



Campus de São Carlos

**Aplicação de Sistemas Multicorpos
na Dinâmica de Veículos Guiados**

Roberto Spinola Barbosa

Orientador: Prof. Dr. Alvaro Costa Neto

Universidade de São Paulo

Escola de Engenharia de São Carlos

São Carlos, 15 de Março de 1999

Aplicação de Sistemas Multicorpos na Dinâmica de Veículos Guiados

Roberto Spinola Barbosa

Tese apresentada à Escola de Engenharia
de São Carlos, da Universidade de São
Paulo, como parte dos requisitos para
obtenção do título de Doutor em Dinâmica

ORIENTADOR: Prof. Dr. Alvaro Costa Neto

São Carlos
1999

**Ficha catalográfica preparada pela Seção de Tratamento
da Informação do Serviço de Biblioteca - EESC/USP**

B238a Barbosa, Roberto Spinola
Aplicação de sistemas multicorpos na dinâmica de
veículos guiados / Roberto Spinola Barbosa. -- São
Carlos, 1999.

Tese (Doutorado) -- Escola de Engenharia de São
Carlos - Universidade de São Paulo, 1999.
Área: Engenharia Mecânica.
Orientador: Prof. Dr. Alvaro Costa Neto.

1. Sistemas multicorpos. 2. Dinâmica. 3. Veículo.
4. Contato de rolamento. 5. Guia. 6. Ferrovia.
I. Título.

Folha de Aprovação

Autor: **ROBERTO SPINOLA BARBOSA**

Título: **Aplicação de Sistemas Multicorpos na Dinâmica de Veículos Guiados**

Tese defendida e aprovada em 03.05.1999
pela Comissão Julgadora:

Prof. Doutor **ÁLVARO COSTA NETO (Orientador)**
(Escola de Engenharia de São Carlos - Universidade de São Paulo)

Prof. Doutor **ANTONIO CARLOS CANALE**
(Escola de Engenharia de São Carlos - Universidade de São Paulo)

Prof. Doutor **RAUL GONZALEZ LIMA**
(Escola Politécnica - Universidade de São Paulo)

Prof. Doutor **HANS INGO WEBER**
(Pontifícia Universidade Católica - Rio de Janeiro)

Prof. Doutor **ANTONIO ARLINDO GUIDETTI PORTO**
(Universidade Estadual de Campinas - UNICAMP)

Prof. Associado **ARTUR JOSÉ VIEIRA PORTO**
Coordenador da Área De Engenharia Mecânica

JOSÉ CARLOS A. CINTRA
Presidente da Comissão de Pós-Graduação

Dedicatória

Com todo amor para Maira e Danilo,
como prova de que é possível,
realizar o impossível,
quando se gosta do que faz.
À Emilia, e à todos os familiares,
que apoiaram mais esta jornada.
Cesar Barbosa Filho (*in memoriam*)

Agradecimentos

O autor deseja expressar seus agradecimentos, ao amigo e Professor Álvaro Costa Neto, orientador desta tese, pelo incentivo, experiência e elevada responsabilidade, empenhados no direcionamento deste trabalho. À Fundação Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES), pela bolsa provida para o desenvolvimento das atividades experimentais, realizadas na França no ano de 1996. Ao Dr. Jean-Pierre Pascal, diretor do *Laboratoire des Technologies Nouvelles* (LTN) do *Institut National de Recherche sur le Transporte et leur Sécurité* (INRETS), e toda sua equipe técnica, pelo acolhimento, co-orientação altamente especializada e direcionamento das atividades laboratoriais desenvolvidas.

Manifesta gratidão, ao Instituto de Pesquisa Tecnológicas do Estado de São Paulo (IPT) em nome do Dr. Jairson de Lima, Diretor da Divisão de Tecnologia de Transportes (DITT) e do Engenheiro Luis Manuel da Fonseca Barreto, Chefe do Agrupamento de Desenvolvimento Ferroviário e Rodoviário (ADFR), que permitiu, a viabilização desta jornada, aos quais espera retribuir, com o conteúdo deste trabalho e experiência adquirida. A todos os colegas de trabalho, que incentivam as atividades de cunho tecnológico, essenciais para a sobrevivência do Instituto, e aqueles que dedicaram parte de seu tempo, contribuindo com esta empreitada.

À Escola de Engenharia de São Carlos (EESC), da Universidade de São Paulo (USP), berço de sua formação acadêmica, a qual retorna com muito orgulho, para o desenvolvimento desta pós-graduação. Ao Departamento de Engenharia Mecânica (DEM), que forneceu todo o suporte administrativo, desta atividade acadêmica e aos colegas, alunos de pós graduação, pela companhia amigável deste período.

Finalmente, gostaria de agradecer, a todos aqueles que, direta ou indiretamente, colaboraram, das diversas maneiras construtivas, no desenvolvimento deste trabalho que busca contribuir no engrandecimento do conhecimento técnico, como objetivo de melhorar a qualidade de vida neste país.

Conteúdo

1. Introdução	1
1.1 Objetivo	3
1.2 Motivação	4
2. Cenário de Veículos Guiados	6
2.1 Sistemas de Guiagem.....	6
2.2 Descrição do Veículo.....	11
2.3 Revisão de Modelagem.....	14
2.4 Modelo Lateral do Rodeiro	24
2.5 Modelo Vertical e Lateral do Veículo	30
2.6 Contato Roda/Trilho	36
2.7 Descrição da Guia.....	57
2.8 Conclusões.....	65
3. Modelamento Matemático.....	67
3.1 Introdução	67
3.2 Técnicas de Modelagem de Sistemas Multicorpos.....	68
3.3 Breve Histórico da Modelagem de MBS	70
3.4 Formalismo Matemático	73
3.5 Implementação Computacional	94
3.6 Conclusões.....	100
4. Propriedades de Contato.....	102
4.1 Introdução	102
4.2 Movimentos de Corpo Rígido	103
4.3 Geometria de Contato	105
4.4 Teoria de Mecânica de Contato	112
4.5 Validação Experimental.....	118
4.6 Conclusões.....	128

5. Elaboração dos Modelos.....	130
5.1 Introdução	130
5.2 Representação da Topologia do Modelo.....	132
5.3 Modelo do Rodeiro	133
5.4 Modelo do Truque	138
5.5 Modelo do Veículo	142
5.6 Modelo da Geometria da Via.....	146
5.7 Conclusões.....	155
6. Simulação.....	156
6.1 Introdução	156
6.2 Descrição dos Programas.....	158
6.3 Rodeiro com Força Lateral	161
6.4 Truque em Desvio.....	166
6.5 Veículo em Curva.....	173
6.6 Análise de Resultados.....	181
6.7 Conclusões.....	192
7. Conclusões	194
Anexo A.....	200
Anexo B.....	208
Anexo C.....	224
Anexo D.....	237
Anexo E.....	240
Anexo F	243
Referências Bibliográficas.....	249

Lista de Figuras

Capítulo II

Figura 2.1 - Sistemas de Direcionamento de Veículos	7
Figura 2.2 - Sistemas de Guiagem de Veículos	9
Figura 2.3 - Diagrama de Bloco de Sistema de Controle da Direção de Veículo.....	10
Figura 2.4 - Croqui do Truque de Veículos de Passageiros e Vagão de Carga	12
Figura 2.5 - Forma da Suspensão Primária de Veículos Guiados de Dois Eixos	13
Figura 2.6 - Rigidez Torcional e Cisalhamento Equivalente do Truque Convencional	14
Figura 2.7 - Modelo da Dinâmica Lateral do Rodeiro	25
Figura 2.8 - Propriedades do Primeiro Modo (Fator de Amortecimento e Comprimento de Onda)	28
Figura 2.9 - Propriedades do Segundo Modo (Frequência Natural Amortecida e Modulo dos Autovalores)	29
Figura 2.10 - Elementos da Suspensão do Veículo.....	30
Figura 2.11 - Modelo Vertical Típico	31
Figura 2.12 - Modelo Lateral Típico.....	32
Figura 2.13 - Gráfico de Bode do Movimento de Galope do Carro (Receptância e Fase).....	33
Figura 2.14 - Gráfico de Bode do Movimento de Galope do Truque	34
Figura 2.15 - Gráfico de Bode do Movimento de Arfagem do Carro.....	34
Figura 2.16 - Gráfico de Bode do Movimento de Balanço Lateral Inferior.....	35
Figura 2.17 - Gráfico de Bode do Movimento de Balanço Lateral Superior	35
Figura 2.18 - Forma Típica dos Perfis de Roda e Trilho	41
Figura 2.19 - Ilustração das Velocidade de Translação e Circunferencial da Roda....	45
Figura 2.20 - Movimentos do Rodeiro no Plano Horizontal	47

Figura 2.21 - Movimentos do Rodeiro na Seção Vertical	48
Figura 2.22 - Representação da Rigidez de Contato.....	50
Figura 2.23 - Curva de Saturação das Forças Tangenciais de Contato.....	54
Figura 2.24 - Orientação da Guia.....	57
Figura 2.25 - Mudança de Direção da Via	58
Figura 2.26 - Irregularidades da Via Férrea	59
Figura 2.27 - Velocidade de Operação e Raio de Curva dos Diversos Modos de Transporte.....	60
Figura 2.28 - Curvatura dos Diferentes Tipos de Curvas de Transição.....	62

Capítulo III

Figura 3.1 - Evolução Histórica Cronológica da Técnica de Modelagem de MBS....	71
Figura 3.2 - Lei de <i>Newton</i> e seus Princípios.....	74
Figura 3.3 - Configuração de um Sistema de Partículas	76
Figura 3.4 - Três Formas de Geração de Sistemas MBS	98

Capítulo IV

Figura 4.1 - Identificação dos Pontos de Contato	104
Figura 4.2 - Disposição do Rodeiro e Via.....	106
Figura 4.3 - Diagrama de Bloco do Programa de Cálculo das Propriedades de Contato	107
Figura 4.4 - Detalhe das Deformações na Região do Contato	108
Figura 4.5 - Correspondência entre os Pontos de Contato entre Roda/trilho.....	110
Figura 4.6 - Diferença entre Raios de Rolamento.....	110
Figura 4.7 - Ângulo de Inclinação do Rodeiro.....	111
Figura 4.8 - Relação entre as Dimensões da Elipse de Contato (b/a)	111
Figura 4.9 - Identificação dos Escorregamentos Forças Tangenciais no Contato	113
Figura 4.10 - Discretização da Elipse de Contato para Cálculo das Forças Tangenciais	115

Figura 4.11 - Distribuição de Tensões Tangenciais	116
Figura 4.12 - Distribuição de Tensões Tangenciais (Elevado f_i)	117
Figura 4.13 - Saturação das Forças de Contato	118
Figura 4.14 - Identificação da Velocidade de Translação e de Rotação da Roda	120
Figura 4.15 - Dispositivo de Ensaio	123
Figura 4.16 - Detalhe do Sistema de Medição do Ângulo de Ataque	124
Figura 4.17 - Gráfico Típico de Resultados de Ensaio	125
Figura 4.18 - Gráfico Típico de Resultados Finais com a Curva Saturada	126
Figura 4.19 - Gráfico Típico de Resultados Finais com a Curva Saturada	127

