

### 8.1. Equações Dinâmicas Veículo Híbrido

Para a obtenção das equações dinâmicas do sistema de transmissão de potência em um veículo híbrido, utiliza-se do *TQMA* considerando o diagrama de momentos sobre cada rotor livre, conforme mostrado na topologia apresentada na Figura 80 (Trindade, 2015).

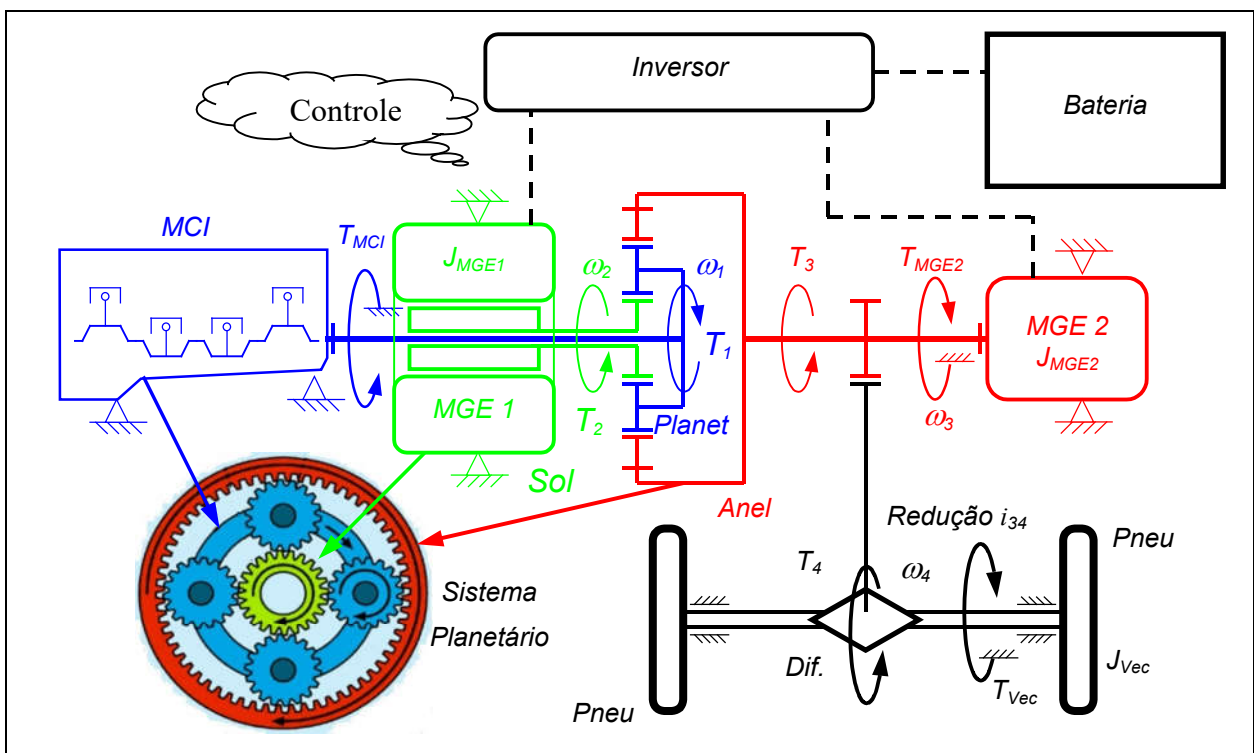


Figura 80 – Topologia Série-Paralelo

Considerando o motor de combustão interna (*MCI*) com velocidade angular  $\omega_1$  e torque próprio  $T_{MCI}$ , submetido à carga  $T_1$ , obtêm-se por similaridades as quatro equações de movimento angular:

$$\begin{aligned}
 J_{MCI} \dot{\omega}_1 &= T_{MCI} - T_1 \\
 J_{MGE1} \dot{\omega}_2 &= T_{MGE1} - T_2 \\
 J_{PL} \dot{\omega}_3 &= T_1 + T_2 - T_3 \\
 J_{MGE2} \dot{\omega}_3 &= T_{MGE2} + T_3 - T_4 \\
 J_{Vec} \dot{\omega}_4 &= T_4 - T_{Vec}
 \end{aligned}
 \tag{21}$$

Note que a rotação  $\omega_3$  e  $\omega_4$  são proporcionais devido à relação proporcional do redutor com relação de engrenamento  $i_{34}$ .

