

Mauricio Becerra Vargas

***CONTROLE DE UMA PLATAFORMA DE MOVIMENTO
DE UM SIMULADOR DE VÔO***

Tese apresentada à Escola de Engenharia de São Carlos, da Universidade de São Paulo, como parte dos requisitos para obtenção do título de Doutor em Engenharia Mecânica. Área de concentração: Aeronaves.

Orientador: Prof. Tit. Eduardo Morgado Belo

São Carlos

- Outubro/2009 -

“À minha família, com Amor e Gratidão.”

Agradecimentos

Ao Prof. Dr. Eduardo Morgado Belo pela orientação, amizade e confiança depositada na realização deste trabalho durante estes anos.

A todos meus amigos de laboratório: Edson, Luciane, Daniela, Paulo, Elizangela, Naga, Andreia e Hernan pela sua amizade.

A nossos funcionários Claudio, Gisele e Carlinhos pela sua colaboração e amizade.

A todos os professores que de certa forma contribuíram na realização desta pesquisa.

À Fundação de Amparo à Pesquisa do Estado de São Paulo (FAPESP) pelo suporte financeiro.

E a todos que direta ou indiretamente contribuíram na realização deste trabalho.

Sumário

Resumo	xi
Abstract	xiii
Lista de Figuras	xv
Lista de Tabelas	xix
Lista de Símbolos	xxi
1 Introdução	1
1.1 Motivação	1
1.2 Revisão Bibliográfica	2
1.2.1 Controle de Posição	3
1.2.2 Controle de Força	9
1.2.3 Controle Não Convencional de Posição	10
1.2.4 Trabalhos realizados na Universidade de São Paulo-USP	11
1.2.5 Simuladores de Movimento	12
1.3 Objetivos e contribuição do trabalho	15
1.4 Estrutura do Texto	16

2 Aspectos Gerais sobre Simuladores de Vôo	19
2.1 Introdução	19
2.2 Importância dos Simuladores de Vôo	19
2.3 Classificação dos Simuladores de Vôo	20
2.3.1 Simuladores de Engenharia (Projeto do Veículo)	20
2.3.2 Simuladores de Pesquisa (Projeto de Simulação)	21
2.3.3 Simuladores de Treinamento	21
2.3.4 Simuladores de Entretenimento	22
2.4 Componentes e Funcionamento de um Simulador de Vôo	22
2.5 Percepção de Movimentos	23
2.5.1 O Sistema Visual	24
2.5.2 O Sistema Vestibular	25
Canais Semicirculares	25
Órgãos Otólitos	26
2.6 Simulação de Movimento	26
2.7 Algoritmo de Sensação de Movimento - Filtro <i>Wash-Out</i>	27
2.7.1 Tipos de Filtros <i>Wash-Out</i>	29
2.8 O simulador de vôo da Universidade de Toronto - UTIAS	30
3 Descrição do Mecanismo de Movimento	33
3.1 Introdução	33
3.2 Plataforma de Stewart	34
3.3 Dinâmica da Plataforma de Stewart	35

3.3.1	Matriz de Rotação \mathfrak{R}	35
3.3.2	Análise Cinemática de um Atuador	37
	<i>Análise de Posição</i>	37
	<i>Análise de Velocidade</i>	38
	<i>Análise de Aceleração</i>	39
3.3.3	Análise Dinâmica de um Atuador	44
3.3.4	Análise Cinemática e Dinâmica da Plataforma	47
3.3.5	Equações Dinâmicas em Coordenadas Cartesianas	48
3.3.6	Equações Dinâmicas em Coordenadas das Juntas	52
3.4	Sistema de Acionamento Eletromecânico	53
3.4.1	Atuador Electromecânico	54
3.4.2	Modelagem do Atuador Electromecânico	55
3.5	Modelo dinâmico em coordenadas cartesianas considerando a dinâmica do atuador	56
3.6	Cinemática inversa e cinemática direta	58
3.7	Espaço de trabalho da base de movimento	59
3.8	Singularidades da matriz jacobiana	62
4	Modelo Dinâmico da Aeronave	67
4.1	Introdução	67
4.2	Modelo Dinâmico	67
4.3	Aceleração linear e velocidade angular sentidas pelo piloto	73
5	Algoritmo de movimento - Washout Filter	75

5.1	Introdução	75
5.2	Conceito de força específica	76
5.3	Sistemas de Referência do Algoritmo de Movimento	76
5.4	Algoritmo de movimento clássico - <i>washout filter</i>	79
5.4.1	Canal de Translação	80
5.4.2	Canal de Coordenação de Inclinação	81
5.4.3	Canal de Rotação	84
6	Sistema de Controle do Mecanismo de Movimento	85
6.1	Introdução	85
6.2	Estratégias de Controle	87
6.2.1	Controle baseado na dinâmica inversa	89
6.2.2	Compensação imperfeita do controle baseado na dinâmica inversa	91
6.2.3	Projeto da malha externa baseado na teoria de Lyapunov	93
6.2.4	Projeto da malha externa baseado na teoria de controle H_∞	95
	Seleção das funções de ponderação	97
6.2.5	Característica das matrizes da equação dinâmica da plataforma	98
6.3	Avaliação do Sistema de Movimento	99
6.3.1	Função Descritiva	99
6.3.2	Limiar dinâmico - <i>Dynamic Threshold</i>	102
6.3.3	Histerese	103
6.3.4	Nível de Ruído	103
6.3.5	Manobras	104

7	Resultados	109
7.1	Introdução	109
7.2	Limiar dinâmico	110
7.3	Função descritiva	112
7.4	Manobras	118
8	Considerações Finais	127
8.1	Conclusões	127
8.2	Sugestões para trabalhos futuros	129
	Bibliografia	131
A	Fundamentos Matemáticos	137
A.1	Função Transferência	137
A.2	Controlabilidade e observabilidade	138
A.3	Transformação Linear Fracional LFT	139
A.4	Algoritmo H_∞	140
B	Especificações da plataforma de movimento	143
B.1	Parâmetros Geométricos	143
B.2	Propriedades de massa	144
C	Especificações do atuador electromecânico	147

Resumo

BECERRA-VARGAS, M. *Controle de uma plataforma de movimento de um simulador de vôo*. Tese (Doutorado) — Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos, 2009.

Este trabalho apresenta o desenvolvimento e as análises de técnicas de controle aplicadas a uma base de movimento de um simulador de vôo. Nos primeiros capítulos são abordados aspectos relacionados com a simulação de movimentos. Uma breve descrição da dinâmica da aeronave e o desenvolvimento do algoritmo de movimento (*washout filter*), são apresentados. O modelo dinâmico da base de movimento é desenvolvido baseado num manipulador paralelo de seis graus de liberdade chamado de Plataforma de Stewart acionado eletricamente. As equações de movimento do atuador eletromecânico são incluídas no modelo dinâmico da plataforma.

O controle baseado na dinâmica inversa é uma alternativa para abordar o controle de sistema mecânicos não lineares como a plataforma de Stewart. Porém, essa técnica considera o conhecimento exato do modelo dinâmico do sistema, portanto, a dinâmica não modelada, as incertezas paramétricas e as perturbações externas podem degradar o desempenho do controlador. Além disso, o custo computacional pago pelo cálculo do modelo dinâmico realizado *online* é muito alto.

Nesse contexto, duas estratégias de controle foram aplicadas na malha externa da estrutura de controle baseada na dinâmica inversa para o controle de aceleração na presença de incertezas paramétricas e da dinâmica não modelada, os quais foram introduzidas intencionalmente no processo de aproximar o modelo dinâmico com o objetivo de simplificar a implementação do controle baseado na dinâmica inversa. Na primeira estratégia, o termo robusto de controle foi projetado, provando a estabilidade do sistema linearizado por meio da teoria de estabilidade de Lyapunov. Este controle apresenta o fenômeno conhecido como *chattering* e então foi adotada uma função de saturação para substituir a lei de controle. Na segunda estratégia, o termo robusto de controle foi projetado considerando um problema de rejeição de distúrbio via controle H_∞ , onde o controlador considera as incertezas como distúrbios afetando o sistema linearizado resultante da aplicação do controle baseado na dinâmica inversa.

Finalmente, três tipos de testes foram realizados para avaliar o sistema de controle: função descritiva, limiar dinâmico e algumas manobras da aeronave calculadas a partir do modelo dinâmico e transformadas através do algoritmo de movimento. As duas estratégias de controle foram comparadas.

Palavras - chave: controle baseado na dinâmica inversa, controle H_∞ , teoria de estabilidade de Lyapunov, algoritmo de sensação de movimento, simulador de vôo, plataforma de Stewart.

Abstract

BECERRA-VARGAS, M. *Control of a flight simulator motion base*. Thesis (Doctor) — School of Engineering of São Carlos, University of São Paulo, São Carlos, SP, Brazil, 2009.

This work presents the development and analysis of control techniques applied to a flight simulator motion base. The first chapters deal with subjects related to motion simulation. A brief description of the aircraft dynamic model and the development of the motion algorithm (washout filter) are presented. The motion base dynamics is derived based on a six degree of freedom parallel manipulator driven by electromechanical actuators. The six degree of freedom parallel manipulator is called Stewart platform. The motion equations of the electromechanical actuators are included in the motion base dynamics.

Inverse dynamics control is an approach to nonlinear control design, nonetheless, this technique is based on the assumption of exact cancellation of nonlinear terms, therefore, parametric uncertainty, unmodeled dynamics and external disturbances may deteriorate the controller performance. In addition, a high computational burden is paid by computing on-line the complete dynamic model of the motion-base. Robustness can be regained by applying robust control techniques in the outer loop control structure.

In this context, two control strategies were applied in the outer loop of the inverse dynamics control structure linearized system for robust acceleration tracking in the presence of parametric uncertainty and unmodeled dynamic, which are intentionally introduced in the process of approximating the dynamic model in order to simplify the implementation of this approach, the inverse dynamic control.

Both control strategies consist of introducing an additional term to the inverse dynamics controller which provides robustness to the control system. In the first strategy, the robust control term was designed proving the stability of the linearized system in the presence of uncertainties, using the Lyapunov stability theory. This control term presents a phenomenon known as chattering. Therefore, a saturation function was adopted to replace the control law. In the second strategy, the robust term was designed for a disturbance rejection problem via H_∞ control, where the controller considers the uncertainties as disturbances affecting the linearized system resulting from the application of the inverse dynamic control.

Finally, describing function, dynamic threshold and some maneuvers computed from the washout filter were used to evaluate the performance of the controllers. Both approaches were compared.

Keywords: inverse dynamic control, H_∞ control, Lyapunov stability, washout filter, flight simulator, Stewart platform.

Lista de Figuras

2.1	Estrutura geral de um simulador de vôo (ADVANI, 1998)	23
2.2	Sistema Vestibular (SENSORY..., 2009)	25
2.3	Estrutura do Sistema de Movimento	27
2.4	Filtro <i>Wash-out</i>	28
2.5	Filtro <i>Wash-out</i> de Controle Ótimo	29
2.6	Simulador de vôo do UTIAS (REID <i>et al.</i> , 2005)	31
2.7	Sistema de controle do simulador de vôo do UTIAS (GRANT, 1986)	31
3.1	Plataforma de Stewart - UPS	34
3.2	Sistemas de coordenadas da plataforma de Stewart	35
3.3	Ângulos de Euler	36
3.4	Diagrama vetorial para um atuador da plataforma de Stewart	37
3.5	Sistemas de coordenadas do atuador	42
3.6	Definição dos eixos na junta universal do atuador	43
3.7	Diagrama de forças e momentos no atuador	45
3.8	Diagrama de forças e momentos na plataforma de Stewart	48
3.9	Atuador eletromecânico (PARKER, 2006)	55
3.10	Servo-Atuador	55

3.11	Modelo do atuador eletromecânico	56
3.12	Seções transversais dos espaços de trabalho a partir da posição neutra	60
3.13	Restrições de acelerações da plataforma de movimento em função da frequência	63
3.14	Destreza da plataforma de movimento	65
4.1	Sistemas de coordenadas de referência da aeronave	68
4.2	Eixos de Estabilidade e Eixos de Vento	71
4.3	Sistema de coordenadas na cabeça do piloto	74
5.1	Sistemas de coordenadas do algoritmo de movimento	77
5.2	Algoritmo de movimento - <i>washout filter</i>	79
5.3	Resposta no canal de translação X a uma entrada degrau de aceleração, sem coordenação de inclinação	81
5.4	Componentes da aceleração devido à gravidade em uma inclinação coordenada	82
5.5	Resposta no canal de translação X a uma entrada degrau de aceleração, incluindo a coordenação de inclinação	83
6.1	Controle em espaço das juntas	88
6.2	Controle em espaço cartesiano	88
6.3	Controle baseado na dinâmica inversa	89
6.4	Compensação imperfeita - controle baseado na dinâmica inversa	92
6.5	Estrutura padrão para análise do controlador H_∞	95
6.6	Identificação do sistema não linear	100
6.7	Entrada degrau para o <i>dynamic threshold</i>	103
6.8	Componentes da força específica da aeronave na origem do sistema $\{\mathbf{P}_a\}$	106
6.9	Componentes da velocidade angular da aeronave	106

6.10	Componentes da aceleração linear após filtro <i>washout</i> no centróide da plataforma móvel (origem do sistema $\{\mathbf{P}_s\}$)	107
6.11	Variação dos ângulos de Euler após filtro <i>washout</i> do simulador de vôo (sistema $\{\mathbf{P}_s\}$)	107
6.12	Deslocamento linear desejado - após filtro <i>washout</i> no centróide da plataforma (origem do sistema $\{\mathbf{P}_s\}$)	108
6.13	Ângulos de Euler desejados - após filtro <i>washout</i> do simulador de vôo (sistema $\{\mathbf{P}_s\}$)	108
7.1	Limiar dinâmico - Lyapunov	111
7.2	Limiar dinâmico - H_∞	112
7.3	Função descritiva - coordenadas de translação - Lyapunov	113
7.4	Função descritiva - coordenadas de orientação - Lyapunov	113
7.5	Função descritiva - coordenadas de translação - H_∞	114
7.6	Função descritiva - coordenadas de orientação - H_∞	114
7.7	Funções <i>Crosstalks</i> - Lyapunov	116
7.8	Funções <i>Crosstalks</i> - H_∞	117
7.9	Erros de acompanhamento de aceleração linear - Lyapunov	120
7.10	Erros de acompanhamento de aceleração linear - H_∞	120
7.11	Erros de acompanhamento de velocidade angular (ângulos de Euler) - Lyapunov	121
7.12	Erros de acompanhamento de velocidade angular (ângulos de Euler) - H_∞ . . .	121
7.13	Respostas a manobras (amplificação) - H_∞	122
7.14	Torque, força e velocidade angular dos atuadores eletromecânicos - Manobra de decolagem	123

7.15 Torque, força e velocidade angular dos atuadores eletromecânicos - Manobra de oscilação em arfagem	124
7.16 Torque, força e velocidade angular dos atuadores eletromecânicos - Manobra de oscilação em rolagem	125
A.1 Transformações Lineares Fracionais	140
B.1 Distribuição das juntas	144
C.1 Curva de potência do motor elétrico (PARKER, 2006)	149
C.2 Atuador eletromecânico	150

Lista de Tabelas

3.1	Limites do espaço de trabalho	61
3.2	Limites de velocidade e aceleração	62
6.1	Entradas de aceleração senoidal para os graus de liberdade de translação	102
6.2	Entrada de velocidade senoidal para os graus de liberdade de orientação	102
B.1	Parâmetros geométricos	143
C.1	Parâmetros do motor e do atuador	147
C.2	Desempenho do atuador	147

Lista de Símbolos

Modelagem Dinâmica

\mathfrak{R}	Matriz de Rotação.
$\{\mathbf{B}\}$	Sistema de coordenadas de referência, representado por \mathbf{X}_B , \mathbf{Y}_B e \mathbf{Z}_B .
ϕ, θ, ψ	Ângulos de Euler.
\mathbf{b}	Posição da junta na plataforma base em relação ao sistema inercial $\{\mathbf{B}\}$.
\mathbf{p}	Posição da junta na plataforma móvel em relação ao sistema móvel $\{\mathbf{P}\}$.
\mathbf{q}_p	$\mathfrak{R}\mathbf{p}$.
$\tilde{\mathbf{q}}_p$	Matriz assimétrica associada ao vetor \mathbf{q}_p .
\mathbf{S}	Vetor comprimento do atuador.
L	Comprimento do atuador.
ω	Velocidade angular da plataforma móvel em relação ao sistema inercial $\{\mathbf{B}\}$.
α	Aceleração angular da plataforma em relação ao sistema inercial $\{\mathbf{B}\}$.
\mathbf{t}	Posição do centroide da plataforma móvel em relação ao sistema inercial $\{\mathbf{B}\}$.
\mathbf{W}	Velocidade angular do atuador em relação ao sistema inercial $\{\mathbf{B}\}$.
\mathbf{A}	Aceleração angular do atuador em relação ao sistema inercial $\{\mathbf{B}\}$.
$\hat{\mathbf{x}}$	Vetor unitário.
$\mathbf{a}_d, \mathbf{a}_u$	Aceleração do centro de gravidade do cilindro e haste do atuador no sistema inercial $\{\mathbf{E}\}$.
$\mathbf{I}_d, \mathbf{I}_u$	Matriz de inércia do cilindro e da haste do atuador no sistema inercial $\{\mathbf{E}\}$.
C_u	Coefficiente viscoso de atrito na junta universal.
C_s	Coefficiente viscoso de atrito na junta esférica.

C_p	Coeficiente viscoso de atrito na junta prismática.
\mathbf{R}	Posição do centro de gravidade da plataforma (incluindo a carga) no sistema inercial $\{\mathbf{B}\}$.
\mathbf{I}	Matriz de inércia da plataforma no sistema inercial $\{\mathbf{B}\}$.
M	Massa da plataforma (incluindo a carga).
\mathbf{q}	coordenadas cartesianas (posição e orientação) da plataforma.
$\mathbf{J}_{l,\omega}$	Matriz Jacobiana.
θ_m	Ângulo de rotação do eixo do rotor do motor elétrico do atuador.
τ_m, τ_l	Torque de motor e torque de carga do motor elétrico do atuador.
i_a	Corrente na bobina do motor elétrico do atuador.
$\omega_a (\alpha_a)$	velocidade (aceleração) angular da aeronave no sistema do corpo $\{\mathbf{A}\}$.
\mathbf{a}_{CG}	Aceleração linear da aeronave no centro de gravidade no sistema do corpo $\{\mathbf{A}\}$.
\mathbf{a}_p	Aceleração linear da aeronave na posição da cabeça do piloto no sistema do corpo $\{\mathbf{A}\}$.
\mathbf{g}	Vector da gravidade em relação ao sistema de referência inercial $\{\mathbf{B}\}$ ou $\{\mathbf{I}\}$.
\mathbf{g}_c	Vector da gravidade em relação ao sistema do corpo $\{\mathbf{A}\}$.

Sistema de Controle

\mathbf{q}_d	Coordenadas cartesianas desejadas.
$\tilde{\mathbf{q}}$	Erro de seguimento em coordenadas cartesianas.
\mathbf{w}	Incertezas.
\mathbf{u}	Termo de controle robusto
\mathbf{W}	Matriz de funções de ponderação
W	Função de ponderação

Introdução

1.1 Motivação

O controle de movimento espacial é um tópico que tem recebido grande atenção nas últimas décadas em especial no que diz respeito a simuladores de vôo. Sua utilização vai desde o treinamento de futuros pilotos assim como reciclagem dos já experientes para serem testados frente a situações simuladas adversas de perigo para que caso aconteçam na realidade eles saibam como enfrentá-las.

Os simuladores de vôo também são muito usados para pesquisas de novos aviões a serem lançados no que diz respeito aos diversos aspectos da dinâmica do vôo, tais como estudo de estabilidade, manobrabilidade, pilotos automáticos, etc.

Outro campo de pesquisas importante é a interação homem-máquina, onde por exemplo, se pesquisa o comportamento do piloto enquanto ser humano, com suas ações e reações a estímulos tanto visuais como vestibulares, reações e respostas neuro-musculares de modo a obterem-se modelos matemáticos de seu comportamento dinâmico que futuramente serão incorporados no modelo de dinâmica de vôo (o humano dentro da malha de controle) para se saber qual o resultado dinâmico em termos de estabilidade e segurança de vôo.

Atualmente várias configurações de sistemas e mecanismos para controle de movimento com vários graus de liberdade estão sendo estudadas conforme observa-se pelos diversos trabalhos publicados, sobressaindo o mecanismo paralelo de cadeia fechada chamado de plataforma

de Stewart.

Recentemente, no *Campus* da USP em São Carlos, têm sido realizados alguns trabalhos que resultaram em dissertações e teses com o objetivo de estudar esquemas de controle aplicados à plataforma de Stewart.

Com base no que foi apresentado até aqui, é muito importante para o Grupo de Engenharia Aeronáutica da Escola de Engenharia de São Carlos da USP continuar com o objetivo da implementação de um futuro simulador de vôo. Com esse simulador poderão ser desenvolvidas muitas pesquisas tanto no campo de dinâmica de vôo, de estratégias de controle, desenvolvimento de pilotos automáticos assim como em pesquisas sobre comportamento dinâmico de pilotos, psicomotricidade de pilotos de avião e outras.

Neste contexto a implementação inicial do sistema de movimento é de extrema importância. Uns dos componentes do sistema de movimento, o sistema de controle, garante que os movimentos do mecanismo sejam realizados em relação aos requisitos de desempenho, entre eles, o acompanhamento de aceleração.

1.2 Revisão Bibliográfica

O estado da arte relacionado com as técnicas de controle de movimento aplicadas à plataforma de Stewart implicitamente tem relacionado tópicos que vastamente têm sido pesquisados durante estas últimas décadas como a cinemática, espaço de trabalho, singularidades, configurações e a dinâmica da plataforma de Stewart.

Para um melhor entendimento divide-se o estudo do estado da arte sobre as técnicas de controle de movimento aplicadas à plataforma de Stewart em cinco grupos: controle de força, controle de posição, simulador de movimentos, controle não convencional e trabalhos realizados na Universidade de São Paulo-USP.

1.2.1 Controle de Posição

A partir do primeiro artigo publicado em relação à análise cinemática, configuração, singularidades e alguns meios mecânicos para o controle de um manipulador paralelo acionado por atuadores lineares escrito por Stewart em 1965 (STEWART, 1965) surgiu um vasto número de artigos em relação a esta configuração de manipulador paralelo chamado de plataforma de Stewart.

A partir desse momento uma vasta informação sobre a cinemática, projeto, espaço de trabalho, singularidades e a dinâmica da plataforma de Stewart tem sido publicada.

Um dos primeiros artigos publicados mais completos e visando uma futura implementação de controle de posição ou força foi escrito por Fichter (1986). Neste artigo estudou-se e implementou-se um manipulador paralelo baseado na plataforma de Stewart com uma configuração UPS¹ acionada por atuadores electromecânicos. A análise da cinemática e da dinâmica foram baseadas na teoria helicoidal (*Screw Theory*). Estudos de singularidades e espaço de trabalho também foram desenvolvidos.

As primeiras estruturas de controle de movimento implementadas numa plataforma de Stewart foram estruturas descentralizadas no espaço das juntas onde a precisão e velocidades não eram muito grandes de tal forma que as interações dinâmicas podiam ser desprezadas.

Quando existem requisitos mais severos de comportamento dinâmico do sistema, as interações físicas deverão ser levadas em conta no projeto de controladores robustos. Levando em conta estas interações surgem incertezas de parâmetros na modelagem do sistema e não linearidades do modelo dinâmico. Para lidar com estas incertezas e não linearidades são selecionados controladores adaptativos em lugar de controladores de ganho fixo.

Nguyen *et al.* (1993) descreveram uma estrutura de controle adaptativo no espaço de juntas e implementaram-na num manipulador paralelo baseado na plataforma de Stewart acionada por motores elétricos de corrente contínua e que forma parte de um dispositivo chamado de HRTE

¹ *Universal-Prismatic-Spherical.*

desenvolvido para emular operações espaciais. O esquema de controle adaptativo é composto de controladores PD cujos ganhos são ajustados por uma lei adaptativa acionada pelos erros entre os deslocamentos desejados e reais dos atuadores lineares medidos por sensores de posição (LVDTs) que são montados ao longo dos atuadores. A derivação da lei adaptativa é baseada no conceito do controle adaptativo do modelo de referência (MRAC) e o método direto de Lyapunov considerando a hipótese que o movimento da plataforma é lento comparado com a taxa de adaptação do controlador. Estudos experimentais foram realizados controlando o seguimento de trajetórias circulares e verticais sob mudanças de entradas degrau de carga, mostrando que o esquema de controle adaptativo fornece uma capacidade superior de seguimento comparado com controladores de ganho fixo.

Muitos esquemas de controle são projetados considerando as interações entre os atuadores e a plataforma como corpos rígidos. Lee (1993) considerou interações mais realísticas modelando as extremidades dos atuadores como elementos massa-mola-amortecedor. Apesar da modelagem dinâmica não linear do sistema, um controle ótimo linear foi usado ao redor de um ponto de operação.

O esquema de controle ótimo era formado por um observador, devido à quantidade de variáveis de estado do modelo dinâmico não linear do sistema, e uma lei de controle cujos ganhos foram escolhidos baseados na minimização de um índice de desempenho (PI) no domínio do tempo. Os estados medidos foram os comprimentos dos atuadores e os estados observados foram a posição e a orientação da plataforma móvel. Vários casos foram apresentados incluindo a inserção de ruído branco ao sistema, e resultados da posição e orientação da plataforma foram mostrados.

Usualmente, o modelo não linear do manipulador é linearizado ao redor de um ponto de operação (posição neutro da plataforma) com o objetivo de usar técnicas de controle linear. O método de torque computado (ou controle baseado na dinâmica inversa) é uma técnica baseada na linearização por realimentação de estados para o controle de sistemas não lineares. A idéia geral desta técnica é linearizar o sistema por meio de uma malha interna que cancela os termos

lineares, e externamente aplicar técnicas controle linear para estabilizar o sistema. Não obstante essa técnica baseia-se no conhecimento exato do modelo dinâmico do sistema, na realidade a modelagem dinâmica é simplesmente uma aproximação do modelo real, portanto a dinâmica não modelada, as incertezas paramétricas do sistema e as perturbações externas podem degradar o desempenho do controlador. Neste contexto uma grande variedades de técnicas podem ser aplicadas na malha externa para compensar esse inexato cancelamento na malha interna.

Nos últimos anos, um tipo de controle por estrutura variável (*variable structure control-VSC*) chamado de controle por modos deslizantes (*Sliding Mode Control-SMC*) tem sido sugerido para ser aplicado na malha externa.

De forma geral, o SMC força a trajetória do estado do sistema a seguir uma superfície predefinida de deslizamento no espaço de estados. Uma vez atingida a superfície de deslizamento, a dinâmica da malha fechada é completamente governada pela equação que define a superfície. Como os parâmetros da superfície são escolhidos pelo projetista, a dinâmica da malha fechada do sistema estará imune às perturbações (SPONG; VIDYASAGAR, 1989).

Kim e Lee (1998) aprimoraram um SMC (SMC implementado com funções de compensação de perturbações e funções de alívio de fase de alcance da superfície de deslizamento) para lidar com o uso de dinâmica complexa e sensores adicionais no sistema de controle que regularmente requer um esquema de controle de seguimento de alto desempenho. Para simplificar a dinâmica complexa alguns termos foram considerados como termos dinâmicos não modelados e incluídos como parte de uma perturbação desconhecida. Vários experimentos foram feitos aplicando forças perturbadoras no centróide da plataforma e também perturbações de movimento em duas direções. O SMC aprimorado mostrou erros de seguimento menores em relação ao SMC convencional.

Outros dois esquemas de controle para lidar com não linearidades e incertezas foi proposto por Kim *et al.* (2000). Dois tipos de controladores são projetados baseados na teoria de Lyapunov em espaço das juntas. O primeiro esquema de controle usa a função quadrática de Lyapunov, e o segundo usa a função de Lyapunov baseada na geometria o qual exclui a com-

putação da inversa da matriz de inércia, fornecendo um esquema de controle mais eficiente. O sistema de controle destes esquemas foi implementado num manipulador paralelo baseado na plataforma de Stewart acionada hidraulicamente. Mostrou-se que os erros de seguimento dos deslocamentos correspondentes aos seis atuadores, foram diminuídos 50% e 80% em relação a um esquema de controle PID, para o esquema de controle baseado na função quadrática de Lyapunov e o esquema de controle baseado na geometria, respectivamente.

Muitos esquemas de controle implementados em plataformas de Stewart acionadas por atuadores eletromecânicos são baseados na dinâmica da plataforma sem levar em consideração a dinâmica do atuador. Não obstante, enquanto a dinâmica (equação elétrica e equação de movimento) do atuador é geralmente linear e pode ser ignorada, em atuadores hidráulicos a equação de movimento e a equação hidrodinâmica são não lineares e fortemente acopladas.

Sirouspour e Salcudean (2001) para tratarem este problema projetaram um novo esquema de controle chamado de *backstepping* e o acrescentaram com leis adaptativas para compensar incertezas dos parâmetros e da dinâmica do sistema. Neste novo esquema não linear de controle em espaço cartesiano, a dinâmica da plataforma e a dinâmica do atuador são incluídos no projeto. Dois tipos de observadores são desenvolvidos para evitar o uso de realimentação de aceleração nas leis de controle adaptativo propostas: Observador adaptativo (*Passivity-Based Observer*) e um observador robusto (*Sliding Type Observer*) e são provados para ser assintoticamente estáveis via análise de Lyapunov. Estes dois esquemas de controle são implementados numa plataforma de Stewart e os resultados mostraram um excelente seguimento de posição e satisfatórias respostas transitórias.

De uma forma mais simples, Hsu e Fong (2001) controlaram a posição de uma plataforma de Stewart acionada por atuadores hidráulicos considerando as forças estáticas como as principais interações na dinâmica da plataforma para movimentos típicos e velocidades moderadas. Então, propôs-se uma lei de controle proporcional simples para cancelar o efeito destas forças estáticas, e assim cada comprimento de cada atuador pôde ser controlado independentemente. Montaram-se três giroscópios para medir a variação do movimento angular da plataforma mó-

vel e sensores de posição alojados em cada atuador para medir os comprimentos dos atuadores. A partir das medições anteriores foram calculadas a orientação e posição da plataforma móvel, assim como a força estática atuando sobre cada atuador. Experimentos realizados mostraram resultados muito melhores em relação aos obtidos usando um ganho constante para todos os atuadores.

Além dos esquemas de controle adaptativo e controle de modo deslizante aplicados na malha externa da estrutura de controle baseada na dinâmica inversa, Lee *et al.* (2003) aplicaram um controlador H_∞ na malha externa com o objetivo de compensar erros de modelagem introduzidos pela simplificação das matrizes dinâmicas usadas na lei de controle. Os experimentos foram implementados numa plataforma de Stewart 6-UPS (ver capítulo 3) acionada por motores elétricos e o controlador proposto mostrou melhores repostas em relação ao controlador baseado nas matrizes nominais do modelo dinâmico da plataforma.

Um SMC (*Sliding Mode Control*) modificado foi proposto por You *et al.* (2004) com o objetivo de uma realimentação parcial de estados e a redução de *chattering*² por meio de um observador robusto para o estado e a perturbação do sistema. A combinação do controlador e um observador resulta num algoritmo de alto desempenho chamado de *Sliding Mode Control with Sliding Perturbation Observer* (SMCSPO) que é robusto contra perturbações externas e incertezas da modelagem do sistema. Os ganhos ótimos do SMCSPO são determinados facilmente por meio de algoritmos genéticos. O desempenho do controle do algoritmo proposto é encontrado ser satisfatório baseado na simulação e experimentos com uma plataforma de Stewart. Na simulação, o movimento da plataforma é composto por movimentos de rotação e translação. Os erros de seguimento de posição dos atuadores da plataforma de Stewart simulados mostraram ser satisfatórios e o *chattering* foi reduzido consideravelmente.

Ting *et al.* (2004) descreveram um modelo dinâmico completo em espaço cartesiano para uma máquina CNC baseado na plataforma de Stewart, onde os termos inerciais dos atuadores foram incluídos visto que estes efeitos de inércia devem ser considerados em aplicações de má-

²Oscilações rápidas de amplitude finita que podem causar uma grande quantidade de ruído e um grande desgaste de partes mecânicas.

quinas ferramentas. Além disso, o modelo de força para o processo de fresagem é derivado e incluído no modelo dinâmico. O modelo de força de corte e o esquema de controle adaptativo baseado num PID é desenvolvido pelo uso de uma técnica dinâmica de filtragem para estimação de parâmetros desconhecidos e mudanças de parâmetros de corte. O algoritmo de controle adaptativo é projetado baseado no método de Lyapunov. Experimentos do processo de fresagem planar foram feitos sobre uma plataforma de Stewart (configuração UPS) acionada por motores elétricos, e resultados de erros de posição e orientação da plataforma foram mostrados e comparados contra resultados de aplicação de controladores não adaptativos, mostrando melhor desempenho.

De novo uma aplicação do esquema SMC aplicado ao controle de movimento de uma plataforma de Stewart é proposto por Huang e Fu (2005) cujo objetivo era levar o erro do movimento da plataforma assintoticamente a zero na presença de incertezas no sistema. Análises de estabilidade baseadas na teoria de Lyapunov foram desenvolvidas para garantir que o projeto do controlador fosse estável. Foram realizados experimentos para trajetórias circulares da plataforma de Stewart acionada hidraulicamente, confirmando a efetividade do esquema de controle.

Apesar do custo computacional do controle baseado na dinâmica inversa, Ghobakhloo *et al.* (2006) implementaram um controle baseado na dinâmica inversa numa plataforma de Stewart considerando o cálculo *on-line* das matrizes nominais do modelo dinâmico. O controlador foi testado através de simulações numéricas.

As matrizes nominais do modelo dinâmico usadas no controlador baseado na dinâmica inversa podem ser simplificadas a fim de reduzir o custo computacional. Qiang *et al.* (2008) consideraram essas matrizes como constantes. Os erros de modelagem devido à simplificação das matrizes foram compensadas através de um SMC implementado na malha externa. O controlador foi testado através de simulações numéricas.

1.2.2 Controle de Força

O controle de força se faz necessário quando o *end-effector* de um robô manipulador interage com o meio ambiente como, por exemplo, em tarefas de manipulação de objetos ou no desenvolvimento de alguma operação sobre uma superfície, sendo necessário o controle das forças de interação.

Merlet (1988) projetou um protótipo de um manipulador paralelo baseado na plataforma de Stewart (configuração UPR³) que incluía um mecanismo de medição de força ao longo de cada atuador elétrico onde a variação dos comprimentos era medida com um potenciômetro linear preciso. Com o objetivo de fornecer uma flexibilidade passiva (*passive compliance*) colocou-se uma mola em cada atuador a fim de que os comprimentos dos atuadores pudessem ser levemente modificados conforme as forças atuavam sobre eles. Um sensor de força usando *strain gages* estava integrado em cada atuador. Foi implementado um esquema de controle descentralizado híbrido de força/posição com realimentação de força axial a partir das medidas do *strain gage* e foram feitos experimentos para determinar a influência da flexibilidade passiva em tarefas de montagens de partes.

Kosuge *et al.* (1996) projetou um esquema de controle híbrido de força/posição em espaço operacional onde o controle de força era baseado somente nas medidas das velocidades dos atuadores hidráulicos através de uma relação entre força e velocidade (impedância mecânica) e foi implementado num manipulador paralelo baseado na plataforma de Stewart com uma configuração UPS. Experimentos em empurrar objetos e montagens de partes foram realizados.

Controle mais robusto no controle de impedância⁴ em relação à pesquisa anterior deve levar em consideração o modelo dinâmico do sistema, neste caso a dinâmica da plataforma de Stewart. Park e Cho (1998) propuseram um método alternativo de implementar o controle de impedância em espaço operacional a partir das medições dos comprimentos e velocidades dos atuadores e as forças externas exercidas sobre a plataforma. A idéia central era anular

³junta universal entre atuador e base, junta prismática entre a haste do atuador e o cilindro, e junta de revolução entre o atuador e a plataforma

⁴controle baseado na regulação da relação entre a velocidade e força (impedância mecânica)

os efeitos dos erros dos parâmetros do modelo dinâmico linearizado por meio da variação da matriz de rigidez do modelo de impedância. Simulações mostraram um melhor desempenho em comparação com algoritmos baseados na dinâmica não linear quando erros de parâmetros existem.

Algumas aplicações da plataforma de Stewart tais como um transdutor de força de seis eixos foram mostradas por Kang (2001). Neste estudo as forças e momentos atuando sobre a plataforma foram calculados a partir do cálculo da matriz jacobiana e a medição das forças dos atuadores. Como os comprimentos dos atuadores eram medidos por sensores de posição (LVDTs), e com o objetivo de calcular a matriz jacobiana, o problema da cinemática direta foi resolvido por meio de uma linearização da cinemática inversa.

1.2.3 Controle Não Convencional de Posição

Esquemas de controle difuso e por redes neurais devido a seus mapeamentos não lineares ultimamente são adotados para lidar com não linearidades, perturbações e incertezas dos parâmetros, e precisão necessária no posicionamento e orientação de plataformas de movimento.

Chung *et al.* (1999) desenvolveram um controlador difuso para uma plataforma de movimento de seis graus. Usando o teorema do critério de estabilidade de Popov, pode-se provar a estabilidade do controlador difuso. A análise de estabilidade foi baseada no modelo dinâmico do atuador electro-hidráulico. Resultados experimentais mostraram que o controlador difuso projetado pode acionar exatamente, suavemente e estavelmente uma plataforma de movimento de seis graus de liberdade.

Mann e Surgenor (2002) projetaram um controlador difuso de três dimensões e compararam seu desempenho com o de um controlador PID linear. Os três parâmetros do controlador difuso estavam definidos pelo erro, variação do erro e a taxa de variação do erro de posição de cada atuador, e a saída era o comando de controle para variar o torque do atuador. Este esquema de controle foi implementado numa plataforma de Stewart em condições de modelagem livre e o controlador difuso mostrou melhor desempenho de seguimento e maior robustez em

perturbações de cargas comparado com o PID linear.

Mais recentemente esquemas de controle têm sido projetados combinando métodos convencionais com métodos não convencionais para melhorar algumas propriedades dinâmicas do sistema onde os métodos convencionais são limitados.

Wu *et al.* (2006) apresentaram um controlador robusto SMC novo com afinação difusa (*fuzzy tuning*) para um servo-sistema de uma plataforma de Stewart, o qual apresenta um comportamento dinâmico não linear e problemas de acoplamento dinâmico entre os atuadores. Principalmente a adição do controlador difuso é para aprimorar o seguimento e atenuar problemas de *chattering* encontrados regularmente em SMC. Resultados de simulações demonstraram uma forte robustez do esquema de controle e ao mesmo tempo rápido seguimento com um reduzido *chattering*. O esquema de controle foi implementado numa plataforma experimental de um simulador de voo e mostrou um melhor desempenho em relação a um controlador PID.

1.2.4 Trabalhos realizados na Universidade de São Paulo-USP

Principalmente dois trabalhos foram realizados na EESC-USP focando o controle de posição e orientação de uma plataforma de Stewart acionada hidraulicamente.

O primeiro trabalho foi feito por Montezuma (2003) onde foi projetado um sistema de controle seguidor multi-variável linear. O modelo dinâmico linear e não linear foi obtido através de técnicas de modelagem multicorpos (MBS) por meio do software ADAMS. Os ganhos do esquema seguidor foram obtidos levando em conta o modelo dinâmico linear do sistema, não obstante as simulações foram feitas com o modelo não linear e mostraram bons resultados de seguimento. A inclusão da dinâmica do modelo hidráulico dos atuadores foi feita de tal forma a não afetar as equações de malha fechada do sistema de controle visto que os ganhos do esquema seguidor não levaram em conta este modelo dinâmico.

O segundo estudo foi um projeto de um controlador não convencional aplicado à plataforma Stewart para controle de posição realizado por Caporali (2003). A estrutura deste trabalho é similar ao estudo anterior com a diferença do tipo de controlador aplicado ao atuador hidráulico,

um controlador difuso e um controlador neural. A aplicação de um sistema difuso foi realizada utilizando um controlador difuso tipo PD cujas entradas são dadas pelos erro e variação do erro dos deslocamentos dos atuadores hidráulicos (controle em espaço das juntas). A partir destes valores e os valores de saída dados pelo controlador difuso, traçou-se um gráfico tridimensional que representa a superfície de decisão do controlador. A simulação foi realizada no ambiente Matlab/Simulink usando o *toolbox* de lógica difusa.

No caso do controlador neural, a rede foi treinada para emular a superfície de controle gerada pelo sistema difuso, ou seja o controlador utiliza uma tabela de consulta para o erro e a variação do erro como entradas e o sinal de controle como saída. A rede neural é composta por uma camada de entrada com dois nós de entrada (uma para o erro, outra para a variação do erro), duas camadas intermediárias de 25 neurônios. Cada neurônio das camadas intermediárias tem uma função de ativação tangente sigmoid e os da camada de saída uma função de ativação linear. A rede neural foi treinada usando o algoritmo *backpropagation* de Levenberg-Marquardt no ambiente Matlab usando o *toolbox* de redes neurais. Simulações mostraram que o controlador difuso obteve melhor desempenho em relação ao controlador neural.

1.2.5 Simuladores de Movimento

Uma diferença fundamental de um simulador de movimento em relação à maioria das aplicações dos robôs paralelos é o fato que a aceleração é muito mais importante que a precisão de posicionamento. Como o simulador funciona em um ambiente livre, o problema de rejeição de distúrbio é menos necessário, e o acompanhamento da aceleração é a principal tarefa, o qual deve ter um compromisso com a dinâmica não modelada, incertezas de modelagem e medidas de ruído⁵, esta última muito mais acentuada em simuladores de movimento em relação às aplicações de robôs em geral.

Poucos são os trabalhos disponíveis na literatura sobre um completo estudo do controle de movimento de uma plataforma de Stewart aplicado especificamente a um simulador de sensação

⁵Os sinais de aceleração são mais sensíveis ao ruído comparado com o sinais de posição, especialmente quando se avalia a resposta no domínio da frequência (KOEKEBAKKER, 2001).

de movimento (*motion cueing*). Regularmente estudos sobre simulação de movimento são esquemas descentralizados em espaço de juntas que muitas vezes não levam em conta a dinâmica da plataforma, simplesmente controlam uma simplificada dinâmica do atuador a partir de medição dos comprimentos destes, e usam um sistema de filtragem (*washout filter*) para fornecer acelerações tendo em conta o limitado espaço de trabalho da plataforma.

Li e Salcudecan (1997) descreveram a modelagem, a simulação e o controle de uma plataforma de Stewart invertida montada no teto, desenvolvida para um simulador de movimento para uma pessoa. Embora as equações dinâmicas da plataforma tenham sido derivadas, não foram levadas em conta no projeto do controlador, simplesmente um controle de realimentação de pressão negativa em espaço das juntas para o atuador hidráulico foi proposto para um alto desempenho e robustez. Com este controlador, a largura de banda para posição de pequenos movimentos podem alcançar 9 Hz ao longo do eixo vertical para uma carga ao redor de 140 kg. Experimentos sobre uma plataforma de Stewart indicaram uma boa resposta em frequência usando um controle de realimentação de pressão no atuador hidráulico.

Graf *et al.* (1998) descreveram um controlador em espaço das juntas onde tinham integrado a cinemática inversa, o sistema de filtragem *washout* e o controle do atuador hidráulico, orientado mais para aplicações de multimídia e entretenimento aplicadas à plataforma de Stewart.

A plataforma de Stewart é usada também para desenvolvimento de sistemas veiculares, com o objetivo de reproduzir condições reais de direção num ambiente controlado e seguro. Lee *et al.* (1998) descreveram um simulador de direção, incluindo um sistema de simulação em tempo real, sistema de áudio e visual, sistema de movimento, sistema de controle de carga (freios e direção) e um console experimental. O objetivo do sistema de movimento é gerar sensações de movimentos reais usando uma plataforma de Stewart de seis graus de liberdade acionada hidraulicamente levando em conta o sincronismo com outros subsistemas para uma qualidade visual e real do movimento. O esquema de controle descentralizado usou um controlador PID para controlar o servo-atuador hidráulico e o sinal de realimentação foi gerado por LVDTs que mediam os comprimentos dos atuadores. Para a geração de movimentos realísticos um filtro

washout foi desenvolvido por causa das limitações de movimento da plataforma.

Além de simuladores de vôo e de movimento a plataforma de Stewart tem sido aplicada na simulação de sistemas físicos tais como a bicicleta. Shin e Lee (2004) simularam e implementaram um simulador de bicicletas levando em conta a dinâmica do sistema para controlar os torques aplicados à bicicleta. O esquema de controle usado foi um SMC com estimação de perturbação, e mostrou que o sistema de movimento tem um bom desempenho seguidor independente das perturbações.

Uns dos estudos mais completos disponíveis na literatura em relação a uma base de movimento baseado na plataforma de Stewart usado num simulador de vôo foi um trabalho de doutorado realizado na universidade tecnológica de Delf (Holanda). Neste trabalho (KOEKEBAKKER, 2001) um extenso estudo foi feito em relação à cinemática, à dinâmica, às singularidades, à identificação de parâmetros, à implementação, ao controlador, e a outros aspectos de uma base de movimento de um projeto de um simulador de vôo chamado SIMONA. Um dos aspectos importantes do projeto foi a implementação de um controlador baseado no modelo dividido em quatro níveis com o objetivo de uma solução mais ou menos independente dos problemas de controle do sistema geral. A grosso modo o primeiro nível chamado de *Inner Loop Feedback* tem a função de estabilizar o controle de realimentação de pressão de cada atuador hidráulico, o segundo nível *Feedback Linearisation* lineariza e desacopla o sistema, o terceiro nível *Outer Loop Feedback* tem a função de estabilizar o sistema total e o último e quarto nível *Reference Model-Based Feedforward* fornece as acelerações de referência apropriadas para o segundo nível. O controlador mostrou bons desempenhos.

Usualmente a geração das trajetórias desejadas a partir do algoritmo de movimento (filtro *washout*) são consideradas independentes de qualquer erro no sistema de controle. Isso significa que o algoritmo de movimento é projetado considerando que o acompanhamento da aceleração desejada será realizado perfeitamente pelo sistema de controle, e como é sabido, isso na realidade não acontece.

Para lidar com esse problema Idan e Saha (1996) e Idan e Nahon (1999) propuseram integrar

o projeto do filtro *washout* e a estratégia de controle. Ou seja, projetar um controlador que minimize o erro entre os movimentos da aeronave simulada e os movimentos sentidos pelo piloto no simulador, e ao mesmo tempo minimize os erros de movimento do simulador, devido às limitações físicas da base de movimento.

Isto pode ser dado pela natureza da estrutura padrão da estratégia de controle implementada (controle via síntese μ) onde funções de ponderação formatam algumas funções de transferência, e levando em consideração o comportamento de um filtro passa baixa e passa alta do algoritmo de movimento (ver seção 5.3), o erro entre as acelerações das manobras simuladas e as acelerações sentidas no simulador pode ser penalizado por funções de ponderação que tenham um comportamento parecido com esses filtros.

1.3 Objetivos e contribuição do trabalho

Perante a revisão bibliográfica apresentada e com o intuito de contribuir ao desenvolvimento de uma plataforma de movimento, considerando os requisitos de um simulador de movimento, este trabalho objetiva projetar, implementar e analisar controladores robustos para o controle de uma base de movimento de um simulador de vôo baseada num manipulador paralelo de seis graus de liberdade chamado de plataforma de Stewart. Além disto, busca-se apresentar a teoria relacionada com a simulação de movimentos em simuladores de vôo.