Capítulo V

Figura 5.1 - Representação Topológica de Sistema Multicorpos	133
Figura 5.2 - Representação Topológica do Rodeiro	134
Figura 5.3 - Croqui do Modelo Físico do Rodeiro	135
Figura 5.4 - Diagrama de Bloco da Rotina de Cálculo da Forças de Contato	135
Figura 5.5 - Localização do Centro Instantâneo de Rotação	136
Figura 5.6 - Dimensões do Rodeiro e Trilho	137
Figura 5.7 - Representação Esquemática do Truque	139
Figura 5.8 - Representação Topológica do Truque	140
Figura 5.9 - Disposição do Truque e Rodeiros e Ligações	141
Figura 5.10 - Representação Topológica do Veículo	143
Figura 5.11 - Croqui do Veículo	144
Figura 5.12 - Localização dos Nós	145
Figura 5.13 - Disposição da Seção da Via (SV)	147
Figura 5.14 - Localização de uma Trajetória	148
Figura 5.15 - Aceleração para Velocidade Variável	149
Figura 5.16 - Identificação do Curva de Transição do Tipo Clotóide	150
Figura 5.17 - Desvio e Curvatura	152

Capítulo VI

Figura 6.1 - Diagrama de Bloco do Programa SD-Fast	158
Figura 6.2 - Diagrama de Solução das Equações Diferenciais	160
Figura 6.3 - Diagrama de Bloco do Integrador	161
Figura 6.4 - Croqui do Rodeiro.....	162
Figura 6.5 - História Temporal de Forças (Descarrilamento com alto atrito).....	165
Figura 6.6 - Croqui do Truque	166
Figura 6.7 - Desvio de 1:20	167
Figura 6.8 - Deslocamento Lateral do Rodeiro (Dianteiro e Traseiro)	168
Figura 6.9 - Ângulo de Ataque do Rodeiro (Dianteiro e Traseiro).....	168
Figura 6.10 - Ângulo entre Rodeiros (Diferença)	169
Figura 6.11 - Velocidade Angular do Truque (W_z , W_x).....	169
Figura 6.12 - Força Lateral na Barra de Ligação Cruzada entre Rodeiros.....	170
Figura 6.13 - Torque na Barra de Ligação Cruzada entre Rodeiros (T_z).....	170
Figura 6.14 - Força Lateral na Barra de Ligação entre Rodeiro e Truque	171
Figura 6.15 - Croqui do Modelo do Veículo	173
Figura 6.16 - Deslocamento Lateral dos Rodeiros do Truque Dianteiro	174
Figura 6.17 - Deslocamento Lateral dos Rodeiros do Truque Traseiro.....	175
Figura 6.18 - Ângulo de Ataque dos Rodeiros do Truque Dianteiro.....	175
Figura 6.19 - Ângulo de Ataque dos Rodeiros do Truque Traseiro.....	176
Figura 6.20 - Relação L/V de cada Roda do Truque Dianteiro	176
Figura 6.21 - Relação L/V de cada Roda do Truque Traseiro	177
Figura 6.22 - Força Lateral de cada Roda do Truque Dianteiro	177
Figura 6.23 - Força Lateral de cada Roda do Truque Traseiro	178
Figura 6.24 - Força Vertical em cada Roda do Truque Dianteiro.....	178
Figura 6.25 - Força Vertical em cada Roda do Truque Traseiro	179
Figura 6.26 - Velocidade Angular da Caixa do Veículo.....	179
Figura 6.27 - Ângulo de Inclinação Lateral da Caixa do Veículo	180
Figura 6.28 - Representação do Modo Arfagem.....	185

Figura 6.29 - Representação do Modo de Balanço Lateral Superior	185
Figura 6.30 - Representação do Modo Lateral 3 (22,45 Hz)	186
Figura 6.31 - Representação do Modo de Lacet 2 (cplx).....	186
Figura 6.32 - Modo de Balanço Lateral (centro de giro abaixo).....	189
Figura 6.33 - Modo de Balanço Lateral (centro de giro acima).....	189

Lista de Tabelas

Tabela 1.1 - Contribuição de Cada Tipo de Transporte.....	2
Tabela 2.1 - Participantes da Avaliação de Programas Multicorpos	23
Tabela 3.1 - Resumos dos Programas MBS	96
Tabela 4.1 - Resultados dos Ensaios de Rigidez de Contato	127
Tabela 5.1 - Massas e Momentos de Inércia.....	140
Tabela 5.2 - Propriedades da Suspensão Primária dos Truques	141
Tabela 5.3 - Rigidez das Barras de Ligação Cruzada entre Rodeiros.....	142
Tabela 5.4 - Rigidez das Barras de Ligação entre Rodeiros e Truque.....	142
Tabela 5.5 - Massas e Momentos de Inércia.....	143
Tabela 6.1 - Modos de Análise e Respective Esquemas Numéricos (Adams)	160
Tabela 6.2 - Características do Rodeiro	162
Tabela 6.3 - Resultados das Simulações.....	163
Tabela 6.4 - Comparação de Resultados com Valores Obtidos na Literatura	182
Tabela 6.5 - Identificação dos Modos de Vibrar do Truque	184
Tabela 6.6 - Frequências e Modos de Vibrar do Veículo	188
Tabela 6.7 - Comparação de Resultados da Análise Modal do Veículo.....	190
Tabela 6.8 - Desempenho Computacional.....	191
Tabela 7.1 - Identificação dos Modos de Vibrar.....	200

Lista de Abreviaturas e Siglas

AAR	<i>Association of American Railroad</i>
ADAMS	Advanced Dynamics Analysis of Mechanical Systems
BR	<i>British Rail</i>
CCRT	Programa de Cálculo de Propriedades de Contato Roda/Trilho
CVRD	Companhia Vale do Rio Doce
DAE	<i>Differential Algebraic Equations</i> (Equações algébrico/diferenciais)
DFLR	<i>German Aerospace Research Establishment</i>
EESC	Escola de Engenharia de São Carlos
IAVSD	<i>International Association of Vehicle System Dynamics</i>
INRETS	<i>Institut National de Recherche sur le transport et leur Sécurité</i>
IPT	Instituto de Pesquisas Tecnológicas do Estado de São Paulo
FASTSIM	Algoritmo de Cálculo de Força de Contato
MBS	<i>Multibody System</i>
Metro	Companhia do Metropolitano de São Paulo
PSD	<i>Power Spectral Density</i> (Espectro de Densidade de Potência)
SNCF	<i>Service National des Chamin de Fer</i>
TTC	<i>Transportation Test Center</i>
TGV	<i>Train à Grand Vitesse</i>
USP	Universidade de São Paulo
UIC	<i>Union International de Chamin de Fer</i>

Lista de Símbolos

a, b, c	escalares
a/b	proporção das dimensões da elipse
e, d	distâncias
f	função
kg	unidade de massa
l	comprimento
m	massa, unidade de metro
mrad	unidade de ângulo (mili radianos)
n	quantidade de elementos
s	segundo
t	tempo
F	conjunto de forças
G	módulo de cisalhamento do material
G.L.	graus de liberdade de um sistema
Hz	unidade de frequência em ciclos por unidade de tempo (Hertz)
J	momento de inércia
N	unidade de força (Newton)
M	momentos
L/V	relação entre as forças lateral e vertical no contato
S	sistema de partículas
SV	seção da via
V	velocidade
T	forças tangenciais
α, β, γ	ângulos
δ	ângulo do plano de contato
ϕ	ângulo do rodeiro no eixo x
φ	coordenada angular
λ	conicidade ou comprimento de onda
μ	coeficiente de atrito
ν	coeficiente de poisson do material
υ	escorregamento
σ	tensão
ω	velocidade angular
κ	curvatura da trajetória
ψ	ângulo de direção (yaw)
Ω	velocidade angular do rodeiro no eixo y
{x}	representação de vetor
[A]	representação de matriz

[A]	matriz dinâmica do sistema
[Φ]	matriz de transição
[R]	matriz dos auto-vetores
[Λ]	matriz diagonal dos auto-valores
dx/dt	derivada da função no tempo
•	produto escalar
\times	produto vetorial
∂	diferencial
Σ	somatória
\dot{x}	derivada da variável
\ddot{x}	segunda derivada da variável
\bar{v}	representação de vetor
u_x	deslocamento de translação na direção do índice
φ_z	deslocamento angular com eixo na direção do índice
k_x	rigidez na direção do índice
c_x	amortecimento
q_n	coordenadas generalizadas
u_n	velocidades generalizadas
\mathbf{I}^B	diádico central de inércia do corpo B
\mathbf{a}^B	aceleração do centro de massa do corpo B
δ_{xi}	pequenos deslocamentos nas direções indicadas
\mathfrak{R}	função dissipativa
C_{ij}	coeficientes de Kalker
V_c	velocidade circunferencial
V_t	velocidade tangencial
P_t	perfil do trilho
P_r	perfil da roda
a_x, a_y, a_z	terno de coordenadas cartesianas ortogonais
x, y, z	terno de coordenadas cartesianas
X, Y, Z	sistema de coordenadas ortogonais
N_1, N_2, N_3	referencial inercial
K	energia cinética do sistema
V	energia potencial (vetor)
G	vetor de escorregamentos
Ω	vetor de pivotamentos

As definições apresentadas nesta lista são de ordem geral, exceto quando houver indicação local no texto.

Resumo

A proposição desta tese consiste na aplicação da técnica de Sistemas Multicorpos, na dinâmica de veículos guiados em trajetória variável. Foi apresentada uma visão geral do formalismo matemático, baseado nos métodos de *Lagrange* e *Kane*, utilizados nos programas de multicorpos, para geração automática das equações de movimento. A teoria de mecânica de contato, fundamental para o cálculo das forças de contato, entre o veículo e a guia, foi exposta detalhadamente. Sua validação, foi realizada, através de ensaios de laboratório, realizados no *INRETS* (França).

A técnica de modelagem de Sistemas Multicorpos, foi aplicada, na previsão do comportamento dinâmico de veículos guiados. Neste sentido, a elaboração do modelo, através da descrição topológica, obtenção das equações de movimentos, análise e simulação do comportamento, foram realizadas. Foram selecionados na literatura internacional, os estudos de caso propostos pela *International Association of Vehicle System Dynamics* (IAVSD), para avaliação de veículos guiados.

Foram modelados, o rodeiro ferroviário, submetido a força lateral, truque trafegando por um desvio e um veículo completo inscrevendo uma curva. O veículo modelado com 35 graus de liberdade, produziu mais de 1100 equações algébrico/diferenciais (DAE). As simulações do comportamento dinâmico dos sistemas, foram realizadas e os resultados apresentados em gráficos temporais.

Os modos de movimento foram quantificados, através da análise modal, realizada no sistema linearização em torno de um ponto de operação. Os valores obtidos, foram comparados com números publicados e algumas discrepâncias, foram encontradas e justificadas. Pode-se observar nitidamente, o movimento de *lacet*, a partir dos auto-vetores complexos da matriz dinâmica do sistema.

De forma geral, os resultados obtidos tanto na análise temporal, como no domínio da frequência, apresentaram boa concordância, com os resultados publicados por outros autores. Estes resultados encorajadores, promovem a confiança na aplicação da técnica de Multicorpos em veículos guiados, sendo estímulo, para aplicação no desenvolvimento de novos projetos.

Palavras-chave: sistemas multicorpos, dinâmica, veículo, contato de rolamento, guia, ferrovia.

Abstract

BARBOSA, R. S. **Multibody System Dynamics Applied to Guided Vehicles**, São Carlos. (1999). 273 p. Tese de Doutorado - Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, Brasil.

The subject of this thesis is the application of multibody system modelling techniques for dynamic behaviour investigation on guided vehicle on variable track trajectories. Analysis of existing techniques for generating vehicle motion equations, using multibody systems (MBS), is also carried out. Rolling contact theory, fundamental for vehicle/track forces calculations, are extensively reviewed. Validation have been carried out with laboratorial experiments.

Multibody system modelling techniques have been used to predict, guided vehicle behaviour. Topological model description, have been used to generate equation of motion for simulation purposes. It has been chosen the railway vehicle, proposed by the International Association of Vehicle System Dynamics (IAVSD), as evaluation benchmark.

