem ser manipuladas individualmente, salvo os efeitos giroscópicos induzidos pela rotação dos rotores, e influem diretamente nas acelerações angulares e na aceleração vertical (em Z). Esta constatação fica significativamente mais evidente nas equações linearizadas (3.24c), (3.25a), (3.25b) e (3.25c).

Assim, é possível aplicar a malha de estabilização da planta pela simples introdução de uma dinâmica restaurativa nas variáveis de controle com relação à origem da variável de estado de interesse. Em outras palavras, foi imposto que uma variável de controle, relativa a uma dada coordenada, é igual a menos a distância da desta coordenada à origem.

Desta forma, caso a coordenada em questão encontre-se distante da origem, a variável de controle irá atuar no sistema de modo a causar uma aceleração no sentido contrário a esta distância. A equação (3.28) exemplifica uma variável de controle.

$$U_2 = -K_{p\phi} \cdot \phi \quad (3.28)$$

Este exemplo de força de controle U_2 é análoga a uma força exercida por uma mola torcional, onde $K_{p\phi}$ é uma constante de ganho proporcional do ângulo de rolagem ϕ .

Entretanto, a característica conservativa inerente desta força é indesejável, por isso, implementa-se um termo adicional de dissipação, que depende da taxa de variação

da coordenada. A equação (3.29) exemplifica uma variável de controle que inclui o termo dissipativo.

$$U_2 = -K_{p\phi} \cdot \phi - K_{d\phi} \cdot \dot{\phi} \quad (3.29)$$

Onde $K_{d\phi}$ é o ganho derivativo do ângulo de rolagem ϕ .

Aplicando este conceito para todas as variáveis de controle (U_1, U_2, U_3 e U_4), a malha de estabilização da planta foi projetada.

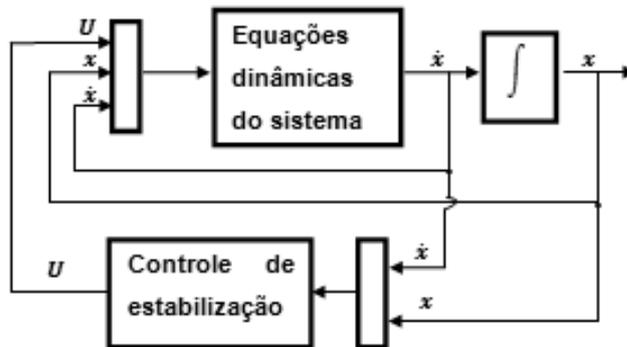


Figura 3.3- Esquema simplificado da malha de controle de estabilidade

Foram programadas rotinas para simulação do sistema dinâmico completo com a malha de controle de estabilização proposta. A estabilização feita foi para os ângulos de rolagem, arfagem e guinada, bem como para a altitude do quadricóptero. Os códigos das rotinas foram feitos para o Matlab® e estão disponíveis no apêndice B.

Estão mostradas nas figuras 3.4, 3.5 e 3.6 a resposta do sistema controlado frente a uma condição inicial diferente de zero nas coordenadas controladas, adotando-se todos os ganhos de controle arbitrados como 10.

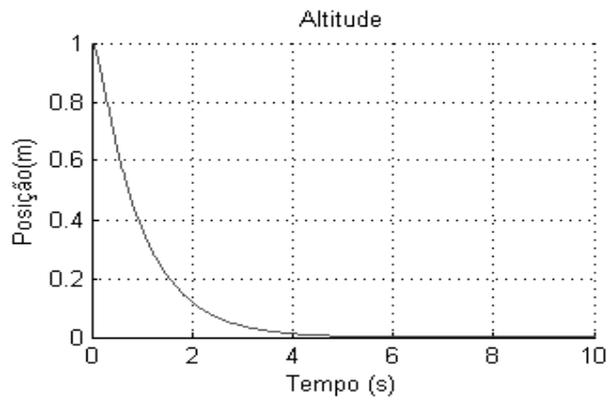


Figura 3.4- Altitude do sistema para uma condição inicial diferente de zero para o sistema com controle de estabilidade