Para completar a análise é necessário a elaboração do diagrama de forças e momentos dos corpos livres do sistema planetário, conforme mostrado na Figura 81, que permite relacionar as forças nas engrenagens do sistema planetário (em preto).

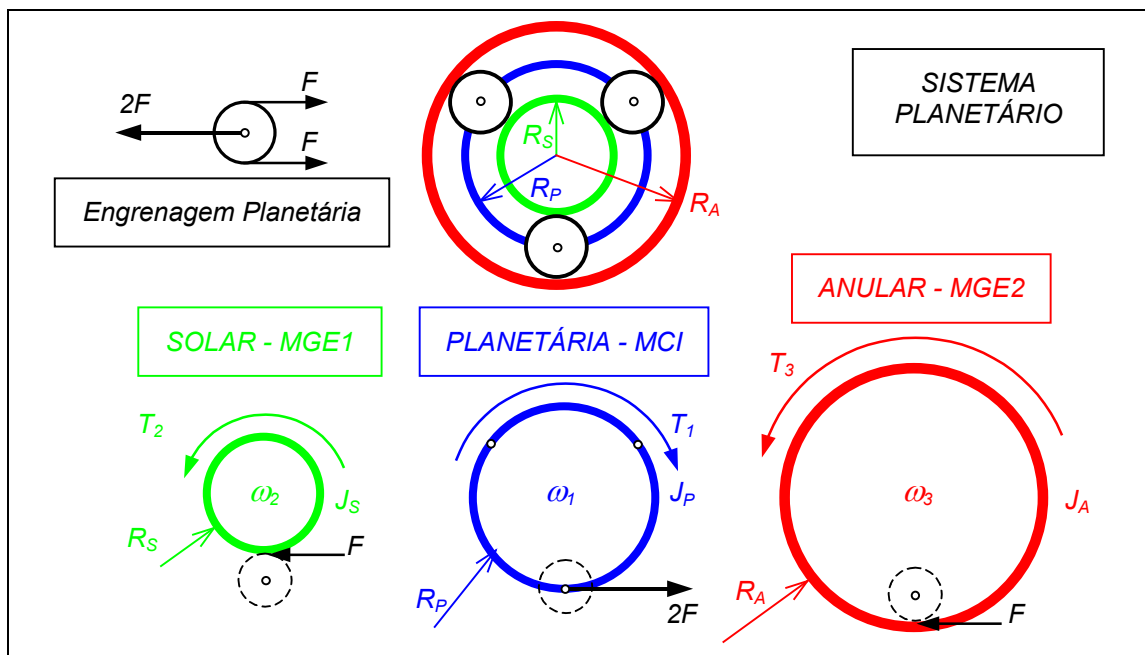


Figura 81 – Diagrama de Forçamentos dos Corpos Livres do Planetário

As equações de cada engrenagem do sistema planetário (planetária, solar e anular), são obtidas utilizando o TQMA e da análise do diagrama de forças e momentos aplicados sobre os corpos

## DINÂMICA VEICULAR

livres, considerando a engrenagem planetária com inércia desprezível e recebendo forças opostas de magnitude  $2F$  (ver lado esquerdo superior da Figura 81) resultando em:

$$\begin{aligned} J_P \dot{\omega}_1 &= 2F \cdot R_P - T_1 \\ J_S \dot{\omega}_2 &= T_2 - F \cdot R_S \\ J_A \dot{\omega}_3 &= T_3 - F \cdot R_A \end{aligned} \quad (22)$$

onde  $J_P$  é o momento de inércia do anel planetário,  $J_S$  e  $J_A$  os momentos de inércia do engrenagem solar e do anel externo. Os raios de cada engrenagem (ou número de dentes) planetária, solar e anular, são respectivamente  $R_P$ ,  $R_S$  e  $R_A$ . Devido ao diâmetro da engrenagem planetária, vale a relação  $R_P = (R_S + R_A) / 2$ . As forças  $F$  de ação sobre cada engrenagem (solar, planetárias e anular externa) estão identificados na Figura 81.