The solution of wheelset benchmark proposition is presented. A two wheelset bogie model in a deviation, is also solved. A complete railway vehicle, with 35 degrees of freedom model, producing more than 1100 differential/algebraic equations (DAE), is performed and analysed. Time result simulation have been presented.

Modal analysis have been performed around an operation point. Results have been compare with numbers published and discrepancy founded have been justified.

Hunting movement have been obtained with the complex eigen-vector from system dynamic matrix.

In general, results obtained from time and frequency domain, agreed with available results published from other authors. This encouraging results, promote credibility to Multibody System technique application to guided vehicle, stimulating new developing applications.

Keywords: multibody systems (MBS), dynamic, vehicle, rolling contact, guided, railway.

Résumé

BARBOSA, R. S. - **Application de Systèmes Multicorps a la Dynamique de Véhicules Guidés**, São Carlos. (1999). 273 p. Thèse du Doctorat à l'Escole de Ingénierie du São Carlos, Universidade de São Paulo, Brasil.

La proposition de cette thèse consiste de l'application de la technique de Systèmes Multicorps a la dynamique de véhicules guidés en trajectoire variable. Nous avons présenté une vision globale du formalisme mathématique basé sur les méthodes de *Lagrange* et *Kane*, utilisées dans les programmes de Multicorps pour la génération automatique des équations de mouvement. La théorie de mécanique de contact, fondamentale pour le calcul des forces de contact entre le véhicule et le guide, a été montrée au détail. Nous avons validé ses résultat par des essai de laboratoire, qu'on été entrepris au Institut Nationale de Recherche sur le Trasnporte et leur Sécurité (INRETS), France.

La technique de modelage de Systèmes Multicorps a été appliquée dans la prévision du comportement dynamique de véhicules guidés. Dans ce sens, l'élaboration du modèle par la description topologique, l'obtention des équations de mouvements, l'analyse et la simulation du comportement, ont été entreprises. Nous avons choisi dans la littérature internationale les études de cas proposés par la Association Internationale de la Dynamique des Systèmes Véhiculaire (IAVSD), pour l'évaluation des véhicules quidés.

Au cours de notre recherche, nous avons modelé le essieu ferroviaire, soumis à la force latérale, un bogie en circulation par un détournement et un véhicule complet dans l'inscription d'une courbe. Ansi nous avons observé, que le véhicule modelé avec

35 degrés de liberté, a produit plus de 1100 équations algébrique/différentielles (DAE). Les simulations du comportement dynamique des systèmes ont été entrepris et les résultats présentés en graphiques temporelles.

Les modes de mouvement ont été quantifiés par l'analyse modale réalisée sur le système linéarisée autour d'un point d'opération. Les valeurs obtenues ont été mises en comparaison avec les numéros publiés et quelques différences trouvées ont été justifiées. Il peut être aussi observe, le mouvement de lacet à partir des *eigen-vector* complexes de la matrice dynamique du système.

En général les résultats obtenus, soit dans l'analyse temporelle ainsi comme dans le domaine de la fréquence, ont démontrés bonne concordance avec les résultats présenté pour d'autres auteurs. Ainsi, ces résultats encourageantes peuvent non seulement promouvoir la confiance de l'application de la technique des Multicorps en véhicules guidés, mais aussi être considérés comme un élément important pour la stimulation de l'application dans le développement de nouveaux projets.

Mots clés: systèmes multicorps, dynamiques, véhicules, contact du roulement, guidé, chemin de fer, ferroviaire.

Capítulo I

1. Introdução

A mobilidade veicular é um aspecto vital da civilização moderna, tendo sido até hoje, largamente provida através de uso de veículos terrestre. A combinação do motorista humano e rodas pneumáticas é a chave do sucesso dos veículos automotores rodoviários (veículo direcionado). O rodeiro, com rodas cônicas, rolando sobre guias metálicas consagrou-se no transporte ferroviário desenvolvido através dos veículos guiados sobre trilhos. A movimentação através de veículo autônomo terrestre contribui expressivamente na matriz de transporte. Dentre os tipos de veículos guiados existentes, o ferroviário objeto deste trabalho, desempenha papel importante na matriz de transporte de passageiros e na movimentação de cargas, conforme pode ser observado nos dados da Tabela 1.1.

A velocidade e a capacidade de carga tem sido os fatores dominantes para o evolução do sistema de transporte guiado ferroviário. Um exemplo desta evolução é o recorde de velocidade de 515 km/h obtido pelo trem Francês TGV - Atlantic (*Train à Grand Vitesse*) em 1990 entre *Courtalain* e *Tours*. Outro exemplo é o transporte de minério realizado pela Companhia Vale do Rio Doce (CVRD) através de vagões de carga, com peso por eixo de até 320.000 *Newtons*. Os motivos para este desenvolvimento estão associados ao fato da velocidade reduzir o tempo de viagem e o aumento da carga útil incrementar a capacidade de transporte deste sistema. Para a obtenção do sucesso do primeiro tópico dois conceitos foram observados. Primeiramente, a construção de novas linhas, adequadas para que os trens pudessem desenvolver alta velocidade (entre 270 e 350 km/h). Adicionalmente, o projeto dos veículos foram aprimorados permitindo desenvolver tais velocidades de forma segura e estável. A implementação do segundo tópico baseou-se na necessidade econômica e estratégica

de aumentar capacidade do transporte pesado de carga, em linhas já existentes, cuja demanda força o aumento da oferta sem grandes investimentos na infra-estrutura.

Tabela 1.1 - Contribuição de Cada Tipo de Transporte

Modal de Transporte	Passageiros Urbano ^A 10 ³ × Passageiro/Dia	Passageiros ^B 10 ⁶ × Passageiro × km	Carga Geral ^C 10 ³ × Ton / km
Rodoviário	9.000 ^D (42,2 %)	746.044 (96,1 %)	370.638 (57,6 %)
Automóveis	9.000 ^E (42,2 %)	n/a	n/a
Ferrovário	800 (3,75 %)	10.380 ^F (1,40 %)	136.316 (21,2 %)
Metroviário	2.500 (11,7 %)	5.034 (0,70 %)	n/a
Hidroviário	n/a	n/d	111.882 (17,4 %)
Dutoviário	n/a	n/d	22.505 (3,50 %)
Aéreo	n/a	14.504 (1,90 %)	1.929 (0,30 %)
Total	21.300 (100 %)	775.962 (100 %)	643 000 (100 %)

Fonte^A: Secretaria de Transportes Metropolitanos de São Paulo 1995. Fonte^B: Metro SP, Metro RJ, CPTM, Flumitrens, RFFSA, Fepasa, CVRD, DAC, Infraero, Geipot. Fonte^C: GEIPOT 1995. Observação^D: Público - Ônibus e Tróleibus. Observação^E: Particular. Observação^F: Trem de Subúrbio. n/d: não disponível. n/a : não aplicável

Estes dois fatores entretanto, possuem aspectos negativos. O aumento da velocidade, induz ao aparecimento de oscilação lateral instável do veículo guiado. O aumentando da carga transportadas por veículo agravada os danos provocados pelas solicitações de contato entre a roda e o trilho. Portanto num projeto otimizado de veículo, os atributos dinâmicos, representam um fator de extrema importância não só na estabilidade como também na produção de forças no contato roda/trilho. A aplicação de novas tecnologias no desenvolvimento de projetos de veículos deve buscar o tráfego seguro em altas velocidades através da melhoria das propriedades de guiagem, reduzindo o desgaste de roda e trilho e agressão à guia. Estes dois tópicos tem sido estímulo para inúmeros trabalhos de pesquisa no desenvolvimento de conhecimentos para o suporte e implementação destas tendências.

1.1 Objetivo

O objetivo desta tese consiste no desenvolvimento e aplicação da técnica de Sistemas Multicorpos (MBS - *Multibody System*) na análise do comportamento dinâmico de veículos guiados. Esta técnica, empregada como ferramenta para modelagem, simulação e análise, permite a geração das equações de movimento, a partir da definição da topologia do sistema e utiliza manipulação simbólica, para a simplificação automática das equações, permitindo o tratamento de sistema de elevada complexidade.

Para dar suporte a esta tarefa, será realizada uma revisão das técnicas de modelagem, desenvolvidas para o estudo dos problemas de comportamento dinâmico de sistemas guiados. Uma análise, das várias possibilidades de obtenção da representação do sistema e quais as ferramentas apropriadas, será desenvolvida, tendo em mente o tema de dinâmica veicular. Buscar-se-á, uma metodologia modular para geração das equações do sistema. Esta técnica deve contemplar todos os aspectos do veículo, incluindo os elementos característicos do subsistema de guia, com o menor esforço. Esta metodologia, deve ser baseada, em modelamento matemático computacional e respectivas ferramentas de apoio.

A aplicação da técnica de Multicorpos, proposta neste trabalho, consiste na modelagem completa de um veículo guiado, com suspensão primária, secundária e truques com barra de ligação cruzada. Inclui também, a descrição da trajetória da guia como parte integrante do sistema. Para a realização desta aplicação, é necessário o conhecimento das forças de contato roda/guia, e da posição espacial da trajetória da guia.

Para a identificação das forças de interação roda/guia, a teoria de mecânica de contato, deve ser empregada. A determinação das propriedades de contato roda/guia, função da forma dos perfis dos corpos, são altamente não lineares, exigindo tratamento

especial para correta identificação. Disto, resultam restrições de movimentos, que devem ser adequadamente incluídas no modelo. Os métodos propostos de cálculo da rigidez tangencial de contato, devem ser validados experimentalmente. Com esta finalidade, foram realizados ensaios de laboratório no *Institut National de Recherche sur le Transporte e leur Sécurité* (INRETS) na França. As rotinas de cálculo da saturação das forças de contato, são fundamentais para a representatividade das forças de iteração entre roda/guia.

A descrição analítica da trajetória da guia, contemplando seus vários aspectos geométricos de curva circular e curva de transição, pode ser realizada, utilizando-se geometria diferencial e as fórmulas de *Frenet*. Desta atividade, deve resultar a descrição completa, da atitude de uma seção da guia, em termos de seus estados (posição, velocidade e aceleração de translação e angular), produzindo as informações necessárias para a simulação.

Um modelo completo de um veículo guiado, contendo todas as características de contato e geometria da via, será elaborado utilizando a técnica de Multicorpos. Serão realizadas simulações no domínio do tempo, do comportamento dinâmico deste veículo em diversas situações específicas. As situações estão definidas no *benchmark* proposto pela *International Association of Vehicle System Dynamics* (IAVSD), para avaliação de códigos de Sistemas Multicorpos. Será analisado também no domínio da frequência as propriedades modais do veículo. Finalmente, os resultados dos cálculos realizados, serão validados através de comparação direta com resultados de outros autores, disponíveis na literatura.

1.2 Motivação

A observação, do cenário internacional de pesquisa na área de sistemas de transporte, aponta para temas, como o aumento de velocidade e capacidade de carga, sem prejuízo das propriedades de conforto e segurança. Estes temas, dependem fundamentalmente, das características dinâmicas do sistema veicular. Os modelos

utilizados pelos analistas, para estudo do comportamento dos veículos, são em geral, simplificados devido as restrições computacionais e dificuldades na escrita das equações de movimento. Desta forma, as limitações dos tipos de aplicações, e por conseqüência na profundidade do resultado, são evidentes. Situações críticas de segurança, como por exemplo, a negociação de trajetória curva durante a passagem em desvios, são pouco exploradas. Neste local, a interação veículo/guia, desenvolve solicitação elevada devido à mudança de trajetória sendo passível de comprometer a segurança de tráfego.