Neste contexto, a principal contribuição deste trabalho são o projeto, implementação e as análises de controladores robustos para o problema de acompanhamento de aceleração de uma plataforma de movimento de um simulador de vôo, a dedução do modelo dinâmico completo da plataforma em coordenadas cartesianas e em função dos ângulos de Euler, implementação do algoritmo de sensação do movimento e a especificação e implementação de métodos para a avaliação de um mecanismo de geração de movimentos.

1.4 Estrutura do Texto

Com o intuito de dar uma visão geral da estrutura deste trabalho, descreve-se a seguir resumidamente o que é apresentado em cada um dos capítulos.

No capítulo 1 é apresentada uma introdução ao assunto abordado, a motivação, o objetivo e a contribuição deste trabalho e uma revisão de literatura relacionada ao estado da arte em técnicas de controle de movimento aplicadas à plataforma de Stewart.

No capítulo 2 apresenta-se uma introdução em relação aos simuladores de vôo e à simulação de movimento, como, a percepção de movimentos e o algoritmo de sensação de movimentos. É apresentada também uma descrição geral do simulador de vôo da Universidade de Toronto - UTIAS.

No capítulo 3 será desenvolvido o modelo dinâmico completo da plataforma de Stewart em coordenadas cartesianas e coordenadas do atuador usando o método de Newton-Euler. A cinemática direta e a cinemática inversa também são apresentadas. Além disso, são abordados assuntos como o espaço de trabalho e as análises de singularidade da plataforma de movimento.

No capítulo 4 apresenta-se o modelo dinâmico geral de uma aeronave e algumas considerações sobre a aceleração sentida pelo piloto.

No capítulo 5 será desenvolvido o algoritmo de sensação de movimento.

No capítulo 6 são apresentados os requisitos de desempenho do sistema de controle de uma base de movimento de um simulador de vôo. A estratégia de controle é desenvolvida baseada na dinâmica inversa. Dois tipos de controladores são aplicados na malha externa do controle baseada na dinâmica inversa para tornar o sistema robusto contra incertezas devidas principalmente às simplificações realizadas nas matrizes do modelo dinâmico usadas na lei de controle. A primeira estratégia é baseada na teoria de Lyapunov enquanto a segunda é baseada na teoria H_∞ . Finalmente vários testes são definidos para avaliar os controladores projetados.

No capítulo 7 serão apresentados e discutidos os resultados das simulações para os diferentes controladores implementados.

E, finalmente, no capítulo 8 são apresentadas as conclusões e propostas para trabalhos futuros.

Aspectos Gerais sobre Simuladores de Voo

2.1 Introdução

Este capítulo tem como objetivo apresentar uma visão geral sobre os simuladores de voo e a simulação de movimento. A compreensão do funcionamento do simulador de voo e da forma como o ser humano percebe o movimento é muito importante nos requisitos de desempenho dos diferentes sistemas que compõem um simulador de voo, entre eles o sistema de controle. Além disso, devido às limitações físicas do mecanismo de movimento para gerar alguns movimentos, faz-se necessário a introdução de um algoritmo de sensação de movimento, o filtro *washout*. Finalmente, como parte da experiência do doutorado *sanduíche* realizado no Instituto para Estudos Aeroespaciais da Universidade de Toronto- UTIAS, é apresentado o funcionamento geral do simulador de voo do instituto.

2.2 Importância dos Simuladores de Voo

Um simulador de voo pode ser considerado como uma ferramenta virtual que fornece ao piloto uma impressão de que ele realmente está pilotando uma aeronave. Isto é conseguido prevendo os movimentos da aeronave causados pelas entradas do piloto e realimentando ao piloto as correspondentes sensações visuais, inerciais, proprioceptivas e auditivas.

Sua utilização vai desde o treinamento de futuros pilotos assim como reciclagem dos já experientes para serem testados frente a situações simuladas adversas de perigo, para que, caso aconteçam na realidade, eles saibam como enfrentá-las. Os simuladores de vôo também são muito usados para pesquisas de novos aviões a serem lançados no que diz respeito aos diversos aspectos da dinâmica do vôo tais como estudo de estabilidade, manobrabilidade, pilotos automáticos, etc.

A seguir, algumas vantagens principais do uso de simuladores de vôo em relação aos vôos reais:

- ▶ Redução de custo e tempo de formação e treinamento de pessoal.
- ▶ Condições de segurança em relação a treinamento de situações perigosas em aviões reais.
- ▶ Redução de emissão de efluentes e poluição sonora.

Não obstante, o simulador de vôo deve ser considerado como uma ferramenta de treinamento e testes mais que um substituto de uma aeronave real (KOEKEBAKKER, 2001).

2.3 Classificação dos Simuladores de Vôo

Segundo Advani (1998) existem três categorias de simuladores de vôo dependendo do sujeito ou objeto a ser estudado, o simulador ou o piloto.

2.3.1 Simuladores de Engenharia (Projeto do Veículo)

Estes simuladores são usados para avaliar as características do veículo a partir do comportamento do piloto em relação à nova aeronave, a novos sistemas da aeronave e a novos ambientes de operação. No desenvolvimento de uma nova aeronave, o simulador é intensamente usado durante todo o processo de projeto do veículo, desde a concepção, projeto, ensaio até à produção. Por exemplo, durante a fase de produção o simulador é usado para desenvolvimento e aprimoramento do software, integração e desenvolvimento de novos sistemas e desenvolvimento de táticas e treinamento (MATSUURA, 1995). Além disso, o simulador é também utilizado para

verificar se a aeronave está em condições de ser homologada.

2.3.2 Simuladores de Pesquisa (Projeto de Simulação)

Os simuladores de pesquisa são usados para avaliar a efetividade da simulação em relação à fidelidade do movimento simulado ou para examinar o comportamento do piloto em relação às propriedades de simulação do veículo. Nestes simuladores, técnicas de simulação são desenvolvidas e refinadas, e geralmente são abordados assuntos como a interação entre piloto-veículo e pesquisas na área da percepção humana.

2.3.3 Simuladores de Treinamento

Estes simuladores são usados para o treinamento do piloto. Estes simuladores são projetados e sintonizados para fornecer uma razoável representação das propriedades de uma aeronave durante tarefas de treinamento. Matsuura (1995) define quatro tipos de simuladores de treinamento:

- ▶ Simulador para treinamento de procedimentos de cabine: baixa fidelidade, baixo custo, realidade limitada, base fixa e capacidade limitada de computação. É usado para treinamento de procedimentos normais, de emergência e instrução técnica da aeronave. Apresenta poucos instrumentos que funcionam.
- ▶ Simulador para treinamento de instrumento: fidelidade moderada, normalmente utiliza um microcomputador, não tem sistema de imagem e permite que o tripulante exercite suas habilidades motoras.
- ▶ Simulador de transição: apresenta fidelidade limitada, capacidade de reproduzir o pouso, sistema de imagem, capacidade de fidelidade perceptual. Utilizado normalmente para treinamento sobre instrumentos.
- ▶ Simulador de missão completa (Full Flight Simulator): é o mais completo de todos os simuladores, apresenta alta fidelidade e reprodução quase exata do ambiente de vôo. Engloba alta capacidade de computação, de sensações e de imagem.

2.3.4 Simuladores de Entretenimento

Além das categorias consideradas anteriormente, pode-se adicionar os simuladores de vôo que são usados para entretenimento. A diferença principal entre os simuladores de treinamento e entretenimento consiste basicamente na fidelidade do movimento, pois enquanto simuladores de treinamento precisam se aproximar o mais fielmente possível aos movimentos do avião real, os de entretenimento precisam dar apenas uma idéia dos movimentos reais da aeronave.

2.4 Componentes e Funcionamento de um Simulador de Vôo

Advani (1998), define seis subsistemas componentes de um simulador de vôo conforme mostrado na figura 2.1:

- ▶ **Interior(7)** : O interior do simulador, de preferência deve ser o mais parecido ao ambiente interno de um avião real.
- ▶ **Sistema Visual(8)** : Para simulações de aviões comerciais, geralmente, a imagem é gerada através de vários projetores(8) com tecnologia LCD (*liquid crystal display*) ou LCOS (*liquid crystal on silicon*).
- ▶ **Instrumentos(3)** : Os instrumentos no interior da cabine fornecem a informação sobre as condições da aeronave simulada, e devem acompanhar dinamicamente as mudanças das condições da aeronave.
- ▶ **Sistema de Movimento(5)** : É responsável pela geração do movimento inercial (acelerações da aeronave) e geralmente seu mecanismo de movimento é composto por um manipulador paralelo chamado de plataforma de Stewart.
- ▶ **Controle de carga(2)**: Os controles de comando do simulador frequentemente respondem às entradas dadas pela realimentação de forças as quais refletem as forças externas sobre a aeronave, por exemplo, as forças aerodinâmicas sobre o leme. Essas forças devem ser geradas artificialmente. Isso é chamado de controle de carga em simuladores de vôo e atualmente tem sido desacoplado mecanicamente (*fly-by-wire*).

- **Sistema de áudio(4):** Este sistema junto com seu meio ambiente adiciona um maior realismo na simulação.

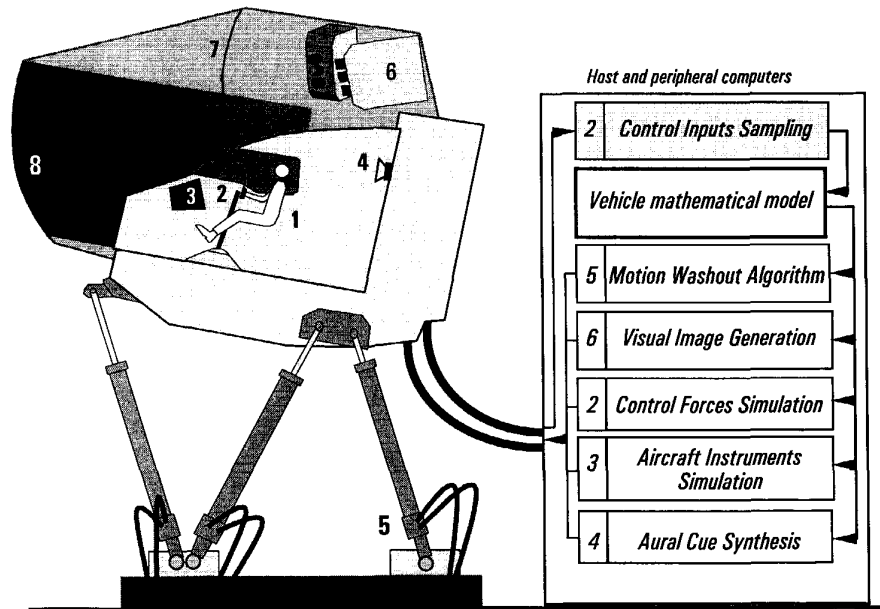


Figura 2.1: Estrutura geral de um simulador de voo (ADVANI, 1998)

Desse modo, em relação a uma tarefa específica, o piloto(1) manipula os controles(2). Esses sinais de controle são as entradas (por exemplo, deflexão das superfícies de controle e aceleração do motor) ao modelo matemático da dinâmica da aeronave. As acelerações angulares e lineares resultantes da solução do modelo dinâmico da aeronave são passadas através de um filtro (que mais adiante será apresentado como filtro *wash-out*) com objetivo de gerar os comandos de posição e velocidades do mecanismo de movimento(5). A posição e a orientação resultantes da aeronave junto com o ambiente simulado comanda a geração da imagem para o piloto. As respostas dos instrumentos(3) são computadas, e os estímulos sonoros são sintetizados e reproduzidos pelo sistema de áudio(4).

2.5 Percepção de Movimentos

Um simulador de voo é geralmente projetado para “enganar” o piloto de tal forma que ele sinta que está voando uma aeronave real. Para conseguir tal objetivo é necessário entender como

o ser humano sente os movimentos e assim usar esse conhecimento no projeto de subsistemas dos simuladores, tais como o sistema visual, o sistema de movimento e o de controle de carga principalmente.

A forma como percebemos nosso corpo e nosso ambiente é função da forma como nosso cérebro interpreta os sinais a partir de vários sistemas sensoriais. Sensores chamados receptores mapeiam estímulos em sinais sensoriais. Receptores externos respondem a estímulos que surgem do ambiente externo e receptores internos respondem a estímulos que aparecem a partir do próprio organismo. Advani (1998) divide os sensores de movimento do ser humano em dois grupos:

- ▶ **Sensores Inerciais:** Registram as acelerações lineares (chamadas também de forças específicas) e angulares atuando sobre o corpo. A este grupo pertence o sistema vestibular, proprioceptivo e o sistema somatosensorial.
- ▶ **Sensores Ambientais:** Registram as propriedades do meio externo. Incluem o sistema visual, auditivo e o sistema olfativo.

Embora os sensores ambientais contribuam na percepção de movimento, os sensores de inércia, especialmente o sistema vestibular tem uma função mais importante na sensação de movimento (POULIOT *et al.*, 1998) (GRANT; REID, 1997). Por outro lado, em relação à tarefa a ser executada pelo piloto, os sensores visuais podem ter mais influência que os sensores inerciais, por exemplo, a informação visual de movimento é mais importante durante tarefas de seguimentos que em tarefas de perturbações (ADVANI, 1998).

2.5.1 O Sistema Visual

Os estímulos de movimentos (*motion cues*¹) visuais são disponibilizados pela estrutura ótica do meio ambiente externo, pela visualização dos instrumentos ou por uma combinação deles. Nas áreas de frequências baixas ($\leq 0,1$ Hz), o movimento é muito mais fácil de ser detectado através de informação visual de posição e orientação dos instrumentos e da tela da

¹são estímulos que são percebidos pelo sistema sensorial humano

cabine do simulador (KOEKEBAKKER, 2001). Quando muita informação visual estiver disponível, a quantidade de informação inercial pode ser reduzida sem o sujeito notar alguma discrepância (HOSMAN, 1996). Não obstante, em movimentos de alta frequência, como por exemplo simulação de turbulência, a sensação de movimento inercial é muito mais relevante que a sensação visual.

2.5.2 O Sistema Vestibular

O sistema vestibular (figura 2.2) é o principal sistema sensorial responsável por nossa posição e orientação no espaço. Está localizado na parte interna do ouvido e consiste de duas seções, os canais semicirculares e os órgãos otólitos que são responsáveis pela sensação de movimento angular e linear respectivamente.

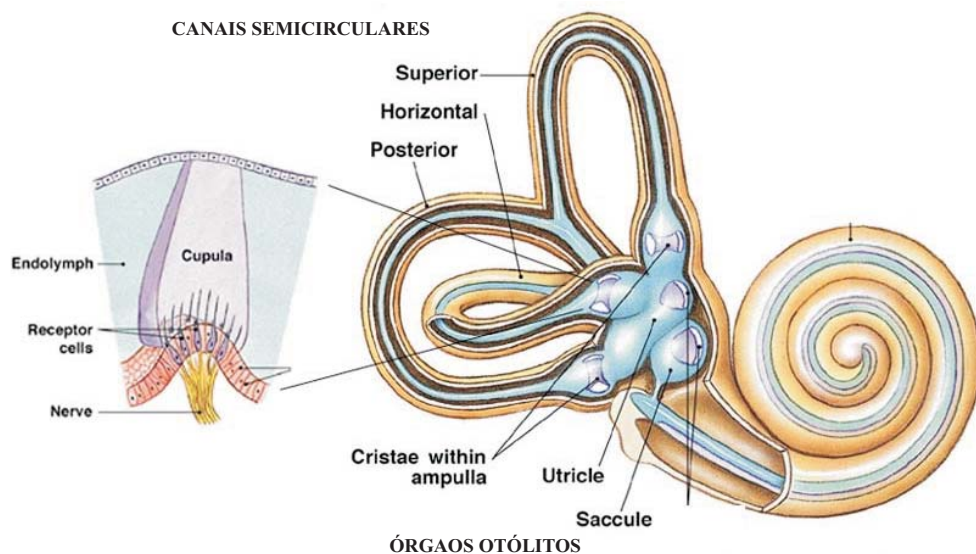


Figura 2.2: Sistema Vestibular (SENSORY..., 2009)

Canais Semicirculares

Os canais semicirculares (figura 2.2) consistem de dois conjuntos de três cavidades ou canais em forma elíptica. Cada canal é preenchido parcialmente por um fluido e tem uma série de cílios (localizados nas ampolas) que ficam verticalmente em cada canal. Quando a aceleração toma lugar num eixo de rotação particular, o fluido no canal correspondente é deslocado cau-

sando o movimento dos cílios. O movimento dos cílios é interpretado pelo cérebro como uma aceleração. Cada canal é responsável pela aceleração em torno de um determinado eixo de rotação. Por exemplo, voltando-se subitamente a cabeça em qualquer direção, o líquido presente nos canais semicirculares desloca-se para trás em um ou mais canais, em consequência de sua inércia (o mesmo efeito é obtido quando subitamente se gira um copo com água) (VILELA, 2006).

Órgãos Otólitos

Os órgãos otólitos são responsáveis pela sensação de aceleração linear. Existem dois tipos de órgãos otólitos (figura 2.2), o utrículo e o sáculo na parte interna de cada ouvido. O utrículo principalmente sente o movimento no plano horizontal enquanto o sáculo sente o movimento no plano vertical. Da mesma forma que o sistema vestibular, os otólitos são composto de cílios que são sensíveis ao movimento. Por exemplo, mudanças na posição da cabeça fazem com que a força da gravidade, atraindo os otólitos, estimule os cílios das células sensoriais deles. Os impulsos nervosos produzidos nos otólitos permitem ao sistema nervoso central calcular a orientação da força gravitacional. Assim, percebemos se estamos de cabeça para cima ou para baixo e a velocidade de nosso deslocamento (VILELA, 2006). Hosman (1996) e Telban e Cardullo (2005) estipulam algumas funções de transferência do sistema vestibular. Ambos os otólito e os canais semicirculares são modelados por uma função de transferência de segunda ordem, mas os parâmetros são diferentes para cada órgão.

2.6 Simulação de Movimento

Como dito anteriormente os movimentos de baixa frequência podem ser simulados simplesmente pelo sistema visual. Não obstante algumas manobras e perturbações (simulação de turbulência) de alta frequência de vibração (*onsets*) são estimuladas necessariamente pela geração de movimento inercial. A geração desse movimento inercial é a função principal do sistema de movimento do simulador de vôo.

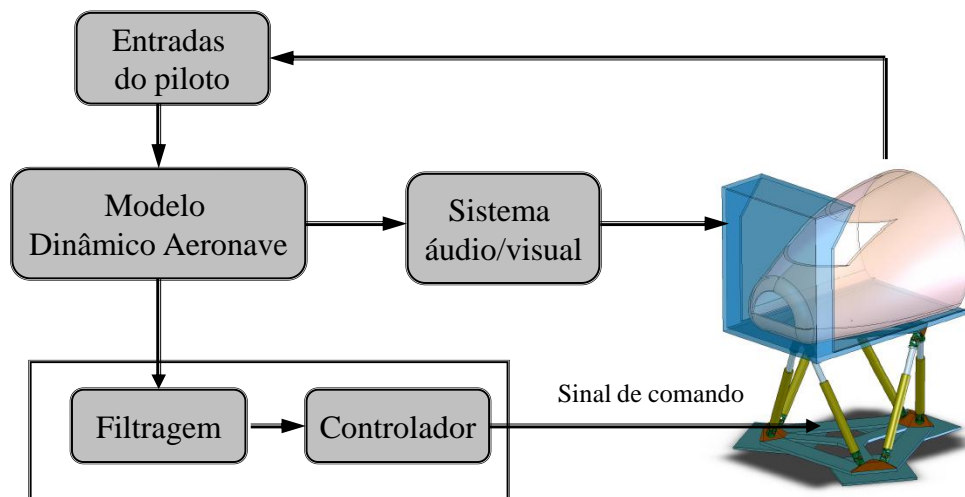


Figura 2.3: Estrutura do Sistema de Movimento

A estrutura geral do sistema de movimento de um simulador de voo é apresentada na figura 2.3. O piloto responde às sensações de movimento e à tarefa dada pelo supervisor do treinamento do experimento. A resposta do piloto junto com a condição de perturbação fornecida pelo supervisor representam as entradas para o modelo dinâmico da aeronave e a aceleração linear e angular da aeronave representam respectivamente as saídas do modelo. Em seguida, e devido às limitações de deslocamento do mecanismo de movimento, a aceleração linear e angular da aeronave são filtradas pelo filtro *wash-out*. As trajetórias geradas pelo filtro são as entradas de referência do controlador de movimento. O controlador aciona o mecanismo de movimento com os apropriados sinais de controle e recebe sinais de sensores montados no mecanismo como sinais de realimentação.

2.7 Algoritmo de Sensação de Movimento - Filtro *Wash-Out*

As acelerações da aeronave não podem ser simuladas diretamente no simulador de voo. Pequenas acelerações sustentadas da aeronave causarão que a plataforma móvel ultrapasse os seus limites de deslocamento. Por exemplo, uma aceleração linear constante da aeronave de $1,0 \text{ m/s}^2$ atuando por um período de 5 segundos representa um deslocamento do simulador de $12,5 \text{ m}$. Por tal motivo as trajetórias da aeronave não podem representar as entradas diretas no sistema de controle do mecanismo de movimento.

O filtro *wash-out* funciona como uma transformação dos movimentos da aeronave nos movimentos do simulador levando em consideração as limitações de deslocamento do mecanismo de movimento e, ao mesmo tempo, minimiza o erro de sensação de movimento entre o piloto da aeronave e o piloto quando no simulador de vôo.

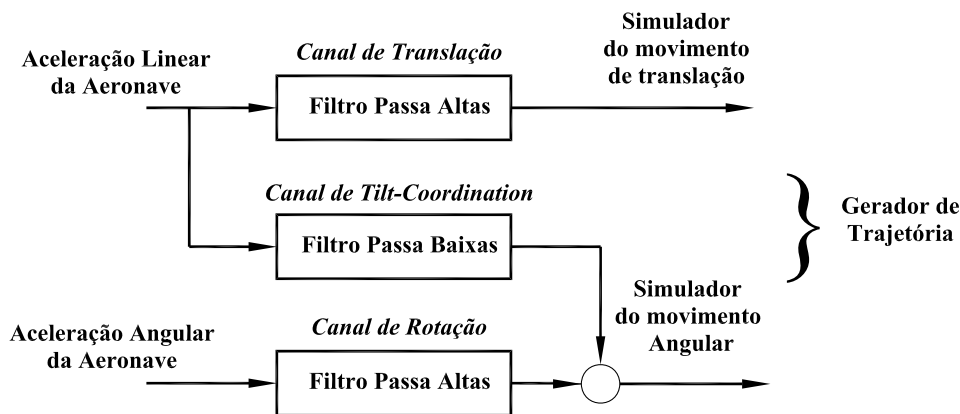


Figura 2.4: Filtro Wash-out

O filtro é composto de uma combinação de filtros passa baixas e passa altas (figura 2.4) cujos parâmetros podem ser ajustados. Para simulação de aviões comerciais (Boeing 747 por exemplo) esses filtros geralmente são de segunda ordem.

No canal de translação os componentes da aceleração linear da aeronave são filtradas pelo conjunto de filtros passa altas para produzir as acelerações de translação e depois são integradas para produzir os deslocamentos de translação da plataforma. O objetivo deste canal é evitar as acelerações de baixa frequência que poderiam acionar a plataforma móvel aos limites do seu deslocamento.

Do mesmo modo acontece com o canal de rotação, acelerações angulares da aeronave são passadas por um filtro passa alta e são integradas para obter os deslocamentos angulares da plataforma. Então, somente componentes de alta frequência angular são reproduzidos.

O canal do meio tem como objetivo reproduzir somente as componentes de baixa frequência (longas acelerações sustentadas) de translação horizontal e lateral, as quais são reproduzidas inclinando a cabine do simulador. Essa inclinação deve ser realizada com uma velocidade angular abaixo do limiar de percepção do piloto e é conhecida como “*Tilt coordination*”.

No Capítulo 6 será apresentado com mais detalhe o funcionamento do filtro.

2.7.1 Tipos de Filtros Wash-Out

É importante ressaltar que os parâmetros (como frequências de corte e amortecimentos) do filtro podem ser ajustados para minimizar o erro de sensação do movimento entre o piloto da aeronave e o piloto quando no simulador. Então em relação à sintonização dos parâmetros existem três classes de filtros:

- ▶ **Filtro Clássico:** O mais usado em simuladores de aviões comerciais devido a sua simplicidade e fácil implementação (POULIOT *et al.*, 1998), e cuja sintonia é obtida por ensaio e erro através de experiências relatadas pelos pilotos no simulador de vôo em relação a uma determinada manobra (GRANT; REID, 1997).
- ▶ **Filtro de Controle Ótimo:** Os parâmetros são ajustados em relação à solução de um problema de controle ótimo cuja função de custo minimiza o erro de sensação de movimento entre o piloto da aeronave e o piloto quando no simulador (figura 2.5).

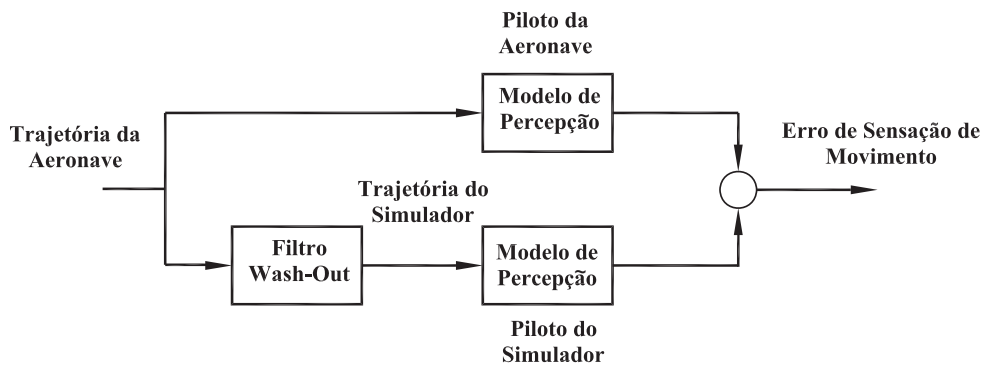


Figura 2.5: Filtro Wash-out de Controle Ótimo

- ▶ **Filtro Adaptativo:** Os parâmetros do filtro são variados em tempo real a fim de minimizar uma função de custo que depende do erro de sensação de movimento entre o piloto da aeronave e o piloto quando no simulador.

Atualmente algoritmos desenvolvidos pela NASA combinam o controle ótimo com sistemas adaptativos e incorporam modelos mais complexos de percepção incluindo modelos visuais

e vestibulares como mostrado em Telban e Cardullo (2005).

É importante levar em consideração que o projeto de uma plataforma de movimento para uma aeronave específica deveria considerar antecipadamente o projeto do filtro *wash-out* a fim de otimizar o envelope cinemático da plataforma. Ou seja adaptar a geometria da plataforma aos requisitos do algoritmo. Não obstante, para uma geometria já definida o objetivo é adaptar o *wash-out* às restrições da plataforma.

2.8 O simulador de vôo da Universidade de Toronto - UTIAS

Básicamente três objetivos foram definidos em relação à experiência do doutorado *sanduíche* realizado no Instituto para Estudos Aeroespaciais da Universidade de Toronto-UTIAS: Validação dos controladores implementados neste trabalho, implementação do algoritmo de movimento (filtro *washout*) e simulação de manobras no simulador de vôo do UTIAS.

Infelizmente não foi possível validar os controladores, devido principalmente à configuração analógica do sistema de controle do sistema de movimento. Portanto, foi implementado o algoritmo de movimento e foram simuladas várias manobras. Essas manobras serão usadas para o teste numérico dos controladores como será mostrado na Seção 6.3.5.

O simulador de vôo do UTIAS é composto por uma base de movimento (*CAE 300 series motion-base*) de seis graus de liberdade acionada por seis atuadores hidráulicos como mostrado na figura 2.6. O curso de cada atuador é de 91,4 cm e a velocidade máxima do pistão é de 61 cm/s. A pressão do sistema hidráulico em condições normais de operação é 10,34 MPa e cada atuador é controlado por uma servo-válvula eletromecânica. O simulador possui uma cabine do avião *Douglas DC-8* doado pela *Air Canada* com aproximadamente 2268 kg.

O sistema visual consiste de geradores de imagens com três telas de monitores substituindo as janelas da cabine da aeronave e é mostrado na figura 2.6. O sistema de geração de forças dos controles dos pilotos é composto de servomotores elétricos DC e o sistema de som corresponde à aeronave *Boeing 747*. Maiores informações podem ser encontradas em Reid *et al.* (2005) e

em Grant (1986).



Figura 2.6: Simulador de vôo do UTIAS (REID *et al.*, 2005)

A base de movimento é controlada por um sistema analógico montado dentro de um gabinete, e comunica-se com um computador principal (*Perkin Elmer Computer*) através de uma placa eletrônica e um conversor D/A localizado no gabinete (figura 2.7). Os sinais de entrada para o gabinete de controle correspondem aos comprimentos e às acelerações desejadas de cada atuador, e os sinais de saída correspondem aos comandos para as servoválvulas de cada atuador.

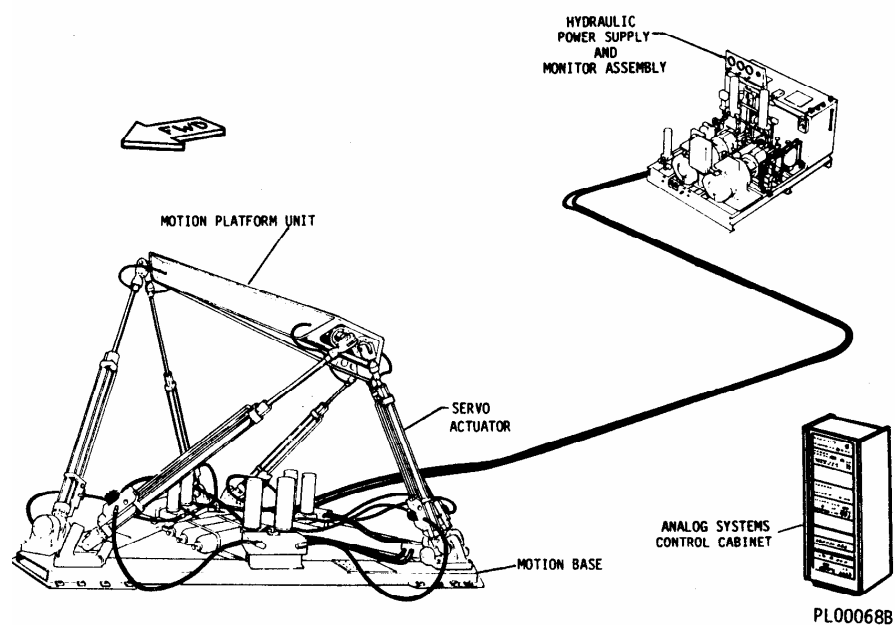


Figura 2.7: Sistema de controle do simulador de vôo do UTIAS (GRANT, 1986)

O sistema de controle em cascata em espaço das juntas utiliza dois tipos diferentes de sensores: em cada atuador, um transdutor magnetostrictivo de posição na malha externa de controle e um sensor de força na malha interna de controle.

As doze entradas (seis medidas de comprimento e seis medidas de aceleração dos atuadores) para o gabinete de controle são passadas através de um filtro elíptico com frequência de corte de 10 Hz. O objetivo do filtro é suavizar os sinais discretos entrando no sistema de controle e remover a frequência de ressonância da base de movimento (aproximadamente de 15 Hz). O filtro elíptico é o principal responsável pelo atraso, em termos de fase do sistema, acima de 1 Hz.

O conjunto de sensores de medição é formado por um sistema sensor multi-axial de seis graus de liberdade contendo três acelerômetros e três giroscópios. O sistema sensor está montado estrategicamente sobre o chassis do simulador. Os sinais analógicos da aceleração e da velocidade angular são passados através do filtro *antialiasing* e as saídas já filtradas são amostradas pelo conversor A/D do computador principal.

Descrição do Mecanismo de Movimento

3.1 Introdução

O objetivo deste capítulo é desenvolver um modelo dinâmico exato suficiente do mecanismo de movimento para simular o comportamento do sistema incluindo a estratégia de controle. Além disso, a partir de algumas simplificações do modelo pode-se projetar a estratégia de controle.

Basicamente tem sido usado dois métodos na dedução do modelo dinâmico da plataforma de Stewart: o método de Newton-Euler, onde as matrizes do modelo dinâmico são derivadas a partir da análise cinemática e dinâmica dos componentes do mecanismo, e o método de Lagrange, onde as matrizes do modelo dinâmico são derivadas a partir da variação da energia cinética e potencial dos componentes do mecanismo.

O método de Lagrange estabelece um procedimento para a eliminação das forças de ação e de reação nas juntas do mecanismo na dedução das matrizes do modelo dinâmico. Os multiplicadores de Lagrange devem ser usados a partir do modelo dinâmico deduzido para calcular as forças de ação e de reação. Por outro lado, o método de Newton-Euler explicitamente calcula as forças de ação e de reação no processo de dedução do modelo dinâmico.

Desse modo, e considerando importante o cálculo das forças de ação e reação no projeto físico da plataforma (construção da plataforma de Stewart) o método de Newton-Euler é adotado.

A partir da aplicação da primeira e segunda leis de Newton-Euler na análise cinemática e dinâmica de um atuador e na análise da plataforma de movimento será deduzido o modelo dinâmico em coordenadas cartesianas e o modelo dinâmico em coordenadas do atuador. Além disso, a equação de movimento do atuador eletro-mecânico será incluída no modelo dinâmico da plataforma.

Aspectos importantes na escolha da estrutura de controle como a cinemática direta e cinemática inversa serão abordados. Finalmente, a factibilidade e limites do movimento serão analisados através do espaço de trabalho e a análise de singularidades da plataforma.

3.2 Plataforma de Stewart

O mecanismo mais usado na simulação de movimento de seis graus de liberdade em simuladores de vôo é o manipulador paralelo chamado de plataforma de Stewart (STEWART, 1965). Apesar do pequeno espaço de trabalho, a plataforma de Stewart tem várias características que a tornam atrativa para controle de movimento, como alta rigidez, alta capacidade de posicionamento e alta resposta e flexibilidades de movimento, entre outras.

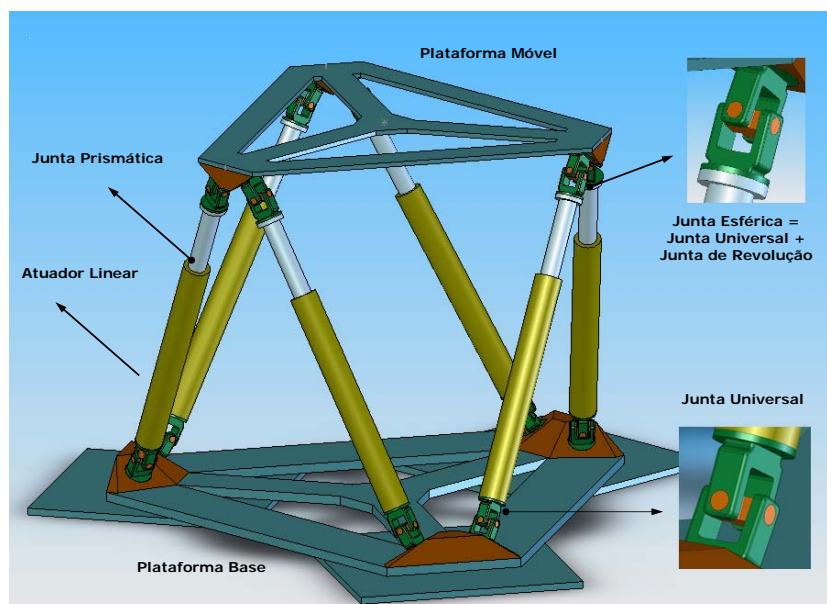


Figura 3.1: Plataforma de Stewart - UPS

Uma plataforma de Stewart consiste principalmente de duas plataformas que são conectadas por seis atuadores lineares atuando em paralelo. Numa configuração típica chamada de configuração UPS ¹ (figura 3.1) o extremo inferior do atuador é conectado à plataforma por meio de uma articulação universal, uma junta prismática entre o haste do atuador e o cilindro, e o extremo superior do atuador é conectado à plataforma por meio de uma articulação esférica. Uma das plataformas definida como a plataforma móvel, tem seis graus de liberdade (dentro de seu espaço de trabalho) relativa a uma plataforma fixa, a plataforma base. Este movimento relativo entre as duas plataformas é produzido variando os comprimentos dos atuadores lineares.

3.3 Dinâmica da Plataforma de Stewart

O desenvolvimento matemático da dinâmica da plataforma de Stewart é descrito a seguir, seguindo o procedimento desenvolvido por Dasgupta e Mruthyunjaya (1998). Adicionalmente alguns conceitos básicos são incluídos e detalhados.

3.3.1 Matriz de Rotação \mathfrak{R}

Para descrever o movimento da plataforma de Stewart, dois sistemas de coordenadas de referências são fixados nas duas plataformas. Um sistema de coordenadas $\{P\}$ fixo à plataforma móvel e um sistema de coordenadas $\{B\}$ fixo à base (figura 3.2).

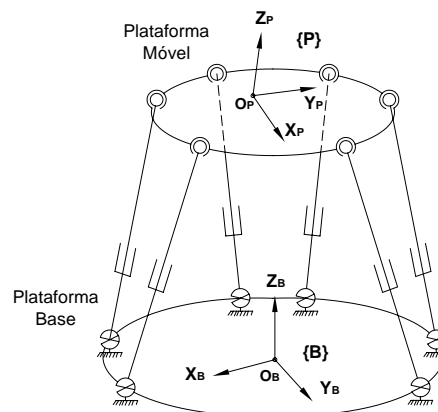


Figura 3.2: Sistemas de coordenadas da plataforma de Stewart

¹Univesal-Prismatic-Spherical

A orientação do sistema de coordenadas $\{\mathbf{P}\}$ em relação ao sistema de coordenadas $\{\mathbf{B}\}$ pode ser descrita usando ângulos de Euler, a partir das seguintes sequências de rotações (ver figura 3.3):

1. Rotação do sistema de coordenadas $\{\mathbf{B}\}$ em torno do eixo \mathbf{Z}_B por um ângulo ψ a fim de obter o sistema de coordenadas $\{\mathbf{B}'\}$.
2. Rotação do sistema de coordenadas $\{\mathbf{B}'\}$ em torno do eixo \mathbf{Y}'_B por um ângulo θ a fim de obter o sistema de coordenadas $\{\mathbf{B}''\}$.
3. Rotação do sistema de coordenadas $\{\mathbf{B}''\}$ em torno do eixo \mathbf{X}''_B por um ângulo ϕ a fim de obter o sistema de coordenadas $\{\mathbf{P}\}$.

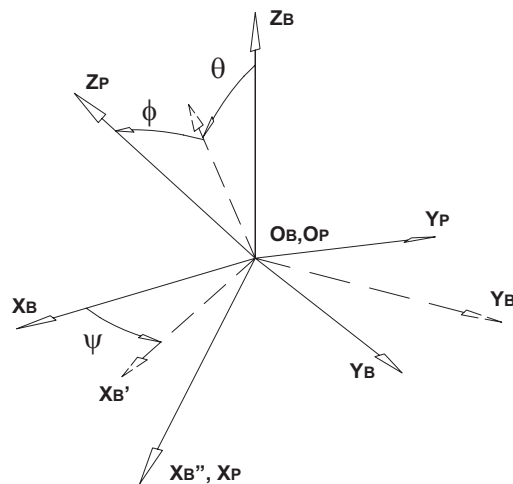


Figura 3.3: Ângulos de Euler

Portanto, a matriz de rotação que mapeia o sistema de coordenadas de referência $\{\mathbf{P}\}$ ao sistema de coordenadas de referência $\{\mathbf{B}\}$ é dado por:

$$\mathfrak{R} = \mathfrak{R}_{Z_B}(\psi) \mathfrak{R}_{Y'_B}(\theta) \mathfrak{R}_{X''_B}(\phi).$$

Desse modo:

$$\mathfrak{R} = \begin{bmatrix} C\psi C\theta & C\psi S\theta S\phi - C\phi S\psi & C\psi C\phi S\theta + S\psi S\phi \\ C\theta S\psi & C\psi C\phi + S\psi S\theta S\phi & C\phi S\psi S\theta - C\psi S\phi \\ -S\theta & C\theta S\phi & C\theta C\phi \end{bmatrix}, \quad (3.1)$$

onde $S(\cdot) = \text{sen}(\cdot)$ e $C(\cdot) = \text{cos}(\cdot)$.

3.3.2 Análise Cinemática de um Atuador

Análise de Posição

Em relação à figura 3.4, o vetor comprimento do atuador é dado por:

$$\mathbf{S} = \mathfrak{R}\mathbf{p} + \mathbf{t} - \mathbf{b}. \quad (3.2)$$

Assim, a magnitude do comprimento do atuador é dado por:

$$L = \|\mathbf{S}\|, \quad (3.3)$$

e o vetor unitário em direção ao eixo longitudinal do atuador é dado por:

$$\mathbf{s} = \frac{\mathbf{S}}{L}. \quad (3.4)$$

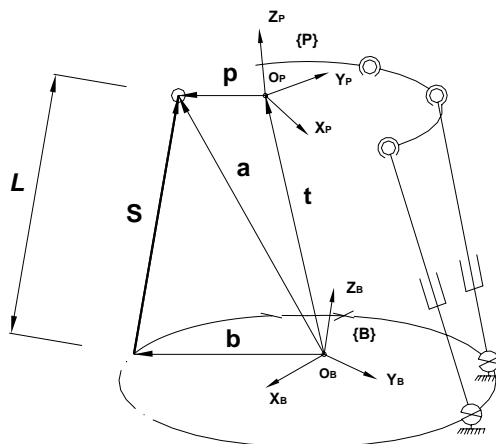


Figura 3.4: Diagrama vetorial para um atuador da plataforma de Stewart

Análise de Velocidade

Derivando a equação (3.2) obtém-se:

$$\dot{\mathbf{S}} = \dot{\mathfrak{R}}\mathbf{p} + \dot{\mathbf{t}}. \quad (3.5)$$

Aplicando algumas propriedades da matriz de rotação e a matriz assimétrica na equação (3.5), e simplificando (SHABANA, 2001) obtém-se:

$$\dot{\mathbf{S}} = \boldsymbol{\omega} \times \mathbf{q}_p + \dot{\mathbf{t}}, \quad (3.6)$$

onde $\mathbf{q}_p = \mathfrak{R}\mathbf{p}$ e $\boldsymbol{\omega}$ é a velocidade angular da plataforma móvel em relação ao sistema de coordenadas de referência $\{\mathbf{B}\}$ e está relacionada com as variáveis independentes ϕ , θ e ψ e suas derivadas correspondentes por meio da matriz assimétrica $\tilde{\boldsymbol{\omega}}$ associada a ela como:

$$\tilde{\boldsymbol{\omega}} = \dot{\mathfrak{R}}\mathfrak{R}^T = \begin{bmatrix} 0 & -\omega_z & \omega_y \\ \omega_z & 0 & -\omega_x \\ -\omega_y & \omega_x & 0 \end{bmatrix}. \quad (3.7)$$

Desse modo, a velocidade angular da plataforma é dada por:

$$\boldsymbol{\omega} = \begin{bmatrix} \omega_x & \omega_y & \omega_z \end{bmatrix}^T = \mathfrak{R}_\omega \dot{\Theta}, \quad (3.8)$$

onde $\Theta = [\phi \ \theta \ \psi]^T$ e

$$\mathfrak{R}_\omega = \begin{bmatrix} C\psi C\theta & -S\psi & 0 \\ C\theta S\psi & C\psi & 0 \\ -S\psi & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

A velocidade de deslizamento \dot{L} da junta prismática do atuador é dada pela componente da velocidade $\dot{\mathbf{S}}$ ao longo do atuador, então:

$$\dot{L} = \mathbf{s} \cdot \dot{\mathbf{S}}. \quad (3.9)$$

O vetor $\dot{\mathbf{S}}$ é composto por duas componentes vetoriais de velocidades: uma componente na direção longitudinal do atuador dada por $(\dot{L} \cdot \mathbf{s})$ e uma componente perpendicular ao atuador

devida à velocidade angular do atuador \mathbf{W} dada por $(\mathbf{W} \times \mathbf{S})$. Então, o vetor $\dot{\mathbf{S}}$ pode ser escrito em função das componentes longitudinal e perpendicular como:

$$\dot{\mathbf{S}} = \dot{L}\mathbf{s} + \mathbf{W} \times \mathbf{S}. \quad (3.10)$$

A equação (3.10) pode ser escrita como:

$$\mathbf{W} \times \mathbf{S} = \dot{\mathbf{S}} - \dot{L}\mathbf{s}. \quad (3.11)$$

Tomando o produto vetorial por \mathbf{s} em ambos os lados da equação (3.11) e levando em consideração que não existe componente da velocidade angular na direção longitudinal do atuador ($\mathbf{s} \cdot \mathbf{W} = 0$) devido à junta universal, e simplificando obtém-se:

$$\mathbf{W} = \frac{\mathbf{s} \times \dot{\mathbf{S}}}{L}. \quad (3.12)$$

Análise de Aceleração

Derivando a equação (3.5) obtém-se:

$$\ddot{\mathbf{S}} = \ddot{\mathfrak{R}}\mathbf{p} + \ddot{\mathbf{t}}. \quad (3.13)$$

Aplicando algumas propriedades da matriz de rotação e a matriz assimétrica na equação (3.13), e simplificando (SHABANA, 2001) tem-se:

$$\ddot{\mathbf{S}} = \ddot{\mathbf{t}} + \boldsymbol{\alpha} \times \mathbf{q}_p + \boldsymbol{\omega} \times (\boldsymbol{\omega} \times \mathbf{q}_p), \quad (3.14)$$

onde $\boldsymbol{\alpha}$ é a aceleração angular da plataforma móvel em relação ao sistema de coordenadas de referência $\{\mathbf{B}\}$ e pode ser definida derivando a equação (3.8) como:

$$\boldsymbol{\alpha} = \mathfrak{R}_{\omega} \ddot{\Theta} + \dot{\mathfrak{R}}_{\omega} \dot{\Theta}. \quad (3.15)$$

Definem-se os seguintes termos como:

$$\begin{aligned} \mathbf{a}_p &= \ddot{\mathbf{t}} + \boldsymbol{\alpha} \times \mathbf{q}_p, \\ \mathbf{U}_1 &= \boldsymbol{\omega} \times (\boldsymbol{\omega} \times \mathbf{q}_p). \end{aligned} \quad (3.16)$$

Então, substituindo os termos anteriores na equação (3.14), obtém-se:

$$\ddot{\mathbf{S}} = \mathbf{a}_p + \mathbf{U}_1. \quad (3.17)$$

A aceleração pode ser expressa em termos da aceleração de deslizamento na junta prismática \ddot{L} e a aceleração angular do atuador \mathbf{A} , e está composta dos seguintes termos:

- ▶ Aceleração da junta prismática do atuador, $\ddot{L}\mathbf{s}$.
- ▶ Aceleração tangencial devido à aceleração angular do atuador, $\mathbf{A} \times \mathbf{S}$.
- ▶ Aceleração normal devida à velocidade angular do atuador, $\mathbf{W} \times (\mathbf{W} \times \mathbf{S})$.
- ▶ Aceleração de Coriolis, $2\mathbf{W} \times \dot{L}\mathbf{s}$.