Note que o sistema é acoplado devido ao vínculo cinemático da engrenamento da engrenagem planetária, resultando nas seguintes expressão e sua derivada:

$$R_P \cdot \omega_1 = R_S \cdot \omega_2 + R_A \cdot \omega_3 \quad \Rightarrow \quad R_P \cdot \dot{\omega}_1 = R_S \cdot \dot{\omega}_2 + R_A \cdot \dot{\omega}_3 \quad (23)$$

As equações na forma matricial do sistema híbrido resultam finalmente em:

$$\begin{bmatrix} (J_{MCI} + J_P) & 0 & 0 & 2R_P \\ 0 & (J_{MGE1} + J_S) & 0 & -R_S \\ 0 & 0 & (J_{MGE2} + J_{Vec}) & -R_A \\ -2R_P & R_S & R_A & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \dot{\omega}_1 \\ \dot{\omega}_2 \\ \dot{\omega}_3 \\ F \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} T_{MCI} \\ -T_{MGE1} \\ T_{MGE2} - T_{Vec} \\ 0 \end{bmatrix} \quad (24)$$

Nota-se que as três primeiras linhas são acopladas pela força  $F$  devido às relações de engrenamento do sistema planetário. Verifica-se ainda nas equações a existência de sete incógnitas:  $\omega_1$ ,  $\omega_2$ ,  $\omega_3$ ,  $T_{MCI}$ ,  $T_{MGE1}$ ,  $T_{MGE2}$  e  $F$ . Considerando que o perfil de velocidade do ciclo de condução é prescrito e proporcional à  $\omega_3$ , os torques dos acionadores (3) serão otimizados como dados de entrada, resultando, portanto em um sistema com 2 variáveis independentes ( $\omega_1$  e  $\omega_2$ ).

O torque resistivo devido ao movimento do veículo  $T_{V_{ec}}$  e obtido da equação de translação ( $TR$ ) considerando as forças inerciais ( $m_{Total}$ ), rotacionais ( $m_{Roda}$ ), de frenagem ( $F_{Freio}$ ), aerodinâmicas (função de  $V_x^2$ ) e de arraste ( $m_{Total} g$ ) do veículo:

$$T_{V_{ec}} = R_{roda} \cdot \left[ (m_{Total} a_{Gx}) + (m_{rodas} R_{roda}^2) + (F_{Freio}) + (0.5 \cdot C_x \cdot \rho \cdot A \cdot V_x^2) + (k_x \cdot m_{Total} \cdot g) \right] \quad (25)$$

### 8.2. Operação do Sistema

Durante a operação, o *MGE2* atua como motor de tração e regenera energia em eventos de frenagem. O *MGE1* tem a função de controlar a rotação de operação do *MCI* e pode funcionar em regime de tração ou de geração de energia, dependendo da velocidade desejada para o *MCI*. Dessa forma, o *MGE1* não propulsiona o veículo ou recupera energia de frenagem diretamente. O diagrama de relações que exemplifica a operação dos componentes para diferentes condições está apresentado na Figura 82. Os eixos verticais correspondem à rotação de cada componente. O termo  $i_p$  é a relação de transmissão característica da engrenagem planetária.