A motivação para o desenvolvimento desta tese, está calçada, na necessidade de consolidar uma ferramenta capaz de realizar avaliação abrangente, do comportamento dinâmico de veículos guiados. A técnica de Sistema Multicorpos, possui habilidade para abordar problemas complexos, que envolvam vários corpos e grande quantidade de graus de liberdade. Tem capacidade para realizar análise no domínio do tempo e da freqüência. Sendo assim, as limitações apontadas, podem ser vencidas com o uso da técnica de Multicorpos, no estudo do comportamento dinâmico do veículo.

Pretende-se produzir, como contribuição ao leitor, uma explanação do formalismo matemático, baseado na Mecânica Clássica, utilizado pela técnica do sistema de Multicorpos. Apresentar também, uma descrição detalhada dos princípios de funcionamento do sistema automático de guiagem de veículos ferroviários e revisão bibliográfica ampla das atividades desenvolvidas na área de dinâmica de veículos guiados, obtidas em literatura internacional.

No próximo capítulo, será apresentado um cenário e descrição completa do sistema de transporte por veículo guiado, introduzindo ao leitor os conceitos e terminologia utilizada no transcorrer deste texto.

Capítulo II

2. Cenário de Veículos Guiados

Neste capítulo será apresentado um cenário sobre veículos guiados, abordando os temas relacionados com a dinâmica veicular. Serão descritos os elementos fundamentais constituintes do veículo e da guia, visando identificar suas características e contribuições no comportamento dinâmico do sistema.

Serão descritos o sistema de guiagem e as características básicas do veículo. Serão apresentados o modelo matemático usualmente utilizado para o estudo do comportamento lateral e vertical do rodeiro e do veículo. As propriedades de contato serão apresentadas com detalhes em função da sua importância na determinação das forças de interação entre o veículo e a guia. Finalmente serão descritos a guia e suas características geométricas, concluindo a descrição de todos os sistemas envolvidos.

2.1 Sistemas de Guiagem

O direcionamento de veículo pode ser dividido em dois grupos (Wickens, 1991):

- veículos autônomos direcionados;
- veículos autônomos guiados.

O primeiro grupo depende da ação obrigatória do motorista, ao passo que o segundo, simplesmente limita-se a acompanhar uma trajetória previamente estabelecida. Existe basicamente dois métodos de direcionamento de um veículo autônomo comandado pelo motorista:

- Através da imposição de um ângulo de esterçamento nas rodas, gerando força lateral devido à disposição geométrica, ou;
- pela imposição de tração e frenagem entre rodas de lados distintos, produzindo variação na velocidade rotacional.

Algumas variações dos métodos de direcionamento a partir do esterçamento de rodas ou eixos, podem ser vistas na Figura 2.1. Em qualquer caso, pequenos valores de esterçamento são suficientes para modificar a geometria e gerar esforços laterais, alterando a trajetória. O direcionamento imposto pela tração e frenagem entre rodas de lados distintos é típico de veículos com esteiras, tais como tratores ou guindastes.

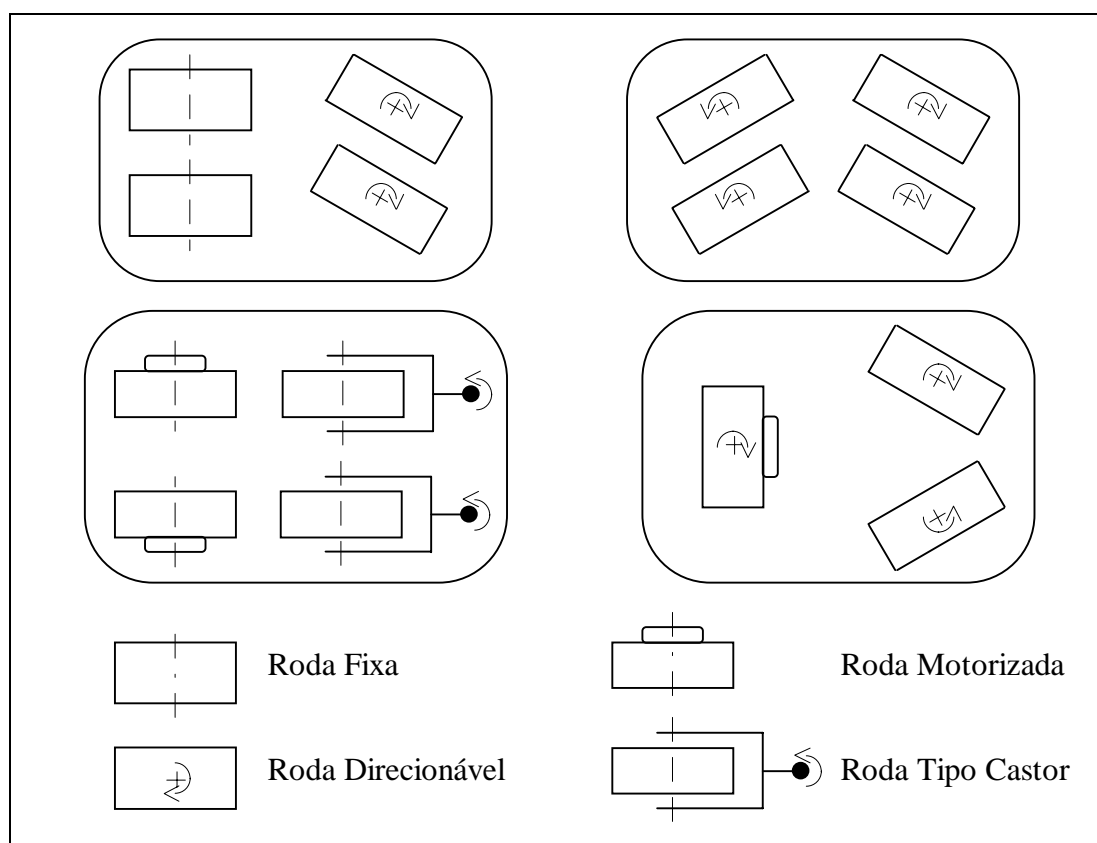


Figura 2.1 - Sistemas de Direcionamento de Veículos

O segundo grupo é composto dos veículos guiados cuja característica é a restrição de movimento lateral da roda/chassis contra uma guia, forçando-a a assumir uma atitude próxima da tangencial em relação à curva. Em geral tais sistemas são compostos por uma guia de trajetória pré definida e uma roda que desenvolve forças laterais em função das velocidades relativas no contato. São apresentadas na Figura 2.2 algumas variações desta configuração encontradas no transporte guiado.

O sistema ferroviário é composto de uma via com trilhos e geometria pré definida que guia os eixos do veículo em movimento ao longo de sua trajetória. Os eixos são compostos, geralmente, por rodas cônicas que desenvolvem forças de direcionamento no contato. A teoria utilizada para cálculo de forças de contato (mecânica de contato) em rodas de borracha (pneu/pavimento) ou rodas metálicas (roda/trilho) é a mesma, sendo que a rigidez tangencial de contato difere por um fator da ordem de 100 vezes.

O sistema de guiagem do veículo produz a propriedade de direcionamento que permite a centralização do rodeiro em retas e a inscrição em curva. Entretanto, este mesmo sistema apresenta velocidade crítica com possível instabilidade lateral. Diversos desenvolvimentos e estudos foram realizados na busca de solução para este problema dando origem aos truques chamados de *self-steering*. Veículos ferroviários que incorporaram este conceitos foram desenvolvidos na década de 70, pelos ingleses (Pollard, 1979), na África do Sul (Scheffel, 1974), nos Estados Unidos (List, 1971), e no Canadá (Smith, 1988).

A partir da década de 60, Wickens, foi muito ativo na área de dinâmica de veículos ferroviários com inúmeras publicações sobre o assunto. Desenvolveu junto ao *Technical Centre of British Railway (Derby, Inglaterra)* a formulação básica de equações de movimento para o rodeiro, estudou os perfis de contato roda/trilho e realizou investigações experimentais com modelos em escala reduzida.

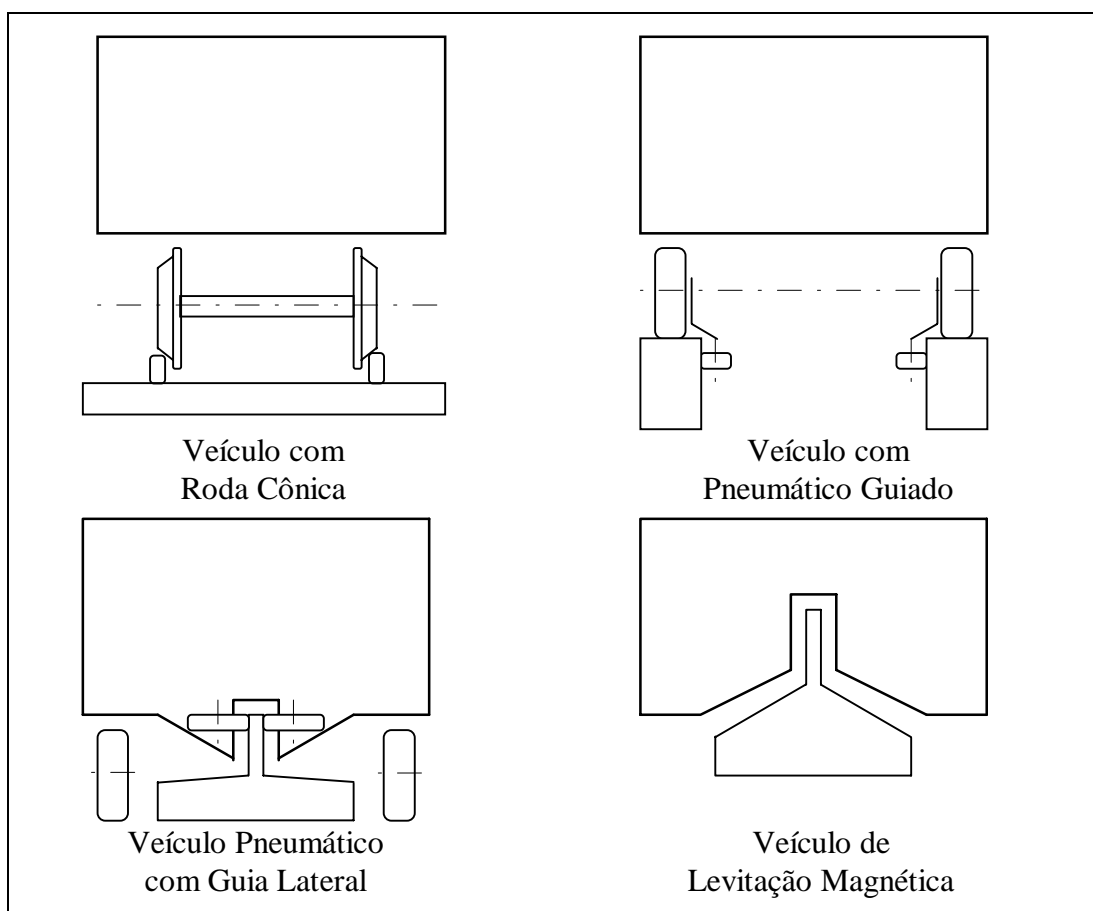


Figura 2.2 - Sistemas de Guiagem de Veículos

Em 1965, Wickens publicou artigos sobre a instabilidade lateral de truques, causada por uma combinação da ação da conicidade da roda e as forças de contato (*creep force*) entre a roda e o trilho. Explana neste artigo (Wickens, 1965a), os modos de conversão de energia do movimento de avanço do veículo para os movimentos laterais do rodeiro. Foram explicitados e abordados os vários modos de instabilidade do rodeiro e do corpo do veículo para o caso do veículo com 2 truques e 4 rodeiros (Wickens, 1965b).