Então, visto o anterior tem-se:

$$\ddot{\mathbf{S}} = \ddot{L}\mathbf{s} + \mathbf{W} \times (\mathbf{W} \times \mathbf{S}) + 2\mathbf{W} \times \dot{L}\mathbf{s} + \mathbf{A} \times \mathbf{S}. \quad (3.18)$$

E levando em consideração que:

- ▶ $\mathbf{W} \times (\mathbf{W} \times \mathbf{S}) = (\mathbf{W} \cdot \mathbf{S})\mathbf{W} - (\mathbf{W} \cdot \mathbf{W})\mathbf{S}$,
- ▶ $\mathbf{S} = L\mathbf{s}$,
- ▶ $\mathbf{s} \cdot \mathbf{W} = 0$,

a equação (3.18) pode ser escrita como:

$$\ddot{\mathbf{S}} = (\ddot{L} - L\mathbf{W} \cdot \mathbf{W})\mathbf{s} + 2\mathbf{W} \times \dot{L}\mathbf{s} + \mathbf{A} \times \mathbf{S}. \quad (3.19)$$

Observe-se que o primeiro termo da equação (3.19) é a componente do vetor $\ddot{\mathbf{S}}$ na direção longitudinal do atuador, então :

$$\begin{aligned} \mathbf{s} \cdot \ddot{\mathbf{S}} &= \ddot{L} - L\mathbf{W} \cdot \mathbf{W}, \\ \ddot{L} &= \mathbf{s} \cdot \ddot{\mathbf{S}} + L\mathbf{W} \cdot \mathbf{W}. \end{aligned} \quad (3.20)$$

Substituindo a equação (3.17) na equação (3.20) e simplificando tem-se:

$$\ddot{L} = \mathbf{s} \cdot \mathbf{a}_p + u, \quad (3.21)$$

onde:

$$u = \mathbf{s} \cdot \mathbf{U}_1 + L\mathbf{W} \cdot \mathbf{W}. \quad (3.22)$$

Tomando o produto vetorial em ambos os lados da equação (3.19) por \mathbf{s} e levando em consideração que $\mathbf{s} \cdot \mathbf{W} = 0$ e $\mathbf{s} \cdot \mathbf{A} = 0$ tem-se:

$$\mathbf{A} = \frac{1}{L}(\mathbf{s} \times \ddot{\mathbf{S}} - 2\dot{L}\mathbf{W}). \quad (3.23)$$

Substituindo a equação (3.17) na equação (3.23) e simplificando tem-se:

$$\mathbf{A} = \frac{1}{L}(\mathbf{s} \times \mathbf{a}_p) + \mathbf{U}_2, \quad (3.24)$$

onde:

$$\mathbf{U}_2 = \frac{1}{L}(\mathbf{s} \times \mathbf{U}_1 - 2\dot{L}\mathbf{W}). \quad (3.25)$$

Para definir as acelerações dos centros de gravidade das partes que compõem o atuador, é necessário definir três novos sistemas de coordenadas de referência como mostrado na figura 3.5. Define-se um sistema de coordenadas de referência $\{\mathbf{D}\}$ com a origem na junta universal, cujo eixo $\hat{\mathbf{x}}$ é definido ao longo do eixo longitudinal do atuador, o eixo $\hat{\mathbf{y}}$ ao longo do eixo de rotação da junta universal fixo ao atuador, e o eixo $\hat{\mathbf{z}}$ é determinado segundo a figura 3.6. O segundo sistema de coordenadas de referência (sistema de coordenadas $\{\mathbf{U}\}$) com a mesma orientação que o sistema de coordenadas $\{\mathbf{D}\}$) é adjunto ao extremo do atuador.

Pode-se observar que os dois sistemas de coordenadas definidos anteriormente, são sistemas móveis que variam em relação ao movimento da plataforma. De tal forma, é necessário um terceiro sistema de coordenadas de referência fixo para descrever os sistemas de coordenadas móveis. Esse sistema de referência, chamado de sistema de coordenadas de referência fixo do atuador $\{\mathbf{E}\}$ é paralelo ao sistema $\{\mathbf{B}\}$ e com a mesma origem do sistema $\{\mathbf{D}\}$ (não é mostrado na figura 3.5).

são mapeados ao sistema de coordenadas fixo $\{\mathbf{E}\}$ como :

$$\begin{aligned}\mathbf{r}_d &= \mathbf{T}\mathbf{r}_{d0}, \\ \mathbf{r}_u &= \mathbf{T}\mathbf{r}_{u0} + \mathbf{v}, \\ \mathbf{v} &= [L \ 0 \ 0]^T.\end{aligned}\quad (3.28)$$

Visto o anterior, a aceleração do centro de gravidade da parte inferior do atuador é dada por:

$$\mathbf{a}_d = \mathbf{A} \times \mathbf{r}_d + \mathbf{W} \times (\mathbf{W} \times \mathbf{r}_d). \quad (3.29)$$

Substituindo a equação (3.24) na equação (3.29) e simplificando obtém-se:

$$\mathbf{a}_d = \frac{1}{L}(\mathbf{s} \times \mathbf{a}_p) \times \mathbf{r}_d + \mathbf{U}_3, \quad (3.30)$$

onde:

$$\mathbf{U}_3 = \mathbf{U}_2 \times \mathbf{r}_d + \mathbf{W} \times (\mathbf{W} \times \mathbf{r}_d). \quad (3.31)$$

E a aceleração do centro de gravidade da parte superior do atuador é dado por:

$$\mathbf{a}_u = \ddot{L}\mathbf{s} + \mathbf{A} \times \mathbf{r}_u + \mathbf{W} \times (\mathbf{W} \times \mathbf{r}_u) + 2\dot{L}\mathbf{W} \times \mathbf{s}. \quad (3.32)$$

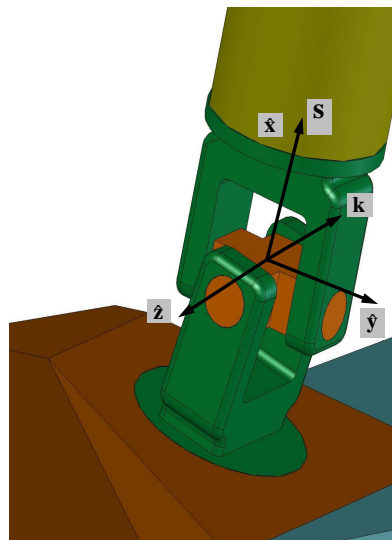


Figura 3.6: Definição dos eixos na junta universal do atuador

Substituindo a equação (3.21) e a equação (3.24) na equação (3.32) e simplificando obtém-se:

$$\mathbf{a}_u = (\mathbf{s} \cdot \mathbf{a}_p)\mathbf{s} + \frac{1}{L}(\mathbf{s} \times \mathbf{a}_p) \times \mathbf{r}_u + \mathbf{U}_4, \quad (3.33)$$

onde:

$$\mathbf{U}_4 = u\mathbf{s} + \mathbf{U}_2 \times \mathbf{r}_u + \mathbf{W} \times (\mathbf{W} \times \mathbf{r}_u) + 2\dot{L}\mathbf{W} \times \mathbf{s}. \quad (3.34)$$

3.3.3 Análise Dinâmica de um Atuador

O momento de inércia \mathbf{I}_d em relação ao sistema fixo $\{\mathbf{E}\}$ da parte inferior do atuador pode ser obtido a partir da transformação do momento de inércia local \mathbf{I}_{d0} (momento de inércia em relação ao sistema de coordenadas $\{\mathbf{D}\}$) como:

$$\mathbf{I}_d = \mathbf{T}\mathbf{I}_{d0}\mathbf{T}^T. \quad (3.35)$$

Em relação ao momento de inércia da parte superior do atuador, \mathbf{I}_{u0} representa o momento de inércia da parte superior em relação a um sistema de coordenadas paralelo a $\{\mathbf{U}\}$ com a origem no centro de gravidade \mathbf{G}_u , então, aplicando o teorema dos eixos paralelos (CRAIG, 1989) tem-se o momento de inércia da parte superior em relação ao sistema $\{\mathbf{D}\}$

$${}^D\mathbf{I}_{u0} = \mathbf{I}_{u0} + m_u \left[\mathbf{n}^T \mathbf{n} \mathbf{I}_3 - \mathbf{n} \mathbf{n}^T \right], \quad (3.36)$$

onde $\mathbf{n} = \mathbf{v} + \mathbf{r}_{u0}$ e representa a posição de \mathbf{G}_u em relação ao sistema $\{\mathbf{D}\}$, e \mathbf{I}_3 é a matriz de identidade de dimensão 3×3 . Portanto o momento de inércia da parte superior do atuador em relação ao sistema fixo $\{\mathbf{E}\}$ obtém-se como:

$$\mathbf{I}_u = \mathbf{T}({}^D\mathbf{I}_{u0})\mathbf{T}^T. \quad (3.37)$$

Levando em consideração que o momento resultante das forças externas que actuam no corpo é igual à variação do momento angular (segunda lei de Newton-Euler), tem-se a equação dinâmica para a parte inferior do atuador no sistema de coordenadas de referência fixo $\{\mathbf{E}\}$ (ver

figura 3.7):

$$\mathbf{r}_d \times m_d \mathbf{g} - \mathbf{r} \times \mathbf{F}_p - \mathbf{M}_p - C_u \mathbf{W} + M_u \mathbf{s} = \mathbf{I}_d \mathbf{A} + \mathbf{W} \times \mathbf{I}_d \mathbf{W} + \mathbf{r}_d \times m_d \mathbf{a}_d, \quad (3.38)$$

onde:

- ▶ \mathbf{F}_p e \mathbf{M}_p são a força e o momento na junta prismática exercidos pela parte superior do atuador num ponto \mathbf{r} respectivamente.
- ▶ M_u é a magnitude do momento de restrição na junta universal atuando em torno do eixo longitudinal do atuador.
- ▶ C_u é o coeficiente viscoso de atrito na junta universal.

No caso da parte superior do atuador, tem-se (ver figura 3.7):

$$\mathbf{r}_u \times m_u \mathbf{g} + \mathbf{r} \times \mathbf{F}_p + \mathbf{M}_p - \mathbf{f} + \mathbf{S} \times \mathbf{F}_s = \mathbf{I}_u \mathbf{A} + \mathbf{W} \times \mathbf{I}_u \mathbf{W} + \mathbf{r}_u \times m_u \mathbf{a}_u, \quad (3.39)$$

onde:

- ▶ $\mathbf{f} = C_s(\mathbf{W} - \boldsymbol{\omega})$ e C_s é o coeficiente viscoso na junta esférica.
- ▶ \mathbf{F}_s é a força de restrição na junta esférica atuando sobre o atuador, ou a força que a plataforma está exercendo sobre o atuador.

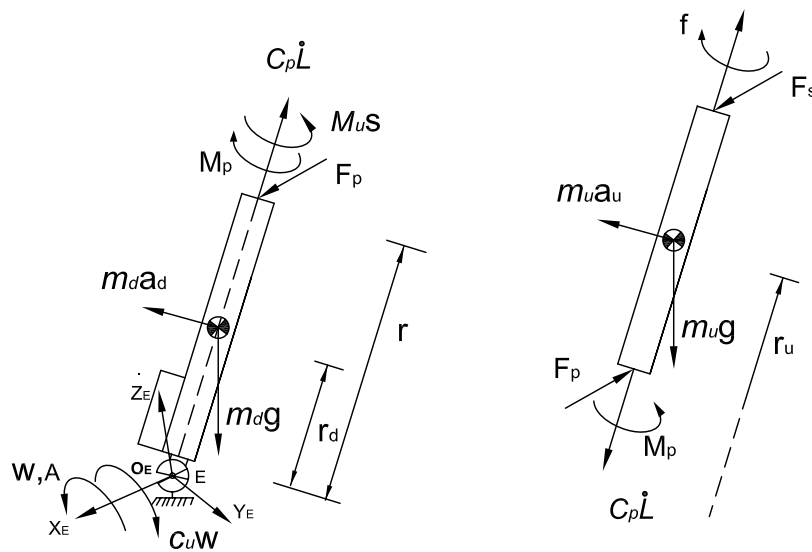


Figura 3.7: Diagrama de forças e momentos no atuador

Adicionando a equação (3.39) e a equação (3.38), obtém-se:

$$\begin{aligned} (\mathbf{r}_u m_u + \mathbf{r}_d m_d) \times \mathbf{g} + M_u \mathbf{s} - \mathbf{f} - C_u \mathbf{W} + \mathbf{S} \times \mathbf{F}_s = \\ \mathbf{r}_u m_u \times \mathbf{a}_u + \mathbf{r}_d m_d \times \mathbf{a}_d + (\mathbf{I}_u + \mathbf{I}_d) \mathbf{A} + \mathbf{W} \times (\mathbf{I}_u + \mathbf{I}_d) \mathbf{W}. \end{aligned} \quad (3.40)$$

Reescrevendo a equação (3.40):

$$M_u \mathbf{s} + \mathbf{S} \times \mathbf{F}_s = \mathbf{C}, \quad (3.41)$$

onde:

$$\begin{aligned} \mathbf{C} = m_u \mathbf{r}_u \times \mathbf{a}_u + m_d \mathbf{r}_d \times \mathbf{a}_d + (\mathbf{I}_u + \mathbf{I}_d) \mathbf{A} \\ + \mathbf{W} \times (\mathbf{I}_u + \mathbf{I}_d) \mathbf{W} - (m_u \mathbf{r}_u + m_d \mathbf{r}_d) \times \mathbf{g} + \mathbf{f} + C_u \mathbf{W}. \end{aligned} \quad (3.42)$$

O escalar M_u pode ser eliminado tomando o produto vetorial por \mathbf{s} em ambos os lados da equação (3.41) o qual resulta em:

$$\mathbf{F}_s = (\mathbf{s} \cdot \mathbf{F}_s) \mathbf{s} + \frac{\mathbf{C} \times \mathbf{s}}{L}. \quad (3.43)$$

Aplicando a segunda lei de Newton-Euler na parte superior do atuador (ver figura 3.7):

$$m_u \mathbf{a}_u = m_u \mathbf{g} + \mathbf{F}_p + \mathbf{F}_s - C_p \dot{L} \mathbf{s}. \quad (3.44)$$

E tomando o produto escalar por \mathbf{s} em ambos os lados da equação (3.44) e simplificando, tem-se:

$$\mathbf{s} \cdot \mathbf{F}_s = m_u \mathbf{s} \cdot (\mathbf{a}_u - \mathbf{g}) + C_p \dot{L} - F, \quad (3.45)$$

onde $F = \mathbf{s} \cdot \mathbf{F}_p$ é a força do atuador, e C_p é o coeficiente de atrito viscoso na junta prismática.

Substituindo a equação (3.45) na equação (3.43), tem-se:

$$\mathbf{F}_s = (m_u \mathbf{s} \cdot \mathbf{a}_u) \mathbf{s} - (m_u \mathbf{s} \cdot \mathbf{g}) \mathbf{s} + C_p \dot{L} \mathbf{s} + \frac{\mathbf{C} \times \mathbf{s}}{L} - F \mathbf{s}. \quad (3.46)$$

Substituindo a equação (3.24), (3.30), (3.33) e a equação (3.42) na equação (3.46) e simplificando, obtém-se:

$$\mathbf{F}_s = \mathbf{Q} \mathbf{a}_p + \mathbf{V} - F \mathbf{s}, \quad (3.47)$$

onde:

$$\mathbf{V} = (m_u \mathbf{s} \cdot \mathbf{U}_4 + C_p \dot{L} - m_u \mathbf{s} \cdot \mathbf{g}) \mathbf{s} - \frac{1}{L} \mathbf{s} \times \mathbf{U}_5, \quad (3.48)$$

e:

$$\begin{aligned} \mathbf{U}_5 = & (m_u \mathbf{r}_u \times \mathbf{U}_4) + (m_d \mathbf{r}_d \times \mathbf{U}_3) + (\mathbf{I}_u + \mathbf{I}_d) \mathbf{U}_2 + \mathbf{W} \times (\mathbf{I}_u + \mathbf{I}_d) \mathbf{W} \\ & - (m_u \mathbf{r}_u + m_d \mathbf{r}_d) \times \mathbf{g} + \mathbf{f} + C_u \mathbf{W}, \end{aligned} \quad (3.49)$$

e:

$$\begin{aligned} \mathbf{Q} = & m_u \left[1 + \frac{1}{L} \mathbf{s} \cdot \mathbf{r}_u \right] \mathbf{s} \mathbf{s}^T - \frac{m_u}{L} \mathbf{s} \mathbf{r}_u^T \\ & + \frac{m_d}{L^2} (\mathbf{s} \cdot \mathbf{r}_d) \left[(\mathbf{s} \cdot \mathbf{r}_d) \mathbf{E}_3 - \mathbf{r}_d \mathbf{s}^T - \mathbf{s} \mathbf{r}_d^T \right] + \frac{m_d}{L^2} \mathbf{r}_d \mathbf{r}_d^T \\ & + \frac{m_u}{L} \left[(\mathbf{r}_u \cdot \mathbf{s}) \mathbf{s} \mathbf{s}^T - \mathbf{r}_u \mathbf{s}^T \right] \\ & + \frac{m_u}{L^2} (\mathbf{s} \cdot \mathbf{r}_u) \left[(\mathbf{s} \cdot \mathbf{r}_u) \mathbf{E}_3 - \mathbf{r}_u \mathbf{s}^T - \mathbf{s} \mathbf{r}_u^T \right] + \frac{m_u}{L^2} \mathbf{r}_u \mathbf{r}_u^T \\ & + \frac{1}{L^2} (\mathbf{I}_u + \mathbf{I}_d) \left[\mathbf{E}_3 - \mathbf{s} \mathbf{s}^T \right], \end{aligned} \quad (3.50)$$

e \mathbf{E}_3 é a matriz identidade de dimensão 3x3. Desse modo, substituindo o termo \mathbf{a}_p da equação (3.16) na equação (3.47) obtém-se:

$$\mathbf{F}_s = \mathbf{Q} \ddot{\mathbf{t}} - \mathbf{Q} \tilde{\mathbf{q}}_p \alpha + \mathbf{V} - F \mathbf{s}, \quad (3.51)$$

onde

$$\tilde{\mathbf{q}}_p = \begin{bmatrix} 0 & -(q_p)_z & (q_p)_y \\ (q_p)_z & 0 & -(q_p)_x \\ -(q_p)_y & (q_p)_x & 0 \end{bmatrix}. \quad (3.52)$$

Finalmente, usando o subíndice i para o i -ésimo atuador, a força de restrição no i -ésimo ponto de conexão entre a plataforma e o atuador é dado por:

$$(\mathbf{F}_s)_i = \mathbf{Q}_i \ddot{\mathbf{t}} - \mathbf{Q}_i (\tilde{\mathbf{q}}_p)_i \alpha + \mathbf{V}_i - F_i \mathbf{s}_i, \quad (3.53)$$

onde os termos \mathbf{s}_i , $(\mathbf{q}_p)_i$, \mathbf{V}_i , e a matriz \mathbf{Q}_i devem ser calculados de forma individual para cada atuador.

3.3.4 Análise Cinemática e Dinâmica da Plataforma

Define-se \mathbf{R}_0 como o vetor de posição do centro de gravidade da plataforma (incluindo a carga) no sistema local de referência $\{\mathbf{P}\}$, então o vetor \mathbf{R}_0 expresso no sistema de referência $\{\mathbf{B}\}$ é dado por:

$$\mathbf{R} = \mathfrak{R} \mathbf{R}_0. \quad (3.54)$$

Acompanhando o mesmo procedimento de análise cinemática do atuador (equação (3.14)), a aceleração do centro de gravidade (incluindo a carga) da plataforma é dado por:

$$\mathbf{a} = \boldsymbol{\alpha} \times \mathbf{R} + \boldsymbol{\omega} \times (\boldsymbol{\omega} \times \mathbf{R}) + \ddot{\mathbf{t}}. \quad (3.55)$$

O momento de inércia \mathbf{I}_p da plataforma (incluindo a carga) é mapeado ao sistema de referência $\{\mathbf{B}\}$ como:

$$\mathbf{I} = \mathfrak{R}\mathbf{I}_p\mathfrak{R}^T. \quad (3.56)$$

3.3.5 Equações Dinâmicas em Coordenadas Cartesianas

Aplicando a segunda lei de Newton-Euler na plataforma móvel (figura 3.8), resulta em:

$$M\mathbf{a} = M\mathbf{g} + \mathfrak{R}\mathbf{F}_{ext} - \sum_{i=1}^6 (\mathbf{F}_s)_i. \quad (3.57)$$

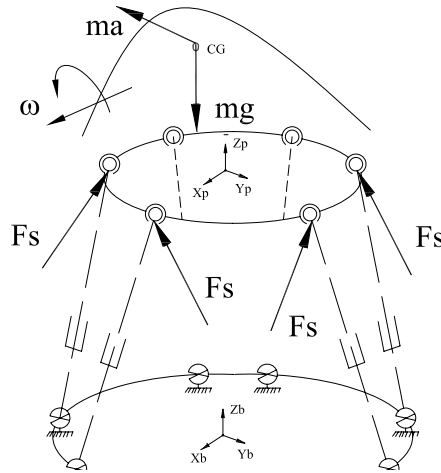


Figura 3.8: Diagrama de forças e momentos na plataforma de Stewart

Substituindo a equação (3.53) e (3.55) na equação (3.57), tem-se:

$$\begin{aligned} & \left(M\mathbf{E}_3 + \sum_{i=1}^6 \mathbf{Q}_i \right) \ddot{\mathbf{t}} - \left(M\tilde{\mathbf{R}} + \sum_{i=1}^6 \mathbf{Q}_i (\tilde{\mathbf{q}}_p)_i \right) \boldsymbol{\alpha} + M \{ \boldsymbol{\omega} \times (\boldsymbol{\omega} \times \mathbf{R}) - \mathbf{g} \} \\ & + \sum_{i=1}^6 \mathbf{v}_i = \sum_{i=1}^6 F_i \mathbf{s}_i + \mathfrak{R}\mathbf{F}_{ext}. \end{aligned} \quad (3.58)$$

Substituindo a equação (3.8) e (3.15) na equação (3.58), tem-se:

$$\begin{aligned} & \left(M\mathbf{E}_3 + \sum_{i=1}^6 \mathbf{Q}_i \right) \ddot{\mathbf{t}} - \left(M\tilde{\mathbf{R}} + \sum_{i=1}^6 \mathbf{Q}_i(\tilde{\mathbf{q}}_p)_i \right) \mathfrak{R}_\omega \ddot{\Theta} \\ & - \left(M\tilde{\mathbf{R}} + \sum_{i=1}^6 \mathbf{Q}_i(\tilde{\mathbf{q}}_p)_i \right) \mathfrak{R}_\omega \dot{\Theta} + M \{ \omega \times (\omega \times \mathbf{R}) - \mathbf{g} \} + \sum_{i=1}^6 \mathbf{V}_i = \sum_{i=1}^6 F_i \mathbf{s}_i + \mathfrak{R} \mathbf{F}_{ext}. \end{aligned} \quad (3.59)$$

Aplicando a segunda lei de Newton-Euler (variação do momento angular = momentos externos) em torno do centróide da plataforma móvel, obtém-se (figura 3.8):

$$M\mathbf{R} \times \mathbf{g} + \mathfrak{R} M_{ext} - \sum_{i=1}^6 [(\mathbf{q}_p)_i \times (\mathbf{F}_s)_i] + \sum_{i=1}^6 \mathbf{f}_i = \mathbf{I} \alpha + \omega \times \mathbf{I} \omega + M\mathbf{R} \times \mathbf{a}. \quad (3.60)$$

Substituindo a equação (3.53) e (3.55) na equação (3.60), tem-se:

$$\begin{aligned} & \left(M\tilde{\mathbf{R}} + \sum_{i=1}^6 (\tilde{\mathbf{q}}_p)_i \mathbf{Q}_i \right) \ddot{\mathbf{t}} + \left(\mathbf{I} - M\tilde{\mathbf{R}}\tilde{\mathbf{R}} - \sum_{i=1}^6 (\tilde{\mathbf{q}}_p)_i \mathbf{Q}_i(\tilde{\mathbf{q}}_p)_i \right) \alpha + \omega \times \mathbf{I} \omega \\ & + M\mathbf{R} \times \{ (\omega \cdot \mathbf{R}) \omega - \mathbf{g} \} + \sum_{i=1}^6 ((\mathbf{q}_p)_i \times \mathbf{V}_i - \mathbf{f}_i) = \sum_{i=1}^6 ((\mathbf{q}_p)_i \times \mathbf{s}_i) F_i + \mathfrak{R} M_{ext}. \end{aligned} \quad (3.61)$$

Substituindo a equação (3.8) e (3.15) na equação (3.61), tem-se:

$$\begin{aligned} & \left(M\tilde{\mathbf{R}} + \sum_{i=1}^6 (\tilde{\mathbf{q}}_p)_i \mathbf{Q}_i \right) \ddot{\mathbf{t}} + \left(\mathbf{I} - M\tilde{\mathbf{R}}\tilde{\mathbf{R}} - \sum_{i=1}^6 (\tilde{\mathbf{q}}_p)_i \mathbf{Q}_i(\tilde{\mathbf{q}}_p)_i \right) \mathfrak{R}_\omega \ddot{\Theta} \\ & + \left(\mathbf{I} - M\tilde{\mathbf{R}}\tilde{\mathbf{R}} - \sum_{i=1}^6 (\tilde{\mathbf{q}}_p)_i \mathbf{Q}_i(\tilde{\mathbf{q}}_p)_i \right) \mathfrak{R}_\omega \dot{\Theta} + \omega \times \mathbf{I} \omega + M\mathbf{R} \times \{ (\omega \cdot \mathbf{R}) \omega - \mathbf{g} \} \\ & + \sum_{i=1}^6 ((\mathbf{q}_p)_i \times \mathbf{V}_i - \mathbf{f}_i) = \sum_{i=1}^6 ((\mathbf{q}_p)_i \times \mathbf{s}_i) F_i + \mathfrak{R} M_{ext}. \end{aligned} \quad (3.62)$$

A equação (3.59) e (3.62) representam as equações dinâmicas da plataforma e podem ser arranjadas para obter um sistema de equações em forma matricial em função da matriz de forças de Coriolis e forças centrípetas, vetor de forças gravitacionais e vetor de termos de atrito.

Nesse contexto, o termo \mathbf{V} da equação (3.48) pode ser escrito como :

$$\mathbf{V} = \mathbf{V}_c + \mathbf{V}_g + \mathbf{V}_f, \quad (3.63)$$

onde:

$$\mathbf{V}_c = (m_u \mathbf{s} \cdot \mathbf{U}_4) \mathbf{s} - \frac{1}{L} \mathbf{s} \times \mathbf{U}_c, \quad (3.64)$$

e:

$$\mathbf{U}_c = (m_u \mathbf{r}_u \times \mathbf{U}_4) + (m_d \mathbf{r}_d \times \mathbf{U}_3) + (\mathbf{I}_u + \mathbf{I}_d) \mathbf{U}_2 + \mathbf{W} \times (\mathbf{I}_u + \mathbf{I}_d) \mathbf{W}, \quad (3.65)$$

$$\mathbf{V}_g = \frac{1}{L} \mathbf{s} \times \{(m_u \mathbf{r}_u + m_d \mathbf{r}_d) \times \mathbf{g}\} - (m_u \mathbf{s} \cdot \mathbf{g}) \mathbf{s}, \quad (3.66)$$

$$\mathbf{V}_f = C_p \dot{L} \mathbf{s} - \frac{1}{L} \mathbf{s} \times (\mathbf{f} + C_u \mathbf{W}). \quad (3.67)$$

Então, a equação (3.59) pode ser escrita como:

$$\begin{aligned} & \left(M \mathbf{E}_3 + \sum_{i=1}^6 \mathbf{Q}_i \right) \ddot{\mathbf{t}} - \left(M \tilde{\mathbf{R}} + \sum_{i=1}^6 \mathbf{Q}_i (\tilde{\mathbf{q}}_p)_i \right) \mathfrak{R}_\omega \ddot{\Theta} - \left(M \tilde{\mathbf{R}} + \sum_{i=1}^6 \mathbf{Q}_i (\tilde{\mathbf{q}}_p)_i \right) \mathfrak{R}_\omega \dot{\Theta} \\ & + M \boldsymbol{\omega} \times (\boldsymbol{\omega} \times \mathbf{R}) - M \mathbf{g} + \sum_{i=1}^6 (\mathbf{V}_c)_i + \sum_{i=1}^6 (\mathbf{V}_g)_i + \sum_{i=1}^6 (\mathbf{V}_f)_i = \sum_{i=1}^6 F_i \mathbf{s}_i + \mathfrak{R} \mathbf{F}_{ext}. \end{aligned} \quad (3.68)$$

Idem, a equação (3.62) pode ser escrita como:

$$\begin{aligned} & \left(M \tilde{\mathbf{R}} + \sum_{i=1}^6 (\tilde{\mathbf{q}}_p)_i \mathbf{Q}_i \right) \ddot{\mathbf{t}} + \left(\mathbf{I} - M \tilde{\mathbf{R}} \tilde{\mathbf{R}} - \sum_{i=1}^6 (\tilde{\mathbf{q}}_p)_i \mathbf{Q}_i (\tilde{\mathbf{q}}_p)_i \right) \mathfrak{R}_\omega \ddot{\Theta} \\ & + \left(\mathbf{I} - M \tilde{\mathbf{R}} \tilde{\mathbf{R}} - \sum_{i=1}^6 (\tilde{\mathbf{q}}_p)_i \mathbf{Q}_i (\tilde{\mathbf{q}}_p)_i \right) \mathfrak{R}_\omega \dot{\Theta} + \boldsymbol{\omega} \times \mathbf{I} \boldsymbol{\omega} + M \mathbf{R} \times (\boldsymbol{\omega} \cdot \mathbf{R}) \boldsymbol{\omega} - M \mathbf{R} \times \mathbf{g} \\ & + \sum_{i=1}^6 ((\mathbf{q}_p)_i \times \mathbf{V}_c)_i + \sum_{i=1}^6 ((\mathbf{q}_p)_i \times (\mathbf{V}_g)_i) + \sum_{i=1}^6 ((\mathbf{q}_p)_i \times (\mathbf{V}_f)_i) - \sum_{i=1}^6 \mathbf{f}_i = \sum_{i=1}^6 ((\mathbf{q}_p)_i \times \mathbf{s}_i) F_i + \mathfrak{R} M_{ext}. \end{aligned} \quad (3.69)$$

Combinando a equação (3.68) e (3.69) obtém-se o sistema de equações da dinâmica da plataforma em coordenadas cartesianas como:

$$\mathbf{M}_p(\mathbf{q}) \ddot{\mathbf{q}} + \mathbf{C}_p(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) + \mathbf{B}_p(\dot{\mathbf{q}}) + \mathbf{G}_p(\mathbf{q}) = \mathbf{J}_{l,\omega}^T \mathbf{F}, \quad (3.70)$$

onde o vetor \mathbf{q} contém as variáveis de posição e orientação (coordenadas cartesianas) da plataforma e é representado como:

$$\mathbf{q} = \begin{bmatrix} \mathbf{t} & \Theta \end{bmatrix}^T = \begin{bmatrix} x & y & z & \psi & \theta & \phi \end{bmatrix}^T$$

A matriz de inércia é representada por:

$$\mathbf{M}_p(\mathbf{q}) = \mathbf{M}_1 + \mathbf{M}_2,$$

onde

$$\mathbf{M}_1 = \begin{bmatrix} M\mathbf{E}_3 & -M\tilde{\mathbf{R}}\mathfrak{R}_\omega \\ M\tilde{\mathbf{R}} & (\mathbf{I} - M\tilde{\mathbf{R}}\tilde{\mathbf{R}})\mathfrak{R}_\omega \end{bmatrix},$$

e onde

$$\mathbf{M}_2 = \begin{bmatrix} \sum_{i=1}^6 \mathbf{Q}_i & -\left(\sum_{i=1}^6 \mathbf{Q}_i(\tilde{\mathbf{q}}_p)_i\right)\mathfrak{R}_\omega \\ \sum_{i=1}^6 (\tilde{\mathbf{q}}_p)_i \mathbf{Q}_i & -\left(\sum_{i=1}^6 (\tilde{\mathbf{q}}_p)_i \mathbf{Q}_i (\tilde{\mathbf{q}}_p)_i\right)\mathbf{E} \end{bmatrix}.$$

O termo de forças de Coriolis e forças centrípetas é dado como :

$$\mathbf{C}_p(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) = \mathbf{C}_1 + \mathbf{C}_2,$$

com:

$$\mathbf{C}_1 = \begin{bmatrix} M\boldsymbol{\omega} \times (\boldsymbol{\omega} \times \mathbf{R}) \\ \boldsymbol{\omega} \times \mathbf{I}\boldsymbol{\omega} + M\mathbf{R} \times (\boldsymbol{\omega} \cdot \mathbf{R})\boldsymbol{\omega} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} M\tilde{\mathbf{R}} \\ M\tilde{\mathbf{R}}\tilde{\mathbf{R}} - \mathbf{I} \end{bmatrix} \mathfrak{R}_\omega \dot{\boldsymbol{\theta}},$$

e

$$\mathbf{C}_2 = \begin{bmatrix} \sum_{i=1}^6 \mathbf{v}_{ci} \\ \sum_{i=1}^6 ((\mathbf{q}_p)_i \times \mathbf{v}_{ci}) \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \sum_{i=1}^6 \mathbf{Q}_i(\tilde{\mathbf{q}}_p)_i \\ \sum_{i=1}^6 (\tilde{\mathbf{q}}_p)_i \mathbf{Q}_i(\tilde{\mathbf{q}}_p)_i \end{bmatrix} \mathfrak{R}_\omega \dot{\boldsymbol{\theta}}.$$

O termo gravitacional é representado por:

$$\mathbf{G}_p(\mathbf{q}) = \begin{bmatrix} \sum_{i=1}^6 (\mathbf{v}_g)_i \\ \sum_{i=1}^6 ((\mathbf{q}_p)_i \times (\mathbf{v}_g)_i) \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} M\mathbf{g} \\ M\mathbf{R} \times \mathbf{g} \end{bmatrix}.$$

E o vetor de forças de atrito é dado como:

$$\mathbf{B}_p(\dot{\mathbf{q}}) = \begin{bmatrix} \sum_{i=1}^6 (\mathbf{v}_f)_i \\ \sum_{i=1}^6 ((\mathbf{q}_p)_i \times (\mathbf{v}_g)_i) - \mathbf{f}_i \end{bmatrix}.$$

O jacobiano é dado como:

$$\mathbf{J}_{l,\omega} = \begin{bmatrix} \mathbf{s}_1 & \mathbf{s}_2 & \mathbf{s}_3 & \mathbf{s}_4 & \mathbf{s}_5 & \mathbf{s}_6 \\ \mathbf{q}_1 \times \mathbf{s}_1 & \mathbf{q}_2 \times \mathbf{s}_2 & \mathbf{q}_3 \times \mathbf{s}_3 & \mathbf{q}_4 \times \mathbf{s}_4 & \mathbf{q}_5 \times \mathbf{s}_5 & \mathbf{q}_6 \times \mathbf{s}_6 \end{bmatrix}^T. \quad (3.71)$$

E o vetor de forças nos atuadores é representado como:

$$\mathbf{F} = \begin{bmatrix} F_1 & F_2 & F_3 & F_4 & F_5 & F_6 \end{bmatrix}^T.$$

3.3.6 Equações Dinâmicas em Coordenadas das Juntas

A partir da equação (3.21) a aceleração da junta prismática do i -ésimo atuador pode ser reescrita como:

$$\ddot{L}_i = \mathbf{s}_i^T \ddot{\mathbf{t}} + (\mathbf{q}_i \times \mathbf{s}_i)^T \boldsymbol{\alpha} + u_i.$$

Substituindo a equação (3.15) na equação (3.72) e simplificando, tem-se:

$$\ddot{L}_i = \begin{bmatrix} \mathbf{s}_i^T & ((\mathbf{q}_p)_i \times \mathbf{s}_i)^T \mathfrak{R}_\omega \end{bmatrix} \ddot{\mathbf{q}} + ((\mathbf{q}_p)_i \times \mathbf{s}_i)^T \mathfrak{R}_\omega \dot{\Theta} + u_i.$$

Combinando a equação (3.72) para os seis atuadores e simplificando, tem-se:

$$\ddot{\mathbf{L}} = \mathbf{J}_{l,q} \ddot{\mathbf{q}} + \mathbf{J}_\theta, \quad (3.72)$$

onde:

$$\mathbf{J}_{l,q} = \begin{bmatrix} \mathbf{S}_1 & \mathbf{J}_1 \mathfrak{R}_\omega \end{bmatrix}; \quad \mathbf{J}_\theta = \mathbf{J}_1 \mathfrak{R}_\omega \dot{\Theta} + \mathbf{u}, \quad (3.73)$$

e:

$$\mathbf{S}_1 = \begin{bmatrix} \mathbf{s}_1^T \\ \mathbf{s}_2^T \\ \mathbf{s}_3^T \\ \mathbf{s}_4^T \\ \mathbf{s}_5^T \\ \mathbf{s}_6^T \end{bmatrix}; \quad \mathbf{J}_1 = \begin{bmatrix} ((\mathbf{q}_p)_1 \times \mathbf{s}_1)^T \\ ((\mathbf{q}_p)_2 \times \mathbf{s}_2)^T \\ ((\mathbf{q}_p)_3 \times \mathbf{s}_3)^T \\ ((\mathbf{q}_p)_4 \times \mathbf{s}_4)^T \\ ((\mathbf{q}_p)_5 \times \mathbf{s}_5)^T \\ ((\mathbf{q}_p)_6 \times \mathbf{s}_6)^T \end{bmatrix}; \quad \mathbf{u} = \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \\ u_3 \\ u_4 \\ u_5 \\ u_6 \end{bmatrix}. \quad (3.74)$$

Isolando as coordenadas cartesianas na equação (3.72) resulta em:

$$\ddot{\mathbf{q}} = \mathbf{J}_{l,q}^{-1} [\ddot{\mathbf{L}} - \mathbf{J}_\theta]. \quad (3.75)$$

Substituindo a equação (3.75) na equação (3.70) e simplificando, obtêm-se as equações dinâmicas em coordenadas das juntas como :

$$\mathbf{M}_l(\mathbf{q})\ddot{\mathbf{L}} + \mathbf{C}_l(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) + \mathbf{B}_l(\dot{\mathbf{q}}) + \mathbf{G}_l(\mathbf{q}) = \mathbf{F}, \quad (3.76)$$

onde:

$$\begin{aligned} \mathbf{M}_l(\mathbf{q}) &= \mathbf{J}_{l,\omega}^{-T} \mathbf{M}_p(\mathbf{q}) \mathbf{J}_{l,q}^{-1} \\ \mathbf{C}_l(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) &= \mathbf{J}_{l,\omega}^{-T} \left[\mathbf{C}_p(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) - \mathbf{M}_p(\mathbf{q}) \mathbf{J}_{l,q}^{-1} \mathbf{J}_\theta \right] \\ \mathbf{B}_l(\dot{\mathbf{q}}) &= \mathbf{J}_{l,\omega}^{-T} \mathbf{B}_p(\dot{\mathbf{q}}) \\ \mathbf{G}_l(\mathbf{q}) &= \mathbf{J}_{l,\omega}^{-T} \mathbf{G}_p(\mathbf{q}), \end{aligned} \quad (3.77)$$

e o vetor \mathbf{L} é composto pelos deslocamento dos atuadores como:

$$\mathbf{L} = \left[L_1 \quad L_2 \quad L_3 \quad L_4 \quad L_5 \quad L_6 \right]^T.$$

3.4 Sistema de Acionamento Eletromecânico

Tradicionalmente têm-se utilizado sistemas hidráulicos para acionamento de plataformas de movimentos, entretanto com o avanço tecnológico nos atuadores elétricos, plataformas acionadas eletricamente estão sendo utilizadas ultimamente com cargas relativamente grandes. A seguir algumas vantagens e desvantagens dos sistemas de acionamento elétrico em relação aos sistemas hidráulicos.

► Vantagens do acionamento elétrico

- Máquinas acionadas eletricamente são mais eficientes (sistemas elétricos requerem de $\frac{1}{4}$ a $\frac{1}{2}$ da potência que aciona um sistema hidráulico).
- Manutenção simples, fácil instalação e baixo custo de operação dos atuadores elétricos.
- Redução do espaço de instalação (evita-se o uso de sala especial para alojar bomba, um motor grande que aciona a bomba hidráulica e um trocador de calor para refrigerar o fluido hidráulico).
- Um sistema de acionamento elétrico é mais fácil de instalar, pois não precisa de

complexas válvulas, tubulações e conexões.

- O sistema elétrico não tem que tratar com o problema de compressibilidade do fluido que reduz a rigidez e largura de banda do sistema.
- Tecnologia mais limpa em relação ao uso de fluido hidráulico.

► Desvantagens do acionamento elétrico

- Pico de aceleração é mais limitado em relação ao sistema hidráulico.
- Atuadores e sistemas de interrupção de segurança mais complexos.
- Grandes picos de demanda de potência.
- Para grandes cargas o sistema hidráulico pode ter uma vantagem de projeto sobre o sistema elétrico.
- Atuadores mais complexos com múltiplos rolamentos, atrito no parafuso sem fim e requisitos de lubrificação.

Comparando as vantagens e desvantagens apresentadas acima e sendo hoje o custo total de todo o equipamento envolvido relativamente igual em ambas as opções, o acionamento elétrico foi escolhido como acionamento principal para este projeto.

3.4.1 Atuador Electromecânico

Um atuador electromecânico de alto desempenho geralmente consiste (figura 3.9) de um servomotor, sistema de acoplamento, que pode ser direto (*in-line*) ou por transmissão por correia (*foldback*) e um sistema mecânico de transformação de torque em força, neste caso o fuso que transfoma o torque de rotação do motor elétrico numa força linear. O servomotor é composto pelo *drive*, o motor elétrico e o sensor de realimentação alojado na carcaça do motor elétrico (figura 3.10). Todo esse conjunto de elementos forma uma malha fechada de controle cuja entrada é a corrente (ou sua equivalente voltagem) que segundo a configuração do *drive* pode representar um torque desejado ou uma velocidade desejada.

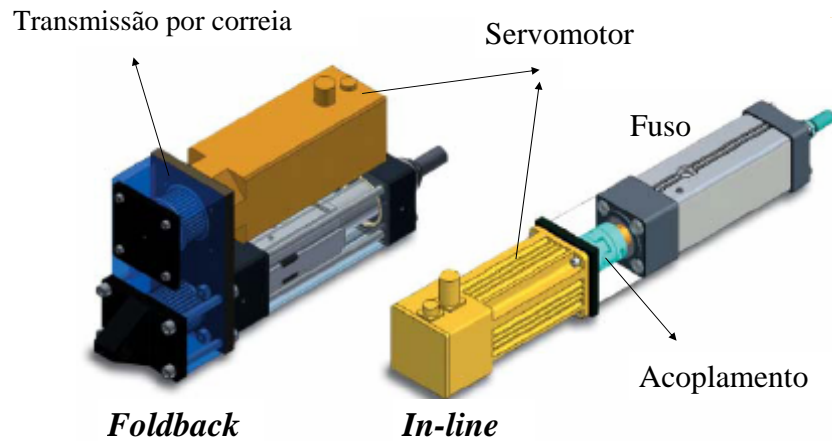


Figura 3.9: Atuador eletromecânico (PARKER, 2006)

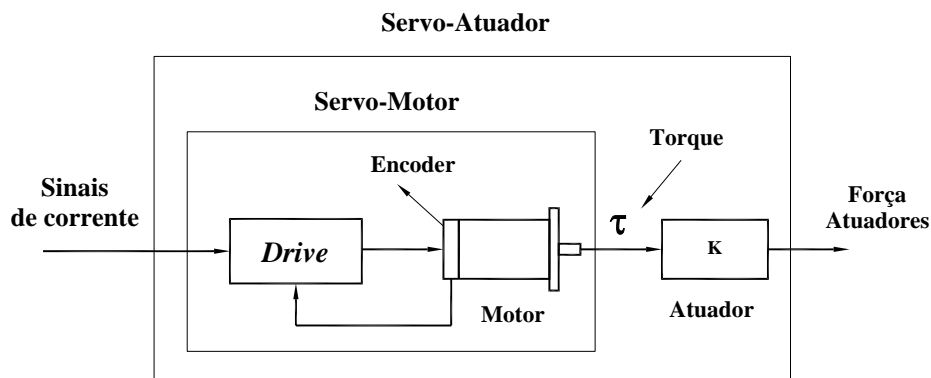


Figura 3.10: Servo-Atuador

3.4.2 Modelagem do Atuador Electromecânico

Considerando um fluxo magnético (ϕ) constante no estator, a equação elétrica que representa o motor elétrico do atuador eletromecânico é dada por (ver figura 3.11):

$$v = L_a \frac{di_a}{dt} + Ri_a + K_b \frac{d\theta_m}{dt}, \quad (3.78)$$

onde, R é a resistência elétrica, L_a é a indutância elétrica e K_b representa a voltagem de retorno-back emf na bobina do motor.

Por outro lado, a equação de movimento do atuador é dada por (ver figura 3.11):

$$(J_m + J_s) \frac{d^2\theta_m}{dt^2} + (B_m + B_s) \frac{d\theta_m}{dt} = \tau_m - \tau_l, \quad (3.79)$$

onde J_m e J_s representam os momentos de inércia do motor e do fuso respectivamente e B_m e B_s

representam coeficientes de atrito viscoso do motor e do fuso, respectivamente.

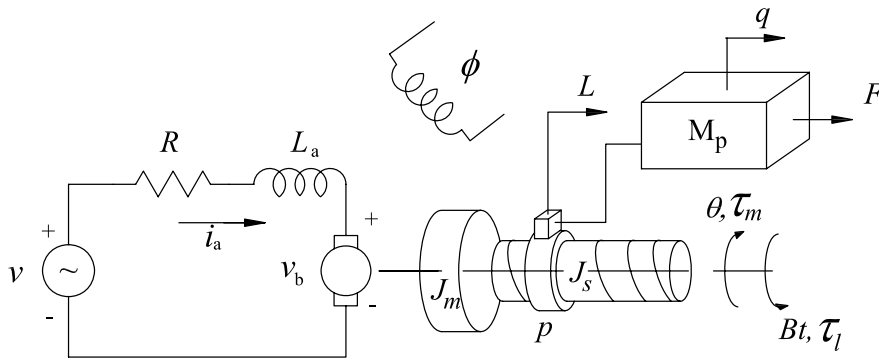


Figura 3.11: Modelo do atuador eletromecânico

A equação elétrica e a equação de movimento podem ser combinadas, considerando o torque do motor proporcional ao fluxo de corrente na bobina ($\tau_m = K_m i_a$), onde K_m , representa a constante de torque do motor. Nesse contexto o modelo dinâmico total do atuador eletromecânico é dado por:

$$\begin{aligned} v &= L_a \frac{di_a}{dt} + R i_a + K_b \frac{d\theta_m}{dt}, \\ i_a &= \frac{1}{K_m} \left((J_m + J_s) \frac{d^2\theta_m}{dt^2} + (B_m + B_s) \frac{d\theta_m}{dt} + \tau_l \right) \end{aligned} \quad (3.80)$$

3.5 Modelo dinâmico em coordenadas cartesianas considerando a dinâmica do atuador

Neste estudo, somente as equações de movimento do atuador são consideradas. Isto pode ser considerado pelo fato que a largura do sistema de controle de malha fechada entre o *drive* e o servomotor (figura 3.10) é muito maior que a largura de banda do sistema de controle do mecanismo de movimento.