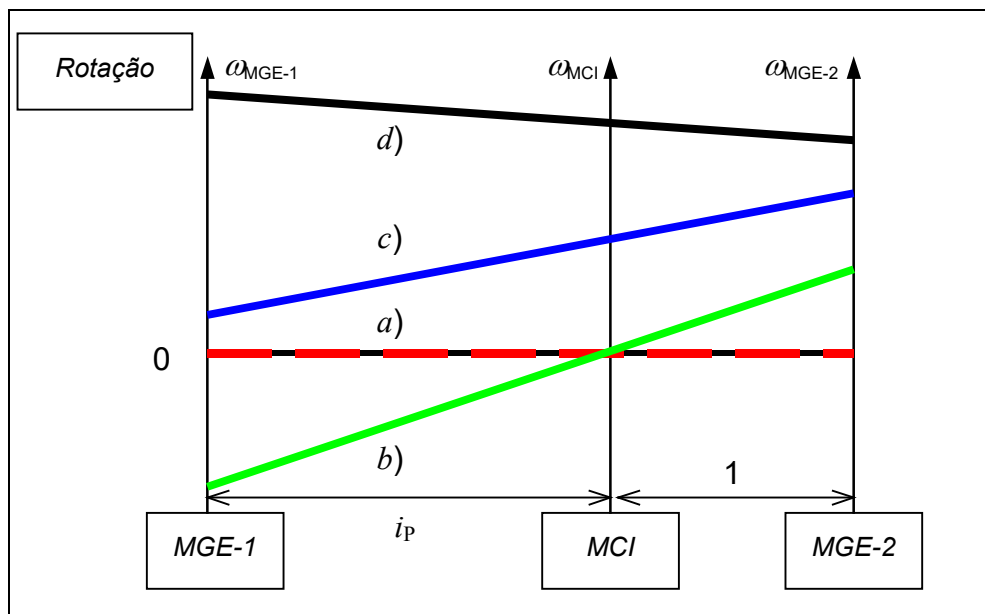
Na Figura 82 pode-se observar as seguintes situações de cada componente (*MCI*, *MGE-1* e *MGE-2*):

- veículo em repouso com todos os componentes com rotação nula (linha vermelha na Figura 82);
- veículo em aceleração: *MGE-2* adquire rotação positiva impulsionando o veículo enquanto o *MGE-1* assume rotação negativa, mantendo o *MCI* estacionário (linha verde);
- veículo em operação combinada: a rotação do *MGE-1* sobe, ligando o *MCI* em baixa rotação, mantendo velocidade típica de cruzeiro com contribuição do *MGE-2* (linha em azul);
- Aumento da velocidade (fornecendo mais potência às rodas e com eventual carregamento das baterias): o *MCI* e *MGE-2* aumentam a rotação, produzindo mais potência e a

## DINÂMICA VEICULAR

velocidade do *MGE-1* se ajusta permitindo dosar a contribuição de cada motor (linha em preto).

A sequência ilustra o requisito de rotação do *MGE-1* para controlar a velocidade do *MCI*. Uma vez que a velocidade desejada é atingida, a rotação do *MGE-2* e *MCI* são regularizadas para prover a potência total necessária. Note que o *MGE-2* está diretamente ligado com as rodas do veículo pela redutor de rotação e engrenamento diferencial (ver Figura 59).



**Figura 82 – Combinação de Rotação dos Motores**

Existem diferentes modos de operação na topologia série-paralelo relacionados com o fluxo de energia ao longo do trem-de-força híbrido. Os principais modos de operação são:

- Propulsão Elétrica: ocorre na partida em baixas velocidades ou eventos em que a demanda de potência seja pequena não sendo necessária a operação do *MCI*. Nesse modo, a bateria fornece energia para o *MGE-2*, que é o único responsável por propulsionar o veículo. O *MEG-1* se ajusta para manter a rotação do *MCI* nula.

## DINÂMICA VEICULAR

- b) Propulsão híbrida com recirculação de energia: nesse modo o *MCI* fornece toda a energia necessária para propulsionar o veículo e não existe descarga ou recarga da bateria. Uma parcela do torque do *MCI* é transmitida às rodas mecanicamente e outra parcela é direcionada ao *MGE-1*, que funciona como gerador para controlar a rotação do *MCI*. A energia produzida pelo *MGE-1* é então usada pelo *MGE-2* para tração. Dessa forma, existe recirculação de energia no sistema, o que faz essa configuração não ser muito eficiente em ciclos de condução em rodovia ou quando o *MCI* é o único responsável pela propulsão.
- c) Propulsão híbrida com carregamento da bateria: semelhante ao caso anterior, mas parte da potência gerada pelo *MGE-1* é usada para recarregar a bateria. Pode ocorrer quando estado de carga (*state of charge – SOC*) da bateria está abaixo do mínimo determinado pela estratégia de controle.
- d) Propulsão híbrida com descarga da bateria: também semelhante ao caso anterior, com a diferença de que o *MCI* e a bateria fornecem energia para a propulsão no *MGE-2*. O *MCI* transmite sua potência às rodas e o utiliza adicionalmente a energia proveniente do *MGE-1* e da bateria no *MGE-2* para tração. Ocorre quando a demanda de potência nas rodas é superior à potência máxima ou ótima do *MCI*.
- e) Recuperação de energia de frenagem: ocorre quando o *MGE-2* absorve toda a energia de frenagem ou parte dela em conjunto com o freio mecânico. Nesse caso, o torque do *MGE-2* é negativo para rotações positivas ou positivo para rotações negativas.
- f) Recarga da bateria em repouso: o *MGE-1* pode ligar o motor de combustão mesmo com o veículo em repouso, para que haja recarga da bateria com o *MGE-1* funcionando como gerador. Isso pode ser necessário quando a bateria é lentamente descarregada devido à corrente elétrica parasita.