Provou-se (Wickens, 1975/76) que este conflito pode ser resolvido se os rodeiros forem conectados por braços de articulações, trabalhando em cisalhamento. Disto surgiram os primeiros projetos de truques guiados (*steering truck*). O aprofundamento do estudo do comportamento de truques com articulações, revelou a

existência de outro tipo de instabilidade à baixa velocidade (Wickens, 1979), devido à geometria das articulações (*flutter e divergence*).

O compromisso entre a inscrição de curvas e uma adequada margem de estabilidade foi buscada através da forma do perfil adequado da roda (Wickens, 1988). Uma margem aceitável de estabilidade pode ser obtida, inscrevendo perfeitamente curvas uniformes, utilizando-se de baixa conicidade e reduzida rigidez de contato (*creep coefficient*) e evitando valores extremos de rigidez da suspensão (Wickens, 1996a). O uso de truques assimétricos em veículos simétricos, revelou-se como um grande avanço no conceito do truque, podendo inscrever-se perfeitamente com auxílio de conexões elásticas entre os rodeiros e o corpo do carro e sem uso de braços articulados (Wickens, 1996b).

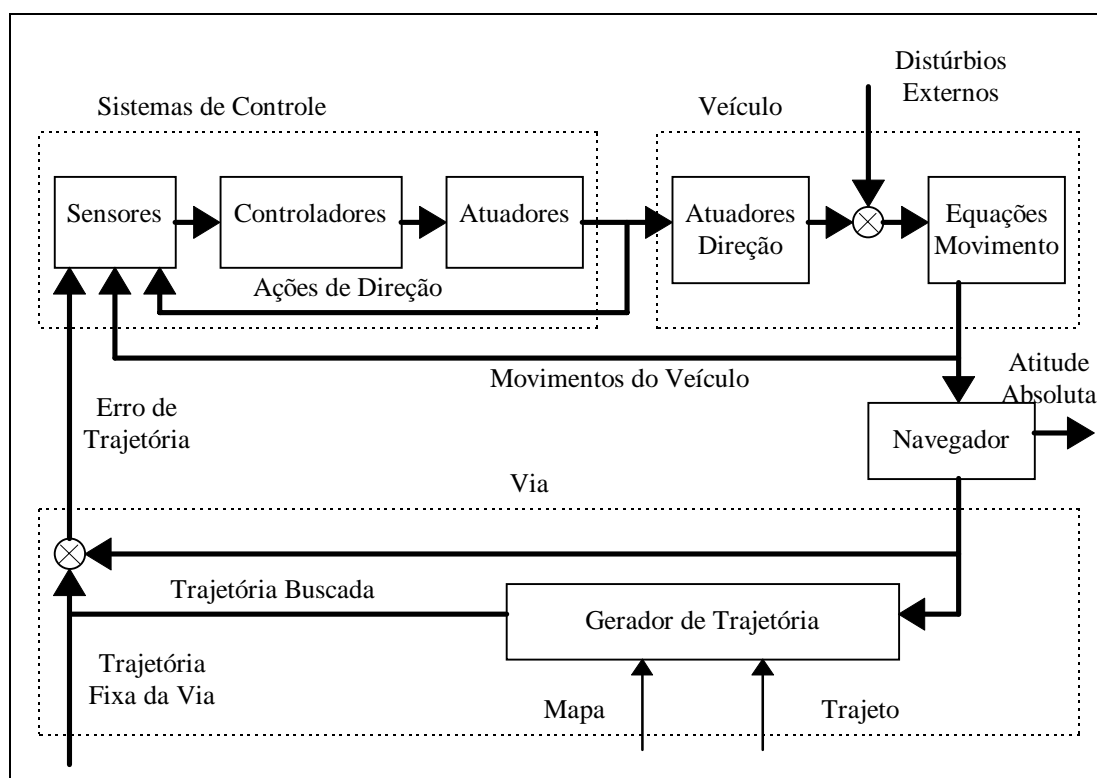


Figura 2.3 - Diagrama de Bloco de Sistema de Controle da Direção de Veículo

Além dos métodos tradicionais de guiagem, a utilização de controle para o direcionamento veicular, foi abordado por Wickens (1991). Um diagrama representando esta técnica está resumidamente apresentado na Figura 2.3.

2.2 Descrição do Veículo

Com a finalidade de situar a concepção utilizada para veículos guiados sobre trilhos, identificam-se três sistemas básicos que compõe as fontes de movimentação do veículo são eles:

- Sistema de Propulsão (Tração e Frenagem)
- Sistema de Suspensão
- Sistema de Guiagem

Dentro do âmbito deste trabalho, apenas os aspectos concernentes ao sistema de guiagem e sistema de suspensão serão amplamente abordados, sem desmerecer a importância do outro sistema que, na eventualidade de ser utilizado nas simulações será detalhado naquela oportunidade.

O projetista de um veículo e seus componentes depara-se com a necessidade de satisfazer os seguintes requisitos básicos:

- Desempenho, Conforto e Segurança
- Qualidade de Tráfego (*Ride Qualities*)
- Interação Veículo/Guia
- Baixo Custo/Manutenção Reduzida

O desempenho consiste no conjunto de características do veículo que permitem desenvolver sua função de transporte confortável, seguro e eficiente. A qualidade de tráfego dos veículos ferroviários, está ligada à ausência de instabilidade lateral e boa

inscrição em curvas. A interação do veículo com a guia deve produzir baixo nível de forças de interação minimizando o desgaste.

Conceitos modernos de projeto de veículos guiados, consistem em manter a massa não suspensa reduzida, minimizando o grau de agressão do veículo sobre a via. Amortecedores *anti-lacet*, associados com rodas de conicidade reduzida, são utilizados para manter a estabilidade em altas velocidades. A Figura 2.4 apresenta um croqui simplificado, de um truque convencional de carro de passageiros com estrutura na forma de um H rígido, com as ligações elásticas da suspensão primária aos rodeiros. Também na mesma figura (lado direito), vê-se um truque de vagões de carga composto de uma travessa central e duas laterais, ligando os rodeiros.

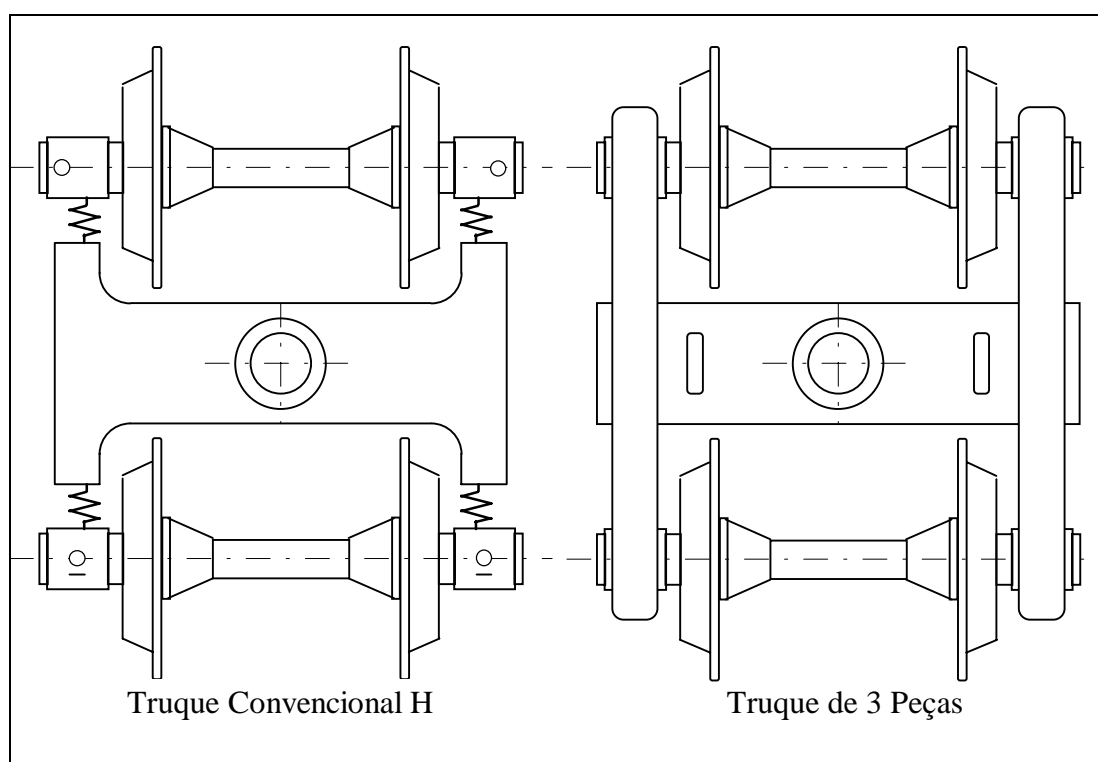


Figura 2.4 - Croqui do Truque de Veículos de Passageiros e Vagão de Carga

A estabilidade e as características de inscrição em curva do truque, estão intimamente ligadas com a rigidez horizontal da suspensão do truque e relações dimensionais. Como o truque é formado por uma estrutura que interliga os rodeiros através da suspensão primária, identifica-se de forma genérica (Wickens, 1978), a rigidez rotacional (k_R) como sendo a constante de proporcionalidade de resistência ao movimento angular relativo ($\psi_1 - \psi_2$) entre os rodeiros. Analogamente a rigidez de cisalhamento (k_C) é representada como a resistência aos movimentos laterais relativos entre os rodeiros ($u_{y1} - u_{y2}$). A Figura 2.5, mostra esquematicamente, a relação do tipo de restrição de movimento entre os rodeiros. Neste caso são ilustrados truques com variação de valores de rigidez rotacional k_R (direção horizontal na figura) entre zero (livre) e infinito (vínculo) e rigidez de cisalhamento k_C com a mesma variação (direção vertical na figura).

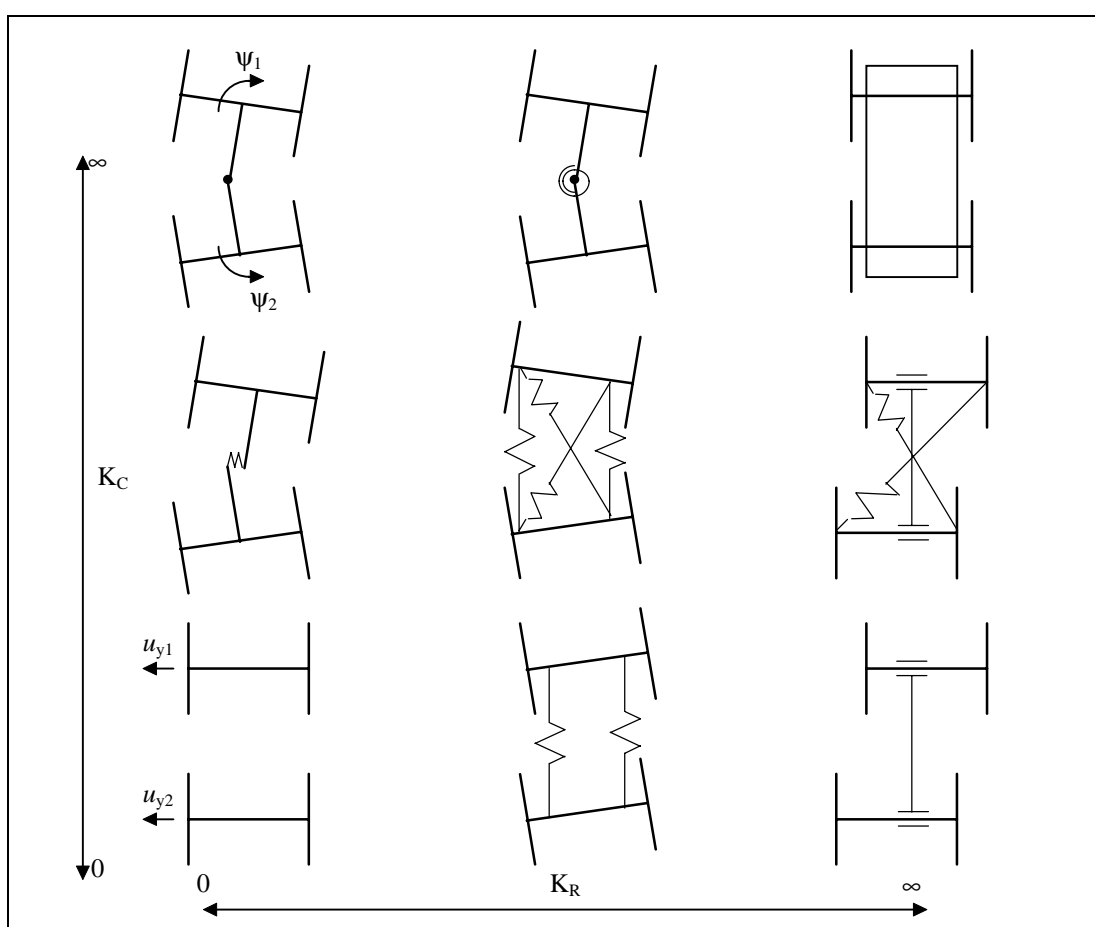


Figura 2.5 - Forma da Suspensão Primária de Veículos Guiados de Dois Eixos

Segundo Wickens (1976, 1978, 1982, 1996a), as relações de rigidez da suspensão podem ser escolhidas de forma a produzir um bom compromisso entre estabilidade e inscrição em curvas. Para o caso assimétrico, prova-se ser possível obter resultados conciliatórios, mesmo sem ligações cruzadas (Wickens, 1996b).