Desse modo, a equação elétrica do atuador pode ser simplesmente representada por um ganho direto entre corrente e força, supondo que o atraso e a dinâmica não modelada desse sistema não afecte o sistema de controle do sistema de movimento do simulador de vôo. Testes mais específicos deveriam ser realizados com o equipamento real para quantificar esses parâmetros.

A relação de transmissão entre as variáveis de rotação e as variáveis de translação (para acionamento direto - *inline*) é dada por (HIBBELER, 1995):

$$\begin{aligned}\frac{d\theta_m}{dt} &= \frac{2\pi}{p}\dot{L}, \\ \tau_l &= \frac{Fp}{2\pi\eta},\end{aligned}\quad (3.81)$$

onde p é η representam o passo e a eficiência do fuso respectivamente.

Substituindo a equação (3.81) na equação (3.79), e simplificando, tem-se:

$$F = K_a\tau_m - M_a\ddot{L} - B_a\dot{L}, \quad (3.82)$$

onde:

$$K_a = \frac{2\pi\eta}{p}; \quad M_a = \frac{4(J_m+J_s)\pi^2\eta}{p^2}; \quad B_a = \frac{4(B_m+B_s)\pi^2\eta}{p^2}.$$

Na forma matricial, considerando todos os atuadores, tem-se::

$$\mathbf{F} = \mathbf{K}_a\mathbf{T}_m - \mathbf{M}_a\ddot{\mathbf{L}} - \mathbf{B}_a\dot{\mathbf{L}}, \quad (3.83)$$

onde:

$$\mathbf{M}_a = \begin{bmatrix} M_a & \dots & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \dots & M_a \end{bmatrix}; \quad \mathbf{B}_a = \begin{bmatrix} B_a & \dots & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \dots & B_a \end{bmatrix}; \quad \mathbf{K}_a = \begin{bmatrix} K_a & \dots & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \dots & K_a \end{bmatrix}, \quad (3.84)$$

e onde:

$$\mathbf{T}_m = \begin{bmatrix} (\tau_m)_1 & (\tau_m)_2 & (\tau_m)_3 & (\tau_m)_4 & (\tau_m)_5 & (\tau_m)_6 \end{bmatrix}^T.$$

A relação entre a taxa de variação das coordenadas cartesianas, $\dot{\mathbf{q}}$, e a velocidade linear dos atuadores é dada através do Jacobiano (equação (3.73)) como:

$$\dot{\mathbf{L}} = \mathbf{J}_{l,q}\dot{\mathbf{q}} \quad (3.85)$$

Desse modo, substituindo a equação (3.72) e (3.85) na equação (3.83), obtém-se:

$$\mathbf{F} = \mathbf{K}_a\mathbf{T}_m - \mathbf{M}_a\mathbf{J}_{l,q}\ddot{\mathbf{q}} - \mathbf{M}_a\mathbf{J}_\theta - \mathbf{B}_a\mathbf{J}_{l,q}\dot{\mathbf{q}} \quad (3.86)$$

A equação (3.86) pode ser incluída na equação dinâmica da plataforma (equação (3.70)) com o objetivo de obter-se o modelo dinâmico da plataforma considerando a dinâmica dos atuadores. Desse modo tem-se:

$$\mathbf{M}(\mathbf{q})\ddot{\mathbf{q}} + \mathbf{C}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) + \mathbf{E}(\dot{\mathbf{q}}) + \mathbf{G}(\mathbf{q}) = \mathbf{T}_m, \quad (3.87)$$

onde:

$$\begin{aligned} \mathbf{M} &= \mathbf{K}_a^{-1} \left[\mathbf{J}_{l,\omega}^{-T} \mathbf{M}_p + \mathbf{M}_a \mathbf{J}_{l,q} \right] \\ \mathbf{C} &= \mathbf{K}_a^{-1} \left[\mathbf{J}_{l,\omega}^{-T} \mathbf{C}_p + \mathbf{M}_a \mathbf{J}_\theta + \mathbf{B}_a \mathbf{J}_{l,q} \dot{\mathbf{q}} \right] \\ \mathbf{E} &= \mathbf{K}_a^{-1} \mathbf{J}_{l,\omega}^{-T} \mathbf{B}_p \\ \mathbf{G} &= \mathbf{K}_a^{-1} \mathbf{J}_{l,\omega}^{-T} \mathbf{G}_p \end{aligned} \quad (3.88)$$

3.6 Cinemática inversa e cinemática direta

Permitam retomar a equação (3.2) em função do i -ésimo atuador:

$$\mathbf{S}_i = \mathfrak{R} \mathbf{p}_i + \mathbf{t} - \mathbf{b}_i \quad (3.89)$$

Os comprimentos dos atuadores são dados como:

$$L_i = \|\mathbf{S}_i\| \quad \text{para } i = 1, 2, \dots, 6. \quad (3.90)$$

Assim, levando em consideração as equações anteriores, a cinemática inversa calcula os comprimentos dos atuadores dada uma posição (\mathbf{t}) e orientação (\mathfrak{R}) da plataforma móvel. A solução da cinemática inversa é única (solução fechada), isto é, dada uma orientação e posição da plataforma existe somente um conjunto de comprimentos dos atuadores.

Contrariamente à cinemática inversa, a cinemática direta calcula a posição (\mathbf{t}) e orientação (\mathfrak{R}) da plataforma dado os comprimentos dos atuadores. Pode ser visto da equação (3.89) que este problema representa um conjunto de seis equações simultâneas altamente não lineares com seis variáveis desconhecidas o qual resulta numa solução não fechada, ou seja, um conjunto de comprimentos dos atuadores pode corresponder a diferentes posições ou orientações

da plataforma.

Por tal motivo, métodos numéricos são usados para resolver o problema da cinemática direta, especialmente na implementação em tempo real. Vários tipos de abordagens ao problema da cinemática direta podem ser encontrados em Ji e Wu (2001) e Merlet (2005).

A solução numérica é dada através do método de Newton-Rapson como (NGUYEN *et al.*, 1993):

$$\mathbf{q}_{k+1} = \mathbf{q}_k + \mathbf{J}_{l,q}^{-1}[\mathbf{L}_m - \mathbf{L}_k] \quad (3.91)$$

onde \mathbf{q}_k , é o valor inicial das coordenadas cartesianas, $\mathbf{J}_{l,q}$, é o jacobiano (equação (3.73)), \mathbf{L}_m , é o vetor de referência dos deslocamentos dos atuadores e \mathbf{L}_k , é o vetor dos deslocamento dos atuadores calculado através da cinemática inversa com valores \mathbf{q}_k .

O procedimento para encontrar a solução da cinemática direta é:

1. Selecionar um vetor inicial \mathbf{q}_k .
2. Encontrar o vetor \mathbf{L}_k .
3. Calcular o vetor $\mathbf{f} = \mathbf{L}_k - \mathbf{L}_m$.
4. Se $\sum |f_i| < \text{tol}_f$ (tolerância do \mathbf{f}), parar o algoritmo e selecionar \mathbf{x}_k como solução.
5. Se não, $\delta\mathbf{q} = \mathbf{J}_{l,q}^{-1}\mathbf{f}$.
6. Se $\sum \delta\mathbf{q}_i < \text{tol}_q$ (tolerância do $\delta\mathbf{q}$), parar o algoritmo, seleciona-se \mathbf{q}_k como solução.
7. Se não, $\mathbf{q}_{k+1} = \mathbf{q}_k + \delta\mathbf{q}$, e repetir os passos 1-7.

3.7 Espaço de trabalho da base de movimento

O espaço de trabalho é definido como o conjunto de posições e orientações atingíveis pela plataforma de movimento. Portanto, um espaço de seis dimensões é requerido para definir o espaço de trabalho total da plataforma de Stewart. Como o anterior espaço não pode ser representado graficamente num espaço tridimensional, o espaço de trabalho é dividido em espaço de trabalho de posição e espaço de trabalho de orientação. O espaço de trabalho de posição é gerado mantendo fixa a orientação da plataforma, enquanto o espaço de trabalho de orientação

é gerado mantendo fixa a posição da plataforma.

Usualmente têm-se usado métodos discretos (ARAI *et al.*, 1990) para o cálculo do espaço de trabalho de manipuladores paralelos com seis graus de liberdade. Neste método, o espaço de trabalho é determinado através de incrementos na posição ou orientação da plataforma e posteriormente calculam-se os deslocamentos dos atuadores através da cinemática inversa. Depois são verificados os limites dos comprimentos dos atuadores, os limites dos deslocamentos angulares da junta universal e esférica de cada atuador, e a interferência entre os atuadores.

Na figura 3.12(a) é mostrada a seção transversal do espaço de trabalho de posição mantendo fixo o valor da coordenada vertical z na posição neutra². Portanto, por cada incremento da variável z obtém-se uma seção transversal diferente com o objetivo de representar graficamente o espaço de trabalho de posição num espaço tridimensional. Do mesmo modo, a figura 3.12(b) representa a seção transversal do espaço de trabalho de orientação mantendo fixo o valor da coordenada angular ψ e na posição neutra da plataforma.

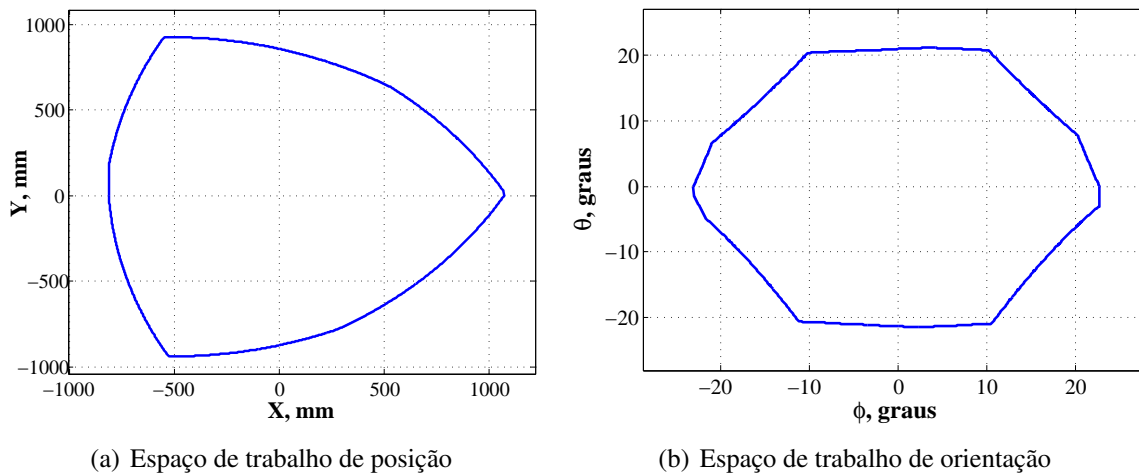


Figura 3.12: Seções transversais dos espaços de trabalho a partir da posição neutra

Com o objetivo de representar as propriedades dinâmicas das bases de movimento em simuladores de vôo, os limites dos deslocamentos de cada grau de liberdade são considerados a partir da posição neutra da plataforma mantendo os outros graus de liberdade constantes. Por exemplo, segundo a figura 3.12 os limites dos graus de liberdade x , y , θ , ϕ são determinados

²Posição da plataforma onde os atuadores estão posicionados na metade de seus cursos.

pelos valores da interseção do contorno das figuras com os eixos perpendiculares passando pela coordenada (0,0). Os valores limites são mostrados na tabela 3.1³. Em relação aos limites de

Tabela 3.1: Limites do espaço de trabalho

Coordenada	Deslocamento (mm)	Coordenada	Deslocamento (°)
x	1070 (-812)	ϕ	± 23
y	858 (-873)	θ	± 21
z	560 (-601)	ψ	± 34

velocidade e aceleração, pode-se usar a matriz jacobiana, considerando que ela representa o mapeamento das velocidades e forças dos atuadores nas velocidades e forças atuando na plataforma, respectivamente. Nesse contexto, a máxima velocidade que pode ser atingida num grau de liberdade mantendo os outros graus de liberdade constantes, e na posição neutra da plataforma, é dado por:

$$\dot{q}_{i,max} = \frac{\dot{L}_{max}}{\|\mathbf{J}_{l,q(*,i)}\|_{\infty}}, \quad (3.92)$$

onde \dot{L}_{max} , representa a máxima velocidade do atuador e $\mathbf{J}_{l,q(*,i)}$, representa a i -ésima coluna do jacobiano $\mathbf{J}_{l,q}$.

Do mesmo modo, a máxima força generalizada aplicada à plataforma numa determinada direção é dada por:

$$F_{pi,max} = \frac{F_{a,max}}{\|\mathbf{J}_{l,q(*,i)}^{-T}\|_{\infty}}, \quad (3.93)$$

onde $F_{pi,max}$, é a força generalizada (força ou momento) da i -ésima coordenada atuando na plataforma e $F_{a,max}$ é a força máxima do atuador. Desse modo, as acelerações máximas podem ser calculadas a partir da matriz de inercia da plataforma de movimento. Os valores são mostrados na tabela 3.2.

Os valores de $F_{a,max}$ e \dot{L}_{max} correspondem a 25 kN e a 1,0 m/s, respectivamente. Esses valores foram calculados para uma entrada senoidal de aceleração de aproximadamente 1g (9.81 m/s²) nas direções x e y considerando os valores limites de torque, velocidade angular (RPM),

³O valor dentro dos parênteses representa o limite inferior do grau de liberdade e o valor sem parênteses representa seu limite superior

e velocidade máxima do atuador dados pela figura C.1 e a tabela C.2 do Apêndice C, respectivamente. As forças nas direções x e y são mais críticas em relação às outras direções.

Tabela 3.2: Limites de velocidade e aceleração

Coordenada	Vel. (m/s)	Acel. (m/s ²)	Coordenada	Vel.(°/s)	Acel.(°/s ²)
x	1.77	13.49	ϕ	41.70	550
y	1.94	13.18	θ	37.41	500
z	1.04	54.56	ψ	67.70	1334

Valores limites de aceleração mais específicos em função da frequência podem ser determinados considerando movimentos senoidais em torno da posição neutra da plataforma. A amplitude da entrada senoidal de aceleração numa determinada frequência é calculada verificando que os limites de posição, velocidade e aceleração não sejam ultrapassados (tabelas 3.1 e 3.2).

Os valores limites das acelerações em relação à frequência para cada grau de liberdade são mostradas na figura 3.13. Em frequências baixas, a aceleração é restringida devido aos limites dos deslocamentos da plataforma, em frequências médias, a aceleração é restringida devido aos limites de velocidades, e em frequências altas, os limites de aceleração dependem das forças nos atuadores.

3.8 Singularidades da matriz jacobiana

Matematicamente falando, uma matriz é dita singular (não-inversível) quando seu determinante é nulo, ou seja existe uma dependência linear entre as filas ou colunas da matriz. Nessa configuração singular da matriz jacobiana, o movimento da plataforma não pode ser realizado ou as forças requeridas para executar o movimento são muito grandes.

A relação entre a taxa de variação das coordenadas cartesianas e a velocidade linear dos atuadores é dada através do Jacobiano como:

$$\dot{\mathbf{L}} = \mathbf{J}_{l,q} \dot{\mathbf{q}}. \quad (3.94)$$

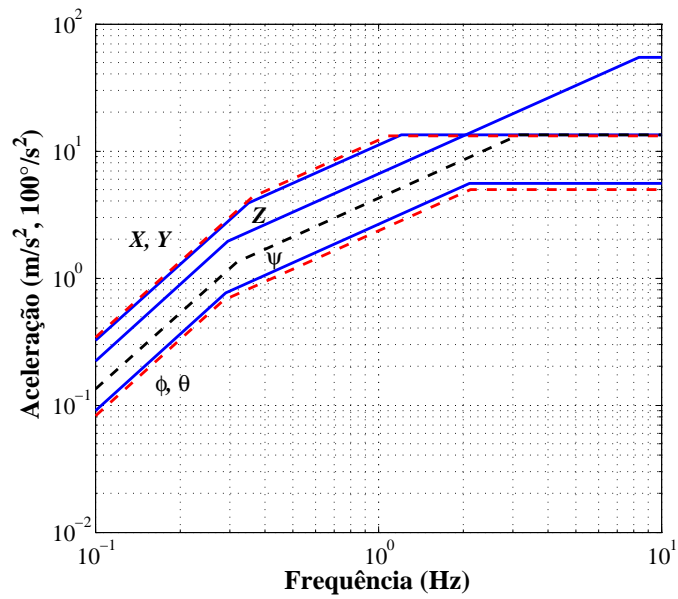


Figura 3.13: Restrições de acelerações da plataforma de movimento em função da frequência

Multiplicando ambos os lados da equação (3.94) por:

$$\begin{bmatrix} L_1 & \dots & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \dots & L_6 \end{bmatrix}, \quad (3.95)$$

e simplificando, tem-se:

$$\mathbf{A}_o \dot{\mathbf{L}} = \mathbf{B}_o \dot{\mathbf{q}}, \quad (3.96)$$

onde:

$$\mathbf{B}_o = \begin{bmatrix} \mathbf{S}_1 & \mathbf{S}_2 & \mathbf{S}_3 & \mathbf{S}_4 & \mathbf{S}_5 & \mathbf{S}_6 \\ \mathbf{q}_1 \times \mathbf{S}_1 & \mathbf{q}_2 \times \mathbf{S}_2 & \mathbf{q}_3 \times \mathbf{S}_3 & \mathbf{q}_4 \times \mathbf{S}_4 & \mathbf{q}_5 \times \mathbf{S}_5 & \mathbf{q}_6 \times \mathbf{S}_6 \end{bmatrix}^T, \quad (3.97)$$

e onde:

$$\mathbf{A}_o = \begin{bmatrix} L_1 & \dots & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \dots & L_6 \end{bmatrix} \quad (3.98)$$

A partir da equação (3.96), Gosselin e Angeles (1990) definem três tipos de singularidades:

1. Tipo 1 : A matriz \mathbf{A}_o é singular. Matematicamente o anterior acontece quando um dos atuadores tem o comprimento igual a zero ($L_i = 0$; $i = 1$ ou 2 ou ... 6). Fisicamente,

esse tipo de singularidade acontece quando um dos atuadores atinge seu limite inferior ou superior de deslocamento, isto é, os limites do espaço de trabalho da plataforma.

2. Tipo 2 : A matriz \mathbf{B}_o é singular. Este tipo de singularidade é mais difícil de analisar devido à grande quantidade de variáveis a serem analisadas quando o determinante da matriz \mathbf{B}_o é nulo. Kim *et al.* (1998) definem um polinômio de terceiro grau como solução, onde os coeficientes dependem da orientação e as variáveis da posição. Algumas singularidades analisadas acontecem fora do espaço de trabalho, como por exemplo, a singularidade de Fichter, onde $\psi = \pm 90^\circ$.
3. Tipo 3 : É uma singularidade devido à arquitetura da plataforma, e pode ser evitada quando os vértices dos hexágonos são arranjados como mostrado no apêndice B1, e com o raio da plataforma de movimento menor que o raio da plataforma base.

Advani (1998) afirma que singularidades matemáticas devido ao uso dos ângulos de Euler podem acontecer, mas que usualmente acontecem em grandes deslocamentos angulares. Não obstante isso pode acontecer dentro do espaço de trabalho.

Uma forma prática de analisar as singularidades dentro do espaço de trabalho é através da destreza da plataforma. A destreza da plataforma é definida como:

$$\text{Destreza} = \frac{1}{\|\mathbf{J}_{l,q}\| \|\mathbf{J}_{l,q}^{-1}\|}. \quad (3.99)$$

Portanto, valores de destreza muito pequenos (tendendo a zero) significam uma configuração próxima a uma configuração singular (matriz jacobiana mal condicionada).

A destreza é calculada variando dois graus de liberdade enquanto os outros graus de liberdades permanecem constantes. Na figura 3.14 são mostrados vários valores da destreza da plataforma para diferentes configurações. Por exemplo, a figura 3.14(a) representa o valor da destreza da plataforma de movimento calculada para uma orientação constante e uma posição vertical constante (coordenada z) enquanto varia-se as coordenadas x e y (estas coordenadas são representadas pelo plano horizontal da figura 3.14(a)).

Pode ser notado que a melhor destreza acontece próximo à posição neutra⁴ da plataforma enquanto valores de destreza menores acontecem nos limites do espaço de trabalho (singularidades tipo 1). Similares resultados foram apresentados para as combinações dos graus de liberdade não mostrados na figura 3.14.

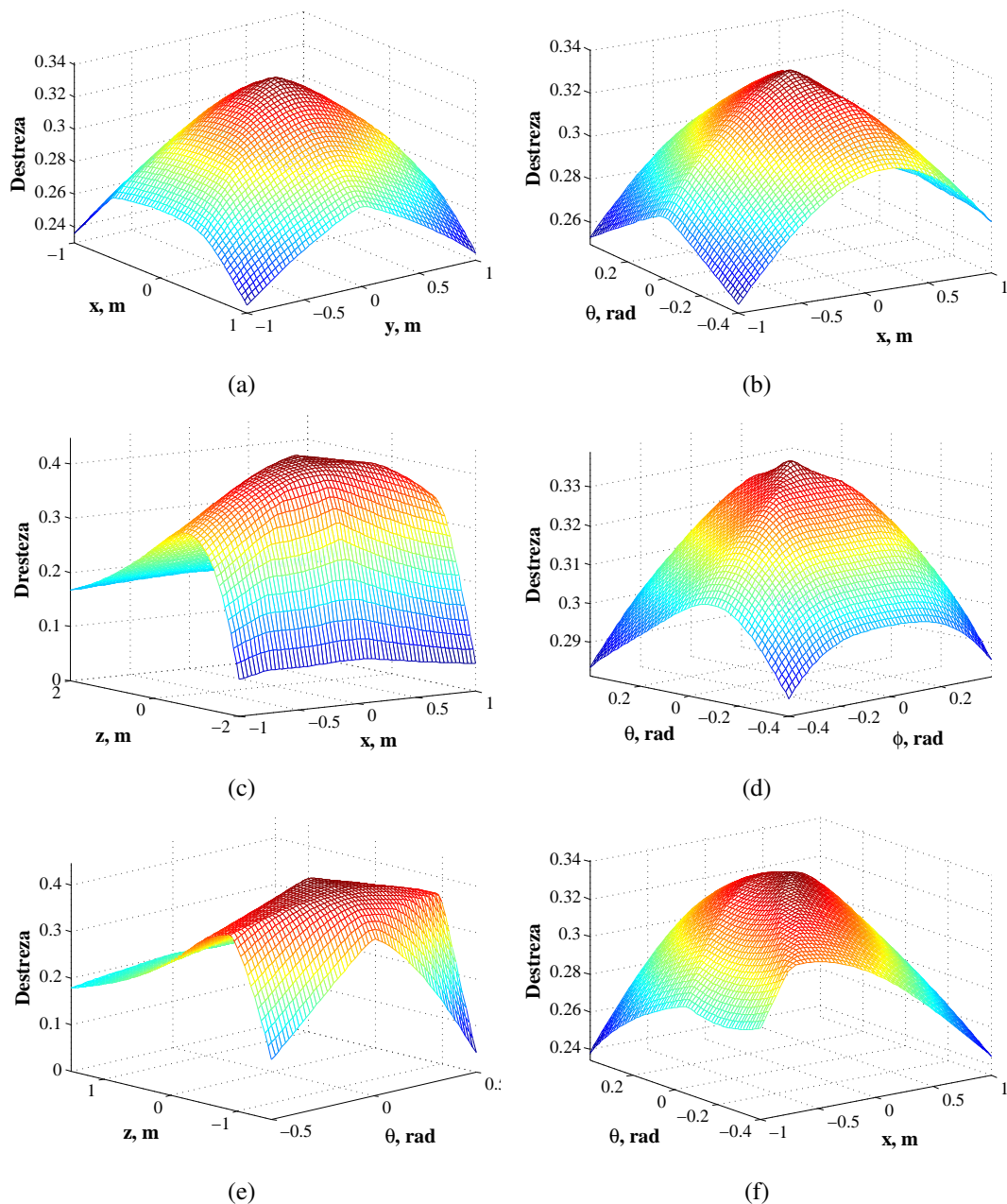


Figura 3.14: Destreza da plataforma de movimento

⁴Neste caso, a posição neutra corresponde à origem do sistema de coordenadas dos planos horizontais das figuras.

Modelo Dinâmico da Aeronave

4.1 Introdução

O objetivo deste capítulo não é o desenvolvimento das equações dinâmicas da aeronave, mas sim a definição de sistemas de referências e variáveis importantes na simulação de movimento. Definidos os diferentes sistemas de referência na aeronave e o sistema de referência no qual foi derivado o modelo dinâmico, a aceleração de qualquer ponto da aeronave pode ser determinada, e assim a aceleração linear e a velocidade angular a serem simuladas no simulador serão determinadas.

4.2 Modelo Dinâmico

Para modelar matematicamente o comportamento do movimento de uma aeronave, é necessário definir um sistema de coordenadas de referência fixo à aeronave que relaciona a rotação e a translação do corpo em relação a um sistema de coordenadas inercial, de tal forma que as leis de Newton possam ser facilmente aplicadas.

Define-se um sistema de referência $\{\mathbf{A}\}$ fixo ao corpo (sistema de referência do corpo), onde o eixo \mathbf{X}_A geralmente fica ao longo da linha de referência da fuselagem (FRL), com sentido positivo na direção de voo (figura 4.1). De igual forma define-se um sistema inercial $\{\mathbf{I}\}$ com o eixo \mathbf{Z}_I apontando na direção da aceleração da gravidade, e o eixo \mathbf{X}_I normalmente apontando na direção norte geográfico (especialmente em sistemas de navegação inercial - INS).

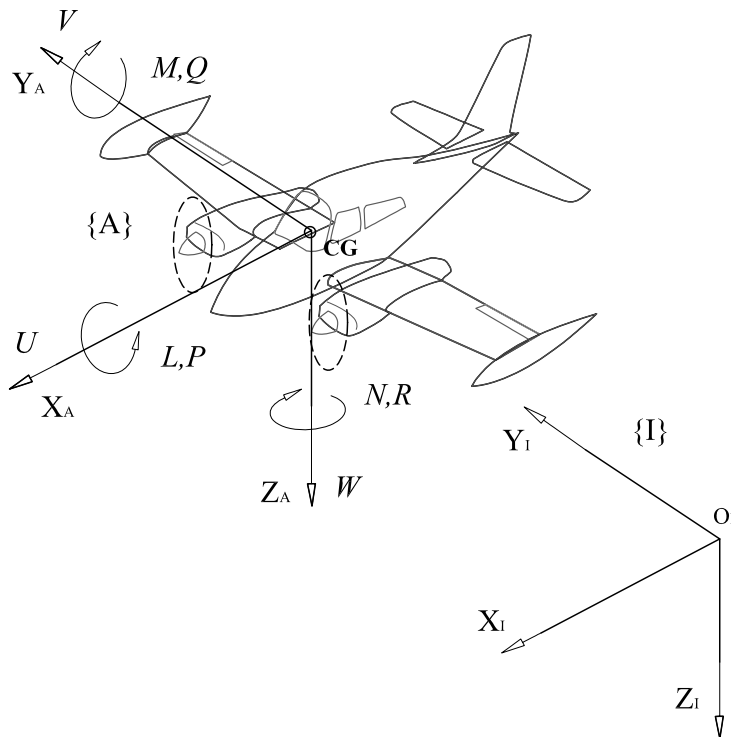


Figura 4.1: Sistemas de coordenadas de referência da aeronave

Aplicando as leis de Newton considerando-se as forças e os momentos externos atuando no centro de gravidade (CG) da aeronave, têm-se as seguintes equações de movimento de corpo rígido (ROSKAM, 2001):

$$\begin{aligned}
 m(\dot{U} - VR + WQ) &= mg_x + F_{A_x} + F_{T_x} \\
 m(\dot{V} + UR - WP) &= mg_y + F_{A_y} + F_{T_y} \\
 m(\dot{W} - UQ + VP) &= mg_z + F_{A_z} + F_{T_z}
 \end{aligned}
 \tag{4.1}$$

$$\begin{aligned}
 I_{xx}\dot{P} - I_{xz}\dot{R} - I_{xz}PQ + (I_{zz} - I_{yy})RQ &= L_A + L_T \\
 I_{yy}\dot{Q} + (I_{xx} - I_{zz})PR + I_{xz}(P^2 - R^2) &= M_A + M_T \\
 I_{zz}\dot{R} - I_{xz}\dot{P} + (I_{yy} - I_{xx})PQ + I_{xz}QR &= N_A + N_T,
 \end{aligned}$$

onde:

- U, V, W representam as projeções do vetor velocidade do CG da aeronave no sistema de coordenadas do corpo $\{\mathbf{A}\}$.

- ▶ P, Q, R representam as projeções do vetor velocidade angular do sistema $\{\mathbf{A}\}$ no mesmo sistema $\{\mathbf{A}\}$.
- ▶ $F_{A_x}, F_{A_y}, F_{A_z}$ representam as projeções do vetor força devido aos efeitos aerodinâmicos no sistema $\{\mathbf{A}\}$.
- ▶ $F_{T_x}, F_{T_y}, F_{T_z}$ representam as projeções do vetor força devido aos efeitos de tração do motor no sistema $\{\mathbf{A}\}$.
- ▶ L_A, M_A, N_A e L_T, M_T, N_T representam as projeções do vetor momento (em torno do CG) devido aos efeitos aerodinâmicos e efeitos de tração do motor respectivamente no sistema $\{\mathbf{A}\}$.
- ▶ I_{ij} , representam os momentos e produtos de inércia em relação ao sistema de coordenadas $\{\mathbf{A}\}$.
- ▶ m , representa a massa total do avião concentrada no CG, e g_x, g_y, g_z representam as projeções do vetor gravidade (orientado no sentido de \mathbf{Z}_I) em relação ao sistema $\{\mathbf{A}\}$.

Algumas hipóteses foram feitas em relação ao desenvolvimento das equações anteriores, como a aeronave é considerada como um corpo rígido; a terra é considerada plana e sua velocidade de rotação não é levada em consideração; não são considerados os efeitos da rotação dos rotores; o plano OXZ é considerado um plano de simetria; portanto $I_{xy} = I_{yz} = 0$, entre outras (ver Roskam (2001)).

Pode ser visto que as equações (4.1) não podem ainda ser resolvidas para obter a resposta no tempo das variáveis dependentes U, V, W, P, Q, R devido a que o vetor gravidade depende da orientação da aeronave em relação ao sistema inercial $\{\mathbf{I}\}$, e a que as forças e momentos aerodinâmicos e de tração são funções das variáveis dependentes ou variáveis de movimento U, V, W, P, Q, R .

Desse modo, pode-se usar de novo os ângulos de Euler para descrever a orientação do sistema $\{\mathbf{A}\}$ em relação ao sistema inercial $\{\mathbf{I}\}$.

Apesar de que a orientação do sistema de referência inercial $\{\mathbf{B}\}$ (sistema fixo à base da plataforma - Seção 3.3.1) é diferente do sistema $\{\mathbf{I}\}$, a mesma sequência de rotações definidas

na Seção 3.3.1 e aplicadas no sistema de referência $\{\mathbf{I}\}$ para obter o sistema de referência $\{\mathbf{A}\}$, produzem a mesma matriz de rotação \mathfrak{R} .

Nesse contexto, qualquer vetor expresso em relação ao sistema do corpo $\{\mathbf{A}\}$ pode ser mapeado no sistema de coordenadas inercial através da matriz de rotação \mathfrak{R} , e assim pode-se obter o vetor gravidade em relação ao sistema do corpo como:

$$\mathbf{g}_c = \mathfrak{R}^T \mathbf{g}, \quad (4.2)$$

onde $\mathbf{g} = [0 \ 0 \ g]^T$ representa o vetor gravidade em relação ao sistema inercial. Por conseguinte¹:

$$\mathbf{g}_c = \begin{bmatrix} g_x \\ g_y \\ g_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -g \sin \theta \\ g \cos \theta \sin \phi \\ g \cos \theta \cos \phi \end{bmatrix} \quad (4.3)$$

Substituindo a equação (4.3) na equação (4.1) resolve-se o problema de orientação do vetor gravidade .

Levando em consideração as matrizes de rotação, \mathfrak{R} e \mathfrak{R}_ω (Seção 3.3.1), as equações cinemáticas podem ser escritas como:

$$\begin{bmatrix} \dot{\phi} \\ \dot{\theta} \\ \dot{\psi} \end{bmatrix} = \mathfrak{R}_\omega \begin{bmatrix} P \\ Q \\ R \end{bmatrix}, \quad (4.4)$$

onde:

$$\mathfrak{R}_\omega = (\mathfrak{R}^T \mathfrak{R}_\omega)^{-1} = \begin{bmatrix} 1 & S\phi \tan \theta & C\phi \tan \theta \\ 0 & C\phi & -S\phi \\ 0 & S\phi \sec \theta & C\phi \sec \theta \end{bmatrix} \quad (4.5)$$

¹pode ser notado que o ângulo de arfagem ψ , não aparece na equação 4.3, devido à suposição de que a terra é plana

No caso das forças e momentos atuando na aeronave, é bem conhecido que as forças e momentos aerodinâmicos e de tração são definidos em termos de coeficientes aerodinâmicos adimensionais, e que esses coeficientes dependem de alguma forma da velocidade linear e angular da aeronave, variáveis de controle e configuração de controle de aceleração do motor, principalmente.

Assim como as velocidades podem ser representadas em relação a diferentes sistemas de coordenadas, os coeficientes aerodinâmicos também podem ser definidos em relação a diferentes sistemas de coordenadas. Usualmente são definidos três sistemas de coordenadas: sistemas do corpo, dos eixos de estabilidade e dos eixos do vento.

Como mostrado na figura 4.2, os eixos de estabilidade são definidos por uma rotação do sistema de coordenadas do corpo ao redor do eixo Y_a por um ângulo α (ângulo de ataque). Em sequência uma rotação ao redor do eixo Z_s por um ângulo β (ângulo de derrapagem) define os eixos do vento, onde o vetor velocidade em relação ao ar (*airspeed*²), $V_a = [U \ V \ W]^T$, fica ao longo do eixo positivo X dos eixos do vento.

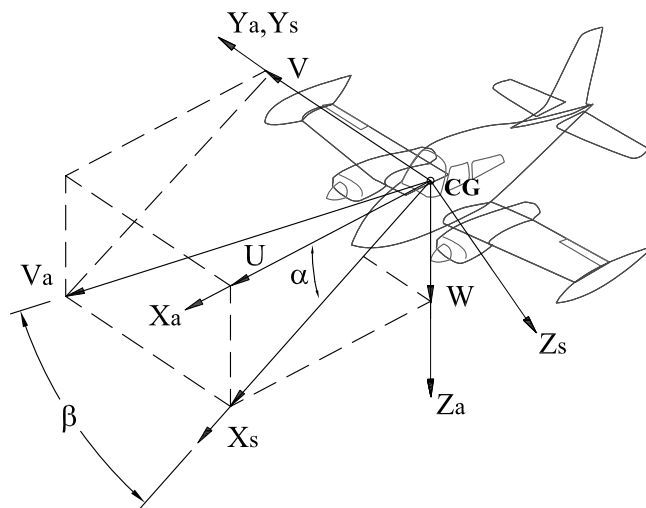


Figura 4.2: Eixos de Estabilidade e Eixos de Vento

²Velocidade da aeronave em relação ao ar.

A seguir, definem-se as forças aerodinâmicas no sistema dos eixos do vento, em função dos coeficientes aerodinâmicos (ROSKAM, 2001):

$$\begin{aligned}
 \text{Sustentação, } L &= q S C_L \\
 \text{Arrasto, } D &= q S C_D \\
 \text{Força Lateral, } Y &= q S C_Y \\
 \text{Momento de Arfagem, } M &= q S c C_M \\
 \text{Momento de Rolagem, } N &= q S b C_N \\
 \text{Momento de Guinada, } \bar{L} &= q S b C_I,
 \end{aligned} \tag{4.6}$$

onde C_L, C_D, \dots, C_I , são os coeficientes aerodinâmicos, q , é a pressão dinâmica do ar, S , é a área da asa, b , é a envergadura da asa e c representa a corda média aerodinâmica da asa.

Como foi dito anteriormente, os coeficientes C_L, C_D, \dots, C_I podem ser expressos em relação ao sistema de eixos de estabilidade ou sistemas de eixos do corpo, sempre levando em consideração o sistema de coordenadas que foi estabelecido nas equações (4.1).

Para ilustrar o comportamento dos coeficientes aerodinâmicos em função das variáveis de movimento, das superfícies de controle e do sistema de propulsão, considera-se a seguir somente a definição do coeficiente aerodinâmico de sustentação, definido nos eixos de estabilidade como (HANKE; NORDWALL, 1970):

$$C_L = (C_L)_0 + (\Delta C_L)_M + (\Delta C_L)_{\dot{\alpha}} + (\Delta C_L)_q + (\Delta C_L)_{\delta_e} + (\Delta C_L)_{TP} + (\Delta C_L)_T + \dots \text{etc,} \tag{4.7}$$

onde:

- ▶ $(C_L)_0 = C_L$ básico em função do ângulo de ataque, trem de pouso retraído e estabilizador horizontal com zero ângulo de deslocamento. O C_L básico também varia em função do ângulo do flape e não se consideram efeitos de tração do motor.
- ▶ $(\Delta C_L)_M =$ Variação do C_L em relação ao número de Mach.
- ▶ $(\Delta C_L)_{\dot{\alpha}} =$ Variação do C_L em relação à variação do ângulo de ataque.
- ▶ $(\Delta C_L)_q =$ Variação do C_L em relação à variação do ângulo de arfagem.

- ▶ $(\Delta C_L)_{\delta_e}$ = Variação do C_L em relação à variação do ângulo do profundor.
- ▶ $(\Delta C_L)_{TP}$ = Variação do C_L em relação à extensão do trem de pouso.
- ▶ $(\Delta C_L)_T$ = Variação do C_L em relação aos efeitos da tração do motor.

A mesma estrutura acontece com os outros coeficientes aerodinâmicos, eles são compostos de uma contribuição básica mais os componentes de correção devidos às variáveis de movimento, controle e aceleração, tendo seus comportamentos geralmente não lineares. Os termos de correção deverão ser adicionados em relação à condição de voo simulada.

Até aqui, definiu-se o modelo dinâmico não linear da aeronave, de tal forma que, as entradas para o modelo dinâmico correspondem às forças e aos momentos aerodinâmicos e de tração, e as saídas correspondem às acelerações linear e angular da aeronave em relação um sistema de coordenadas com a origem no centro de gravidade.

Para análises estática e dinâmica da aeronave (*handling qualities*) e para simulação de algumas manobras, um modelo linear pode ser obtido através da teoria das pequenas perturbações. Este método lineariza as equações ao redor de uma condição de voo estacionária, e os componentes dos coeficientes aerodinâmicos são considerados lineares em relação às pequenas variações das variáveis de movimento. Esses componentes são as conhecidas derivadas de estabilidade.

O uso do modelo linear ou do não linear dependerá da manobra a ser simulada, e geralmente nas manobras em simuladores de voo, as variáveis de movimento têm faixas de variação que não são bem representadas com a teoria de pequenas perturbações.

4.3 Aceleração linear e velocidade angular sentidas pelo piloto

A idéia do simulador de voo é tentar simular as sensações de movimentos geradas numa aeronave. O corpo humano possui diferentes órgãos sensoriais para detetar os movimentos da aeronave, entre eles, o sistema vestibular que detecta a aceleração linear e angular do movimento

acima de um limiar de percepção.

O sistema vestibular está localizado no ouvido interno do piloto, portanto, as variáveis que deveriam ser simuladas no simulador, são aquelas sentidas na posição da cabeça do piloto na posição intermédia dos ouvidos.

Tendo as variáveis de movimento em relação a um sistema de coordenadas com a origem no centro de gravidade, podem-se determinar as variáveis de movimento de qualquer ponto localizado na aeronave, sempre que e quando se defina um sistema de coordenadas com a origem no ponto escolhido.

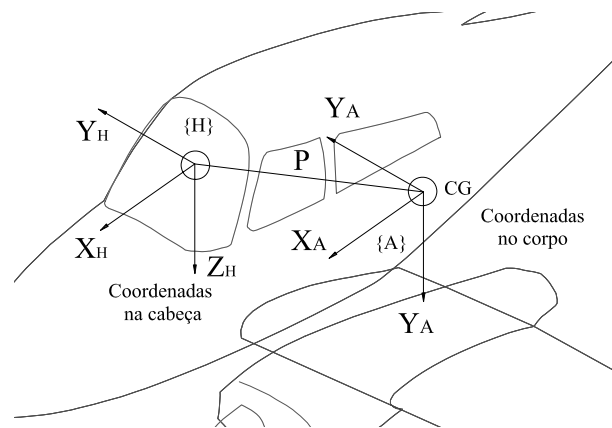


Figura 4.3: Sistema de coordenadas na cabeça do piloto

Define-se então um sistema de coordenadas na cabeça do piloto $\{\mathbf{H}\}$ com a origem aproximadamente na metade dos ouvidos do piloto e com a mesma orientação que o sistema do corpo $\{\mathbf{A}\}$ como mostrado na figura 4.3.

Segundo a dinâmica de corpo rígido, qualquer sistema de referência fixo no corpo rígido tem a mesma velocidade angular mas, suas origens têm diferentes velocidades lineares. Portanto para obter-se a aceleração num outro ponto diferente do centro de gravidade, deve-se adicionar os componentes tangenciais e normais devidos à aceleração e à velocidade angular do corpo respectivamente. Desse modo, a aceleração linear do ponto \mathbf{P} no sistema do corpo $\{\mathbf{A}\}$ é dada por:

$$\mathbf{a}_p = \mathbf{a}_{CG} + \boldsymbol{\alpha}_a \times \mathbf{P} + \boldsymbol{\omega}_a \times (\boldsymbol{\omega}_a \times \mathbf{P}), \quad (4.8)$$

onde, \mathbf{P} , \mathbf{a}_{CG} , $\boldsymbol{\omega}_a$, e $\boldsymbol{\alpha}_a$ são expressos no sistema de coordenadas do corpo $\{\mathbf{A}\}$.

Algoritmo de movimento -Washout Filter

5.1 Introdução

Na Seção 2.7, foi apresentada uma idéia geral da importância e funcionamento do algoritmo de movimento. Nesta seção vai-se entrar nos detalhes da estrutura matemática do filtro clássico devido a sua simplicidade matemática e fácil implementação comparado com outros tipos de algoritmo de movimento. A partir dessa estrutura derivam-se os demais variados tipos de algoritmos: controle ótimo, adaptativo, etc.

Será definido o conceito de força específica assim como a aceleração a ser simulada no simulador de vôo. Logo, os sistemas de referência definidos no simulador serão comparados com os sistemas de referência definidos na aeronave para realmente estabelecer o objetivo a atingir pelo simulador de vôo em termos da aceleração linear e velocidade angular da aeronave.

O modelo matemático do algoritmo de movimento será desenvolvido baseado em três canais: canal de translação para a simulação de movimentos lineares de alta frequência, canal de inclinação para a simulação de movimentos lineares e angulares de baixa frequência e canal de rotação para a simulação de movimentos angulares de alta frequência.

As saídas dos diferentes canais definem as trajetórias a serem simuladas e por conseguinte essas trajetórias correspondem às entradas para o controlador.

5.2 Conceito de força específica

Como foi dito anteriormente, a partir das equações dinâmicas da aeronave obtêm-se as acelerações linear e angular do centro de gravidade da aeronave e de qualquer outro ponto na aeronave, como por exemplo a cabeça do piloto. A aceleração linear da aeronave é composta por uma componente gravitacional e uma componente não gravitacional.

É bem sabido pela literatura que o sistema vestibular e especialmente o órgão otólito é sensível à aceleração não gravitacional (TELBAN; CARDULLO, 2005), isto é, os órgãos otólitos comportam-se como um acelerômetro. Essa aceleração não gravitacional é conhecida como força específica e é definida como:

$$\mathbf{f}_e = \mathbf{a}_p - \mathbf{g}_c, \quad (5.1)$$

onde \mathbf{a}_p é dada pela equação (4.8) e \mathbf{g}_c é dada pela equação (4.2).

5.3 Sistemas de Referência do Algoritmo de Movimento

Os diferentes sistemas de referência usados são mostrados na figura 5.1.

1. Sistema de Referência $\{\mathbf{P}_s\}$ fixo no simulador de vôo

A origem do sistema de referência $\{\mathbf{P}_s\}$ esta localizada no centróide da plataforma móvel do simulador. O plano \mathbf{XY} é paralelo à superfície da plataforma móvel do simulador.

2. Sistema de Referência $\{\mathbf{P}_a\}$ fixo na aeronave real

A origem do sistema de referência $\{\mathbf{P}_a\}$ tem a mesma posição e orientação que a origem do sistema de referência $\{\mathbf{P}_s\}$ em relação à cabine do piloto mas está fixo na aeronave.

3. Sistema de Referência $\{\mathbf{H}_s\}$ fixo no simulador de vôo

A origem do sistema de referência $\{\mathbf{H}_s\}$ está localizada ao nível dos ouvidos ou seja no meio da cabeça do piloto quando no simulador de vôo. O sistema de referência $\{\mathbf{H}_s\}$ é paralelo ao sistema de referência $\{\mathbf{P}_s\}$.

4. Sistema de Referência $\{\mathbf{H}\}$ fixo na aeronave real

A origem do sistema de referência $\{\mathbf{H}\}$ é também localizada ao nível dos ouvidos ou seja no meio da cabeça do piloto quando na aeronave. O sistema de referência $\{\mathbf{H}\}$ é paralelo ao sistema de referência $\{\mathbf{P}_a\}$.

Ambos os sistemas $\{\mathbf{H}_s\}$ e $\{\mathbf{H}\}$ têm as mesmas posição e orientação relativas à cabine do piloto. Ou seja, o vetor $\mathbf{R}_a = \mathbf{R}_s$.

5. Sistema de Referência $\{\mathbf{A}\}$ fixo na aeronave real

A origem do sistema de referência $\{\mathbf{A}\}$ está localizada no centro de gravidade da aeronave. Este sistema corresponde ao mesmo sistema de referência $\{\mathbf{A}\}$ definido no capítulo anterior (modelo dinâmico da aeronave).

6. Sistema de Referência $\{\mathbf{B}_s\}$ fixo no simulador de vôo

Este sistema de referência é um sistema inercial fixo na terra. A origem do sistema está localizada no centróide da plataforma base do simulador. O plano \mathbf{XY} é paralelo à superfície da plataforma base do simulador (a base do simulador é paralela à superfície da terra).