As curvas de potência dos motores a combustão interna e motores elétricos (principal e auxiliar) estão apresentadas na Figura 83.

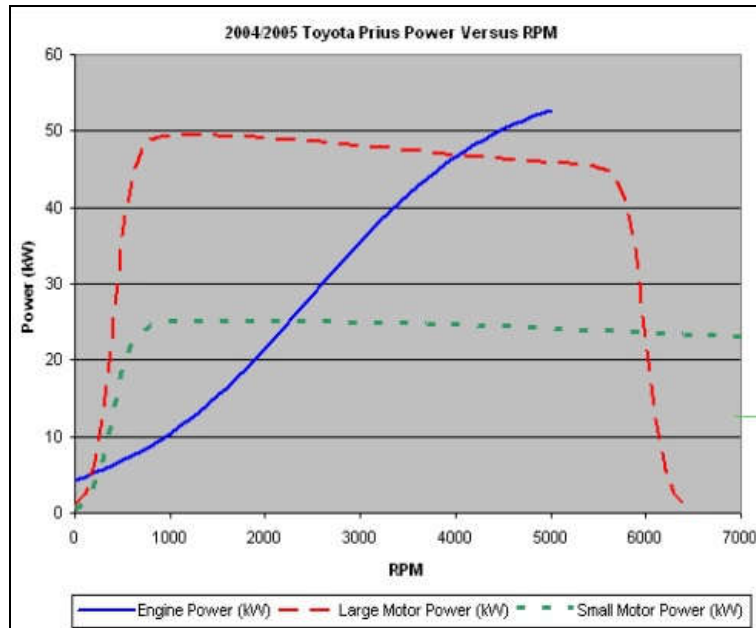


Figura 83 – Curva de Potencia dos Motores (Toyota Prius)

As curvas de torque dos motores a combustão interna e motores elétricos (principal e auxiliar) estão apresentadas na Figura 84.

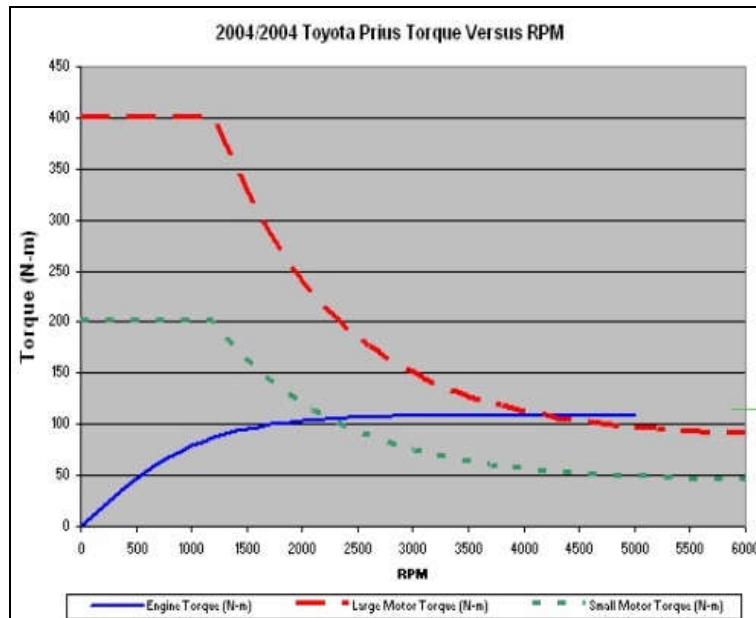


Figura 84 – Curva de Torque dos Motores (Toyota Prius)