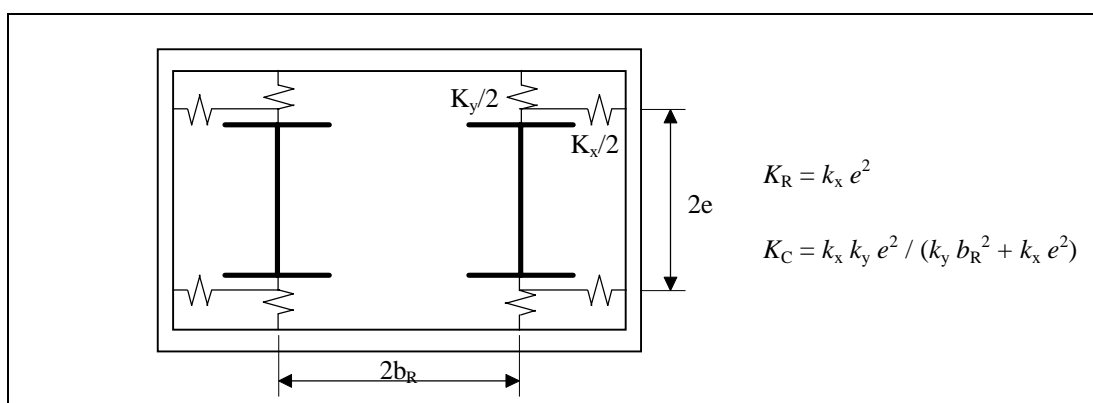


Figura 2.6 - Rigidez Torcional e Cisalhamento Equivalente do Truque Convencional

Na Figura 2.6, apresenta-se as relações de equivalência de rigidez torcional e de cisalhamento para truques convencionais com estrutura rígida do tipo H e suspensão primária com rigidez nas direções ortogonais X e Y .

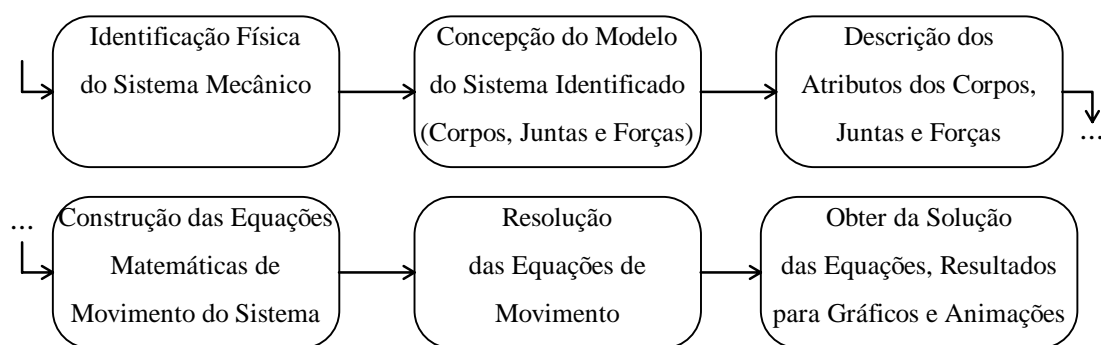
2.3 Revisão de Modelagem

Neste item será realizada uma breve revisão das técnicas utilizadas para a modelagem matemática, utilizada no estudo do comportamento de veículos. Além desta revisão, serão apresentados nos próximos itens, os modelos linearizados utilizados para estudo comportamento do rodeiro e do veículo.

2.3.1 Introdução

Buscou-se nesta revisão, dar uma visão geral da técnica geralmente utilizada, na comunidade de sistemas dinâmicos, identificando a abordagem e metodologia utilizada na solução dos problemas de modelagem. Pretende-se ainda, introduzir a técnica de modelagem de Sistemas Multicorpos (MBS), ressaltando sua características na solução das limitações até então encontradas.

O uso da modelagem matemática no projeto de veículos, é uma prática utilizada no desenvolvimento do sistema veicular, à tempo e custos reduzidos, com características de desempenho otimizadas. Este uso, abrange vários aspectos de veículo e em particular a simulação de seu comportamento dinâmico. As etapas naturais para a elaboração de um estudo de comportamento dinâmico de um sistema mecânico, podem ser descritas e organizadas conforme apresentado no diagrama a seguir:



Uma vez identificado o sistema mecânico, a concepção física do modelo representativo do sistema, depende de experiência do analista, na boa escolha dos tipos de juntas e natureza das forças. Simplificações de elementos contínuos para representação discreta (ou agrupada), são inevitáveis para manter reduzido o tamanho do modelo que, ainda assim, continue representando os aspectos relevantes do

comportamento do sistema. A obtenção das equações de movimento, deve ser realizada utilizando princípios físicos válidos com métodos eficientes.

No caso de um sistema linear, a partir das equações de movimentos, pode-se calcular as auto-propriedades do sistema através da solução do polinômio, característico do conjunto de equações diferenciais ordinárias, correspondente ao modelo adotado para representação do sistema. Estes valores por si só, representam as frequências e formas de oscilação dinâmicas do sistema, permitindo uma análise do seu comportamento. Com estas propriedades ainda é possível com auxílio da matriz de transferência e integral de convolução, calcular a qualquer instante os estados (acelerações, velocidades e deslocamentos) do sistema em questão (Barbosa e Weber, 1996a).

Entretanto, de forma geral, o sistema real é constituído de inúmeras não linearidades, obrigando a utilização de um processo de integração numérica para obtenção da história temporal relativa ao comportamento dinâmico do sistema.

2.3.2 Histórico

Inúmeros autores trabalharam com a elaboração de modelos matemáticos, buscando representar o comportamento dinâmico dos veículos ferroviários, sob os mais variados aspectos. Entre eles, pode-se citar, Pearce (1973), Elkins e Gostlins (1997), modelando o rodeiro em curvas. Eickhoff (1991) estudou rodas independentes. Lin (1991) realizou a identificação de parâmetros. Eickhoff (1995) descreveu técnicas de modelagem de componentes. Mcphee (1996) estudou a redução do tamanho do modelo. Bhaskar e Jonhson (1997) e extensivamente Wickens (1965 a 1996) concentraram-se no estudo da estabilidade do veículo. Outros autores, exploraram o campo de modelos não lineares como, Brommundt (1996) com modelo não linear para estudo de roda não circular, Lóránt (1996) abordando os fenômenos de contato duplo e Xu (1991) analisando a estabilidade.

Trabalhos publicados por Pascal (1991) dedicam-se à validação do programa de cálculo francês (Voco), voltado para dinâmica de veículos ferroviários. Rotinas auxiliares para o cálculo de parâmetros de contato rodeiro/via e inscrição em curvas foram objeto de validação. Este programa utiliza a técnica de coordenadas transformadas (Pascal, 1990b), para contabilizar os esforços, devido à mudança de trajetória em curvas. Desta forma, as equações de movimento, escritas para movimentos retilíneos com a aproximação de primeira ordem, continuam válidas e uma perturbação apropriada Yt , é utilizada para representar a geometria curva da via, com retorno ao sistema de referência móvel através de uma mudança de coordenadas.

Simulações realizadas, com base no # 2 *Benchmark* do *IAVSD* (veículo completo), revelaram que (Giménez, 1991), as propriedades de contato roda/trilho são fortemente influenciados pelo método de cálculo adotado (contato rígido ou puramente geométrico ou contato “elástico” - considerando múltiplas elipses e deformação). Disto resulta em discrepância no valor de velocidade para o ciclo, limite de 60 m/s (contato rígido) para 118 m/s (contato elástico).

Diversos trabalhos, dedicados à análise de novos projetos de truque, mostram-se promissores na satisfação do compromisso entre estabilidade e inscrição de curvas. Adequação geométrica e relações de propriedades de suspensão, podem produzir segundo Wickens (1996b), truques estáveis para altas e baixas velocidades.

2.3.3 Aspectos da Modelagem

Inúmeros aspectos podem ser objeto de investigação e modelagem para a verificação de comportamento dinâmico do veículo. Em geral, os estudos dividem-se em duas categorias.

A primeira, corresponde a modelos simplificados baseados em princípios elementares e usualmente elaborados manualmente. Estes modelos possuem poucos

graus de liberdade. São utilizados para estudos de propulsão e frenagem, conforto vertical ou estabilidade lateral.

Uma segunda abordagem, envolvendo características não lineares de contato, efeitos da trajetória da via, movimentos combinados em três direções, exige um número maior de graus de liberdade e pode resultar em modelos de elevada complexidade. Neste caso a utilização de geração automática das equações de movimento com auxílio de manipulação simbólica e modelagem de Sistemas Multicorpos, devem ser utilizadas (Kortüm e Sharp, 1991a).

Para abordar e estudar o comportamento dinâmico do veículo, conforme objetivos pré estabelecidos de investigação, há que desenvolver-se um modelo físico para sua representação matemática. Entretanto, para uma representação mínima razoável do veículo, são necessários inúmeros graus de liberdade (em geral mais de 16 graus), adicionalmente quando deseja-se investigar o seu comportamento em trajetórias não retilíneas, necessita-se obrigatoriamente de uma representação bidimensional da via férrea, acarretando um aumento de complexidade do modelo e assim por diante, conforme o grau de detalhes que deseja conhecer.

Outro aspecto é a faixa de frequência que deseja-se analisar. Pode-se dividir esta questão em três faixas de análise (Prud'homme, 1975), dependendo dos componentes e tipo de movimento a observar. Primeiramente, para os grandes movimentos de baixa frequência da massa suspensa do veículo utiliza-se até 2 Hz para carro de passageiro e inferior a 15 Hz para vagões. Para estudo do comportamento de componentes dos truques entre a suspensão primária e secundária a faixa de frequência situa-se entre 15 e 20 Hz para carro de passageiro e entre 20 e 50 Hz para truques de carga. Finalmente para estudos de fenômenos ligados diretamente com a massa não suspensa do rodeiro, utiliza-se frequências acima de 100 Hz. No caso particular de veículos ferroviários, o contato metálico entre roda/trilho produz uma rigidez substancialmente maior, que os demais componentes, quer de suspensão (primária ou secundária) ou outras partes mecânicas, obrigando *a priori*, que as

simulações que envolvam as forças de contato, sejam calculadas acima da maior frequência natural deste efeito.