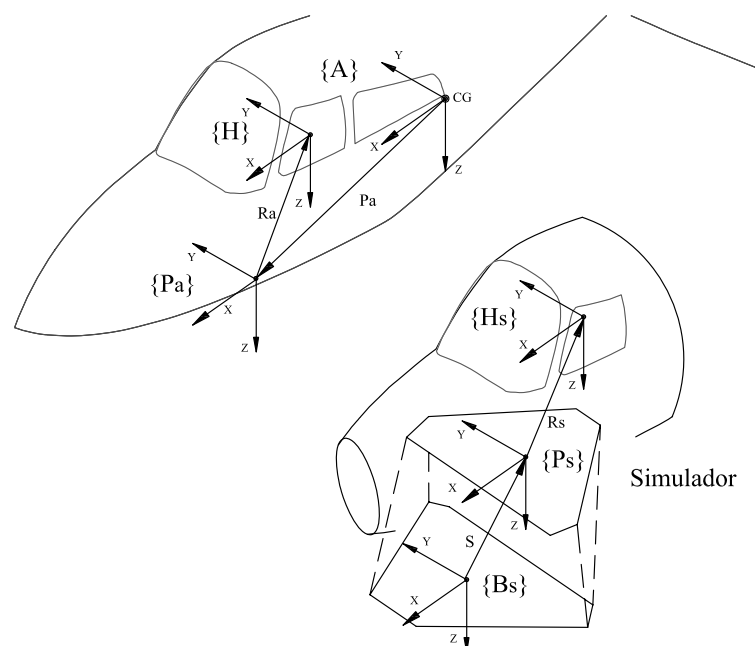


Figura 5.1: Sistemas de coordenadas do algoritmo de movimento

Levando em consideração os sistemas de referência definidos anteriormente, o objetivo do simulador de vôo é simular o mais idêntico possível a aceleração linear e angular do sistema de referência $\{\mathbf{H}\}$, ou seja:

$$\begin{aligned}\mathbf{a}_{H_s} &\approx \mathbf{a}_p \\ \alpha_{H_s} &\approx \alpha_a,\end{aligned}\tag{5.2}$$

onde \mathbf{a}_{H_s} e α_{H_s} representam a aceleração linear e angular do sistema de referência $\{\mathbf{H}_s\}$ respectivamente.

Não obstante, tem sido demonstrado que os canais semicirculares do sistema vestibular do piloto podem ser interpretados como um sensor de velocidade angular (TELBAN; CARDULLO, 2005), aliás, considerando a velocidade angular em vez da aceleração angular nos algoritmos de movimentos, produz-se uma simulação mais realista do movimento (LIAO *et al.*, 2004). Por tal motivo, o novo objetivo a atingir resulta em:

$$\begin{aligned}\mathbf{a}_{H_s} &\approx \mathbf{a}_p \\ \omega_{H_s} &\approx \omega_a,\end{aligned}\tag{5.3}$$

onde ω_{H_s} a velocidade angular do sistema de referência $\{\mathbf{H}_s\}$.

Se fosse escolhida a origem do sistema $\{\mathbf{H}\}$ como o ponto de medição da aceleração de referência para o filtro *washout*, não seria possível simular a inclinação coordenada, pois esta depende da inclinação da cadeira do piloto em relação ao centróide da plataforma móvel como será visto na seção 5.4.2. Porém, alguns outros tipos de algoritmos diferentes do algoritmo clássico implementado neste trabalho podem considerar o ponto de referência como a cabeça do piloto. Portanto, a origem do sistema $\{\mathbf{P}_a\}$ é selecionada como ponto de medição da entrada no filtro *washout*, e por conseguinte o objetivo do simulador é tentar atingir:

$$\begin{aligned}\mathbf{a}_{P_s} &\approx \mathbf{a}_{P_a} \\ \omega_{P_s} &\approx \omega_{P_a} = \omega_a,\end{aligned}\tag{5.4}$$

onde \mathbf{a}_{P_s} e ω_{P_s} representam a aceleração linear e a velocidade angular do sistema de referência $\{\mathbf{P}_s\}$ fixo no simulador de vôo.

Desse modo, conhecendo a aceleração do centro de gravidade da aeronave, \mathbf{a}_{CG} , e levando em consideração a Seção 4.1, a aceleração \mathbf{a}_{P_a} pode ser escrita como:

$$\mathbf{a}_{P_a} = \mathbf{a}_{CG} + \alpha_a \times \mathbf{P}_a + \omega_a \times (\omega_a \times \mathbf{P}_a), \quad (5.5)$$

onde \mathbf{P}_a representa o vetor a partir da origem do sistema $\{\mathbf{A}\}$ até a origem do sistema $\{\mathbf{P}_a\}$.

5.4 Algoritmo de movimento clássico - washout filter

Este algoritmo basicamente é composto de três canais: o canal de translação, o canal de rotação e o canal de inclinação coordenada (*tilt coordination*), como mostrado na figura 5.2 .

A entrada no filtro corresponde à força específica atuando na origem do sistema de coordenadas $\{\mathbf{P}_a\}$, e pode ser escrita como:

$$\mathbf{f}_a = \mathbf{a}_{P_a} - \mathbf{g}, \quad (5.6)$$

e à velocidade angular da aeronave (ω_a).

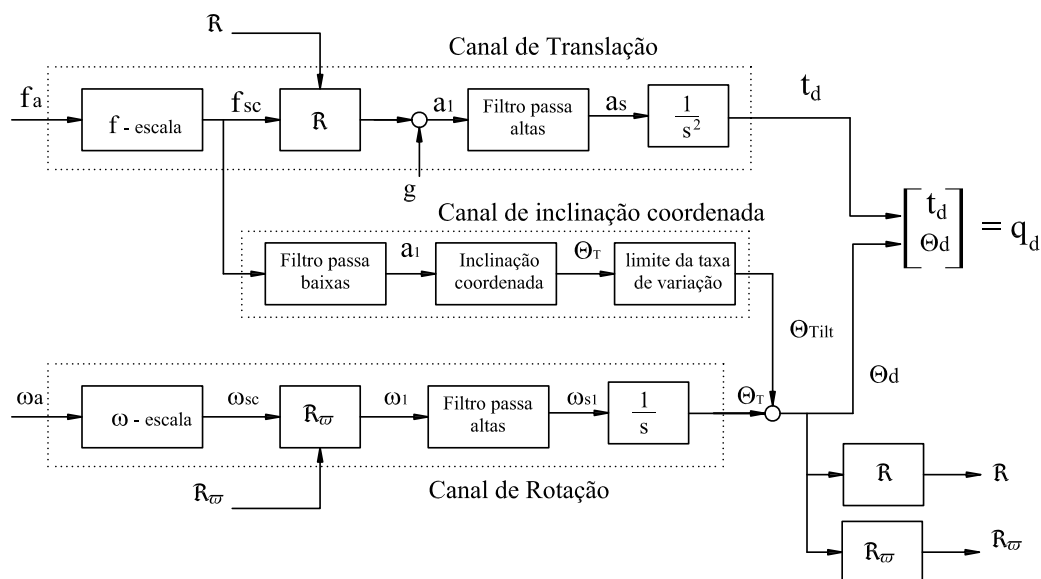


Figura 5.2: Algoritmo de movimento - washout filter

Os valores dos parâmetros de frequência natural e coeficiente de amortecimento dos filtros passa altas do canal de traslação e canal de rotação e o filtro passa baixa do canal de inclinação

coordenada são determinados e selecionados a partir de um conjunto de valores sintonizados por ensaio e erro através de experiências relatadas pelos pilotos no simulador de voo em relação a um conjunto de manobras. Os valores dados nas seguintes seções foram selecionados como os melhores valores segundo o comentário dos pilotos em relação às manobras simuladas no simulador de voo da Universidade de Toronto-UTIAS (NAHON; REID, 1990).

5.4.1 Canal de Translação

O objetivo deste canal é filtrar as componentes de alta frequência, de tal forma que as componentes de baixa frequência, responsáveis pelos grandes deslocamentos, sejam atenuadas.

As entradas, \mathbf{f}_a e ω_a , são escaladas (bloco “f-escala” da figura 5.2) com o objetivo de evitar que o deslocamento de translação desejado da plataforma ultrapasse os limites de movimentos permitidos, ou seja no caso que vetor \mathbf{t}_d exceda o espaço de trabalho da plataforma de movimento.

Logo, o sinal é representado em componentes do sistema inercial do simulador (sistema de referência $\{\mathbf{B}_s\}$, figura 5.1), através da matriz de rotação, \mathfrak{R} , e adiciona-se o vetor gravidade para obter a aceleração total.

Em seguida, o vetor resultante, \mathbf{a}_1 , deve ser filtrado devido às limitações físicas da plataforma, e assim obtém-se a aceleração desejada, \mathbf{a}_s , a ser simulada. O filtro é definido de segunda ordem como:

$$\mathbf{G}(s)_{HP} = \frac{s^2}{s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2}, \quad (5.7)$$

onde o fator de amortecimento, $\zeta = 1,0$ para todas as direções de translação, e a frequência natural ou frequência de corte, $\omega_n = 2,5$ para a direção x , e $4,0$ para as direções y e z .

Finalmente, a aceleração \mathbf{a}_s é integrada para obter-se a velocidade e o deslocamento desejado do centroide da base de movimento em cada instante de tempo a fim de reproduzir o melhor possível os movimentos da aeronave.

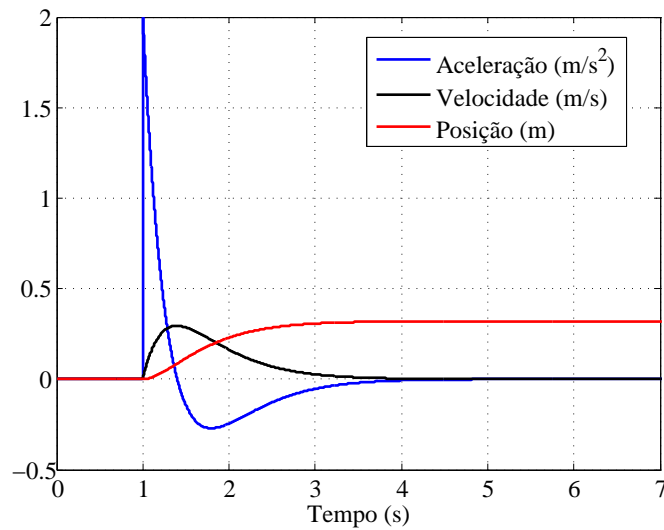


Figura 5.3: Resposta no canal de translação X a uma entrada degrau de aceleração, sem coordenação de inclinação

Na figura 5.3 é mostrada uma resposta típica do filtro passa alta no canal de translação, coordenada x , a uma entrada degrau de aceleração. Pode ser visto que o simulador não retorna para a posição neutra, devido a que na simulação não está incluído o canal de coordenação de inclinação. Também pode ser notada a resposta crítica amortecida da aceleração com $\zeta = 1,0$.

5.4.2 Canal de Coordenação de Inclinação

O objetivo deste canal é reproduzir os componentes de baixa frequência de translação horizontal (direção x) e lateral (direção y). Os componentes de baixa frequência na direção vertical não são reproduzidos, portanto acelerações sustentadas nessa direção não são simuladas. Isto pode deteriorar a fidelidade na simulação de componentes verticais de aceleração, não obstante na maioria de manobras para aviões comerciais, componentes de alta frequência na vertical são mais importantes que os de baixas frequências (GRANT; REID, 1997).

Por meio de uma inclinação controlada pode-se gerar uma aceleração horizontal ou lateral, como é mostrado na figura 5.4, sempre e quando a taxa de variação do ângulo não ultrapasse o limiar de percepção angular (aproximadamente 3 graus /s). Desse modo o piloto não sente que é deslocado angularmente, e ao mesmo tempo está sentindo uma força de reação devido à gravidade.

A entrada no canal de inclinação coordenada corresponde à força específica (f_a) devidamente escalada, para depois ser filtrada, afim de obterem-se as componentes de baixa frequência. Logo a aceleração filtrada é convertida no ângulo apropriado para reproduzir a respectiva aceleração sustentada, e são dado pelas seguintes equações (ver figura 5.4):

$$\begin{aligned}\theta_{tilt} &= \sin^{-1}\left(\frac{F_x}{g}\right) \\ \phi_{tilt} &= \sin^{-1}\left(\frac{-F_y}{g \cos(\theta_{tilt})}\right).\end{aligned}\quad (5.8)$$

As equações anteriores, para ângulos pequenos podem ser escritas como:

$$\begin{aligned}\theta_{tilt} &\approx \frac{F_x}{g} \\ \phi_{tilt} &\approx \frac{-F_y}{g}.\end{aligned}\quad (5.9)$$

Depois a taxa de variação angular deve ser limitada a (3 graus/s) para evitar que o deslocamento angular seja percebido pelo piloto.

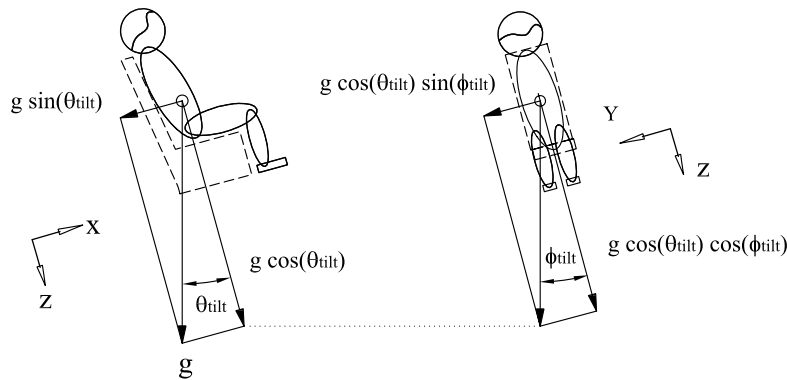


Figura 5.4: Componentes da aceleração devido à gravidade em uma inclinação coordenada

Em resumo, para gerar uma força sustentada F_x deve-se inclinar a plataforma de um ângulo θ_{tilt} com uma taxa de variação menor que o limiar de percepção. Da mesma forma isso é válido para o componente de força na direção y. Pode ser notado o sinal negativo da força nas equações 5.8. Isto é devido a que um giro positivo do ângulo ϕ_{tilt} gera uma força de reação no eixo negativo Y.

Finalmente, esse valor é adicionado às componentes de alta frequência que vêm do canal de rotação.

Na figura 5.5, são mostradas as saídas do canal de translação incluindo o canal de inclinação coordenada. Desta figura anterior pode-se concluir que o efeito do canal de inclinação coordenada é tentar trazer o simulador para a posição de equilíbrio, além de gerar a força de sustentação, como pode ser visto pelo deslocamento na coordenada x .

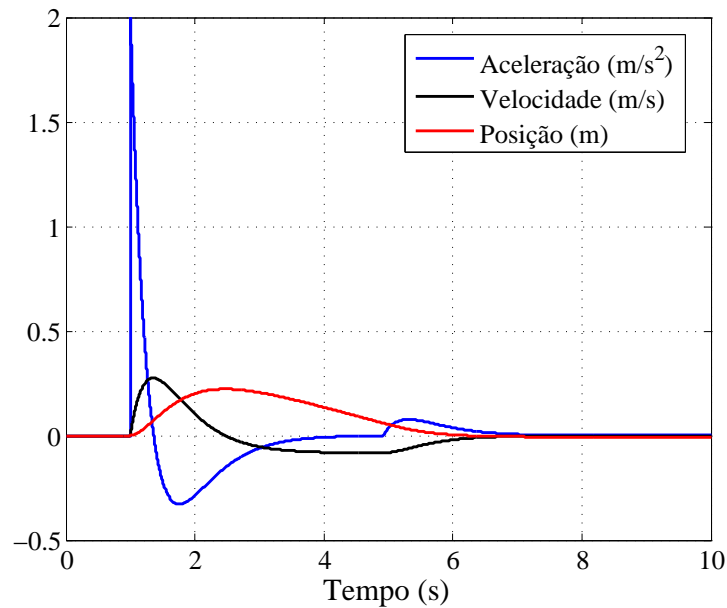


Figura 5.5: Resposta no canal de translação X a uma entrada degrau de aceleração, incluindo a coordenação de inclinação

Também é visto na figura que a taxa de aceleração, quando o simulador está retornando para a posição inicial (aproximadamente depois de três segundos) é menor que o limiar de percepção para aceleração linear (aproximadamente $0,08 \text{ m/s}^2$), ou seja, o simulador é retornado para a posição inicial sem que o piloto perceba o movimento.

Os filtros passa baixa são definidos de segunda ordem, como:

$$\mathbf{G}(s)_{LP} = \frac{\omega_n^2}{s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2}, \quad (5.10)$$

onde o fator de amortecimento, $\zeta = 1,0$ para as duas direções de translação, e a frequência de corte, $\omega_n = 5,0$ para a direção x , e $8,0$ para a direção y .

5.4.3 Canal de Rotação

A entrada deste canal corresponde à velocidade angular da aeronave (ω_a), a qual é escalada e depois mapeada na taxa de variação dos ângulos de Euler, através da matriz de rotação definida na equação 3.8 . Em seguida o sinal é integrado para obterem-se os ângulos de Euler parciais. Aos ângulos de Euler a ser simulados deve-se adicionar os ângulos de inclinação coordenada. Com esses ângulos atualizam-se as matrizes de rotação para iniciar de novo a malha do algoritmo de movimento.

O filtro é definido de segunda ordem como:

$$\mathbf{G}(s)_{HP\Theta} = \frac{\mathbf{s}}{\mathbf{s} + \omega_n}, \quad (5.11)$$

onde a frequência de corte, $\omega_n = 1,0$, para as três direções angulares.

Sistema de Controle do Mecanismo de Movimento

6.1 Introdução

Até agora pôde ser inferido que, modelos de percepção do piloto e modelos do algoritmo de movimento são importantes tanto para uma apropriada simulação do movimento como para um ótimo projeto do mecanismo de movimento.

Quando as trajetórias calculadas a partir do algoritmo de movimento e a configuração da plataforma são definidas, uma estratégia de controle deve ser projetada para seguir essas trajetórias dentro dos requisitos de um sistema de movimento de um simulador de vôo.

O seguimento dessas acelerações de referência deve focalizar especialmente componentes de altas frequências (*onsets*), devido a que esses componentes são mais importantes na sensação de movimento inercial¹. Não obstante, componentes de baixa frequência são importantes para a simulação de longas acelerações. Além disso, componentes de baixa frequência são simuladas em grande parte pelo sistema visual.

¹A sensação de movimento percebida pelo piloto pode provir de uma sensação visual, sem o movimento do corpo do piloto, ou uma sensação de movimento inercial, com o movimento do corpo do piloto

O Controle do movimento inercial da cabine do simulador é direcionado a fornecer apropriadas sensações de movimento nas seguintes áreas (KOEKEBAKKER, 2001):

- ▶ Componentes de alta frequência (*onsets*) da resposta do avião devido à ação do piloto. Tanto a amplitude e fase da resposta são importantes. Como a largura de banda do sistema de malha fechada formado pelo piloto e a aeronave geralmente não excede 1 Hz, larguras de bandas maiores seriam apropriadas de modo a não introduzir atrasos de fase significativos.
- ▶ Geração realística de distúrbios como, por exemplo, turbulência. Em frequências mais altas (acima de 2 a 3Hz), as amplitudes desses distúrbios são mais importantes enquanto atrasos de fase e pequenos atrasos de tempo não são muito importantes.
- ▶ Dada uma trajetória de referência, o controle de posição deveria ser tal que os erros na posição do atuador não resultem em deslocamentos fora dos cursos dos atuadores. A ação corretiva não deveria deixar falsas sensações e deveria, por conseguinte ser de baixa frequência com uma limitada largura de banda.

Neste capítulo será apresentado o desenvolvimento de técnicas de controle robustas para o seguimento de aceleração em uma base de movimento de simulador de vôo. A estrutura básica da técnica de controle corresponde ao controle baseado na dinâmica inversa. Esse tipo de estratégia lineariza o sistema não linear da plataforma de movimento através de uma malha interna, e estabiliza o sistema através de uma malha de controle externa.

Dois tipos de estratégias de controle são aplicadas na malha externa para robustificar o sistema na presença de incertezas devidas principalmente à dinâmica não modelada. A primeira técnica de controle é baseada na teoria de Lyapunov, enquanto a outra técnica é baseada na teoria de controle H_{∞} .

Logo, será definida a principal fonte de incertezas do sistema: a simplificação das matrizes do modelo dinâmico da plataforma usadas na lei de controle. E finalmente são apresentados os diferentes testes para avaliar o sistema de movimento num simulador de vôo.

6.2 Estratégias de Controle

Um dos objetivos deste trabalho é projetar uma estratégia de controle apropriada para um sistema de movimento de um simulador de voo. O esquema de controle tem a tarefa de realizar o melhor possível as trajetórias geradas pelo filtro *washout*, dando um melhor realismo à simulação do movimento.

Como foi mostrado na revisão bibliográfica, várias estratégias de controle podem ser usadas no controle do mecanismo de movimento, a plataforma de Stewart. Não obstante a maioria dessas estratégias focalizam o controle de precisão de posição do manipulador, e como foi dito anteriormente, o controle de aceleração é mais relevante na simulação de movimento de simuladores de voo. Também, é mostrado que regularmente essas estratégias usadas em simuladores de voo são esquemas de controles descentralizados onde cada atuador é controlado independentemente de tal forma que as interações dinâmicas podiam ser desprezadas, devido principalmente à suposição de movimentos muito lentos ou à linearização ao redor de um ponto de operação. Então, técnicas lineares podem ser aplicadas nestes casos, como mostrado em Idan e Saha (1996) e Idan e Nahon (1999), onde técnicas robustas μ -síntese foram aplicadas baseadas num modelo linearizado da plataforma de Stewart.

Quando existem requisitos mais restritos de comportamento dinâmico do sistema, especialmente na simulação de manobras ou perturbações de altas frequências, as interações físicas dinâmicas deverão ser levadas em conta no projeto do controlador.

Duas estruturas de controle podem ser implementadas no controle da plataforma de Stewart:

► Controle em espaço das juntas (figura 6.1):

As trajetórias desejadas correspondem aos deslocamentos dos atuadores calculados a partir da cinemática inversa. Estas trajetórias desejadas são comparadas com os deslocamentos reais dos atuadores, isto é, o controlador é alimentado pelos erros de posição dos atuadores. O deslocamento de cada atuador é medido por um sensor de posição solidário com a haste do atuador.

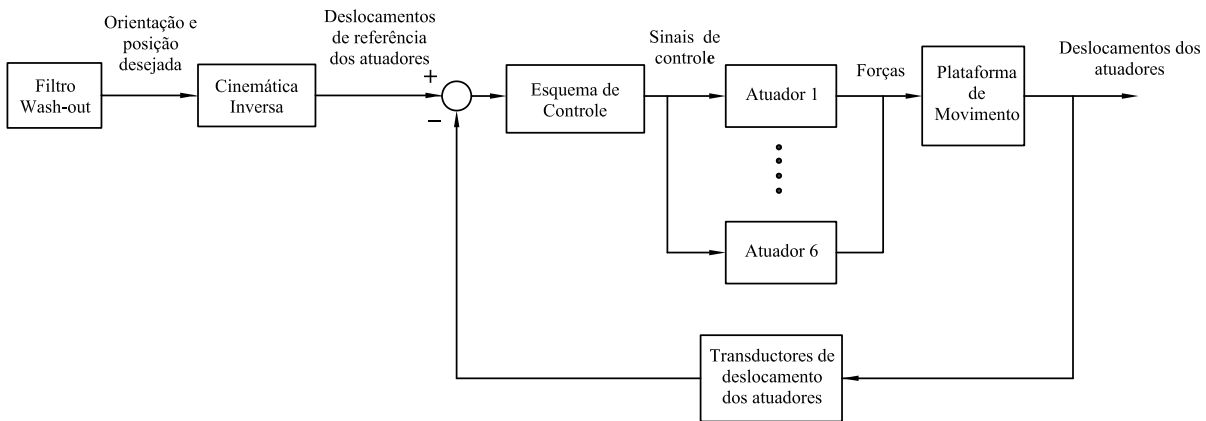


Figura 6.1: Controle em espaço das juntas

► Controle em espaço cartesiano (figura 6.2):

As trajetórias desejadas correspondem à posição e orientação da plataforma. Estas trajetórias desejadas são comparadas com os deslocamentos angulares e lineares do centro da plataforma, isto é, o controlador é alimentado pelos erros da posição e orientação da plataforma. A posição e a orientação são medidas por um sensor de seis graus de liberdade alojado estrategicamente na plataforma. Contudo, quando somente se dispõe das medidas dos atuadores, que é o mais comum, o problema da cinemática direta deve ser solucionado *on-line*.

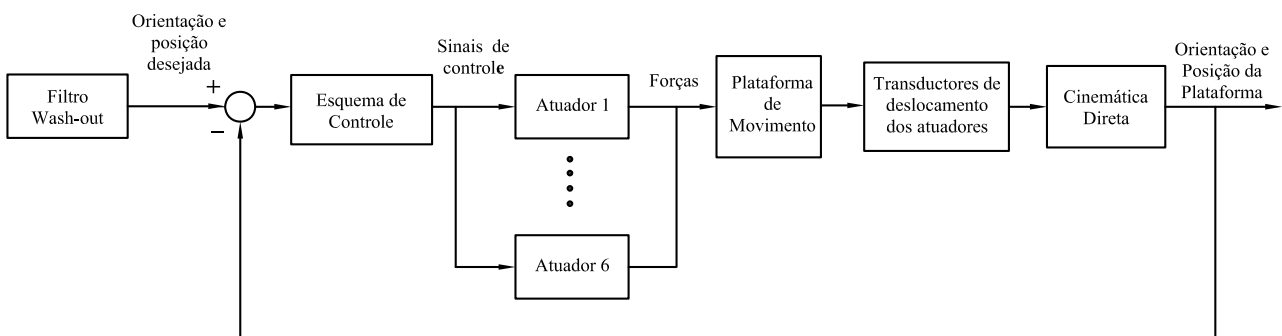


Figura 6.2: Controle em espaço cartesiano

6.2.1 Controle baseado na dinâmica inversa

O controle baseado na dinâmica inversa é uma alternativa para abordar o controle de sistemas mecânicos não lineares como a plataforma de Stewart. Este esquema de controle é composto de duas malhas de realimentação: uma interna baseada no modelo do sistema para cancelar os termos não lineares com o objetivo de desacoplar e linearizar o sistema, e uma malha externa atuando sobre o erro de seguimento para de estabilizar o sistema geral (ver figura 6.3).

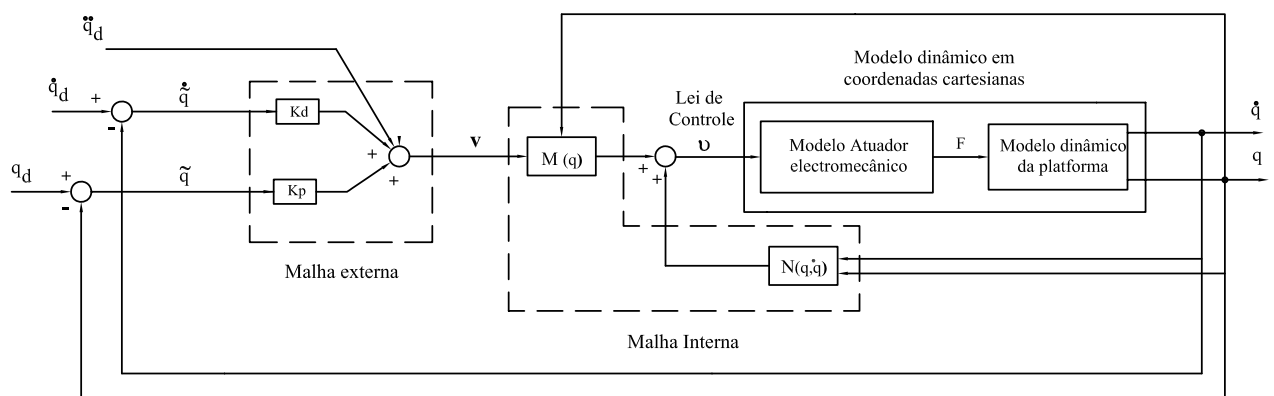


Figura 6.3: Controle baseado na dinâmica inversa

Esta estratégia é muito flexível devido a que várias técnicas de controle linear, como H_∞ , lógica difusa, redes neurais, entre outras, podem ser aplicadas na malha externa da estrutura para garantir a estabilidade do sistema.

As duas estruturas de controle, controle em espaço cartesiano e controle em espaço das juntas podem ser aplicadas no controle baseado na dinâmica inversa.

Levando em consideração que o mais importante no caso de simuladores de vôo é o controle das coordenadas cartesianas, pois elas são as que representam de forma direta as variáveis de aceleração linear e de velocidade angular que se deseja simular na plataforma, decidiu-se pelo uso da estrutura do controle em espaço cartesiano.

Cabe notar, que a implementação do controle em espaço das juntas não evita o cálculo da cinemática direta, pois as matrizes do modelo dinâmico (que devem ser calculadas *online*) em coordenadas do atuador vão depender das coordenadas cartesianas, além disso, o cálculo das

matrizes implica em um maior custo computacional comparado com as matrizes do modelo dinâmico em coordenadas cartesianas.

Permitam retomar a equação dinâmica da plataforma (incluindo a dinâmica do atuador) em coordenadas cartesianas (equação (3.86)) :

$$\mathbf{M}(\mathbf{q})\ddot{\mathbf{q}} + \mathbf{C}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) + \mathbf{E}(\dot{\mathbf{q}}) + \mathbf{G}(\mathbf{q}) = \mathbf{T}_m, \quad (6.1)$$

A equação (6.1) pode ser escrita como:

$$\mathbf{M}(\mathbf{q})\ddot{\mathbf{q}} + \mathbf{N}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) = \mathbf{T}_m, \quad (6.2)$$

onde:

$$\mathbf{N}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) = \mathbf{C}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) + \mathbf{E}(\dot{\mathbf{q}}) + \mathbf{G}(\mathbf{q}). \quad (6.3)$$

Define-se uma lei de controle, \mathbf{v} (ver figura 6.3), representando os torques desejados nos motores do atuador, como (SPONG; VIDYASAGAR, 1989):

$$\mathbf{v} = \mathbf{M}(\mathbf{q})\mathbf{v} + \mathbf{N}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}), \quad (6.4)$$

onde:

$$\mathbf{v} = \ddot{\mathbf{q}}_d + \mathbf{K}_d\dot{\tilde{\mathbf{q}}} + \mathbf{K}_p\tilde{\mathbf{q}}, \quad (6.5)$$

e o erro de seguimento é:

$$\tilde{\mathbf{q}} = \mathbf{q}_d - \mathbf{q}, \quad (6.6)$$

e \mathbf{K}_p e \mathbf{K}_d representam as matrizes de ganho proporcional e derivativo respectivamente.

Substituindo a equação (6.4) (com $\mathbf{v} = \mathbf{T}_m$) na equação (6.2) e simplificando obtém-se:

$$\ddot{\tilde{\mathbf{q}}} + \mathbf{K}_d\dot{\tilde{\mathbf{q}}} + \mathbf{K}_p\tilde{\mathbf{q}} = 0. \quad (6.7)$$

A equação (6.7) representa o comportamento dinâmico do erro de seguimento, $\tilde{\mathbf{q}}$, o qual converge assintoticamente para zero se as matrizes \mathbf{K}_p e \mathbf{K}_d forem escolhidas positivas definidas

(SPONG; VIDYASAGAR, 1989). Uma escolha prática das matrizes \mathbf{K}_p e \mathbf{K}_d seria:

$$\mathbf{K}_p = \text{diag} \{ \omega_1^2, \dots, \omega_6^2 \} \quad \mathbf{K}_d = \text{diag} \{ 2\zeta_1 \omega_1, \dots, 2\zeta_6 \omega_6 \}. \quad (6.8)$$

Como resultado final obtém-se um sistema de malha fechada totalmente desacoplado, onde a resposta de cada grau de liberdade é dada por uma equação linear de segunda ordem (equação (6.7)).

6.2.2 Compensação imperfeita do controle baseado na dinâmica inversa

A estratégia de controle anterior baseia-se totalmente em que o modelo dinâmico do sistema representa fielmente o modelo real, entretanto, as matrizes $\mathbf{M}(\mathbf{q})$ e $\mathbf{N}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}})$ são somente uma aproximação da realidade, devido principalmente a incertezas de parâmetros e à dinâmica não modelada. Além disso, para implementação em tempo real, as matrizes $\mathbf{M}(\mathbf{q})$ e $\mathbf{N}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}})$ podem ser simplificadas para diminuir o custo computacional.

Desse modo, a lei de controle pode ser escrita em função das versões estimadas ou simplificadas das matrizes do modelo dinâmico, $\widehat{\mathbf{M}}(\mathbf{q})$ e $\widehat{\mathbf{N}}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}})$, como representado na figura 6.4, e é dada como:

$$\mathbf{v} = \widehat{\mathbf{M}}(\mathbf{q})\mathbf{v} + \widehat{\mathbf{N}}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}). \quad (6.9)$$

Substituindo a equação (6.9) (com $\mathbf{v} = \mathbf{T}_m$) na equação (6.2) e simplificando, obtém-se:

$$\ddot{\tilde{\mathbf{q}}} + \mathbf{K}_d \dot{\tilde{\mathbf{q}}} + \mathbf{K}_p \tilde{\mathbf{q}} = \mathbf{w}, \quad (6.10)$$

onde:

$$\begin{aligned} \mathbf{w} &= (\mathbf{I} - \mathbf{M}^{-1} \widehat{\mathbf{M}})\mathbf{v} - \mathbf{M}^{-1} \Delta \mathbf{N} \\ \Delta \mathbf{N} &= \mathbf{N} - \widehat{\mathbf{N}}. \end{aligned} \quad (6.11)$$

Pode-se observar que a equação (6.10) é não linear e acoplada, portanto a convergência do erro não é garantida simplesmente pelas escolhas de \mathbf{K}_d e \mathbf{K}_p . Por tal motivo o termo \mathbf{v} deve incluir um termo adicional (\mathbf{u}) (ver figura 6.4) com o objetivo de compensar a incerteza \mathbf{w} .

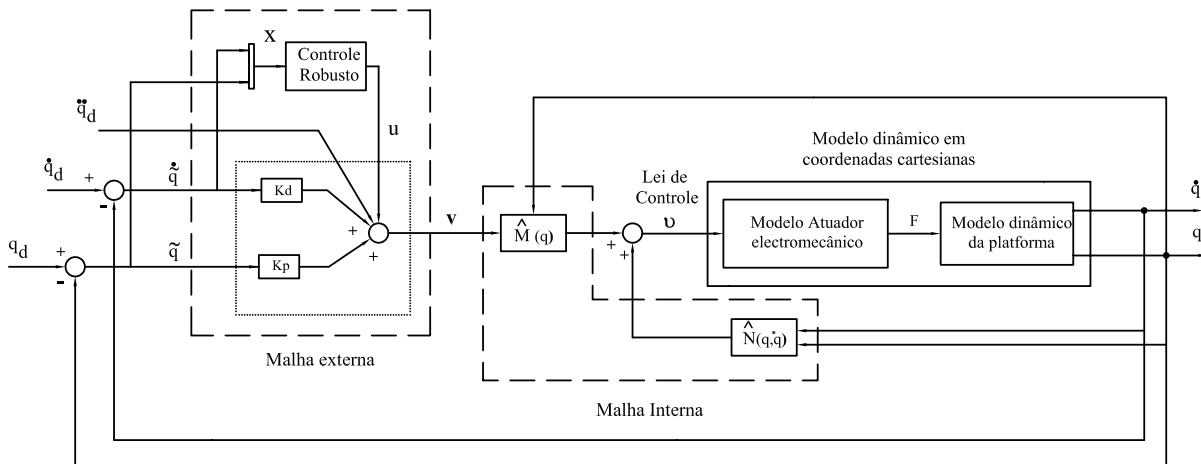


Figura 6.4: Compensação imperfeita - controle baseado na dinâmica inversa

Assim \mathbf{v} pode ser reescrito como:

$$\mathbf{v} = \ddot{\mathbf{q}}_d + \mathbf{K}_d \dot{\tilde{\mathbf{q}}} + \mathbf{K}_p \tilde{\mathbf{q}} + \mathbf{u}. \quad (6.12)$$

Desta forma, a equação (6.10) resulta em:

$$\ddot{\tilde{\mathbf{q}}} + \mathbf{K}_d \dot{\tilde{\mathbf{q}}} + \mathbf{K}_p \tilde{\mathbf{q}} = \mathbf{w} - \mathbf{u}. \quad (6.13)$$

Escrevendo a equação (6.13) em espaço de estados:

$$\begin{aligned} \dot{\mathbf{x}} &= \mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{B}(\mathbf{w} - \mathbf{u}) \\ \mathbf{y} &= \mathbf{x}, \end{aligned} \quad (6.14)$$

onde:

$$\mathbf{A} = (\mathbf{H} - \mathbf{BK}), \quad \mathbf{K} = \begin{bmatrix} \mathbf{K}_p & \mathbf{K}_d \end{bmatrix}, \quad (6.15)$$

e:

$$\mathbf{H} = \begin{bmatrix} \mathbf{0} & \mathbf{I} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} \end{bmatrix}, \quad \mathbf{B} = \begin{bmatrix} \mathbf{0} \\ \mathbf{I} \end{bmatrix}, \quad \mathbf{x} = \begin{bmatrix} \tilde{\mathbf{q}} \\ \dot{\tilde{\mathbf{q}}} \end{bmatrix}. \quad (6.16)$$

Portanto o objetivo do controle robusto é determinar o termo \mathbf{u} que garanta que o erro do sistema dinâmico dado pela equação (6.14) seja estável na presença da incerteza \mathbf{w} .

Nas seguintes seções, duas estratégias de controle serão projetadas com o objetivo de en-

contrar o termo robusto \mathbf{u} .

6.2.3 Projeto da malha externa baseado na teoria de Lyapunov

Define-se a função de Lyapunov candidata como:

$$\mathbf{V} = \mathbf{x}^T \mathbf{P} \mathbf{x} > 0 \quad \forall \mathbf{x} \neq 0. \quad (6.17)$$

Derivando a equação (6.17) e simplificando-a resulta em:

$$\dot{\mathbf{V}} = -\mathbf{x}^T \mathbf{T} \mathbf{e} + 2\mathbf{x}^T \mathbf{P} \mathbf{B}(\mathbf{w} - \mathbf{u}), \quad (6.18)$$

onde \mathbf{P} e \mathbf{T} são matrizes positivas definidas e estão relacionadas por meio da equação de Lyapunov (SLOTINE; LI, 1991) como:

$$\mathbf{A}^T \mathbf{P} + \mathbf{P} \mathbf{A} = -\mathbf{T}. \quad (6.19)$$

Então, para qualquer escolha da matriz \mathbf{T} (uma escolha prática seria $\mathbf{T} = \mathbf{I}$) existe uma matriz solução simétrica definida positiva \mathbf{P} se, e somente se, os valores reais dos autovalores de \mathbf{A} são negativos (isto pode ser verificado na equação (6.15)).

Segundo a teoria de Lyapunov (SLOTINE; LI, 1991) o sistema descrito na equação (6.14) converge assintoticamente para seu ponto de equilíbrio ($\mathbf{x} = \mathbf{0}$) se:

- ▶ $\mathbf{V}(\mathbf{x})$ é definida positiva $\forall \mathbf{x} \neq 0$
- ▶ $\mathbf{V}(\mathbf{x}) = 0 \Leftrightarrow \mathbf{x} = 0$
- ▶ $\dot{\mathbf{V}}(\mathbf{x})$ é definida negativa $\forall \mathbf{x} \neq 0$
- ▶ $\mathbf{V}(\mathbf{x}) \rightarrow \infty$ com $\|\mathbf{x}\| \rightarrow \infty$ (radialmente ilimitada)

Visto que \mathbf{P} é positiva definida (requisito na solução da equação de Lyapunov (6.19)), então $\mathbf{V}(\mathbf{x})$ é definida positiva e radialmente ilimitada.

Pode-se observar que o primeiro termo do lado direito da equação (6.18) é definida negativa portanto o problema é encontrar uma lei de controle para que o segundo termo seja definido

negativo.

Para tornar o segundo termo definido negativo, Spong e Vidyasagar (1989) definem o termo \mathbf{u} como:

$$\mathbf{u} = \frac{\rho}{\|\boldsymbol{\kappa}\|} \boldsymbol{\kappa} \quad \rho > 0 \quad (6.20)$$

onde $\boldsymbol{\kappa} = \mathbf{B}^T \mathbf{P} \mathbf{x}$, e onde:

$$\rho \geq \frac{1}{1-\lambda} (\lambda Q_M + \lambda \|\mathbf{K}\| \|\mathbf{x}\| + B_M \Phi). \quad (6.21)$$

Os valores escalares Q_M , λ e Φ representam os limites do pior caso dos termos da incerteza \mathbf{w} definida na equação (6.11), e são dados como:

$$\begin{aligned} \sup_{t \geq 0} \|\ddot{\mathbf{q}}_d\| &< Q_M < \infty \quad \forall \ddot{\mathbf{q}}_d \\ \|\mathbf{I} - \mathbf{M}^{-1} \hat{\mathbf{M}}\| &\leq \lambda \leq 1 \quad \forall \mathbf{q} \end{aligned} \quad (6.22)$$

$$\|\Delta \mathbf{N}\| \leq \Phi \leq \infty \quad \forall \mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}$$

O sinal de controle definido na equação (6.20) apresenta um fenômeno chamado de *chattering* que é característico de leis de controle descontínuas (LORENZO; BRUNO, 1996). O fenômeno de *chattering* são oscilações rápidas de amplitude finita que podem causar uma grande quantidade de ruído e grande desgaste de partes mecânicas. Portanto, a lei de controle, equação (6.20), pode ser aproximada por uma lei de controle contínua com o objetivo de eliminar esses componentes de altas frequências, como:

$$\mathbf{u} = \begin{cases} \frac{\rho}{\|\boldsymbol{\kappa}\|} \boldsymbol{\kappa} & \forall \|\boldsymbol{\kappa}\| \geq \varepsilon \\ \frac{\rho}{\varepsilon} \boldsymbol{\kappa} & \forall \|\boldsymbol{\kappa}\| < \varepsilon. \end{cases} \quad (6.23)$$

Embora a lei de controle anterior não garanta uma convergência do erro para zero, ela assegura que a norma do erro seja limitada (o erro é permitido variar dentro de uma região limite cujo tamanho depende do termo ε) (LORENZO; BRUNO, 1996).

6.2.4 Projeto da malha externa baseado na teoria de controle H_∞

Para a utilização dos algoritmos disponíveis para a síntese do controlador via H_∞ é necessário colocar o sistema dinâmico representado pela equação (6.14) em uma forma padrão de controle (estrutura de transformação linear fracional - LFT) como mostrado na figura 6.5. Onde, $G(s)$ representa a função de transferência (Apêndice A.1) do sistema definido em (6.14), W_e e W_d , são funções de ponderação do erro (\mathbf{x}) e da incerteza (perturbação) respectivamente, e $K(s)$ é o controlador dinâmico a ser projetado.

É importante conferir que o sistema dinâmico linear descrito na equação (6.14) atenda às propriedades dadas no apêndice A.2.

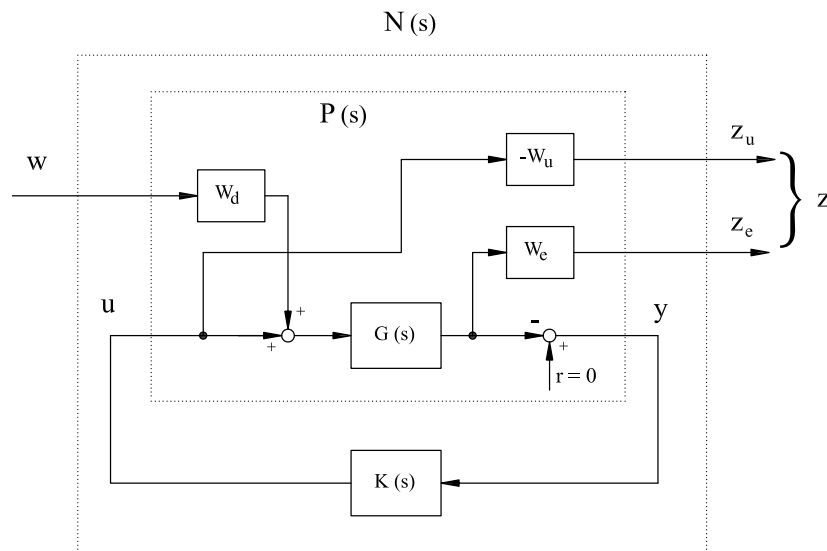


Figura 6.5: Estrutura padrão para análise do controlador H_∞

Note-se que o problema definido na figura 6.5, é um problema de regulação, ou seja deseja-se que a perturbação w não influencie no desempenho do sistema dinâmico $G(s)$. Portanto não existe o problema de seguimento de sinal de referência.

Em relação à figura 6.5 tem-se:

$$\begin{bmatrix} \mathbf{z} \\ \mathbf{y} \end{bmatrix} = \mathbf{P} \begin{bmatrix} \mathbf{w} \\ \mathbf{u} \end{bmatrix}, \quad (6.24)$$

onde:

$$\mathbf{P} = \left[\begin{array}{c|c} \mathbf{0} & -\mathbf{W}_u \\ \hline \mathbf{W}_e \mathbf{G} \mathbf{W}_d & \mathbf{W}_e \mathbf{G} \\ \hline -\mathbf{G} \mathbf{W}_d & -\mathbf{G} \end{array} \right] = \begin{bmatrix} \mathbf{P}_{11} & \mathbf{P}_{12} \\ \mathbf{P}_{21} & \mathbf{P}_{22} \end{bmatrix} \quad (6.25)$$

A função de transferência \mathbf{N} pode ser encontrada através da transformação linear inferior (Apêndice A.3) da estrutura representada na figura 6.5, o qual resulta em:

$$\mathbf{N} = \mathbf{F}_l(\mathbf{P}, \mathbf{K}) \triangleq \mathbf{P}_{11} + \mathbf{P}_{12} \mathbf{K} (\mathbf{I} - \mathbf{P}_{22} \mathbf{K})^{-1} \mathbf{P}_{21}. \quad (6.26)$$

Substituindo a equação (6.25) na equação (6.26), tem-se:

$$\mathbf{N} = \begin{bmatrix} \mathbf{W}_u \mathbf{K} (\mathbf{I} + \mathbf{G} \mathbf{K})^{-1} \mathbf{G} \mathbf{W}_d \\ \mathbf{W}_e (\mathbf{I} + \mathbf{G} \mathbf{K})^{-1} \mathbf{G} \mathbf{W}_d \end{bmatrix} \quad (6.27)$$

Neste contexto o problema de controle sub-ótimo² H_∞ é formulado da seguinte forma:

Determinar um controlador $\mathbf{K}(s)$ que estabilize o sistema $\mathbf{G}(s)$, o qual baseado na informação \mathbf{y} , gere um sinal de controle \mathbf{u} com o objetivo de minimizar a função de transferência de \mathbf{w} para \mathbf{z} , para um valor menor que γ , via as funções de ponderação selecionadas, isto é:

$$\left\| \begin{bmatrix} \mathbf{W}_u \mathbf{K} (\mathbf{I} + \mathbf{G} \mathbf{K})^{-1} \mathbf{G} \mathbf{W}_d \\ \mathbf{W}_e (\mathbf{I} + \mathbf{G} \mathbf{K})^{-1} \mathbf{G} \mathbf{W}_d \end{bmatrix} \right\|_\infty < \gamma \quad (6.28)$$

Se γ for menor que um, e considerando as entradas \mathbf{w} e saídas \mathbf{z} normalizadas, os objetivos de desempenho do comportamento na frequência da função de transferência \mathbf{N} , determinado pelas funções de ponderação, são satisfeitos. O algoritmo H_∞ é mostrado no Apêndice A.4 e são consideradas algumas hipóteses em relação a $\mathbf{P}(s)$.

²Em geral, os algoritmos H_∞ encontram um controlador sub-ótimo. Encontrar um controlador H_∞ ótimo é complicado numericamente e teoricamente (SKOGESTAD; POSTLETHWAITE, 2005).