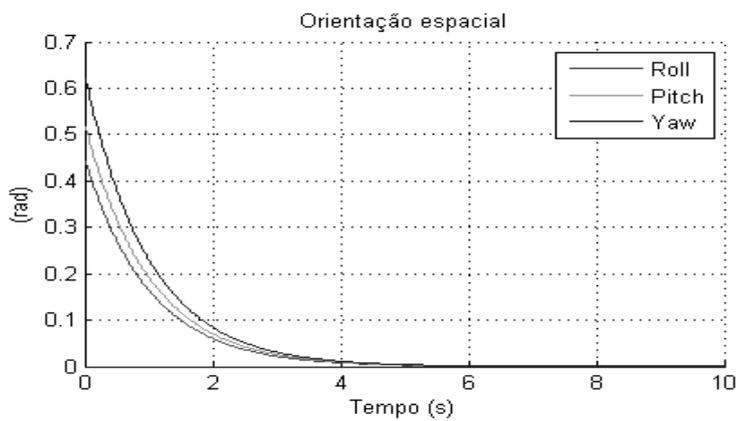


Figura 3.5- Orientação do sistema para uma condição inicial diferente de zero para o sistema com controle de estabilidade

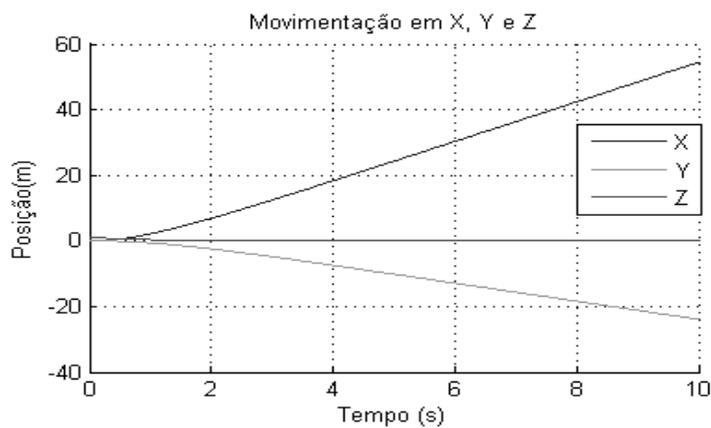


Figura 3.6- Posição do baricentro do sistema para uma condição inicial diferente de zero para o sistema com controle de estabilidade

Pode-se observar pelas figuras 3.4 e 3.5 que o controlador projetado de fato estabiliza a dinâmica da altitude e orientação espacial. É possível selecionar valores de ganhos proporcional e derivativo mais adequados para obter um desempenho de resposta melhor, porém, isto não foi feito pois esta é uma análise preliminar da malha de controle. Já a figura 3.6 revela que as coordenadas X e Y não tendem para a origem, como era esperado, e que estas apresentam velocidades residuais após a estabilização da planta que se mantém inalteradas indefinidamente.

7. CONCLUSÃO

Neste trabalho foi modelado um quadricóptero e, a partir deste modelo, foram determinadas as equações diferenciais que regem sua dinâmica.

Também, foi realizada uma pesquisa preliminar dos componentes eletrônicos e mecânicos disponíveis no mercado que podem ser utilizados para a construção de um quadricóptero de dimensões reduzidas. Em seguida, com o conhecimento das peças que possivelmente irão compor o protótipo, foram estimados os parâmetros do modelo de quadricóptero, como por exemplo massa e momento de inércia.

Em seguida, foi desenvolvida uma malha de controle de estabilização dos ângulos de rolagem, de arfagem e de guinada e da altitude do modelo, juntamente com uma rotina para a simulação desta. As simulações revelaram que a malha de controle é efetiva para estabilizar a planta, porém, ainda é preciso refinar os ganhos utilizados na retroalimentação do sistema para alcançar um desempenho satisfatório.

8. REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- [1] BEER, F. P., et al. **Mecânica vetorial para engenheiros v.2**; Tradução Mário Alberto Tenan; Rvisão técnica Giorgio E. O.. Makron, McGraw-Hill. São Paulo, cap. 18, 1991.
- [2]DIEBEL, J., **Representing Attitude: Euler Angles, Unit Quaternions, and Rotation Vectors**. Stanford University. Stanford, October 2006.
- [3]BENINCASA, F., et al. **Desenvolvimento de um quadricóptero autônomo com controle dinâmico de estabilidade**. Trabalho de conclusão de curso de engenharia mecatrônica da Escola Politécnica da Universidade de São Paulo. São Paulo, novembro de 2011.
- [4]JIINEC, T., **Stabilization and Control of Unmanned quadcopter**. Tese de mestrado do departamento de ciência da computação, elétrica e engenharia espacial da Luleå University of Technology. Praga, 2011
- [5] Bouabdallah, S., et al. **Design and Control of an Indoor Micro Quadrotor**. 2009.
- [6] Silva, H. R. D., **Controlo de Formações de Veículos Aéreos não Tripulados**. Tese (Mestrado), Universidade Técnica de Lisboa. Portugal, 2012.