Os fenômenos de corrugação das rodas e dos trilhos (irregularidade vertical periódica de comprimento de 0,1 a 0,3 metros), estão ligados a rigidez do conjunto de tração (motor, redutor e rodeiro) e a frequência natural do primeiro modo de torção do rodeiro ferroviário (rotação das rodas em oposição de fase), está situada entre 50 e 120 Hz (Soua, 1997). Este modo é fundamental para o estudo de fenômenos de alta frequência, em particular aqueles ligados a corrugação do trilho. Os modos de flexão do eixo e vibração radial das rodas são de frequências ainda maiores (> 150 Hz), sendo consideradas infinitas face as frequências naturais da suspensão primária do truque.

2.3.4 Segurança

Diversos aspectos podem comprometer a segurança de veículos guiados. Dentre eles, pode-se citar o fenômeno de descarrilamento ou seja a perda da propriedade de guiagem do veículo, produzido pela guia. A possibilidade de ocorrência de um descarrilamento deve ser minimizada pois tem enormes conseqüências materiais e eventualmente humanas.

A identificação de critérios que possam balizar a segurança de veículos guiados ferroviários, sempre foi alvo de estudos e discussões no meio técnico. A fórmula proposta por *Nadal* (1809), que correlaciona os esforços lateral L e vertical V no contato roda/trilho, foi utilizada desde os primórdios da locomotiva a vapor. Esta formulação resume-se simplesmente, em identificar a influência do ângulo de contato δ e coeficiente de atrito μ , do par de rolamento sendo expressa por:

$$\frac{L}{V} = \frac{\tan \delta - \mu}{1 + \mu \cdot \tan \delta} \quad (2.1)$$

A modificação proposta por *Weinstock* (1984) considerando o somatório das forças das duas rodas do rodeiro, aproximou-se melhor dos resultados experimentais. *Pascal* (1990) apresentou no *IAVSD*, o cálculo da dinâmica lateral do rodeiro, onde o limite da relação L/V foi identificada, a partir do cálculo do comportamento dinâmico do rodeiro, sujeito a força lateral crescente até a ocorrência do descarrilamento.

As solicitações dinâmicas de interação do veículo com a via, resultam na opinião de alguns autores (*Pascal*, 1995), na identificação de dois tipos básicos de descarrilamento

- Descarrilamento a Baixa Velocidade
- Descarrilamento a Alta Velocidade

O descarrilamento a baixa velocidade (ou quase estático) ocorre em situação bastante específica, geralmente em curvas de pequeno raio. Está ligado com alto coeficiente de atrito no trilho interno que produz esforços divergentes (para fora) com a roda interna, devido a valores elevados de ângulo de ataque do rodeiro. Este fato agrava-se, quando na curva existe torção, devido a super elevação da via, que pode aliviar a carga vertical. Em geral, as providências possíveis são no sentido de minimizar a variação da carga vertical, aumentar o ângulo de contato roda/trilho ou reduzir o valor de atrito na região.

O descarrilamento em alta velocidade, está ligado com a dinâmica de todo o sistema veicular, excitado pela via podendo coincidir aleatoriamente com frequências naturais do carro, produzindo alívio de cargas verticais (não determinístico).

Elkins (1995), estudou o problema de segurança do ponto de vista do comportamento da via quando sujeita a ação do veículo. Foram buscadas expressões para previsão do tombamento do trilho em função da força lateral produzida em curva pela roda interna e correspondente alívio da carga vertical.

2.3.5 Validação de Modelos

Em geral, a validação de modelos matemáticos é realizada pela comparação direta com valores experimentais, obtidos através de medição sobre os sistemas cujo comportamento deseja-se prever. Entretanto, devido ao alto custo das medições experimentais e a impossibilidade de controle completo de todas as variáveis e distúrbios atuantes sobre o sistema físico real, formas alternativas de avaliação dos códigos de programa, foram propostas.

A diversidade dos modelos elaborados, complexidade de equações de movimento e variedades de métodos de solução de equações diferenciais, faz com que a identificação detalhada do método e técnica mais eficaz torne-se praticamente impossível. Neste sentido, proposições de avaliação objetivas, com parâmetros do sistema perfeitamente identificados, condições de solicitação bem definidas e forma dos resultados padronizados, permitem a comparação entre programas e possivelmente com resultados experimentais.

A proposição mais conhecida internacionalmente para avaliação de Programas de Sistemas Multicorpos é denominada *Benchmarking for Multibody Computer Codes* (IAVSD), que aborda diferentes aspectos da dinâmica veicular com abrangência do sistema e subsistema veicular.

Listando cronologicamente as reuniões de trabalho realizadas em Herbertov (Republica Tcheca), tem-se como data da proposição deste procedimento, o ano de 1990, que seguiram-se com reuniões de avaliação de progresso em 1991 e 1993. Os propositores elegeram grandes temas como motivo de modelagem, sendo que as características físicas e condições externas foram padronizadas para efeito de comparação, permitindo entretanto, flexibilidade na elaboração e grau de detalhamento dos modelos. Foram propostos os seguintes temas para avaliação na área ferroviária:

- Rodeiro Ferroviário (Pascal, 1990)
- Carro de Passageiro Completo (Kik, 1991)
- Vagão de Carga (Klauser, 1993)

Em 1990, Pascal apresentou modelo com apenas um corpo (rodeiro) e respectivos vínculos de suspensão, cujo objetivo principal consiste na avaliação do método de cálculo para as forças de contato roda/trilho. Esta proposição foi denominada “*Benchmark to test wheel/rail contact forces*” e sugere como resultado a serem apresentados os estados do rodeiro (posição lateral e angular) e as forças no contato para diferentes valores de coeficiente de atrito. Além disto uma estimativa da relação L/V máxima para condição de descarrilamento é solicitada.

Em 1991, Kik apresentou proposição para avaliação de modelo completo do veículo que foi denominada de *Railway Benchmark Model #2*. Nesta proposição, as características do veículo foram pré definidas e as características da via férrea quantificadas através do espectro em comprimento de onda de irregularidades. Neste caso o objetivo principal foi voltado para a determinação da velocidade crítica e comportamento dinâmico em curva e com via irregular.

O *Progress Report* do 12º Simposium do IAVSD (1991), apresenta um resumo dos programas que candidataram-se ao *Benchmark*, proposto para modelagem de veículos guiado. A Tabela 2.1, apresenta um resumo dos participantes desta avaliação.

Foi proposto em 1995, o desenvolvimento de cálculos sobre a interação entre veículo/via denominado “Interaction of Railway Vehicle with the Track and its Substructure”. Dois enfoques de modelagem da interação do veículo sobre a via foram delineados. O primeiro, tratando do dinâmica considerando as baixas frequências (Knoth, 1995) relativas aos aspectos de:

- Qualidade de Tráfego (Ride Quality)
- Aspectos de Segurança (Estabilidade e descarrilamento)
- Vibração da Superestrutura (Trilho, dormentes e fixação)

Tabela 2.1 - Participantes da Avaliação de Programas de Multicorpos

Programa	Representante	Instituição	Pais
A’GEM	Anderson	n/d	n/d
AUTODYN	Samin	Univ. Louvain-la-	Bélgica
ROBOTRAN	Fissette	Neuve	
AUTOSIM	Sayers	UMTRI	Michigan-USA
BAMMS	Verheul e Pacelka	n/d	n/d
IFSIM	Schindler	n/d	n/d
CMSP	Lien	n/d	n/d
FASIM	Hiller	Samtech	Alemanha
MECANO	Geradin	n/d	Bélgica
MEDYNA	Schwartz e Kik	DFLR	Alemanha
NUCARS	Klauser e Elkins	TTC	EUA
SD-FAST	Costa e Jones	EESC-USP e Warwick	Brasil e Inglaterra
SIDIVE	Giménez	Constr. Ferrocarriles	Espanha
SIMPACK	Kik e Rulka	MAN - DLR	Alemanha
VDAS	Horton	n/d	n/d
VIMPIRE	Scott	British Rail	Inglaterra
VOCO	Pascal	INRETS	França
ZANEL	Hofmann	n/d	n/d

Fonte (IAVSD - Kortüm, Sharp, de Pater, 1991) n/d - não disponível

Obs.: O *benchmark* proposto para vagão de carga não foi levado a diante.

O segundo enfoque, foi colocado sobre frequências relativamente altas (Grassie, 1995), adequada para o tratamento dos seguintes aspectos:

- Ruído desenvolvido no contato roda/trilho
- Corrugação (irregularidade de pequeno comprimento de onda)
- Solicitação no Dormente (Danificação)
- Fadiga de Fixação de Trilho e Palmilhas
- Lastro e sub-estrutura da via

Além das proposições na área ferroviária IAVSD, estende estas proposições para a área de veículos rodoviários com os seguintes temas:

- Veículo Completo (*ILTIS*)
- Suspensão de Cinco Pontos (*Four Link Suspension*)

Participantes expressivos e respectivos programas na área rodoviária (IAVSD, 1993) podem ser mencionados: Orlandea (3D-Mcada), Hiller (Fasim), Ryan (Adams), Costa (SD-Fast).

2.4 Modelo Lateral do Rodeiro

O rodeiro ferroviário é composto de duas rodas acopladas por um eixo. O rodeiro, tem a função de suportar a carga vertical, devido ao peso próprio do veículo. Outra propriedade importante do conjunto, é permitir o direcionamento do veículo, quando trafegar por uma via com alinhamento irregular. Tal direcionamento é obtido pela variação do raio de rolamento das rodas, que possui um perfil transversal de rolamento cônico.

Quando há deslocamento lateral do rodeiro em relação à via, o ponto de contato na roda altera-se, gerando raios de rolamento diferentes para cada roda. Como o rodeiro possui velocidade angular de rotação idêntica para as duas rodas (rodeiro considerado torcionalmente rígido), as velocidades tangenciais em cada ponto de contato são diferentes. Isto produz diferentes velocidades relativas entre a roda e a via. Como as forças tangenciais de contato entre os dois corpos são proporcionais às velocidades relativas, são produzidos torques de alinhamento, que garantem a recentralização do rodeiro. Este fenômeno permite ao rodeiro auto-direcionamento, garantindo o acompanhamento das irregularidades da via férrea.