Seleção das funções de ponderação

Idealmente o erro de seguimento deveria ser zero em estado permanente, portanto a função de ponderação W_e deveria se comportar como um puro integrador. Porém, para evitar problemas numéricos no algoritmo H_∞ , é necessário alocar um polo muito perto da origem do semiplano esquerdo do eixo imaginário. Além disso, em altas frequências a penalização sobre o erro deve ser aliviada a fim de evitar altos ganhos do controlador (que pode induzir instabilidade) e amplificação do ruído. Desse modo, W_e é dada como (SKOGESTAD; POSTLETHWAITE, 2005):

$$W_e(s) = \frac{s/M_s + \omega_b}{s + \omega_b A_s}, \quad (6.29)$$

onde A_s tem a função de normalizar e penalizar o erro de seguimento em baixas frequências, M_s limita o sobre-sinal em altas frequências e ω_b é a largura de banda da plataforma de movimento. Assim, a matriz de ponderação, \mathbf{W}_e , é dada como:

$$\mathbf{W}_e = \begin{bmatrix} W_e(s) & \dots & \mathbf{0} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \mathbf{0} & \dots & W_e(s) \end{bmatrix}. \quad (6.30)$$

A função de ponderação W_d , tem a função de normalizar e modelar em frequencia o comportamento da perturbação de entrada no sistema e é dada como:

$$W_d = \frac{M_d s + \omega_b}{s + \omega_b/A_d}, \quad (6.31)$$

onde A_d normaliza a perturbação em baixas frequências e ao mesmo tempo penaliza o erro de seguimento, e M_d limita o sobre-sinal do erro de seguimento em altas frequências. Como a perturbação é gerada através do cálculo da dinâmica inversa, a largura de banda é a mesma que a da plataforma de movimento. Assim, a matriz de ponderação, \mathbf{W}_d , é dada como:

$$\mathbf{W}_d = \begin{bmatrix} W_d(s) & \dots & \mathbf{0} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \mathbf{0} & \dots & W_d(s) \end{bmatrix}. \quad (6.32)$$

Pode-se observar, que a função de sensibilidade entre a perturbação de entrada e o erro de seguimento é limitada superior e inferiormente através dos valores A_s , A_d e M_s , M_d respectivamente.

A função de ponderação W_u , deveria comportar-se como um filtro passa-baixas, a fim de atenuar o ganho e o ruído em altas frequências. Então, W_u é dado como:

$$W_u = \frac{s + \omega_b/M_u}{A_u s + \omega_b}, \quad (6.33)$$

onde M_u , normaliza a energia do controlador em baixas frequências e A_u limita o sobre-sinal da função de sensibilidade do controlador em altas frequências. Assim, a matriz de ponderação, \mathbf{W}_u , é dada como:

$$\mathbf{W}_u = \begin{bmatrix} W_u(s) & \dots & \mathbf{0} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \mathbf{0} & \dots & W_u(s) \end{bmatrix}. \quad (6.34)$$

Pode-se observar que os parâmetros das funções de ponderação W_u e W_d limitam inferior e superiormente a função de sensibilidade do controlador.

6.2.5 Característica das matrizes da equação dinâmica da plataforma

Manipuladores paralelos como a plataforma de Stewart têm algumas desvantagens em relação ao espaço de trabalho comparado com manipuladores seriais.

Em bases de movimento de simuladores de vôo, isto é devido principalmente às restrições físicas em termos de posição, velocidade e aceleração, por exemplo, em movimentos de baixa frequência, a velocidade e a posição limitam a máxima aceleração atingida.

Além disso, as características de filtro passa alta do algoritmo de sensação de movimento mantém o movimento da plataforma em torno da posição neutra a fim de evitar que o atuador atinga o seu comprimento limite.

Assim, para efeito de implementação da técnica de controle baseada na dinâmica inversa, as matrizes definidas na lei de controle (equação (6.9)) podem ser consideradas como constantes.

Essa simplificação reduz o tempo de computação e ao mesmo tempo facilita a implementação do controlador, pois as matrizes não precisam ser calculadas *on-line* incluindo o cálculo da inversa do jacobiano.

Assim, as matrizes $\hat{\mathbf{M}}(\mathbf{q})$ and $\hat{\mathbf{N}}(\mathbf{q})$ consideradas na lei de controle definida pela equação (6.9), são calculadas no ponto neutra de operação da plataforma como:

$$\begin{aligned}\hat{\mathbf{M}}(\mathbf{q}_n) &= \mathbf{K}_a^{-1} \mathbf{J}_{l,\omega}^{-T}(\mathbf{q}_n) \mathbf{M}_p(\mathbf{q}_n) \\ \hat{\mathbf{N}}(\mathbf{q}_n) &= \hat{\mathbf{G}}(\mathbf{q}_n) = \mathbf{K}_a^{-1} \mathbf{J}_{l,\omega}^{-T}(\mathbf{q}_n) \mathbf{G}_p(\mathbf{q}_n),\end{aligned}\tag{6.35}$$

onde \mathbf{q}_n representa a posição neutra, definida como a posição da plataforma onde os atuadores estão posicionados na metade de seus cursos.

6.3 Avaliação do Sistema de Movimento

Koekebakker (2001) menciona que apesar dos avanços tecnológicos em manipuladores paralelos, não existem métodos padrões para avaliar este tipo de mecanismos e que no presente, somente existe um método que caracteriza o desempenho de um sistema de movimento para simuladores de vôo.

Esse método é descrito na norma AGARD *Advisory Report 144* (LEAN, 1979), e os principais testes que definem a norma são: função descritiva, limiar dinâmico, nível de ruído e histereses.

6.3.1 Função Descritiva

A função descritiva (e especialmente a função descritiva seno) é um método usado para caracterizar o comportamento de um sistema não linear no domínio da frequência, o qual permite a caracterização de alguns parâmetros, que são considerados os mais importantes em controle, como largura de banda, amortecimento e interação num sistema multivariável.

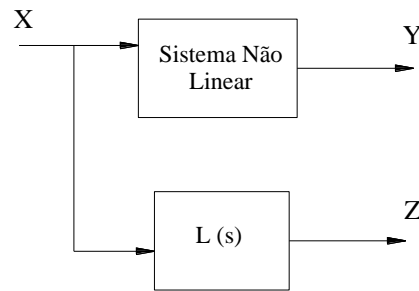


Figura 6.6: Identificação do sistema não linear

Considere-se um sistema não linear com entradas $\mathbf{x}(t)$ e saídas $\mathbf{y}(t)$. Segundo a figura 6.6, o sistema linear que melhor descreve o sistema não linear, é o sistema que minimiza o valor de $\mathbf{z}(t) - \mathbf{y}(t)$. Grant (1986) mostra que para minimizar o valor de $\mathbf{z}(t) - \mathbf{y}(t)$ deve-se calcular $\mathbf{L}(s)$ como:

$$\mathbf{L}(j\omega) = \frac{\Phi_{xy}(j\omega)}{\Phi_{xx}(j\omega)}, \quad (6.36)$$

onde Φ_{xx} é a densidade espectral de potência (*power spectral density*) e é definida como (GRANT, 1986):

$$\Phi_{xx}(j\omega) = \frac{\Delta t}{\pi N} \text{FFT}(x(t), f) \text{FFT}^*(x(t), f), \quad (6.37)$$

onde FFT representa a transformada rápida de Fourier, f a frequência em Hz e (*) o conjugado complexo.

Do mesmo modo, Φ_{xy} é a densidade espectral cruzada (*cross spectral density*) e é definida como:

$$\Phi_{xy}(j\omega) = \frac{\Delta t}{\pi N} \text{FFT}(x(t), f) \text{FFT}^*(y(t), f) \quad (6.38)$$

Seis funções descritivas são definidas por cada grau de liberdade:

- Função descritiva principal: corresponde à resposta em frequência da relação entre o sinal de entrada de comando num canal e a resposta no mesmo canal.

Por exemplo, se definirmos os subscritos i e o para a entrada e a saída do sistema respectivamente, a função descritiva principal na direção x é dada por:

$$\frac{\mathbf{a}_{x_o}}{\mathbf{a}_{x_i}} = \frac{\Phi_{x_i x_o}(j\omega)}{\Phi_{x_i x_i}(j\omega)} \quad (6.39)$$

Da mesma forma, podem ser calculadas as funções descritivas para os outros graus liberdade.

- As outras cinco funções descritivas secundárias são chamadas de *crossstalks* e representam os movimentos parasitas dos outros canais em relação ao canal de comando, por exemplo, com uma entrada no canal x , qual é a resposta parasita nos outros canais.

Como exemplo, as cinco funções *crossstalks* em relação a uma entrada de aceleração no canal x são representadas por:

$$\begin{aligned} \frac{\mathbf{a}_y}{\mathbf{a}_x} &= \frac{\Phi_{xy}(j\omega)}{\Phi_{xx}(j\omega)} \\ \frac{\mathbf{a}_z}{\mathbf{a}_x} &= \frac{\Phi_{xz}(j\omega)}{\Phi_{xx}(j\omega)} \\ \frac{\dot{\omega}_\psi}{\mathbf{a}_x} &= \frac{\Phi_{x\psi}(j\omega)}{\Phi_{xx}(j\omega)} \\ \frac{\dot{\omega}_\theta}{\mathbf{a}_x} &= \frac{\Phi_{x\theta}(j\omega)}{\Phi_{xx}(j\omega)} \\ \frac{\dot{\omega}_\phi}{\mathbf{a}_x} &= \frac{\Phi_{x\phi}(j\omega)}{\Phi_{xx}(j\omega)} \end{aligned} \quad (6.40)$$

A entrada de comando do canal excitado é definida como a soma de sinais senoidais de diferentes frequências e amplitudes e estão agrupadas em um mesmo grupo. Cada grupo de sinais senoidais são mostrados nas tabelas 6.1 e 6.2. As frequências destes grupos foram escolhidas tal que nenhuma fosse harmônica das outras, eliminando a possível contaminação entre frequências e, as amplitudes foram escolhidas para manter a base de movimento abaixo de 10% dos limites de posição, velocidade e aceleração do sistema. Para cada grupo é calculada a função descritiva principal e as funções descritivas secundárias e são plotadas em um mesmo gráfico.

Tabela 6.1: Entradas de aceleração senoidal para os graus de liberdade de translação

Grupo A		Grupo B		Grupo C	
Freq. Hz	Amp. m/s^2	Freq. Hz	Amp. m/s^2	Freq. Hz	Amp. m/s^2
0.8	0.5	0.3	0.1	0.1	0.05
2.0	0.5	0.5	0.5		
5.0	0.5	1.3	0.5		
9.1	0.5	3.2	0.5		
11	1.0	7.1	0.5		
13	1.0	10.1	1.0		
19.8	0.15	14.8	1.0		

Tabela 6.2: Entrada de velocidade senoidal para os graus de liberdade de orientação

Grupo A		Grupo B		Grupo C	
Freq. Hz	Amp. rad/s	Freq. Hz	Amp. rad/s	Freq. Hz	Amp. rad/s
0.8	0.016	0.3	0.020	0.1	0.080
2.0	0.012	0.5	0.016		
5.0	0.008	1.3	0.012		
9.1	0.006	3.2	0.010		
11	0.006	7.1	0.006		
13	0.006	10.1	0.006		
19.8	0.002	14.8	0.006		

6.3.2 Limiar dinâmico - *Dynamic Threshold*

Com a resposta a uma entrada degrau de aceleração, o comportamento do sistema pode ser analisado no domínio do tempo.

Dois parâmetros importantes podem ser caracterizados: o atraso do sistema, que corresponde ao tempo que demora para responder ao sinal de entrada, e a constante de tempo, que corresponde ao tempo consumido desde o tempo anterior até atingir os 63 % do valor final.

Este teste é muito importante para uma apropriada sensação de movimento, devido a que grandes atrasos de tempo diminuim consideravelmente a fidelidade do movimento simulado. O

teste é desenvolvido para todas as direções da plataforma e para quatro amplitudes diferentes de aceleração: 1,0; 0,4; 0,1; e 0,05 m/s².

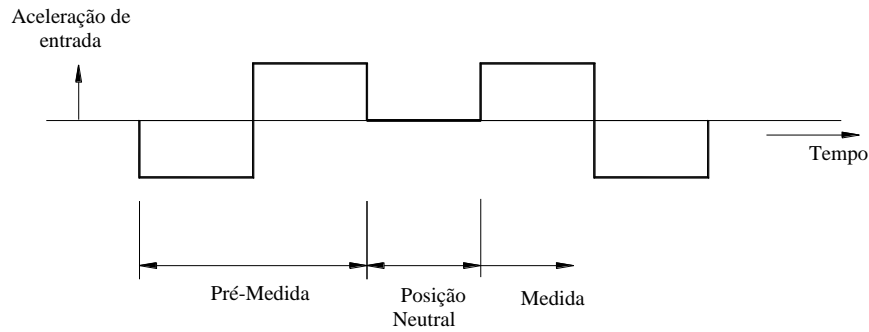


Figura 6.7: Entrada degrau para o *dynamic threshold*

Para remover a influência da folga do sistema antes das medições, a posição neutral deve ser atingida por meio de uma pré-medida (figura 6.7).

6.3.3 Histerese

Histerese é definida como a diferença no erro do deslocamento entre a mesma magnitude do comando de deslocamento atuando na direção oposta de movimento. Este teste é muito importante no desempenho da inclinação coordenada (HEINTZMAN, 1996).

6.3.4 Nível de Ruído

Enquanto a função descritiva está relacionada com a componente harmônica fundamental do sinal de saída, o teste do nível do ruído está relacionado com as outras componentes harmônicas. Este teste é determinado através de entradas sinusoidais de 0,5 Hz. Os diferentes níveis de ruído que podem ser encontrados analisando as componentes harmônicas superiores do sinal de saída são: ruído total, não linearidades de alta frequência, não linearidades de baixa frequência, pico de ruído e grau de mudança brusca do movimento (*roughness*).

6.3.5 Manobras

Koekebakker (2001) menciona que além dos testes anteriores deveriam ser incluídas diferentes manobras para realmente avaliar o desempenho do simulador, devido principalmente a que esses testes são realizados em relação ao ponto neutro de operação da plataforma e com deslocamentos da plataforma relativamente pequenos.

As manobras escolhidas devem exercitar ao máximo as propriedades físicas do sistema de movimento para realmente avaliar o sistema de controle e o sistema de movimento em geral.

As seguintes manobras foram definidas em Koekebakker (2001):

- Resposta à turbulência de ar: O sistema de movimento deve ser movido de uma forma aleatória com frequência de movimento até 10 Hz.
- Taxiamento: Rápidas vibrações através do trem de pouso deveriam ser experimentadas nos três eixos de translação.
- Pouso com vento cruzado: No ar a aeronave deve experimentar movimentos naturais estocásticos devido a vento cruzado.
- Rejeição de decolagem : Uma entrada negativa de grau de aceleração junto com a inclinação coordenada (para simular a freagem sustentada) deve ser simulada.
- Decolagem: Limitada quantidade de movimento deve ser introduzido levemente durante a rolagem da aeronave quando atinge a velocidade de decolagem. Além das frequências de ressonância antes de iniciar a decolagem.

Não obstante, um grupo reduzido de manobras foram simuladas no simulador de vôo da Universidade de Toronto-UTIAS:

1. Rejeição de decolagem
2. Um conjunto de manobras começando com a decolagem. Depois com o avião em estado de cruzeiro, foram realizadas rápidas oscilações em arfagem e posteriormete em rola-

gem. Depois uma curva coordenada para posteriormente pousar a aeronave (Modelo da aeronave Boeing 747).

3. A mesma situação anterior mas incluindo turbulência.

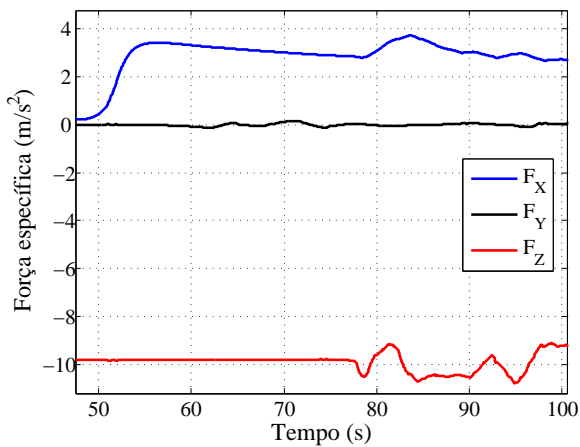
Neste trabalho, somente as manobras do item 2 serão usadas para avaliar o controlador e algumas manobras são apresentadas em figuras separadas para facilitar a análise dos resultados.

Como foi mostrado no Capítulo 5, a componente não gravitacional da aceleração da aeronave (força específica) é de principal interesse na simulação de movimento e corresponde à entrada para o algoritmo de movimento. Também foi mostrado que a força específica é calculada na origem do sistema de coordenadas de referência $\{\mathbf{P}_a\}$ em relação ao sistema de coordenadas do corpo da aeronave $\{\mathbf{A}\}$ (ver figura 5.2).

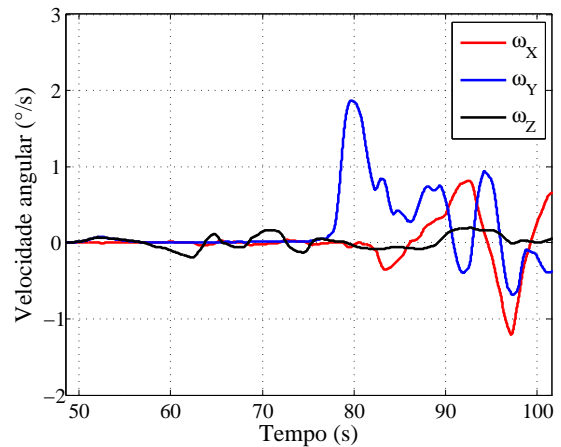
As componentes da força específica e velocidade angular como resultado das manobras de decolagem, de oscilação em arfagem e de oscilação em rolagem são mostradas nas figuras 6.8 e 6.9, respectivamente.

Enquanto, as saídas do algoritmo de movimento (filtro *washout*) que correspondem às componentes da aceleração linear desejada e variação dos ângulos de Euler desejados da origem do sistema de referência $\{\mathbf{P}_s\}$ (centróide da plataforma de movimento do simulador de vôo, ver figura 5.2) para as manobras de decolagem, de oscilação em arfagem e de oscilação em rolagem são mostradas nas figuras 6.10 e 6.11, respectivamente. E, de fato, essas são as acelerações a serem simuladas no simulador de vôo.

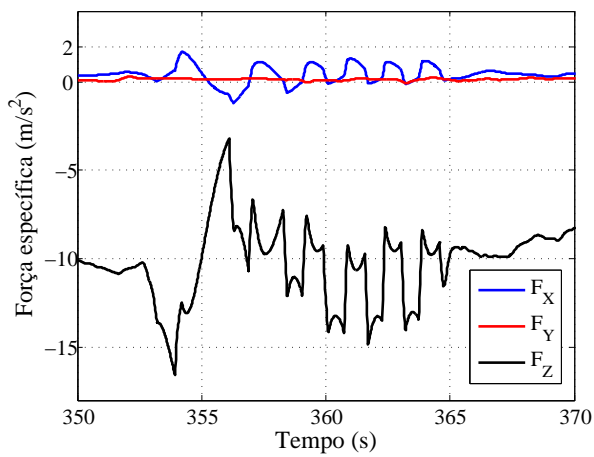
Os deslocamentos lineares e ângulos de Euler desejados do simulador de vôo (sistema de referência $\{\mathbf{P}_s\}$) para as manobras de decolagem, de oscilação em arfagem e de oscilação em rolagem são mostradas nas figuras 6.12 e 6.13, respectivamente.



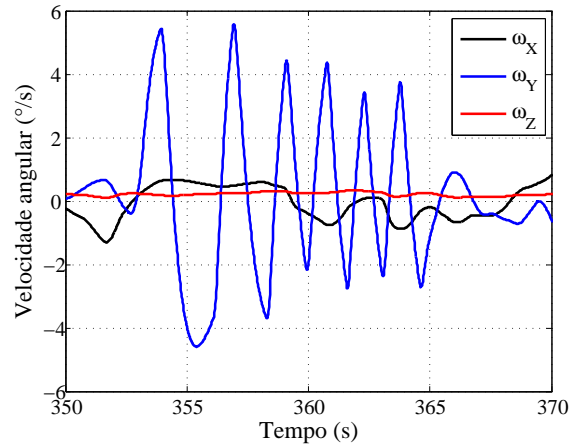
(a) Manobra de decolagem



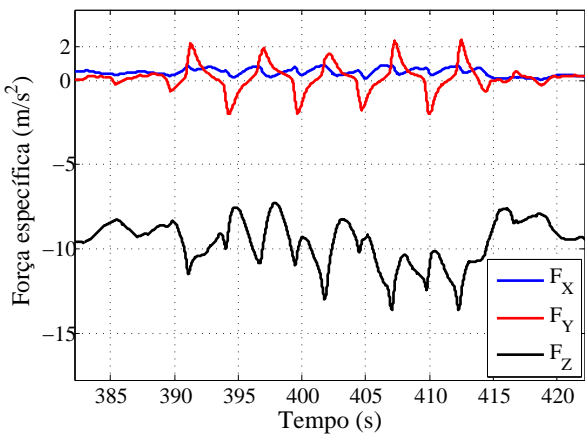
(a) Manobra de decolagem



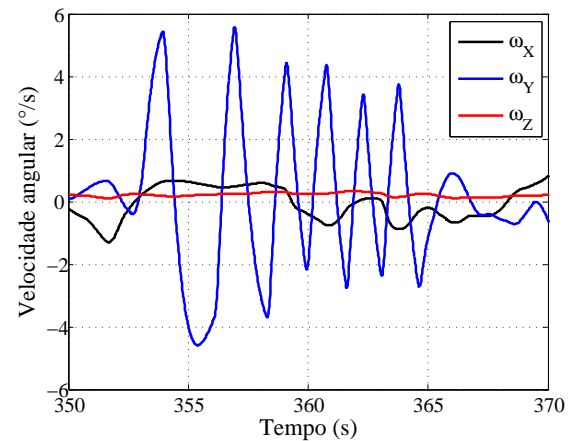
(b) Manobra de oscilação em arfagem



(b) Manobra de oscilação em arfagem



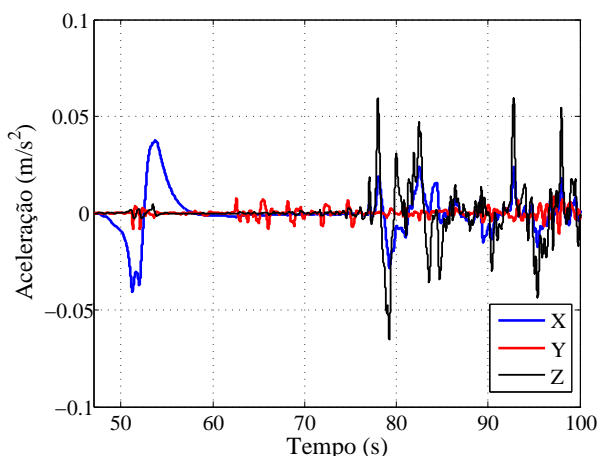
(c) Manobra de oscilação em rolagem



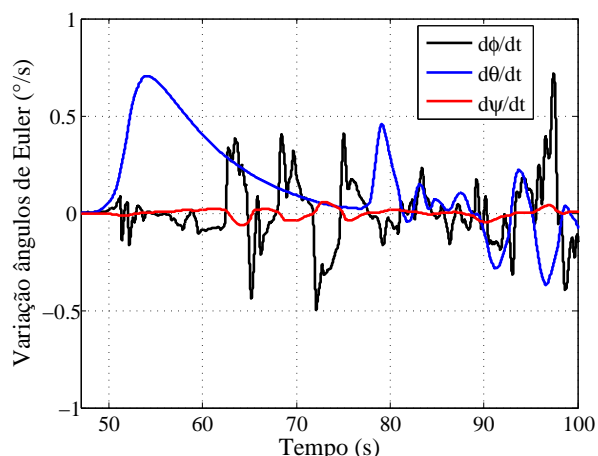
(c) Manobra de oscilação em rolagem

Figura 6.8: Componentes da força específica da aeronave na origem do sistema $\{\mathbf{P}_a\}$

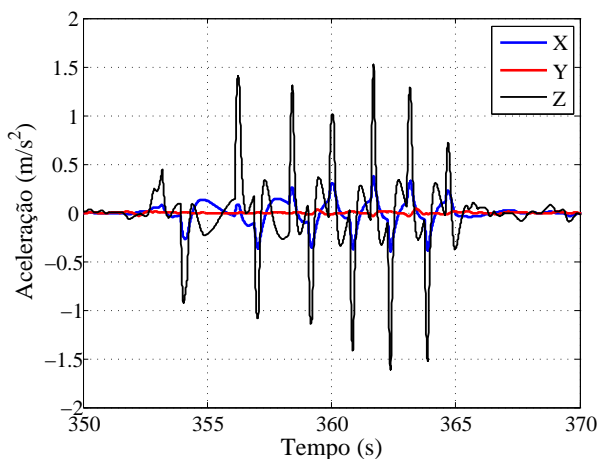
Figura 6.9: Componentes da velocidade angular da aeronave



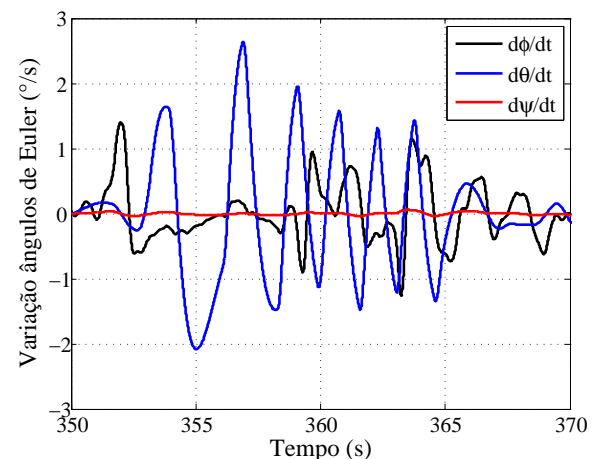
(a) Manobra de decolagem



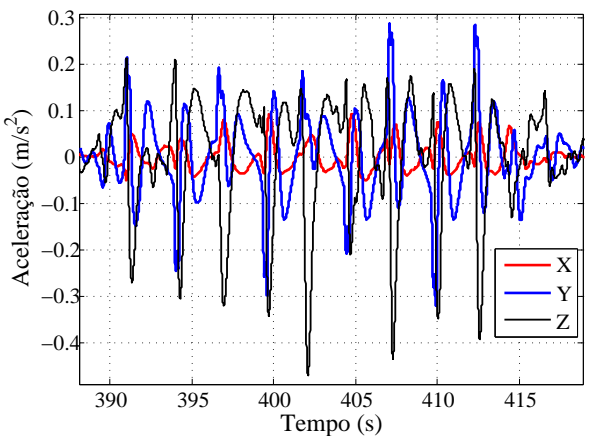
(a) Manobra de decolagem



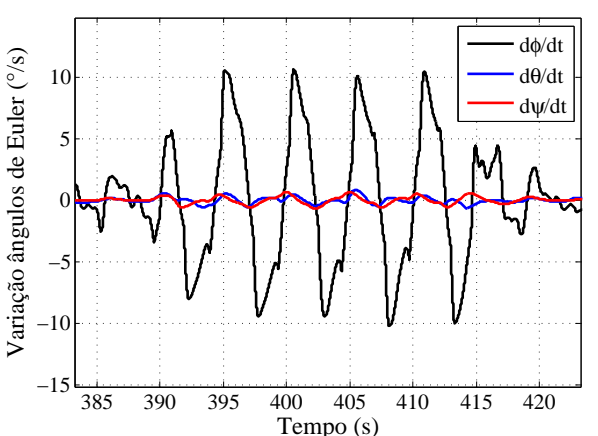
(b) Manobra de oscilação em arfagem



(b) Manobra de oscilação em arfagem



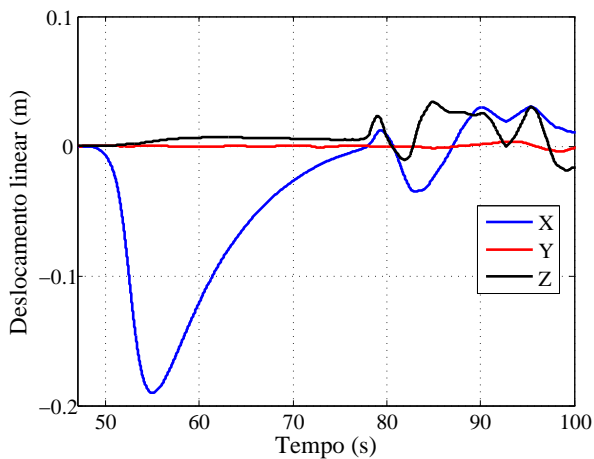
(c) Manobra de oscilação em rolagem



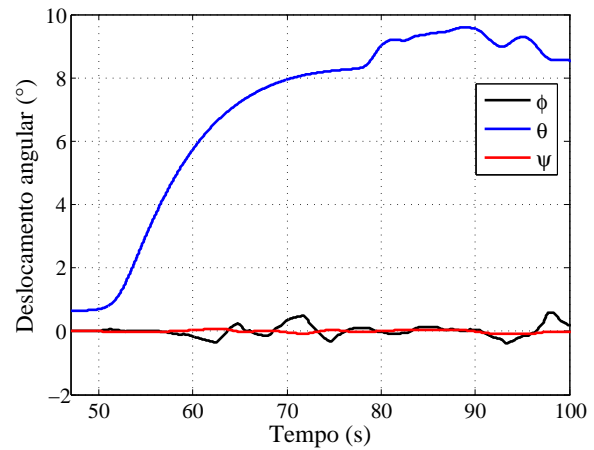
(c) Manobra de oscilação em rolagem

Figura 6.10: Componentes da aceleração linear após filtro *washout* no centróide da plataforma móvel (origem do sistema $\{P_s\}$)

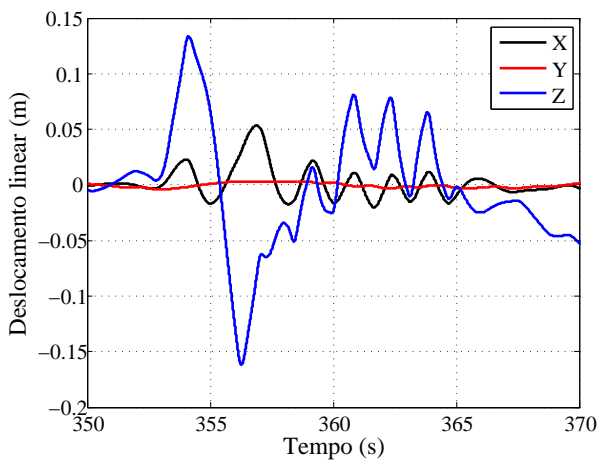
Figura 6.11: Variação dos ângulos de Euler após filtro *washout* do simulador de voo (sistema $\{P_s\}$)



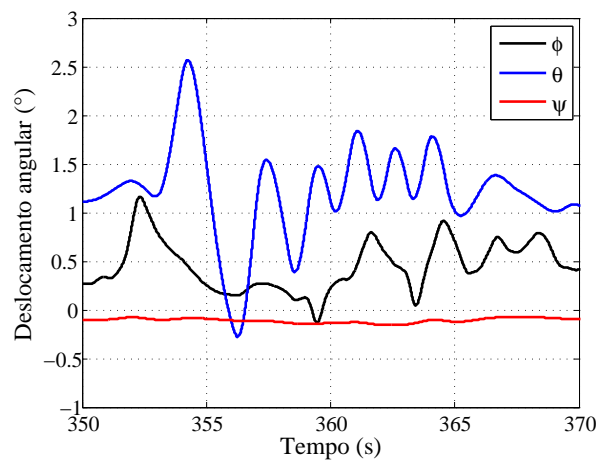
(a) Manobra de decolagem



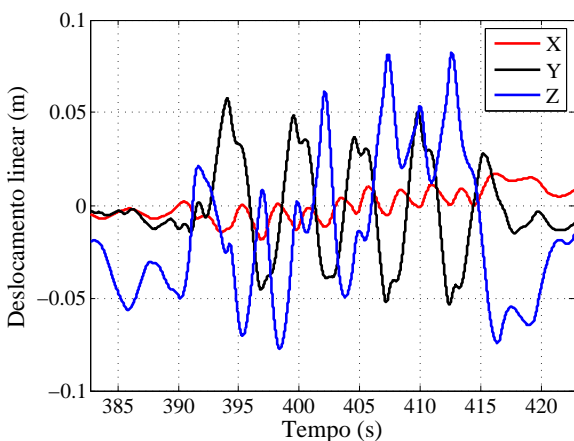
(a) Manobra de decolagem



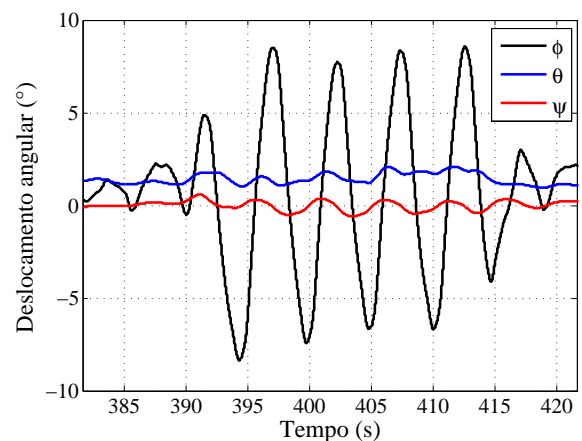
(b) Manobra de oscilação em arfagem



(b) Manobra de oscilação em arfagem



(c) Manobra de oscilação em rolagem



(c) Manobra de oscilação em rolagem

Figura 6.12: Deslocamento linear desejado - após filtro *washout* no centróide da plataforma (origem do sistema $\{\mathbf{P}_s\}$)

Figura 6.13: Ângulos de Euler desejados - após filtro *washout* do simulador de voo (sistema $\{\mathbf{P}_s\}$)

Resultados

7.1 Introdução

Antes de analisar os resultados é importante definir os valores de parâmetros usados na simulação da dinâmica da plataforma de movimento e no projeto dos controladores.

As propriedades geométricas e as propriedades de inércia da plataforma são dadas no Apêndice B. As propriedades geométricas e de inércia do atuador, curva de potência do motor, e parâmetros de desempenho do atuador são dados no Apêndice C.

Em relação ao controle baseado na dinâmica inversa, os valores de frequência e de amortecimento das matrizes de ganho proporcional e derivativo definidas na equação (6.8) são definidos levando em consideração que:

Os três últimos termos da equação (6.12) podem ser considerados como uma aceleração adicional desejada para corrigir os erros de posição e orientação da plataforma.

Hosman e Vaart (apud KOEKEBAKKER, 2001, p. 177)¹ argumentam que essa correção requer uma limitada largura de banda (bem abaixo de 1 Hz), a fim de não exceder o limiar de percepção do piloto, e por conseguinte não gerar falsas sensações de movimento.

Neste contexto, uma largura da banda, ω_i , de 1,0 Hz, e um amortecimento, ζ_i , de 0,7 foram

¹HOSMAN, R.; VAN DER VAART, J.C. *Thresholds of motion perception and parameters of vestibular models obtained from tests in a motion simulator. Effects of vestibular and visual motion perception on task performance.* Delft University of Technology - Netherlands, 1980. Memorandum M-372.

escolhidos para todos os graus de liberdade.

Um valor de $\varepsilon = 0,005$, foi escolhido como o limite da norma do erro no controlador baseado na teoria de Lyapunov (equação (6.23)).

No caso do controlador H_∞ , foi atingido um valor de $\gamma = 0,9827$, portanto os requisitos de desempenho da função de sensibilidade e da função de sensibilidade do controlador definidos pelas funções de ponderação foram satisfeitos. A frequência natural, ω_b , das funções de ponderação foi escolhida no valor de 20 Hz.

7.2 Limiar dinâmico

Nas figuras 7.1 e 7.2 é mostrada a resposta a um degrau de aceleração (limiar dinâmico) da plataforma usando os diferentes controladores, o controlador baseado na teoria de Lyapunov e o controlador H_∞ , respectivamente.

Ambas as respostas apresentaram resultados similares, embora a resposta do sistema usando o controlador baseado na teoria de Lyapunov apresentou uma constante de tempo menor. Isto pode ser devido à implementação do controlador dinâmico H_∞ .

A resposta nos graus de liberdade de orientação e nos canais de translação, x e y , usando ambos os controladores foi menor que 5 ms, enquanto o canal vertical z apresentou uma constante de tempo de 9 ms e 14 ms para o sistema usando o controlador baseado na teoria de Lyapunov e o controlador H_∞ , respectivamente.

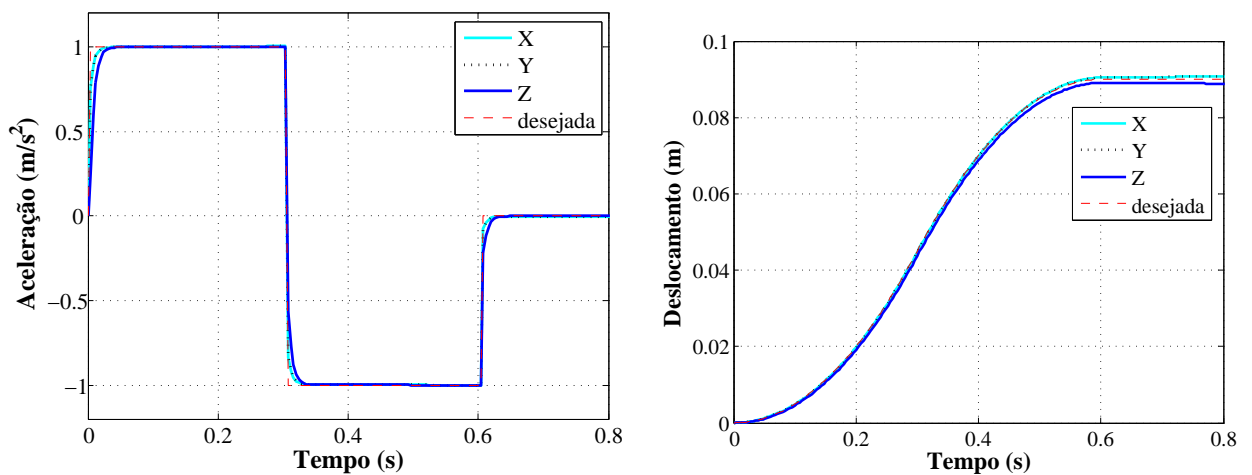
Também pode ser observado o comportamento superamortecido do sistema usando ambos os controladores.

Um pequeno erro estático pode também ser observado no comportamento do sistema usando ambos os controladores, tanto no comportamento da aceleração como no comportamento da posição. Isto é devido, em ambos os controladores, a que o controle não garante uma convergência do erro para zero, mas permite que o erro varie dentro de uma região limite determinada pelo valor ε , no caso do controlador baseado na teoria de Lyapunov, e pelos valores A_s e A_d , das

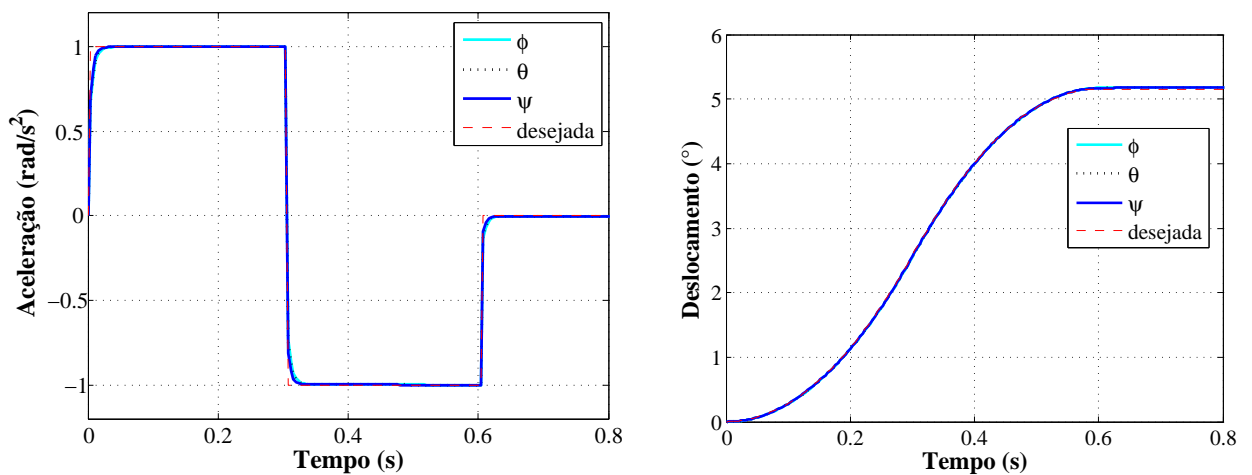
funções de ponderação, no caso do controlador H_∞ .

Obviamente, os resultados anteriores não levam em consideração fatores como atraso de fase e *delays* do sistema devido ao *hardware* usado na implementação física, especialmente filtros passa-baixas usados para atenuar ruídos em alta frequência e para evitar frequências de ressonâncias estruturais e frequências de ressonâncias devido à dinâmica do fluido hidráulico caso sejam usados atuadores eletro-hidráulicos.

Valores típicos de constantes de tempo estão na faixa de 22 ms (Simulador de voo da Universidade de Delft (KOEKEBAKKER, 2001)) a 40 ms (Simulador de voo da Universidade de Toronto (GRANT, 1986)).

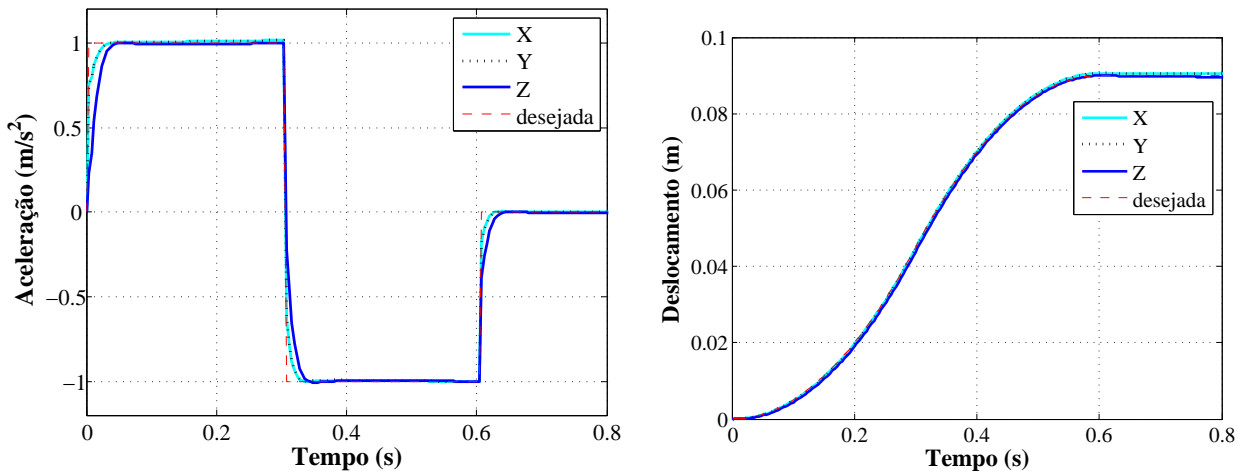


(a) Coordenadas de Translação

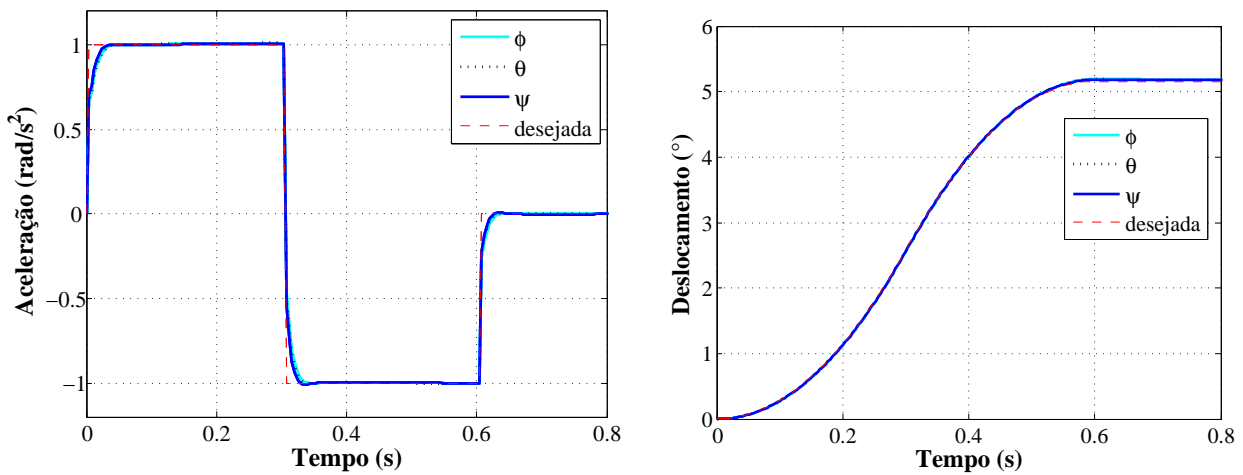


(b) Coordenadas de Orientação

Figura 7.1: Limiar dinâmico - Lyapunov



(a) Coordenadas de Translação



(b) Coordenadas de Orientação

Figura 7.2: Limiar dinâmico - H_∞

7.3 Função descritiva

Nas figuras 7.3 e 7.4, e nas figuras 7.5 e 7.6 são mostradas as funções descritivas principais do sistema para cada grau de liberdade em relação ao controlador baseado na teoria de Lyapunov e ao controlador H_∞ , respectivamente.

A análise realizada anteriormente no domínio do tempo pode ser corroborada no domínio da frequência por meio das funções descritivas. O resposta da plataforma apresentou características similares usando ambos os controladores.

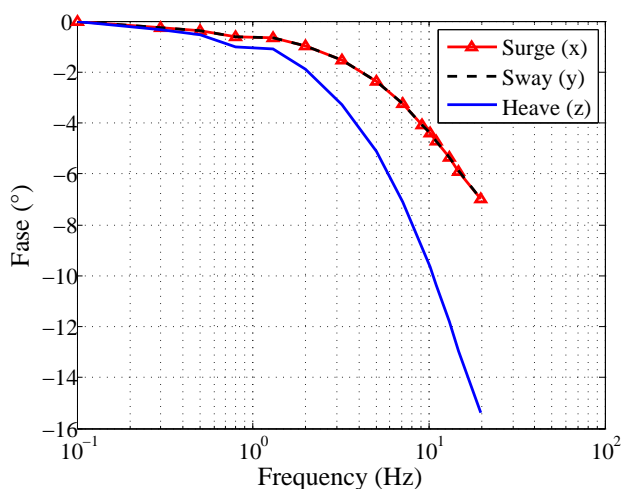
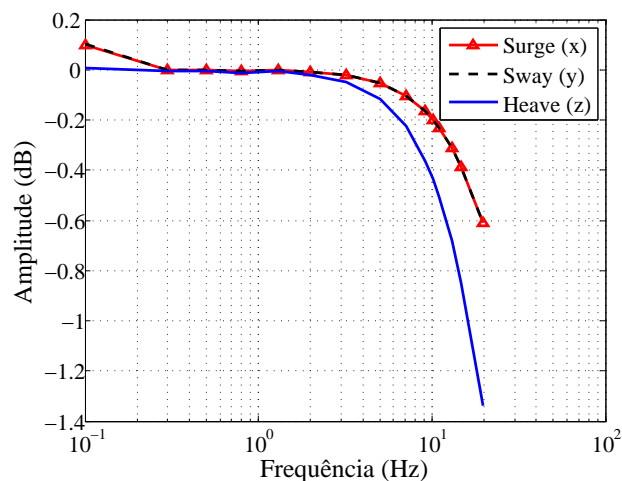


Figura 7.3: Função descritiva - coordenadas de translação - Lyapunov

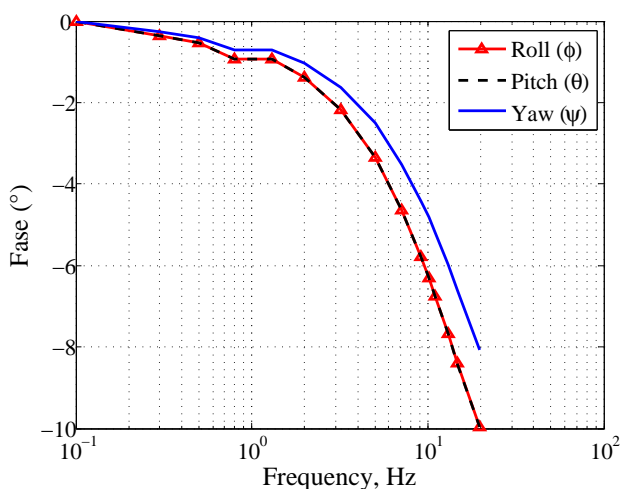
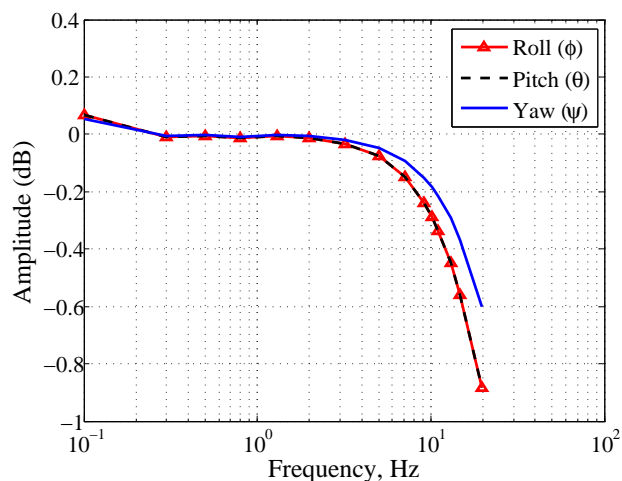


Figura 7.4: Função descritiva - coordenadas de orientação - Lyapunov

O erro estático poder ser observado nas figuras com um a ganho diferente de zero (dB) em baixas frequências. A resposta relativamente plana corresponde ao comportamento superamortecido do sistema.

A largura de banda foi maior para o sistema usando o controlador baseado na teoria de Lyapunov comparado com o controlador H_∞ , devido a uma constante de tempo menor apresentada na resposta no tempo do sistema usando o controlador baseado na teoria Lyapunov.

Um atraso de fase maior pode ser observado na resposta do controle H_∞ devido, e como foi dito na seção anterior, à contribuição no atraso de fase do controlador.

Uma largura de banda aproximadamente acima de 20 Hz (exceto para o grau de liberdade z no controlador H_∞) pode ser observada.

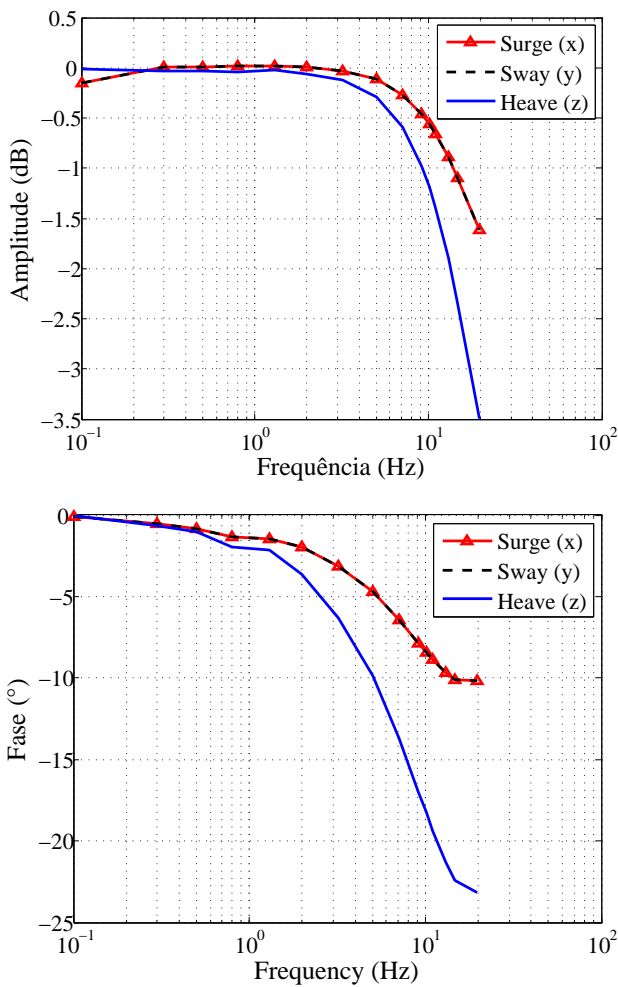


Figura 7.5: Função descritiva - coordenadas de translação - H_∞

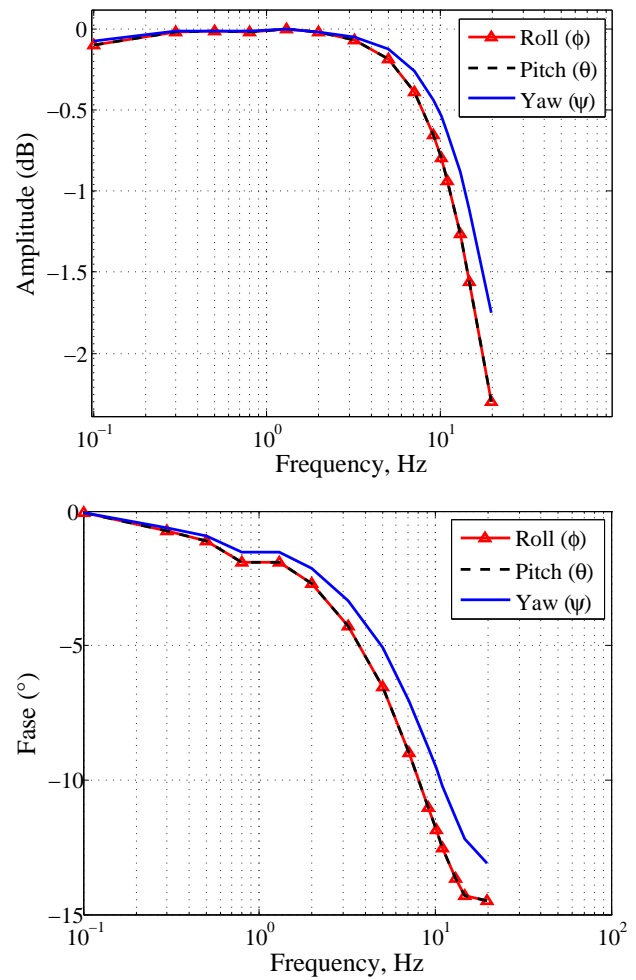


Figura 7.6: Função descritiva - coordenadas de orientação - H_∞

Efeitos da implementação física do sistema, com certeza afetarão os valores anteriores, por exemplo, aumento do tempo de resposta devido ao *hardware* usado na implementação, diminuirá a largura de banda.

Koekebakker (2001) argumenta que uma largura de banda maior que 10 Hz assegura uma influencia mínima no sistema de malha fechada formada pelo piloto e a aeronave, especialmente em relação ao atraso de fase.

No simulador de vôo da Universidade de Delft são encontrados valores de largura de banda de 13 a 15 Hz para os graus de liberdade z , θ e ϕ , enquanto que nos outros graus de liberdade os valores são menores devido à vibração da estrutura onde está apoiada a base da plataforma.

Valores de largura de banda de 10 a 11 Hz são encontrados no simulador de vôo da Univer-

cidade de Toronto para todos os graus de liberdade.

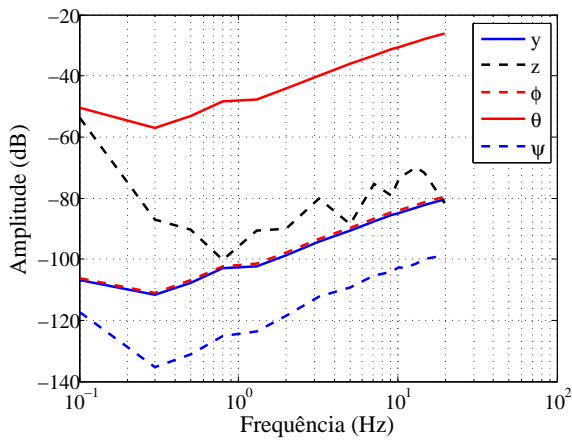
Como reportado por Grant (1986), a principal contribuição à fase da resposta do sistema (e por conseguinte ao tempo de atraso) provém de um filtro elíptico usado no simulador com o objetivo de evitar frequências de ressonância (aproximadamente 17 Hz).

Nas figuras 7.7 e 7.8 são mostradas as funções descritivas secundárias (*crosstalks*) para cada grau de liberdade do sistema em relação aos controladores utilizados, o controlador baseado na teoria de Lyapunov e o controlador H_∞ , respectivamente.

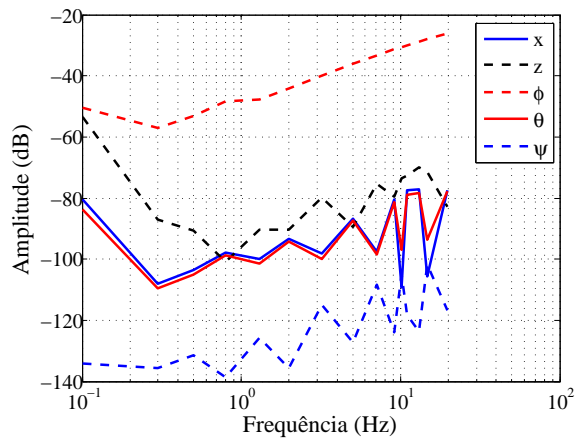
Pode ser observado em ambas as figuras, que os movimentos parasitas mais importantes acontecem entre o canal θ devido à entrada no canal x (figura 7.7(a)) e vice-versa. E entre o canal ϕ devido à entrada no canal y (figura 7.7(b)) e vice-versa.

Esses movimentos relevantes parasitas podem ser devido ao acoplamento não linear entre os atuadores com o aumento da frequência.

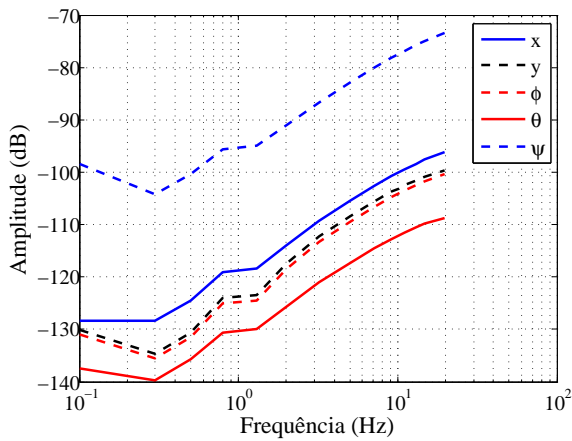
Também pode ser observado, conforme as figuras 7.7 e 7.8, que o controlador baseado na teoria de Lyapunov atenua um pouco mais os movimentos parasitas em altas frequências.



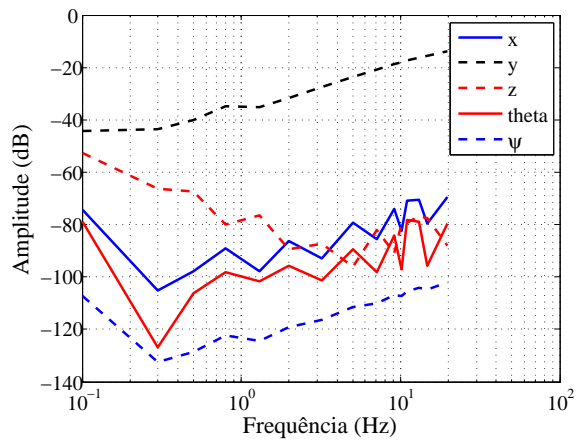
(a) Entrada no canal X



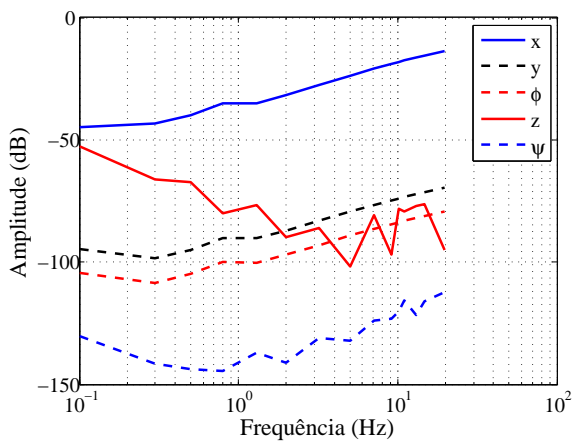
(b) Entrada no canal Y



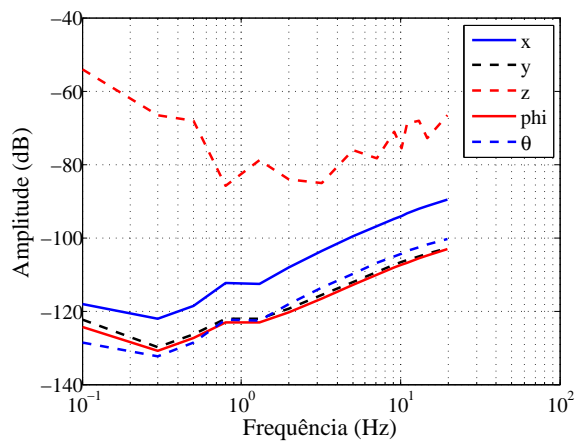
(c) Entrada no canal Z



(d) Entrada no canal ϕ

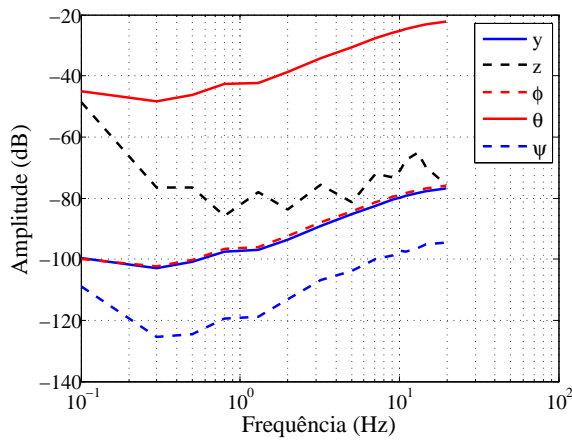


(e) Entrada no canal θ

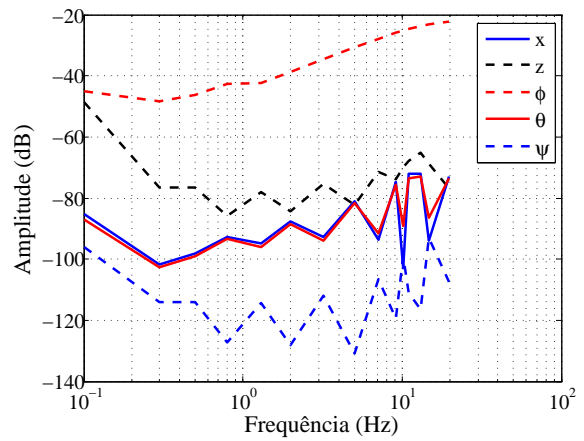


(f) Entrada no canal ψ

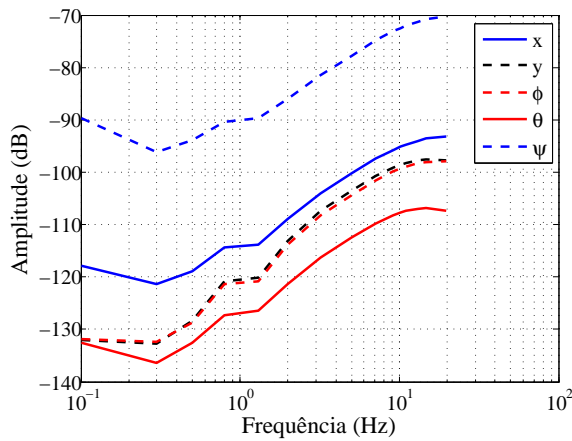
Figura 7.7: Funções *Crosstalks* - Lyapunov



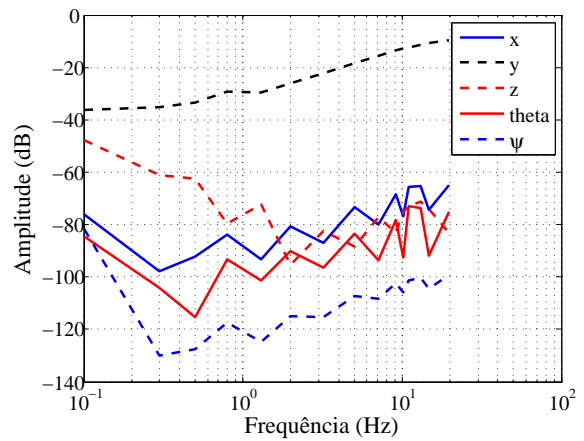
(a) Entrada no canal X



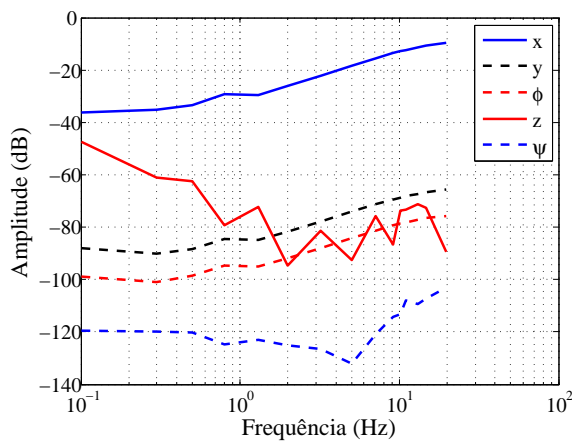
(b) Entrada no canal Y



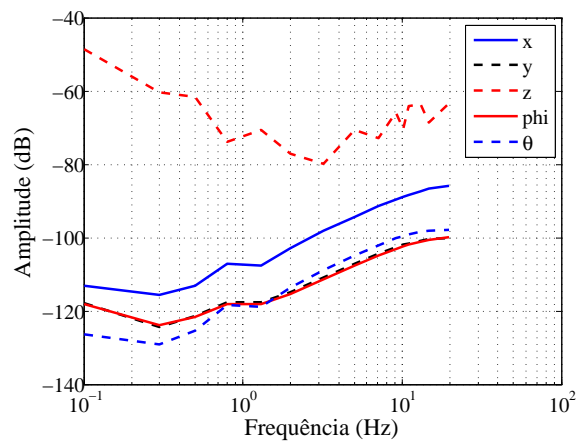
(c) Entrada no canal Z



(d) Entrada no canal ϕ



(e) Entrada no canal θ



(f) Entrada no canal ψ

Figura 7.8: Funções *Crosstalks* - H_∞

7.4 Manobras

As manobras usadas para avaliar os controladores foram definidas na seção 6.3.5.

Os erros de acompanhamento de aceleração e variação dos ângulos de Euler das manobras, para os diferentes graus de liberdade são mostrados nas figuras 7.9 e 7.11, e nas figuras 7.10 e 7.12 em relação aos controladores utilizados, o controlador baseado na teoria de Lyapunov e o controlador H_∞ , respectivamente.

Os principais picos de erro de aceleração e velocidade angular observados nas figuras, e especialmente na manobra de oscilação em rolagem, são devido à taxa de variação da aceleração no canal ϕ , exceto para o canal z , onde os picos do erro de aceleração são devidos principalmente ao desfasamento da resposta.

Os picos de aceleração desejados para o canal ϕ na manobra de oscilação em rolagem, podem ser observados na figura 7.13(e), e seus correspondentes efeitos podem ser observados nas figuras 7.13(a) a 7.13(d).

O maior efeito é provocado no canal y (figura 7.13(b)) devido ao maior efeito parasita nesse canal em relação à entrada ϕ como foi mostrado na seção anterior.

Uma das características do sinal de entrada desejado é a “suavidade” do sinal a fim de evitar falsas sensações de movimento. Portanto, a taxa de variação de aceleração das trajetórias desejada deve ser limitada, por exemplo, limitar a taxa de variação da aceleração da entrada ϕ , para evitar esses picos de aceleração nos diferentes graus de liberdade como mostrado nos resultados anteriores.

No caso do simulador de vôo da Universidade de Toronto, e considerando que o sistema de controle é implementado no espaço das juntas, a taxa de variação da aceleração desejada para cada atuador é limitada.

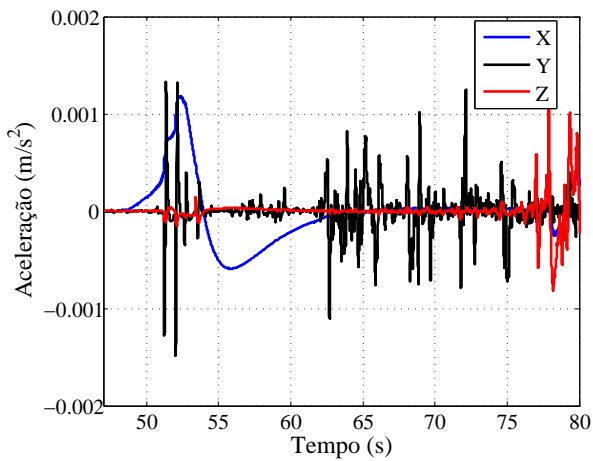
Por outro lado, um sistema referência preditivo baseado no modelo é implementado no simulador de vôo da Universidade do Delft. As entradas para esse sistema correspondem às acelerações desejadas em coordenadas cartesianas.

Uma melhor resposta foi obtida com o controle baseado na teoria de Lyapunov devido ao já comentado nas seções anteriores: menor atraso de fase (menor erro no canal z), e maior atenuação de movimentos parasitas (menores erros nos outros canais).

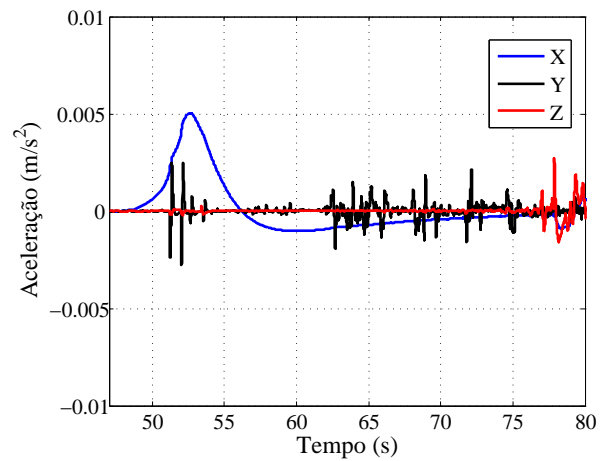
Uma simples análise de potência pode ser realizada analisando os torques e velocidades angulares dos atuadores para cada manobra simulada. Isto é mostrado nas figura 7.14, 7.15 e 7.16. Pode ser visto que os torques e velocidades angulares dos motores estão dentro dos requisitos da curva torque-velocidade do motor do atuador mostrada na figura C.1 do Apêndice C.

Nas figuras 7.14, 7.15 e 7.16 também são mostradas as forças dos atuadores eletromecânicos, e pode ser visto que as forças estão dentro do limite de força máxima do atuador.

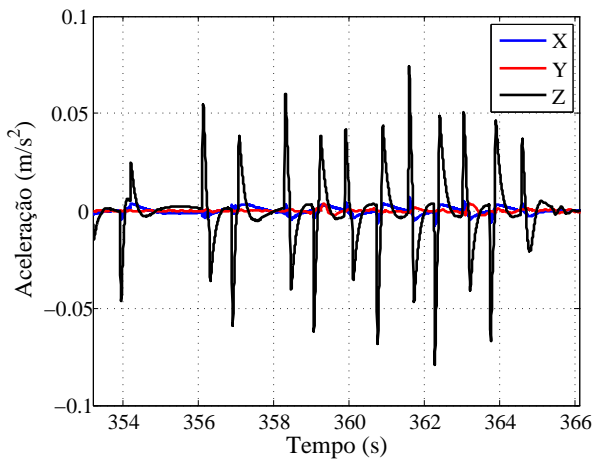
Pode também ser visto nas figuras 7.14, 7.15 e 7.16 algumas mudanças drásticas de torque, velocidade angular e força. Esses resultados são esperados devido, e como foi analisado anteriormente, aos valores picos de aceleração desejada geradas pelo algoritmo de movimento. De novo, os picos de aceleração desejados devem ser limitados para gerar uma trajetória mais “suave” a fim de evitar falsas sensações de movimento .



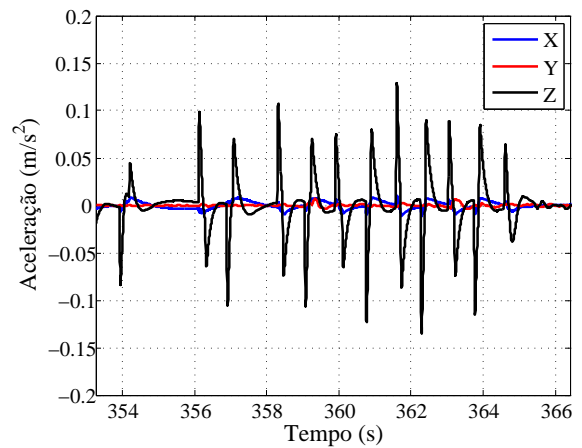
(a) Manobra de decolagem



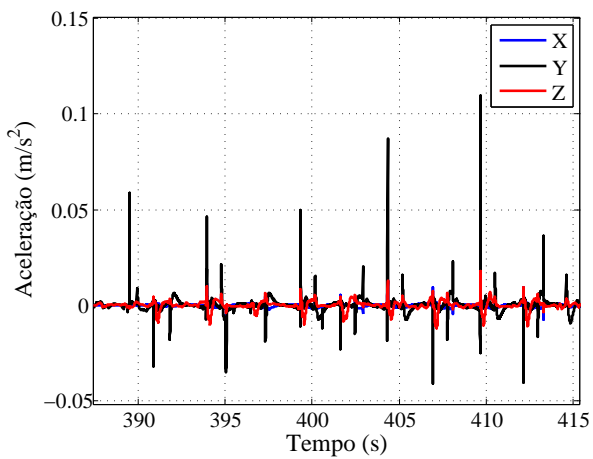
(a) Manobra de decolagem



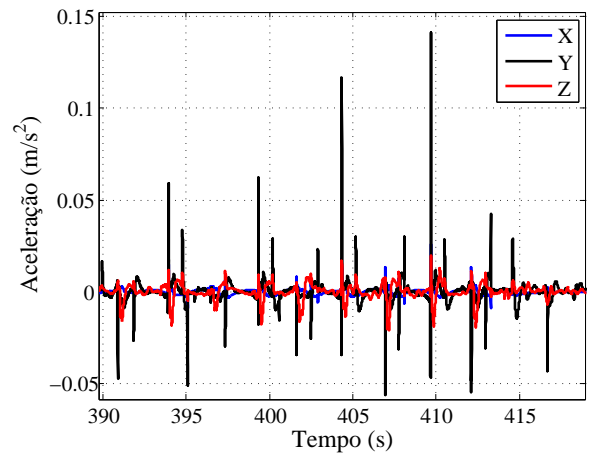
(b) Manobra de oscilação em arfagem



(b) Manobra de oscilação em arfagem



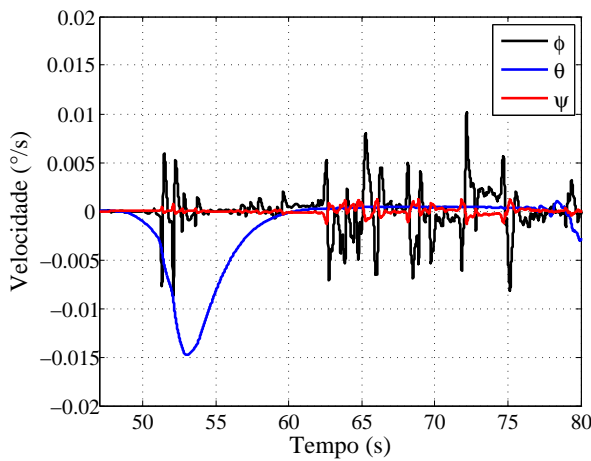
(c) Manobra de oscilação em rolagem



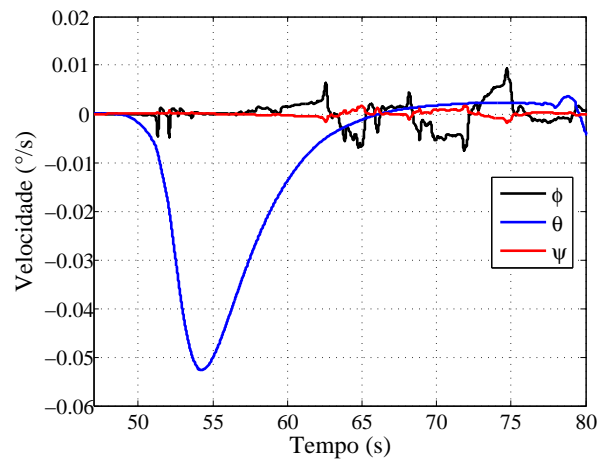
(c) Manobra de oscilação em rolagem

Figura 7.9: Erros de acompanhamento de aceleração linear - Lyapunov

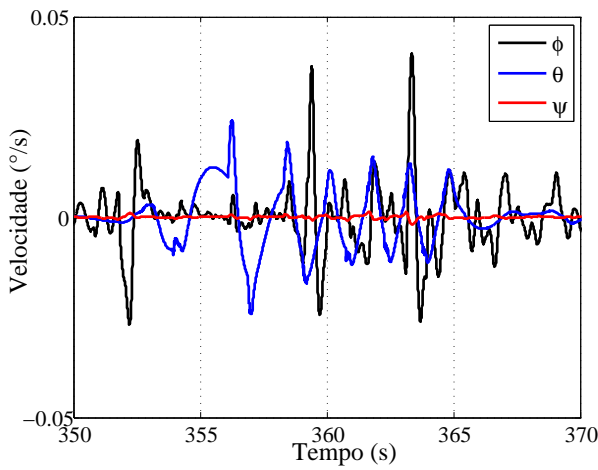
Figura 7.10: Erros de acompanhamento de aceleração linear - H_∞



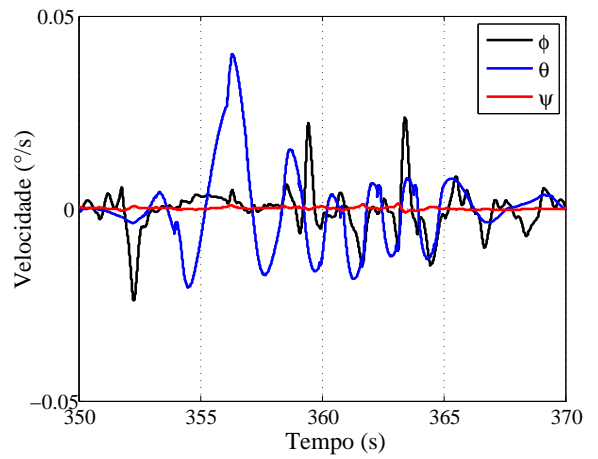
(a) Manobra de decolagem



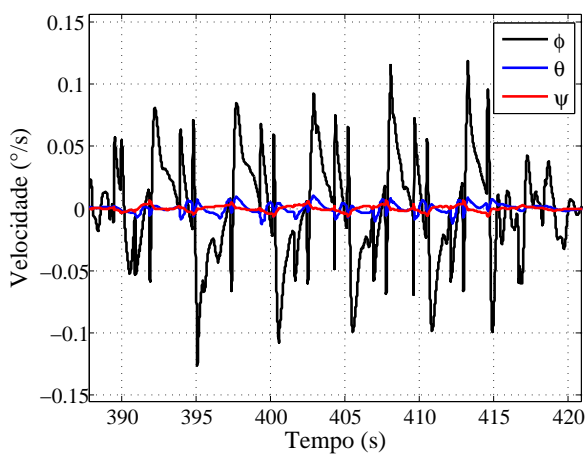
(a) Manobra de decolagem



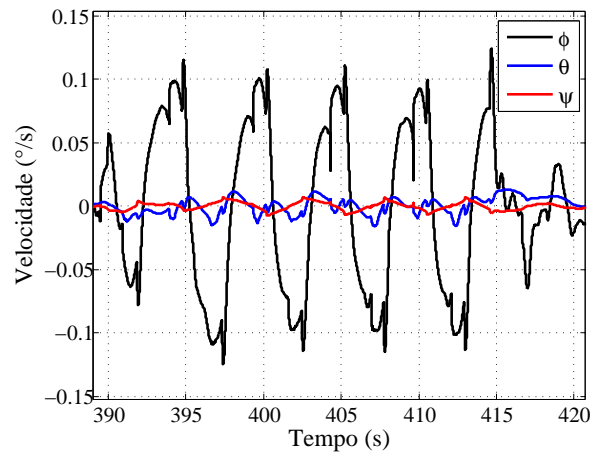
(b) Manobra de oscilação em arfagem



(b) Manobra de oscilação em arfagem



(c) Manobra de oscilação em rolagem



(c) Manobra de oscilação em rolagem

Figura 7.11: Erros de acompanhamento de velocidade angular (ângulos de Euler) - Lyapunov

Figura 7.12: Erros de acompanhamento de velocidade angular (ângulos de Euler) - H_{∞}

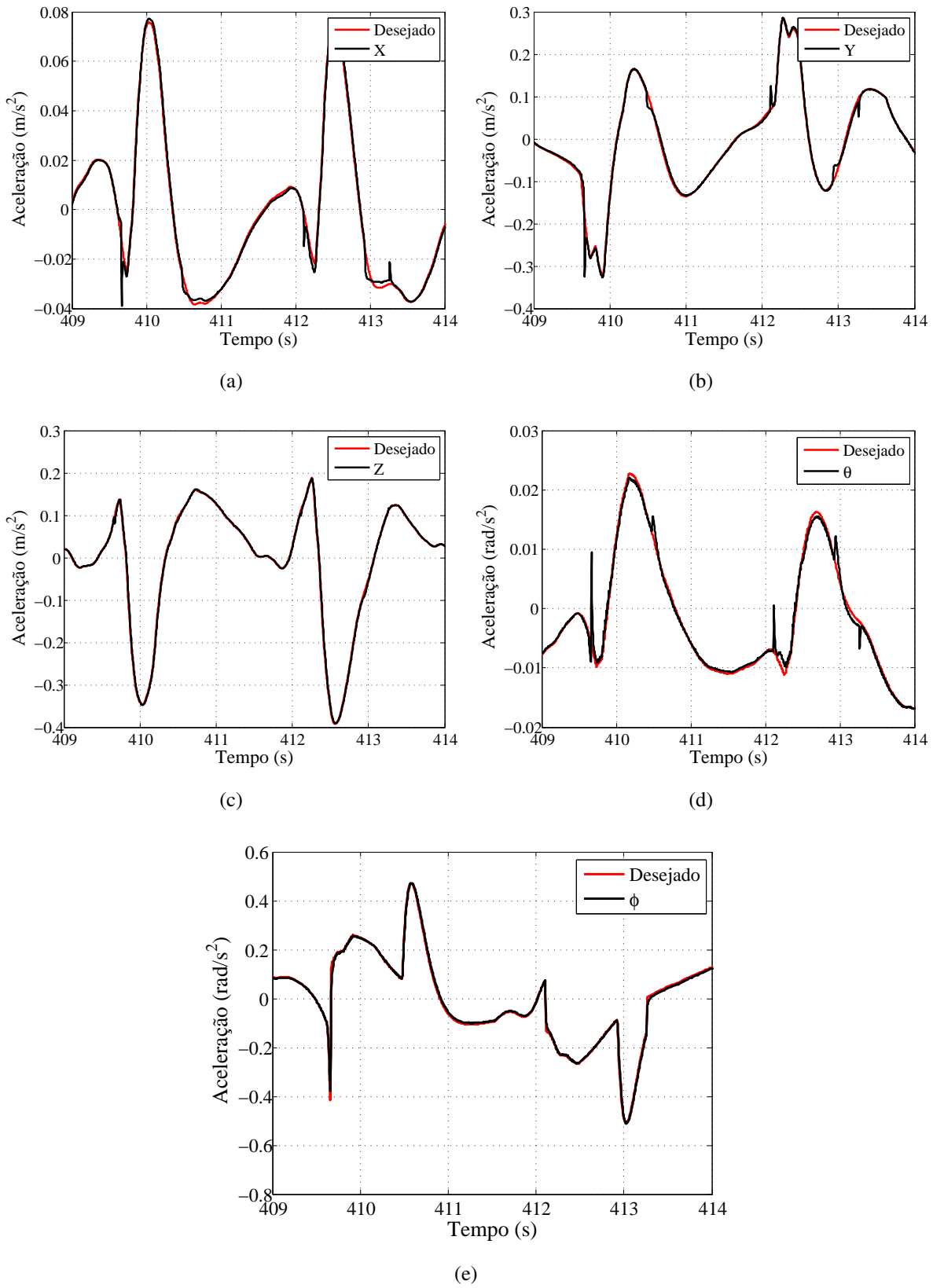
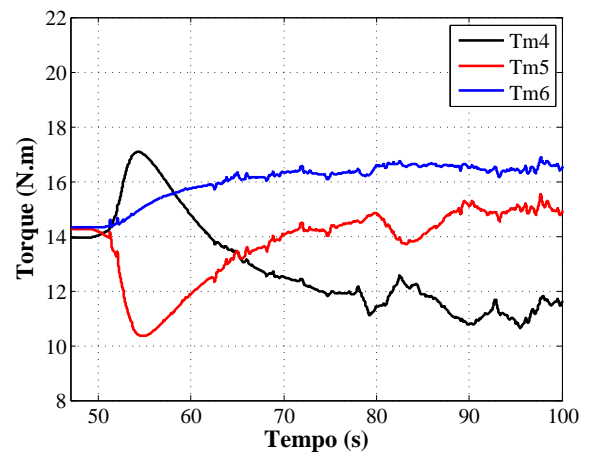
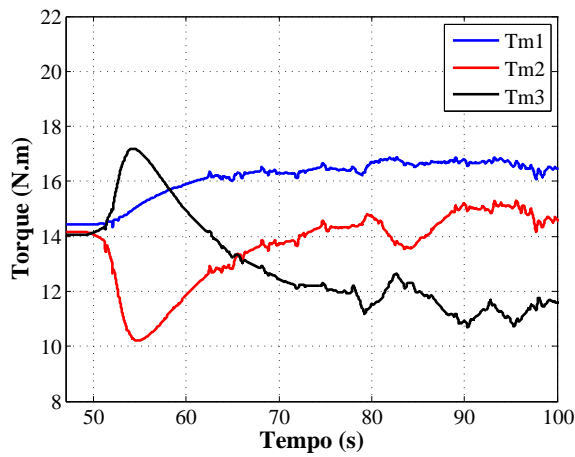
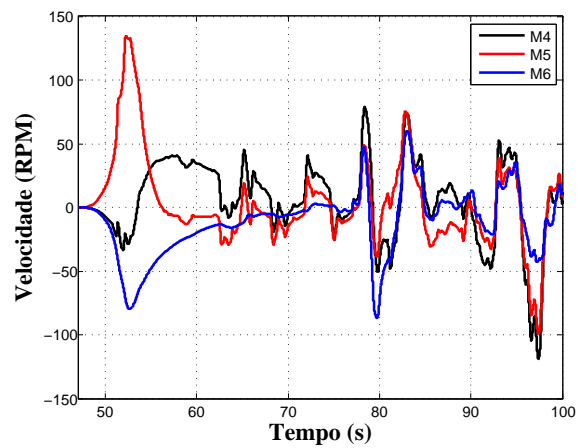
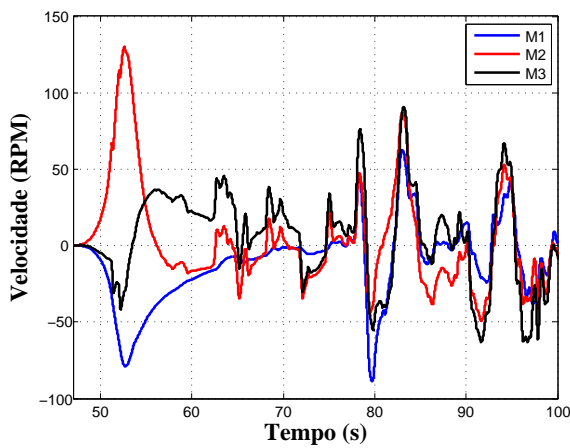


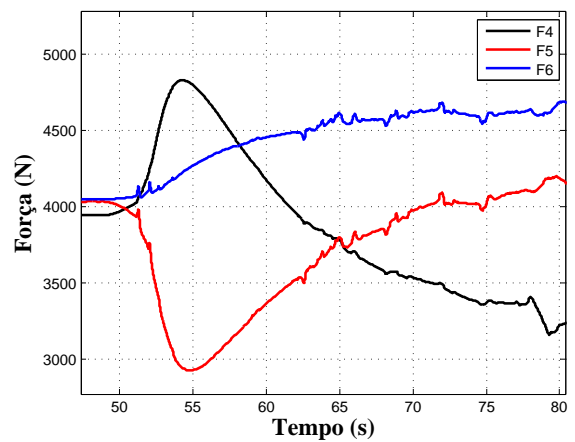
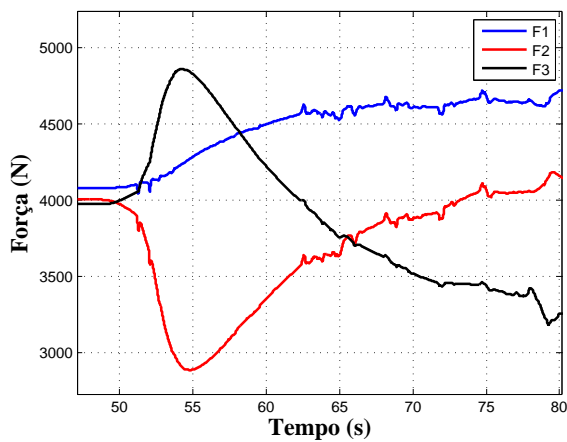
Figura 7.13: Respostas a manobras (amplificação) - H_∞



(a) Torque do motor

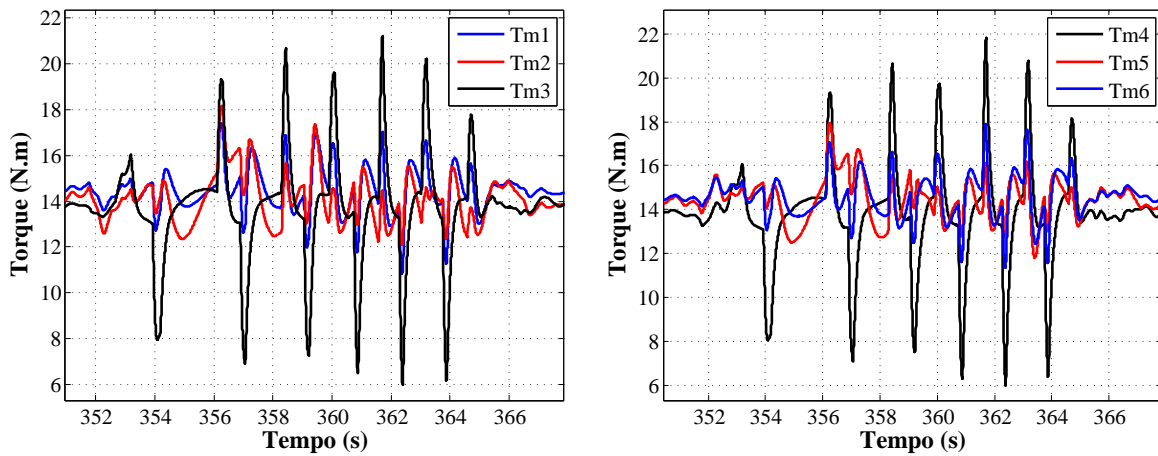


(b) Velocidade angular do motor

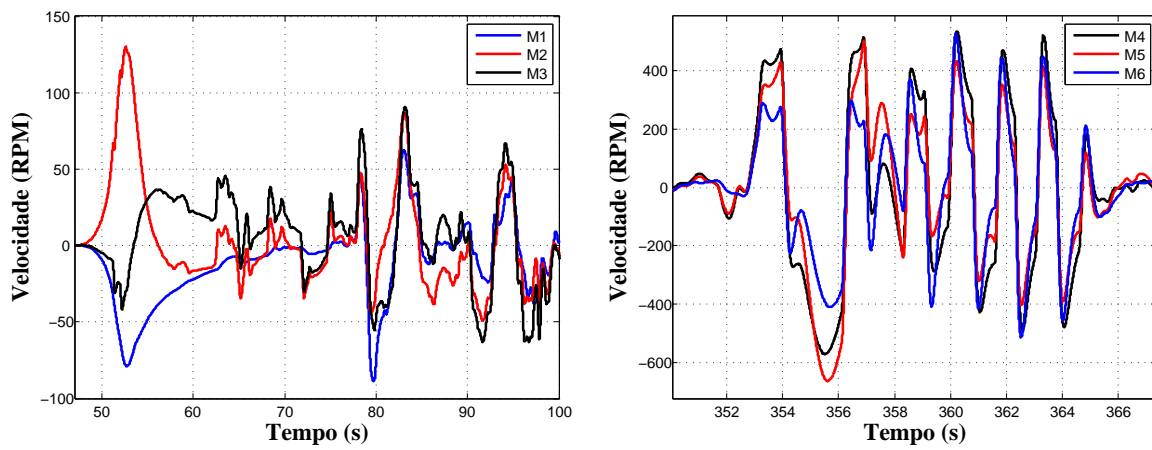


(c) Força do atuador

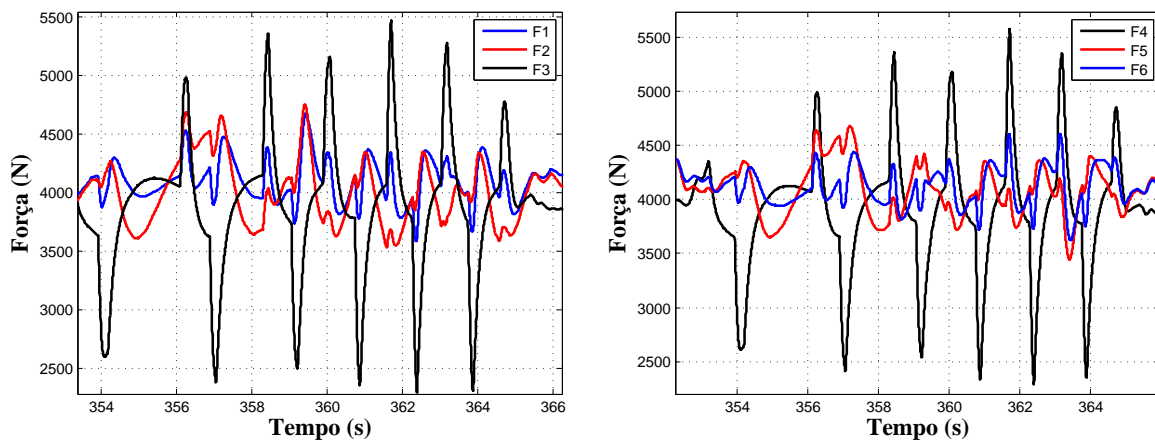
Figura 7.14: Torque, força e velocidade angular dos atuadores eletromecânicos - Manobra de decolagem



(a) Torque do motor

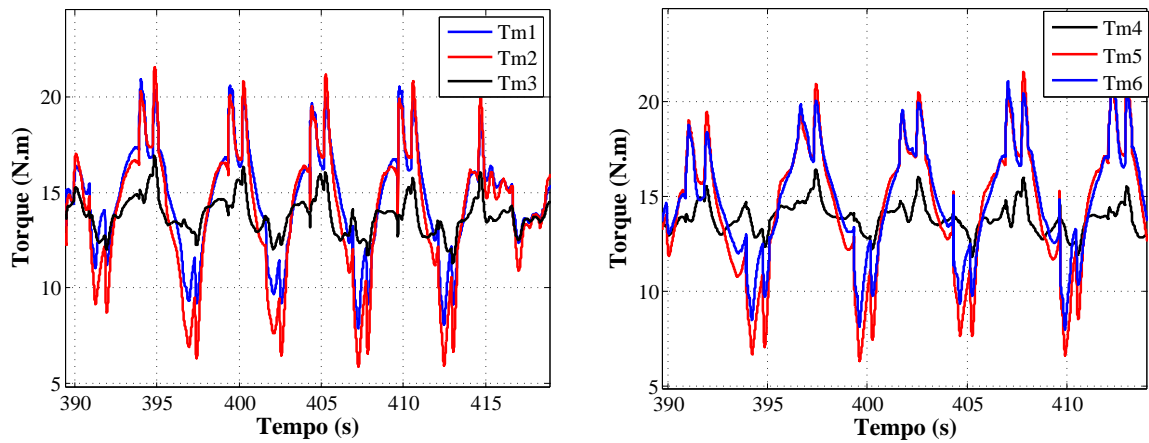


(b) Velocidade angular do motor

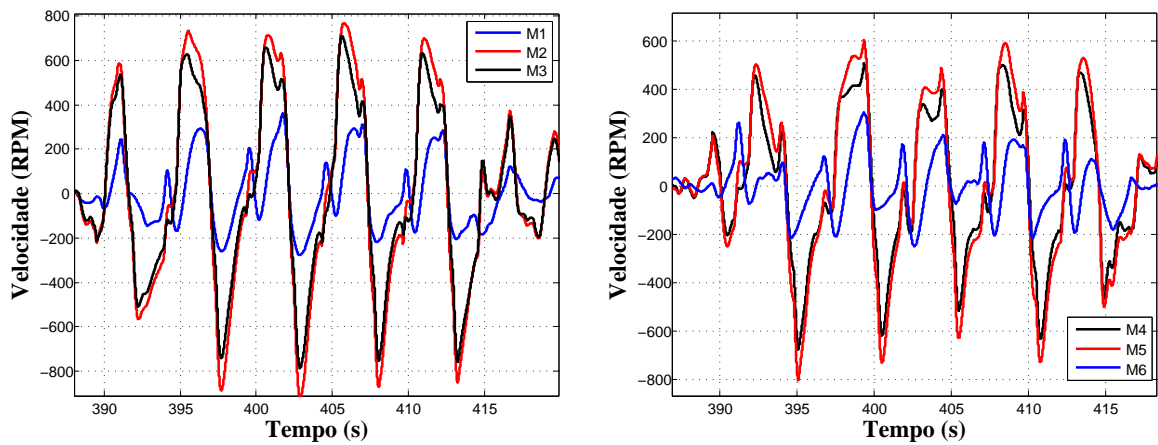


(c) Força do atuador

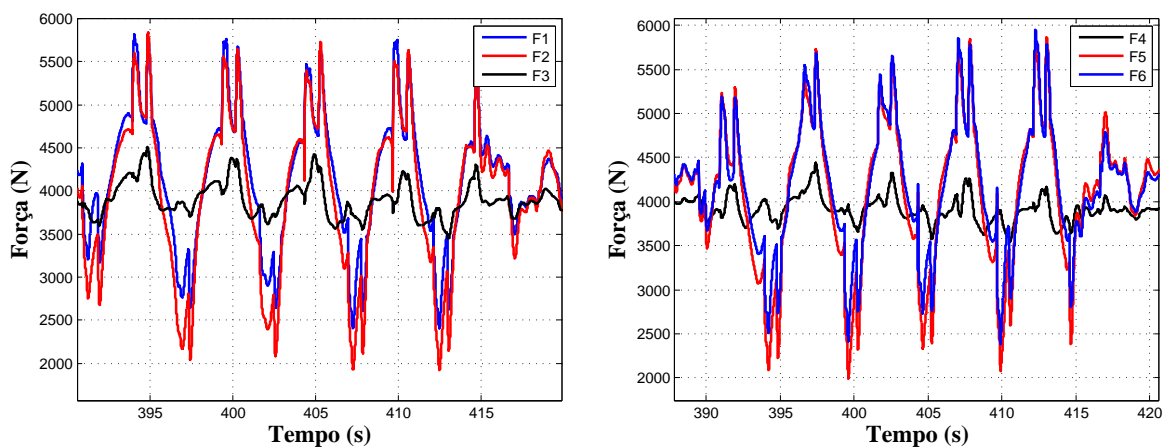
Figura 7.15: Torque, força e velocidade angular dos atuadores eletromecânicos - Manobra de oscilação em arfagem



(a) Torque do motor



(b) Velocidade angular do motor



(c) Força do atuador

Figura 7.16: Torque, força e velocidade angular dos atuadores eletromecânicos - Manobra de oscilação em rolagem

Considerações Finais

8.1 Conclusões

O presente trabalho focalizou as etapas necessárias para o projeto de técnicas de controle robusto multivariável de uma plataforma de movimento de seis graus de liberdade com acionamento direto electromecânico levando em consideração os requisitos de desempenho para um simulador de voo.

Foram apresentados conceitos importantes na arte da simulação de movimentos e no funcionamento dos sistema que compõem um simulador de voo, especialmente o relacionado com a percepção de movimento o algoritmo de movimento (*washout filter*). O algoritmo de movimento é necessário para simular as trajetórias da aeronave levando em consideração os limites de deslocamento do mecanismo de movimento.

Também foi deduzido o modelo dinâmico completo (incluindo as equações de movimento do atuador electromecânico) do mecanismo de movimento de seis graus de liberdade conhecido como plataforma de Stewart. O modelo dinâmico foi obtido em coordenadas cartesianas e em função dos ângulos de Euler. Este modelo foi usado para simular os diferentes controladores e para projetar as diferentes estratégias de controle.

As estratégias de controle foram baseadas dinâmica inversa, onde o modelo não linear da plataforma de Stewart é linearizado através de uma malha interna de controle, considerando a exata cancelação dos termos não lineares via realimentação de estados, e uma malha externa

atuando no erro de acompanhamento para estabilizar o sistema.

Duas estratégias de controle foram implementadas na malha externa do controle baseado na dinâmica inversa para robustificar o sistema devido ao inexato cancelamento dos termos não lineares. Essa inexata compensação foi introduzida intencionalmente para simplificar a implementação do controle baseado na dinâmica inversa e para levar em consideração a dinâmica não modelada, variação de parâmetros e incertezas no processo de dedução do modelo dinâmico da plataforma.

As duas estratégias implementadas na malha externa, a primeira baseada na teoria de Lyapunov e a segunda baseado na teoria de controle H_∞ apresentaram resultados similares para os testes de limiar dinâmico, função descritiva e simulação de algumas manobras. Esses teste são apropriados para a avaliação de um sistema de movimento de um simulador de movimento.

A principal diferença dos resultados correspondente as diferentes testes simulados numericamente foi um pequeno atraso de fase maior no controlador H_∞ devido principalmente à implementação do sistema dinâmico do controlador. Esse pequeno atraso afetou por conseguinte a resposta no tempo e na frequência. Na resposta no tempo a controlador baseado na teoria de Lyapunov apresentou uma constante de tempo menor, e na resposta na frequência apresentou uma largura de banda maior comparado com o controlador H_∞ .

Em geral ambos os controladores, em relação aos testes de limiar dinâmico e função descritiva resultaram apropriados para o controle de uma plataforma de movimento de um simulador de vôo. Naturalmente, a implementação num sistema físico real irá alterar a resposta do sistema.

Ambos os controladores lidaram com incertezas devidas principalmente à simplificação das matrizes do modelo dinâmico quando usadas na lei de controle. Essa simplificação facilita consideravelmente a implementação do controlador, pois cálculos de termos *on-line* não são necessários. Obviamente, os limites da variação das incertezas devem ser conhecidos a fim de projetar os controladores.

Finalmente, a variação da aceleração do sinal de entrada desejada deve ser limitada a fim de evitar picos de aceleração parasitas e movimentos bruscos, que podem comprometer a fidelidade

do movimento, como foi mostrado nas respostas do sistema nas manobras simuladas para ambos os controladores usados.

8.2 Sugestões para trabalhos futuros

Com base na fundamentação teórica desenvolvida neste trabalho e nos resultados obtidos, e pensando na implementação de um futuro simulador de vôo, propõe-se algumas sugestões e trabalhos futuros:

- ▶ Desenvolvimento de modelos dinâmicos de aeronaves mais complexos com o objetivo de simular manobras críticas e falhas nos sistemas de propulsão e controle. Essa manobras poderam ser usada nos teste dos controladores.
- ▶ Desenvolvimento de algoritmos de movimentos mais complexos com o objetivo de incrementar a fidelidade do movimento.
- ▶ Aplicação experimental dos controladores para realmente avaliar os testes de limiar dinâmico, função descritiva e as manobras, além dos testes de nível de ruído, histereses e *turn-around bump*. Com um protótipo experimental poderia-se comparar várias técnicas de controle e realmente avaliar as vantagens e desvantagens dessas técnicas.
- ▶ Inclusão de uma esquema de controle predictivo baseado no modelo (como a trajetória de referência) imediatamente depois do algoritmo de movimento com o objetivo de diminuir atrasos no sistema e gerar uma trajetória mais suave.
- ▶ Integração do algoritmo de movimento (*washout filter*) na estratégia de controle.

Isto pode ser dado pela natureza da estrutura padrão da estratégia de controle H_∞ onde funções de ponderação formatam algumas funções de transferência, e como visto na seção 3.5 os diferentes canais do filtro têm um comportamento de um filtro passa baixa ou passa alta, portanto o erro entre as acelerações das manobras simuladas e as acelerações sentidas no simulador pode ser penalizado por funções de ponderação que tenham

um comportamento parecido a esses filtros. Comparações podem ser realizadas com as estratégias de controle do item anterior.

Bibliografia

- ADVANI, S. *The kinematic design of flight simulator motion-bases*. Tese — Delft University of Technology, Netherlands, 1998.
- ARAI, T.; CLEARY, K.; NAKAMURA, T.; ADACHI, H.; HOMMA, K. Design, analysis and construction of a prototype parallel link manipulator. In: *IEEE International Workshop on Intelligent Robots and Systems IROS90*. [S.l.]: IEEE, 1990. p. 205–212.
- CAPORALI, A. S. *Estratégias de Controle Não Convencionais para uma Plataforma de*. Tese (Doutorado em Engenharia Mecânica) — Escola de Engenharia de São Carlos - Universidade de São Paulo, São Carlos-SP, 2003.
- CHUNG, I.-F.; CHANG, H.-H.; LIN, C.-T. Fuzzy control of a six-degree motion platform with stability analysis. In: *Proceedings of the IEEE international Conference on System, Man, and Cybernetics 1999*. Tokyo-Japan: IEEE, 1999. p. 325–330.
- CRAIG, J. *Introduction to robotics: mechanics and control*. 2. ed. New York: Addison-Wesley Publishing Company, Inc., 1989. 450 p.
- DASGUPTA, B.; MRUTHYUNJAYA, T. Closed form dynamic equations of the general Stewart platform through the Newton-Euler approach. *Mechanism and Machine Theory*, v. 33, n. 7, p. 993–1012, 1998.
- FICHTER, E. A Stewart platform-based manipulator: General theory and practical construction. *International Journal of Robotic Research*, v. 5, n. 2, p. 157–182, 1986.
- GHOBAKHLOO, A.; EGHTEHAD, M.; AZADI, M. Position control of a Stewart-Gough platform using inverse dynamics method with full dynamics. In: *Proceedings of the The 9th IEEE International Workshop on Advanced Motion Control, 2006*. Istanbul, Turkey: IEEE, 2006. p. 50–55.
- GOSSELIN, C.; ANGELES, J. Singularity analysis of closed-loop kinematic chains. *IEEE Transactions on robotics and automation*, v. 6, n. 3, p. 281–290, 1990.
- GRAF, R.; VIERLING, R.; DILLMAN, R. A flexible controller for a Stewart platform. In: *Proceedings of the 1998 Second International Conference on Knowledge-Based Intelligent Electronic Systems*. Adelaide-SA-Australia: IEEE, 1998. p. 52–59.
- GRANT, P. *Motion characteristics of the UTIAS flight research simulator motion-base*. Toronto-Canada, 1986. Technical Note No. 261.
- GRANT, P.; REID, L. Motion washout filter tuning: Rules and requirements. *Journal of Aircraft*, v. 34, n. 2, p. 356–362, 1997.

- HANKE, C.; NORDWALL, D. *The Simulation of a Jumbo Jet Transport Aircraft, Volume II: Modeling Data*. NASA Langley Research Center, 1970. Technical Report CR-114494.
- HEINTZMAN, R. *Determination of Force Cueing Requirements for Tactical Combat Flight Training Devices*. Manassas-VA-USA, 1996. 143 p.
- HIBBELER, R. *Engineering mechanics: Statics*. 7. ed. New York: Prentice-Hall, 1995. 574 p.
- HOSMAN, R. *Pilot's Perception and Control of Aircraft Motions*. Tese — Delft University of Technology, Netherlands, 1996.
- HSU, C.-H.; FONG, I.-K. Motion control of a hydraulic Stewart platform with computed force feedback. *Journal of the Chinese Institute of Engineers*, v. 24, n. 6, p. 709–721, 2001.
- HUANG, C.-I.; FU, L.-C. Smooth sliding mode tracking control of the Stewart platform. In: *Proceedings of the 2005 IEEE International Conference on Control Applications*. Toronto-Canada: IEEE, 2005. p. 43–48.
- IDAN, M.; NAHON, M. Off-line comparison of classical and robust flight simulator motion control. *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, v. 22, n. 5, p. 702–709, 1999.
- IDAN, M.; SAHA, D. Robust controller for a dynamic six degree of freedom flight simulator. In: *AIAA Flight Simulation Technologies Conference*. San Diego, CA: AIAA, 1996. p. 53–64.
- JI, P.; WU, H. A closed-form forward kinematics solution for the 6-6p Stewart platform. *IEEE Transactions on Robotics and Automation*, v. 17, n. 4, p. 522–526, 2001.
- KANG, C.-G. Closed-form force sensing of a 6-axis force transducer based on the Stewart platform. *Sensors and Actuators A*, v. 90, p. 31–37, 2001.
- KIM, D.; CHUNG, W.; YOUM, Y. Analytic singularity expression for 6-dof Stewart platform-type parallel manipulator. In: *Proceedings of the 1998 IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robotics and System*. Vitoria-Canada: IEEE, 1998. p. 1015–1020.
- KIM, D.; KANG, J.-Y.; LEE, K.-I. Robust tracking control design for a 6 dof parallel manipulator. *Journal of Robotic Systems*, v. 17, n. 10, p. 527–547, 2000.
- KIM, K.-I.; LEE, C.-W. High speed tracking control of Stewart platform manipulator via enhanced sliding mode control. In: *Proceedings of the 1998 IEEE International Conference on Robotics and Automation*. Leuven-Belgium: IEEE, 1998. p. 2716–2721.
- KOEKEBAKKER, S. *Model based control of a flight simulator motion system*. Tese — Delft University of Technology, Netherlands, 2001.
- KOSUGE, K.; TAKEO, K.; FUKUDA, T.; KITAYAMA, H.; TAKEUCHI, N.; MURAKAMI, H. Force control of parallel link manipulator with hydraulic actuators. In: *Proceedings of the 1996 IEEE International Conference on Robotics and Automation*. Minneapolis-Minnesota: IEEE, 1996. p. 305–310.
- LEAN, D. *Dynamic characteristics of flight simulation motion systems*. France, 1979. AGARD Advisory Report No. 144.
- LEE, J. Optimal control of a flexible parallel link robotic manipulator. *computers & structures*, v. 48, n. 3, p. 375–385, 1993.

- LEE, S.-H.; SONG, J.-B.; CHOI, W.-C.; HONG, D. Position control of a Stewart platform using inverse dynamics control with approximate dynamics. *Mechatronics*, v. 13, p. 605–619, 2003.
- LEE, W.-S.; KIM, J.-H.; CHO, J. A driving simulator as a virtual reality tool. In: *Proceedings of the 1998 IEEE International Conference on Robotics and Automation*. Leuven-Belgium: IEEE, 1998. p. 71–76.
- LI, D.; SALCUDECAN, S. Modeling, simulation, and control of a hydraulic Stewart platform. In: *Proceedings of the IEEE International Conference on Robotics and Automation*. Albuquerque-New Mexico: IEEE, 1997. p. 3360–3366.
- LIAO, C.-S.; HUANG, C.-F.; CHIENG, W.-H. A novel washout filter design for a six degree-of-freedom motion simulator. *JSME International Journal Series C*, v. 47, n. 2, p. 626–636, 2004.
- LORENZO, S.; BRUNO, S. *Modeling and Control of Robot Manipulators*. 1. ed. New York: The McGraw-Hill Companies, Inc., 1996. 358 p.
- MANN, G.; SURGENOR, B. Model-free intelligent control of a 6-dof Stewart-Gough based parallel manipulator. In: *Proceedings of the 2002 IEEE International Conference on Control Applications*. Glasgow-Scotland: IEEE, 2002. p. 495–500.
- MATSUURA, J. *Aplicação dos Simuladores de Vôo no Desenvolvimento e Avaliação de Aeronaves e Periféricos*. Trabalho de Graduação — Centro Técnico Aeroespacial-ITA, São José dos Campos-Brazil, 1995.
- MERLET, J. Force-feedback control of parallel manipulators. In: *Proceedings of the IEEE International Conference on Robotics and Automation*. Philadelphia: IEEE, 1988. p. 1484–1489.
- MERLET, J.-P. Solving the forward kinematics of a Gough-type parallel manipulator with interval analysis. *The International Journal of Robotics Research*, v. 23, n. 3, p. 221–235, 2005.
- MONTEZUMA, M. A. F. *Modelagem e Controle de Posição e Orientação de uma Plataforma de Stewart*. Dissertação (Mestrado em Engenharia Mecânica) — Escola de Engenharia de São Carlos - Universidade de São Paulo, São Carlos-SP, 2003.
- NAHON, M.; REID, L. Simulator motion drive algorithms - a designer's perspective. *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, v. 13, n. 2, p. 702–709, 1990.
- NGUYEN, C.; ANTRAZI, S.; ZHOU, Z.; CAMPBELL, C. Adaptive control of a Stewart platform-based manipulator. *Journal of Robotic systems*, v. 10, n. 5, p. 657–687, 1993.
- PARK, J.; CHO, H. Impedance control with varying stiffness for parallel-link manipulators. In: *Proceedings of the American Control Conference*. Philadelphia-Pensilvania: AACC, 1998. p. 478–482.
- PARKER. *ETR Series Electric Cylinders with Roller Screw Technology*. 2006. Catalog 1898/US. Disponível em: <<http://www.parker.com/actuator/Cat/english/ETR.pdf>>. Acesso em: 20 nov. 2006.

POULIOT, N.; GOSSELIN, C.; NAHON, M. Motion simulation capabilities of three degree of freedom flight simulators. *Journal of Aircraft*, v. 35, n. 1, p. 9–17, 1998.

QIANG, W.; JUAN, C.; ZHIYONG, T. Study of sliding mode control for Stewart platform based on simplified dynamic model. In: *Proceedings of The IEEE International Conference on Industrial Informatics, INDIN, 2008*. Daejeon, Korea: IEEE, 2008. p. 889–892.

REID, L.; GRAF, W.; HAYCOCK, B.; GRANT, P. *The UTIAS flight research simulator*. Toronto-Canada, 2005.

ROSKAM, J. *Airplane Flight Dynamics and Automatic Flight Controls*. 3. ed. Kansas-USA: DARcorporation, 2001. 576 p.

SENSORY processing dysfunction - vestibular activation. University of Colorado, 2009. Disponível em: <<http://www.colorado.edu/intphys/Class/>>. Acesso em: 3 dec. 2009.

SHABANA, A. *Computational Dynamics*. 2. ed. New York: John Wiley & Sons, Inc., 2001. 503 p.

SHIN, J.-C.; LEE, C.-W. Rider's net moment estimation using control force of motion system for bicycle simulator. *Journal of Robotic systems*, v. 21, n. 11, p. 597–607, 2004.

SIROUSPOUR, M.; SALCUDEAN, S. Nonlinear control of hydraulic robots. *IEEE TRANSACTIONS ON ROBOTICS AND AUTOMATION*, v. 48, n. 3, p. 375–385, 2001.

SKOGESTAD, S.; POSTLETHWAITE, I. *Multivariable Feedback Control*. 2. ed. England: John Wiley & Sons Ltd, 2005. 574 p.

SLOTINE, J.-J. E.; LI, W. *Applied nonlinear control*. 1. ed. New Jersey-USA: Prentice Hall, Inc., 1991. 459 p.

SPONG, M.; VIDYASAGAR, M. *Robot Dynamics and Control*. 1. ed. New York: John Wiley & Sons, 1989. 336 p.

STEWART, D. A platform with 6 degrees of freedom. *Proceedings of the institution of mechanical engineers 1965-66*, v. 180, n. 15, p. 371–386, 1965.

TELBAN, R.; CARDULLO, F. *Motion Cueing Algorithm Development Human-Centered Linear and Nonlinear Approaches*. NASA Langley Research Center, 2005. Technical Report CR-2005-213747.

TING, Y.; CHEN, Y.-S.; JAR, H.-C. Modeling and control for a Gough- Stewart platform CNC machine. *Journal of Robotic Systems*, v. 21, n. 11, p. 609–623, 2004.

VILELA, A. *Anatomia e Fisiologia Humanas*. 2006. Disponível em: <<http://http://www.afh.bio.br/>>. Acesso em: 20 nov. 2006.

WU, B.; DONG, Y.; WU, S.; XU, D.; ZHAO, K. An integral variable structure controller with fuzzy tuning design for electro-hydraulic driving Stewart platform. In: *Proceedings of 1st International Symposium on Systems and Control in Aerospace and Astronautics-ISSCAA 2006*. [S.l.]: IEEE, 2006.

YOU, K.; SON, K.; LEE, M.; YOO, W. Sliding mode controller with sliding perturbation observer based on gain optimization using genetic algorithm. In: *Proceeding of the 2004 American Control Conference*. Boston-Massachusetts: AACC, 2004. p. 1958–1963.

Fundamentos Matemáticos

As seguintes seções são baseadas em Skogestad e Postlethwaite (2005).

A.1 Função Transferência

Uma função de transferência racional é definida como:

$$\mathbf{G}(s) = \frac{\beta_{n_z}s^{n_z} + \dots + \beta_1s + \beta_0}{s^n + a_{n-1}s^{n-1} + \dots + a_1s + a_0}, \quad (\text{A.1})$$

onde n é a ordem do polinômio do denominador, o número de pólos, e é chamado de *ordem do sistema* e n_z é chamado de ordem do numerador, o número de zeros. $n - n_z$ é chamado como o excesso de pólos ou *ordem relativa*.

Para sistemas multivariáveis $\mathbf{G}(s)$ é uma matriz de funções de transferências.

O sistema $\mathbf{G}(s)$ é definido como:

- ▶ *Estritamente próprio* se $\mathbf{G}(j\omega) \rightarrow 0$ com $\omega \rightarrow \infty$.
- ▶ *Semi-próprio* ou *bi-próprio* se $\mathbf{G}(j\omega) \rightarrow D \neq 0$ com $\omega \rightarrow \infty$.
- ▶ *Próprio* se o sistema é *estritamente próprio* ou *semi-próprio*.
- ▶ *Impróprio* se $\mathbf{G}(j\omega) \rightarrow \infty$ com $\omega \rightarrow \infty$.

Para um sistema próprio, com $n \geq n_z$, a equação A.1 pode ser representada em sua realização

em espaços de estados como:

$$\begin{aligned}\dot{\mathbf{x}} &= \mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{B}\mathbf{u} \\ \mathbf{y} &= \mathbf{C}\mathbf{x} + \mathbf{D}\mathbf{u}.\end{aligned}\tag{A.2}$$

A resposta no tempo do sistema linear é dada por:

$$\begin{aligned}\dot{\mathbf{x}}(t) &= e^{\mathbf{A}(t-t_0)}\mathbf{x}(t_0) + \int_{t_0}^t e^{\mathbf{A}(t-\tau)}\mathbf{B}\mathbf{u}(\tau)d\tau \\ \mathbf{y}(t) &= \mathbf{C}\mathbf{x}(t) + \mathbf{D}\mathbf{u}(t).\end{aligned}\tag{A.3}$$

Aplicando a transformada de Laplace ao sistema anterior, e considerando $\mathbf{x}(0) = 0$, pode-se determinar a função de transferência de $\mathbf{U}(s)$ para $\mathbf{Y}(s)$ como:

$$\mathbf{Y}(s) = \mathbf{G}(s)\mathbf{U}(s),\tag{A.4}$$

onde:

$$\mathbf{G}(s) = \mathbf{C}(s\mathbf{I} - \mathbf{A})^{-1}\mathbf{B} + \mathbf{D}.\tag{A.5}$$

Usualmente, representa-se a matriz de transferência em função das matrizes de sua realização em espaço de estados como:

$$\mathbf{G}(s) = \mathbf{C}(s\mathbf{I} - \mathbf{A})^{-1}\mathbf{B} + \mathbf{D} \stackrel{S}{=} \left[\begin{array}{c|c} \mathbf{A} & \mathbf{B} \\ \hline \mathbf{C} & \mathbf{D} \end{array} \right].\tag{A.6}$$

A.2 Controlabilidade e observabilidade

O sistema dinâmico descrito na equação A.2 ou o par (\mathbf{A}, \mathbf{B}) é controlável se, para qualquer estado inicial $\mathbf{x}(0) = \mathbf{x}_0$, qualquer $t_1 > 0$ e qualquer estado final \mathbf{x}_1 , existe uma entrada $\mathbf{u}(t)$ tal que $\mathbf{x}(t_1) = \mathbf{x}_1$. De outra maneira o sistema será não controlável. Uma maneira simples de verificar a controlabilidade de um sistema é a seguinte: dado o par de matrizes (\mathbf{A}, \mathbf{B}) , o sistema é controlável se e somente se a matriz de controlabilidade

$$\mathbb{C} \stackrel{\Delta}{=} [\mathbf{B} \ \mathbf{A}\mathbf{B} \ \mathbf{A}^2\mathbf{B} \ \dots \ \mathbf{A}^{n-1}\mathbf{B}],\tag{A.7}$$

é de posto n , i.e., existe pelo menos um determinante não nulo de ordem n .

Do mesmo modo, o sistema dinâmico descrito na equação A.2 ou o par (\mathbf{A}, \mathbf{C}) é observável se, para qualquer estado inicial $\mathbf{x}(0) = \mathbf{x}_o$, existir um tempo finito $t_1 > 0$ tal que o conhecimento da entrada \mathbf{u} e da saída \mathbf{y} no intervalo $[0, t_1]$ seja suficiente para se determinar de maneira única \mathbf{x}_o . Uma maneira simples de verificar a observabilidade de um sistema é a seguinte: dado o par de matrizes (\mathbf{A}, \mathbf{C}) , o sistema é observável se e somente se a matriz de observabilidade

$$\mathbb{O} \triangleq [\mathbf{C} \ \mathbf{C}\mathbf{A} \ \mathbf{C}\mathbf{A}^2 \ \dots \ \mathbf{C}\mathbf{A}^{n-1}]^T, \quad (\text{A.8})$$

é de posto n , i.e., existe pelo menos um determinante não nulo de ordem n .

O sistema ou par (\mathbf{A}, \mathbf{B}) é estabilizável se existe um estado realimentado $\mathbf{u} = \mathbf{K}\mathbf{x}$ que estabilize o sistema, i.e., $\mathbf{A} + \mathbf{B}\mathbf{K}$ é estável.

A.3 Transformação Linear Fracional LFT

Uma planta generalizada \mathbf{P} de dimensão $(n_1 + n_2) \times (m_1 + m_2)$ pode ser particionada como:

$$\mathbf{P} = \begin{bmatrix} \mathbf{P}_{11} & \mathbf{P}_{12} \\ \mathbf{P}_{21} & \mathbf{P}_{22} \end{bmatrix}. \quad (\text{A.9})$$

Se as matrizes Δ e $\mathbf{K}(s)$ têm dimensões de $(m_1 \times n_1)$ e $(m_2 \times n_2)$ respectivamente, a transformação linear inferior, $\mathbf{F}_l(\mathbf{P}, \Delta)$, como mostrada na figura A.1-a, é definida como a função de transferência de \mathbf{w} para \mathbf{z} , e pode ser escrita como:

$$\mathbf{R}_1 = \mathbf{F}_l(\mathbf{P}, \mathbf{K}) \triangleq \mathbf{P}_{11} + \mathbf{P}_{12}\mathbf{K}(\mathbf{I} - \mathbf{P}_{22}\mathbf{K})^{-1}\mathbf{P}_{21}. \quad (\text{A.10})$$

Do mesmo modo, a transformação linear superior, $\mathbf{F}_u(\mathbf{P}, \Delta)$, como mostrada na figura A.1-b, é definida como a função de transferência de \mathbf{w} para \mathbf{z} , e pode ser escrita como:

$$\mathbf{R}_2 = \mathbf{F}_u(\mathbf{P}, \Delta) \triangleq \mathbf{P}_{22} + \mathbf{P}_{21}\Delta(\mathbf{I} - \mathbf{P}_{11}\Delta)^{-1}\mathbf{P}_{12}. \quad (\text{A.11})$$

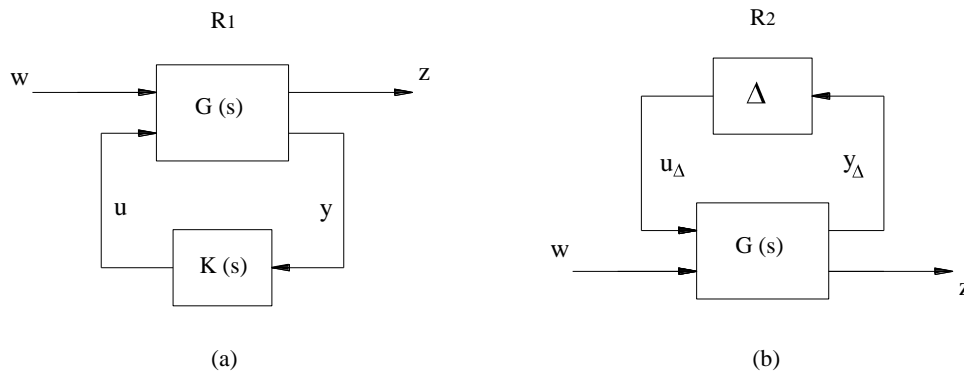


Figura A.1: Transformações Lineares Fracionais

A.4 Algoritmo H_∞

A matriz de transferência $\mathbf{P}(s)$ pode ser representada pelo sua realização em espaço de estados como:

$$\mathbf{P}(s) \stackrel{s}{=} \left[\begin{array}{c|cc} \mathbf{A} & \mathbf{B}_1 & \mathbf{B}_2 \\ \hline \mathbf{C}_1 & \mathbf{D}_{11} & \mathbf{D}_{12} \\ \mathbf{C}_2 & \mathbf{D}_{21} & \mathbf{D}_{22} \end{array} \right] \quad (\text{A.12})$$

Desse modo, as seguintes hipóteses são consideradas no desenvolvimento do algoritmo H_∞ :

1. $(\mathbf{A}, \mathbf{B}_2)$ é estabilizável e $(\mathbf{C}_2, \mathbf{A})$ é observável (apêndice A.2).
2. \mathbf{D}_{12} e \mathbf{D}_{21} tem posto completo.

3.
$$\left[\begin{array}{cc} \mathbf{A} - j\omega\mathbf{I} & \mathbf{B}_2 \\ \mathbf{C}_1 & \mathbf{D}_{12} \end{array} \right]$$
 Tem posto de coluna completo para todo ω .

4.
$$\left[\begin{array}{cc} \mathbf{A} - j\omega\mathbf{I} & \mathbf{B}_1 \\ \mathbf{C}_2 & \mathbf{D}_{21} \end{array} \right]$$
 Tem posto de linha completo para todo ω .

A hipótese (1) garante a existência de \mathbf{K} que estabilize o sistema, e (2) é condição suficiente para que os controladores sejam próprios e realizáveis. As hipóteses (3) e (4) garantem a não anulação de pólos e zeros no eixo imaginário, o que implicaria instabilidade de malha fechada.

Em geral, os algoritmos H_∞ encontram um controlador sub-ótimo, tal que para um valor γ , encontra-se um controlador \mathbf{K} que estabilize a matriz de transferência \mathbf{N} tal que $\|\mathbf{N}\|_\infty < \gamma$.

Encontrar um controlador H_∞ ótimo é complicado numericamente e teoricamente e contrasta com a teoria H_2 onde o controlador ótimo é único e pode ser encontrado através das equações de Ricatti (SKOGESTAD; POSTLETHWAITE, 2005).

Considerando a planta generalizada $\mathbf{P}(s)$ e as 4 hipóteses mencionadas anteriormente, existe um controlador $\mathbf{K}(s)$ que estabiliza o sistema, de maneira que $\|\mathbf{N}\|_\infty < \gamma$, se e apenas se:

i) \mathbf{X}_∞ é a solução da equação de Ricatti

$$\mathbf{A}^T \mathbf{X}_\infty + \mathbf{X}_\infty \mathbf{A} + \mathbf{C}_1^T \mathbf{C}_1 + \mathbf{X}_\infty (\gamma^{-2} \mathbf{B}_1^T \mathbf{B}_1 - \mathbf{B}_2^T \mathbf{B}_2) \mathbf{X}_\infty = 0 \quad (\text{A.13})$$

Tal que $\text{Re } \lambda_i[\mathbf{A} + (\gamma^{-2} \mathbf{B}_1^T \mathbf{B}_1 - \mathbf{B}_2^T \mathbf{B}_2) \mathbf{X}_\infty] < 0, \forall i$; e

ii) $\mathbf{Y}_\infty \geq 0$ é a solução de Ricatti

$$\mathbf{A}^T \mathbf{Y}_\infty + \mathbf{Y}_\infty \mathbf{A} + \mathbf{B}_1^T \mathbf{B}_1 + \mathbf{Y}_\infty (\gamma^{-2} \mathbf{C}_1^T \mathbf{C}_1 - \mathbf{C}_2^T \mathbf{C}_2) \mathbf{Y}_\infty = 0 \quad (\text{A.14})$$

Tal que $\text{Re } \lambda_i[\mathbf{A} + (\gamma^{-2} \mathbf{C}_1^T \mathbf{C}_1 - \mathbf{C}_2^T \mathbf{C}_2) \mathbf{Y}_\infty] < 0, \forall i$; e

iii) $\rho(\mathbf{X}_\infty \mathbf{Y}_\infty) < \gamma^2$. Onde $\rho(\mathbf{X}_\infty \mathbf{Y}_\infty)$ é o raio espectral correspondente ao maior autovalor do produto das soluções matriciais das equações de Ricatti.

Todos os controladores são determinados como:

$$\mathbf{K} = \mathbf{F}_l(\mathbf{K}_c, \mathbf{Q}), \quad (\text{A.15})$$

onde:

$$\mathbf{K}_c(s) \stackrel{S}{=} \left[\begin{array}{c|cc} \mathbf{A}_\infty & -\mathbf{Z}_\infty \mathbf{L}_\infty & \mathbf{Z}_\infty \mathbf{B}_2 \\ \hline \mathbf{F}_\infty & 0 & \mathbf{I} \\ -\mathbf{C}_2 & \mathbf{I} & 0 \end{array} \right], \quad (\text{A.16})$$

e:

$$\begin{aligned} \mathbf{F}_\infty &= -\mathbf{B}_2^T \mathbf{X}_\infty, \quad \mathbf{L}_\infty = -\mathbf{Y}_\infty \mathbf{C}_2^T, \quad \mathbf{Z}_\infty = (\mathbf{I} - \gamma^{-2} \mathbf{Y}_\infty \mathbf{X}_\infty)^{-1}, \\ \mathbf{A}_\infty &= \mathbf{A} + \gamma^{-2} \mathbf{B}_1 \mathbf{B}_1^T \mathbf{X}_\infty + \mathbf{B}_2^T \mathbf{F}_\infty + \mathbf{Z}_\infty \mathbf{L}_\infty \mathbf{C}_2, \end{aligned} \quad (\text{A.17})$$

e onde $\mathbf{Q}(s)$ é uma função de transferência própria e estável, tal que $\|\mathbf{Q}\|_\infty < \gamma$.

Para $\mathbf{Q}(s) = 0$, obtém-se a:

$$\mathbf{K}(s) = \mathbf{K}_{c11}(s) = -\mathbf{F}_\infty (\mathbf{S}\mathbf{I} - \mathbf{A}_\infty)^{-1} \mathbf{F}_\infty. \quad (\text{A.18})$$

O controlador $\mathbf{K}(s)$ da equação anterior é chamado de controlador central e tem o mesmo número de estados que a planta generalizada $\mathbf{P}(s)$.

Através da iteração do valor de γ no algoritmo anterior, e dentro de uma especificada tolerância, um valor *a priori* mínimo e máximo de γ , é determinado o controlador \mathbf{K} para o valor sub-ótimo de γ encontrado.

Especificações da plataforma de movimento

B.1 Parâmetros Geométricos

A distribuição das juntas na plataforma base e móvel é arranjada em hexasgonos semiregulares como mostrado na figura B.1. Define-se o ângulo entre o eixo \mathbf{X}_B e a linha $\overline{O_B B_i}$ por Λ_i , e o ângulo entre o eixo \mathbf{X}_P e a linha $\overline{O_P P_i}$ por λ_i para $i=1,2,\dots,6$, então por inspeção obtêm-se:

$$\begin{aligned}\Lambda_i &= \frac{1}{3}\pi \cdot i - \frac{\theta_B}{2}, & i = 1, 3, 5, \\ \Lambda_i &= \Lambda_{i-1} + \theta_B, & i = 2, 4, 6, \\ \lambda_i &= \frac{1}{3}\pi \cdot i - \frac{\theta_P}{2}, & i = 1, 3, 5, \\ \lambda_i &= \lambda_{i-1} + \theta_P, & i = 2, 4, 6,\end{aligned}\tag{B.1}$$

Os parâmetros da distribuição das juntas são baseados no simulador de vôo da Universidade de Delft (KOEKEBAKKER, 2001) e são dados na seguinte tabela:

Tabela B.1: Parâmetros geométricos

θ_P	112°	θ_B	20°
r_P	1600 mm	r_B	1650 mm

A posição neutra da plataforma é definida como a posição da plataforma onde os atuadores

estão posicionados na metade de seus cursos, e é dada em relação ao sistema inercial $\{\mathbf{B}\}$ como:

$$\mathbf{t}_o = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 2,154 \end{bmatrix}^T \text{ m} \quad (\text{B.2})$$

O vetor anterior foi determinado segundo o curso e comprimento total do atuador (Apêndice C).

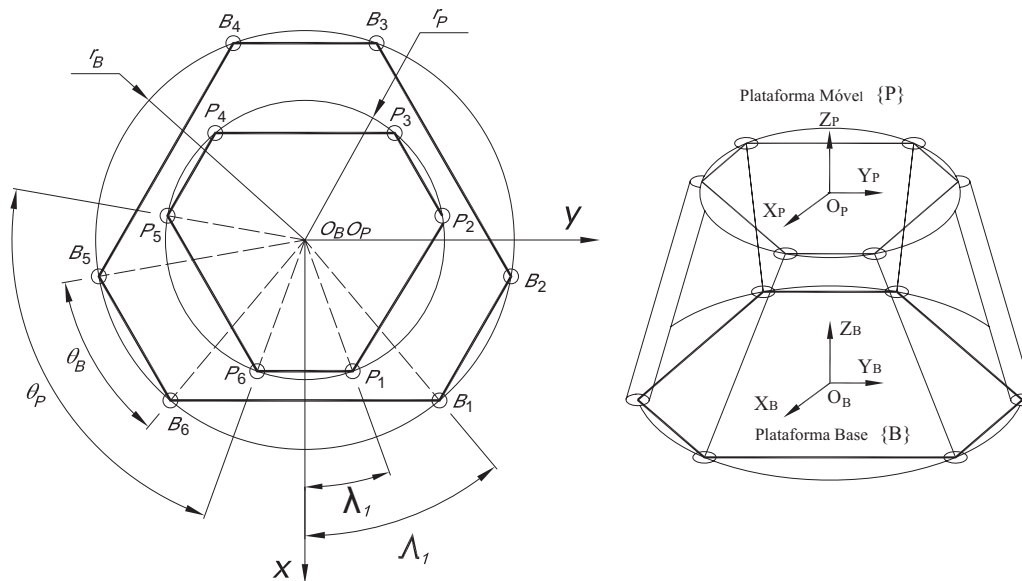


Figura B.1: Distribuição das juntas

B.2 Propriedades de massa

A matriz de inércia da plataforma móvel incluindo a carga, foi determinada considerando um bloco de 2000 kg sobre a plataforma móvel e o centro de gravidade posicionado a uma distância de 1 metro do centróide da plataforma móvel. A localização do centro de gravidade foi escolhida próximo às dos simuladores de vôo da Universidade de Toronto e da Universidade do Delft.

Neste contexto, a posição do centro de gravidade em relação ao sistema $\{\mathbf{P}\}$ é:

$$\mathbf{R}_o = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1,0 \end{bmatrix}^T \text{ m} \quad (\text{B.3})$$

E a matriz de inércia da plataforma móvel incluindo a carga em relação ao sistema $\{\mathbf{P}\}$ resulta em:

$$\mathbf{I}_p = \begin{bmatrix} I_{xx} & I_{xy} & I_{xz} \\ I_{yx} & I_{yy} & I_{yz} \\ I_{zx} & I_{zy} & I_{zz} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4458 & 0 & 0 \\ 0 & 4458 & 0 \\ 0 & 0 & 4136 \end{bmatrix} \text{ kg.m}^2. \quad (\text{B.4})$$

Especificações do atuador electromecânico

O atuador usado nas simulações corresponde a um atuador Parker, referência ETR 100-M20LA (PARKER, 2006). As propriedades do atuador são mostradas nas tabelas C.1 e C.2 e na figura C.2.

Tabela C.1: Parâmetros do motor e do atuador

p	20	mm	J_m	0,0027	kgm^2
η	0,9		J_s	0,0015	kgm^2
B_m	0,0005	N.m.s/rad	B_s	0,001	N.m.s/rad

Tabela C.2: Desempenho do atuador

Força máxima	45 kN	Velocidade máxima	1,0 m/s
Curso máximo	1,0 m	Aceleração máxima	2 g

As propriedades de inércia do atuador foram calculadas considerando a figura C.2, algumas propriedades fornecidas pela Parker (PARKER, 2006), e algumas suposições feitas em relação à densidade de materiais em algumas partes do atuador.

A matriz de inércia do cilindro do atuador incluindo o motor elétrico em relação ao sistema de referência local $\{\mathbf{D}\}$ correspondente a uma massa de 72,8 kg é:

$$\mathbf{I}_{do} = \begin{bmatrix} I_{xx} & I_{xy} & I_{xz} \\ I_{yx} & I_{yy} & I_{yz} \\ I_{zx} & I_{zy} & I_{zz} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0,2 & 0 & 0 \\ 0 & 67 & 0 \\ 0 & & 67 \end{bmatrix} \text{ kg.m}^2. \quad (\text{C.1})$$

A posição do centro de gravidade do cilindro do atuador em relação ao sistema local $\{\mathbf{D}\}$ é:

$$\mathbf{r}_{do} = \begin{bmatrix} -0,78 & 0 & 0 \end{bmatrix}^T \text{ m} \quad (\text{C.2})$$

Do mesmo modo, a matriz de inércia da haste do atuador (fuso de esfera), incluindo a junta universal em relação ao sistema de referência local $\{\mathbf{U}\}$ correspondente a uma massa de 14,15 kg é:

$$\mathbf{I}_{uo} = \begin{bmatrix} I_{xx} & I_{xy} & I_{xz} \\ I_{yx} & I_{yy} & I_{yz} \\ I_{zx} & I_{zy} & I_{zz} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 3,0 & 0 \\ 0 & 0 & 3,0 \end{bmatrix} \text{ kg.m}^2 \quad (\text{C.3})$$

A posição do centro de gravidade da haste do atuador em relação ao sistema local $\{\mathbf{U}\}$ é:

$$\mathbf{r}_{uo} = \begin{bmatrix} -0,64 & 0 & 0 \end{bmatrix}^T \text{ m} \quad (\text{C.4})$$

O motor elétrico de acionamento do atuador usado corresponde a um motor Parker de referência M1455PR e os parâmetros mecânicos são dados na tabela C.1.

A curva de potência para o motor usando um *servo-drive* de referência HPD67 é mostrada na figura C.1. A linha pontilhada corresponde a um regime contínuo enquanto a linha contínua corresponde a um regime pico.

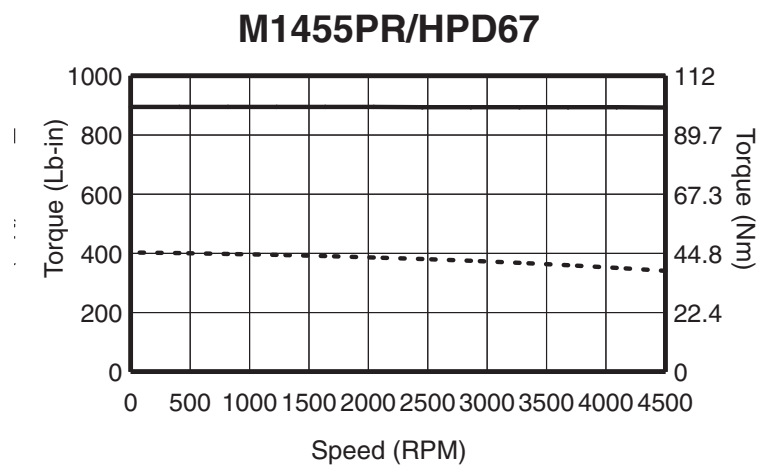


Figura C.1: Curva de potência do motor elétrico (PARKER, 2006)