O modelo linear usualmente adotado para descrever o comportamento dinâmico lateral do rodeiro, é descrito pelos graus de liberdade lateral (u_y) e angular (ϕ_z). Adota-se, para desenvolver um modelo simplificado, o sistema de referência coincidente com o centro de massa do rodeiro e assume-se ângulos pequenos e deslocamento lateral em torno da posição central. A Figura 2.7 apresenta um croqui deste modelo. As equações de movimento podem ser facilmente obtidas com auxílio da 2ª lei de *Newton* gerando o sistemas de equações diferenciais de movimento:

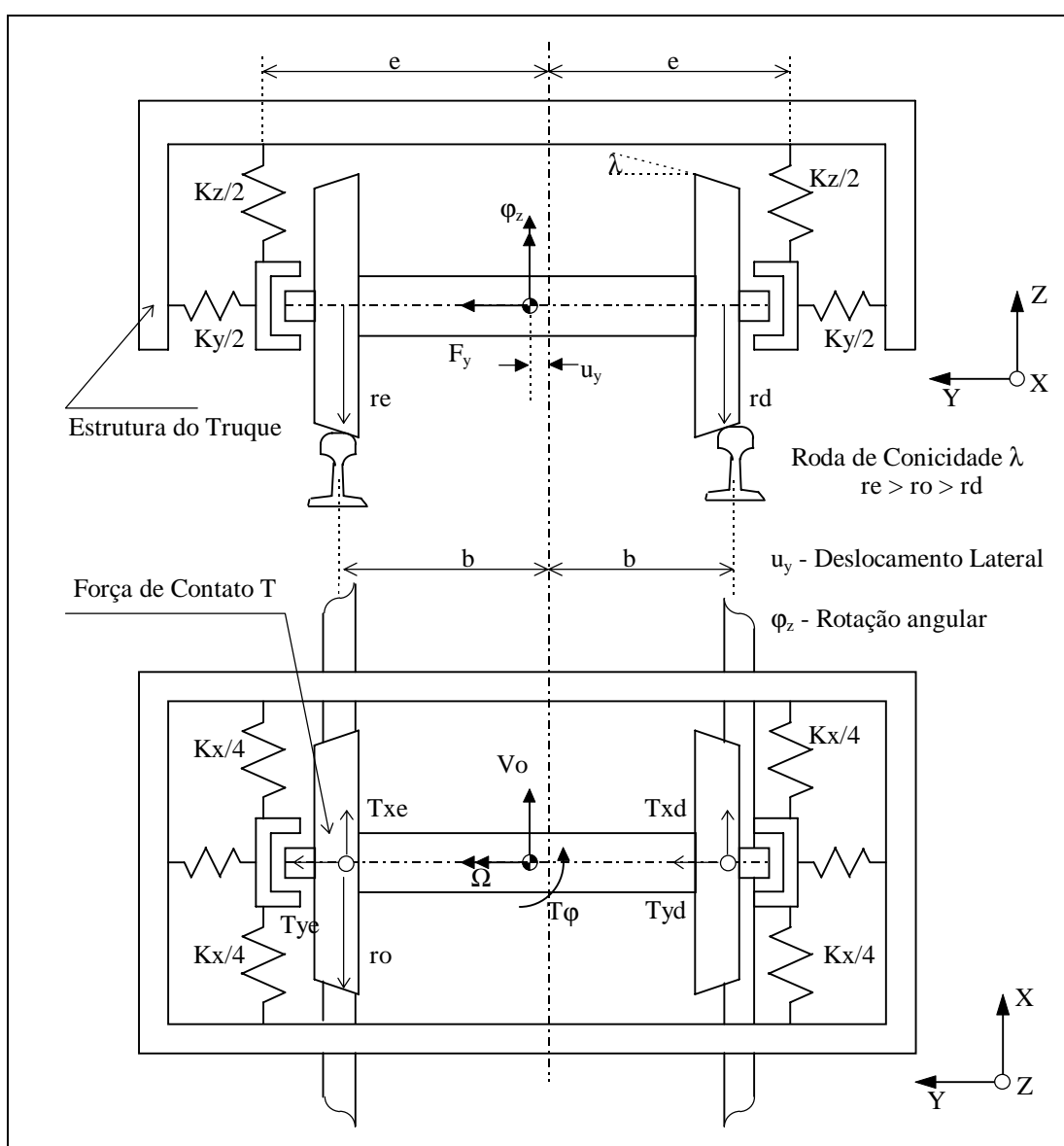


Figura 2.7 - Modelo da Dinâmica Lateral do Rodeiro

$$\begin{bmatrix} m & 0 \\ 0 & \Theta \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{u}_y \\ \ddot{\phi}_z \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} k_y & 0 \\ 0 & k_x e^2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u_y \\ \phi_z \end{Bmatrix} + \begin{Bmatrix} T_{yE} + T_{yD} \\ b(T_{xE} - T_{xD}) \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} F_y \\ T_\phi \end{Bmatrix} \quad (2.2)$$

As forças $T_{x,y}$ desenvolvidas no contato são proporcionais aos escorregamentos $v_{x,y}$ de corpo rígido do rodeiro. As constantes de proporcionalidade $C_{x,y}$ dependem do tipo de material e das características da elipse de contato. Desconsiderando os efeitos cruzados, as forças de contato são expressas por:

$$T_{x,y} = C_{x,y} \frac{v_{x,y}}{V_o} \quad (2.3)$$

Substituindo as expressões das forças de contato nas equações de movimento obtém-se a seguinte equação:

$$\begin{bmatrix} m & 0 \\ 0 & \Theta \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{u}_y \\ \ddot{\phi}_z \end{Bmatrix} + \frac{1}{V_o} \begin{bmatrix} 2C_y & 0 \\ 0 & 2C_x b^2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{u}_y \\ \dot{\phi}_z \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} k_y & -2C_y \\ 2C_x b \lambda / r_o & k_x e^2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u_y \\ \phi_z \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} F_y \\ T_\phi \end{Bmatrix} \quad (2.4)$$

Nomeando o vetor de estados de $\{x\}$, forçamento externo de $\{F\}$ e matrizes de inércia, amortecimento e rigidez de $[M]$, $[C]$ e $[K]$, respectivamente, obtém-se a equação geral:

$$[M]\{\ddot{x}\} + \frac{1}{V_o}[C]\{\dot{x}\} + [K]\{x\} = \{F\} \quad (2.5)$$

Nota-se que a matriz de amortecimento é função inversa da velocidade, podendo resultar em valores negativos de amortecimento. Reduzindo a ordem do sistema de equações e fazendo a representação na forma de espaço de estados tem-se:

$$\{\dot{x}\} = \begin{bmatrix} -\frac{1}{V_o} [M]^{-1} [C] & -[M]^{-1} [K] \\ [I] & [0] \end{bmatrix} \{x\} + \begin{bmatrix} [M]^{-1} \\ [0] \end{bmatrix} \{u\} \quad (2.6)$$

ou simplesmente

$$\{\dot{x}\} = [A]\{x\} + [B]\{u\} \quad (2.7)$$

A Matriz $[A]$ é a matriz dinâmica do sistema. As auto propriedades do sistema calculadas a partir de $[A]$ revelam a frequência natural (auto valores) do sistema e as formas de vibração (auto vetores). O fator de amortecimento permite identificar a partir de qual velocidade o sistema é estável. Os gráficos das Figura 2.8 e Figura 2.9 correspondente ao modelo de rodeiro ferroviário típico (Barbosa, 1996a), mostram estas características.

A solução do sistema não homogêneo pode ser obtida de forma contínua no tempo com auxílio da integral de convolução e matriz de transição $[\Phi]$, para uma excitação externa $\{u\}$ a partir das condições iniciais $\{x\}_{(t_0)}$, da seguinte forma:

$$\{x\}_{(t-t_0)} = [\Phi]_{(t-t_0)} \{x\}_{(t_0)} + \int_{t_0}^t [\Phi]_{(t-\tau)} [B] \{u\}_{(\tau)} d\tau \quad (2.8)$$

onde a matriz de transição $[\Phi]$ é obtida a partir de um produto da matriz diagonal dos auto valores do sistema $[\Lambda]$ pela matriz dos auto vetores $[R]$, conforme a próxima expressão:

$$[\Phi]_{(t-t_0)} = [R][\Lambda]_{(t-t_0)}[R]^{-1} \quad (2.9)$$

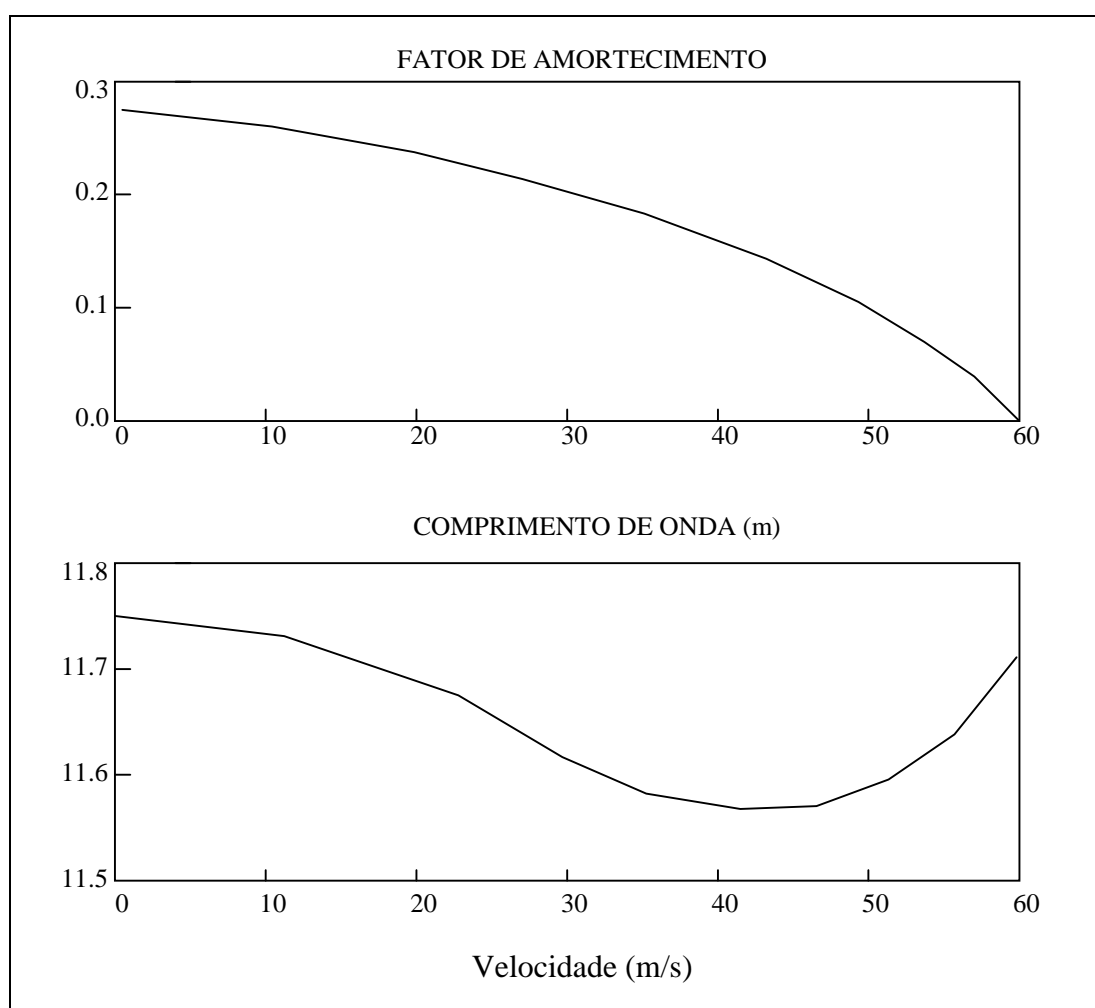


Figura 2.8 - Propriedades do Primeiro Modo
(Fator de Amortecimento e Comprimento de Onda)

A solução em tempo discreto (Barbosa, 1993b) que permite o cálculo do estado do sistema a qualquer instante de tempo $\{x\}_{(t_k)}$ a partir dos estados iniciais $\{x\}_{(t_0)}$, é expressa por:

$$\{x\}_{(t_{k+1})} = [\Phi]_{(T)} \{x\}_{(t_k)} + [A]^{-1} ([\Phi]_{(T)} - [I]) [B] \{u\}_{(t_k)} \quad (2.10)$$

As características do sistema apresentadas na Figura 2.8, mostram que o rodeiro possui fator de amortecimento decrescente em função da velocidade. Portanto acima de um determinado valor o amortecimento é menor que zero que significa

instabilidade. Observa-se também, que o comprimento de onda deste modo é aproximadamente constante (11,5 metros). Para o segundo modo (Figura 2.9), tem-se um par de autovalores reais e distintos (modo sobre-amortecido), com constante de tempo inversamente proporcionais a velocidade. A frequência natural amortecida deste modo, sai de zero a partir de 20 m/s. As auto-propriedades expressam as características do sistema a partir das quais pode-se analisar seu comportamento dinâmico.

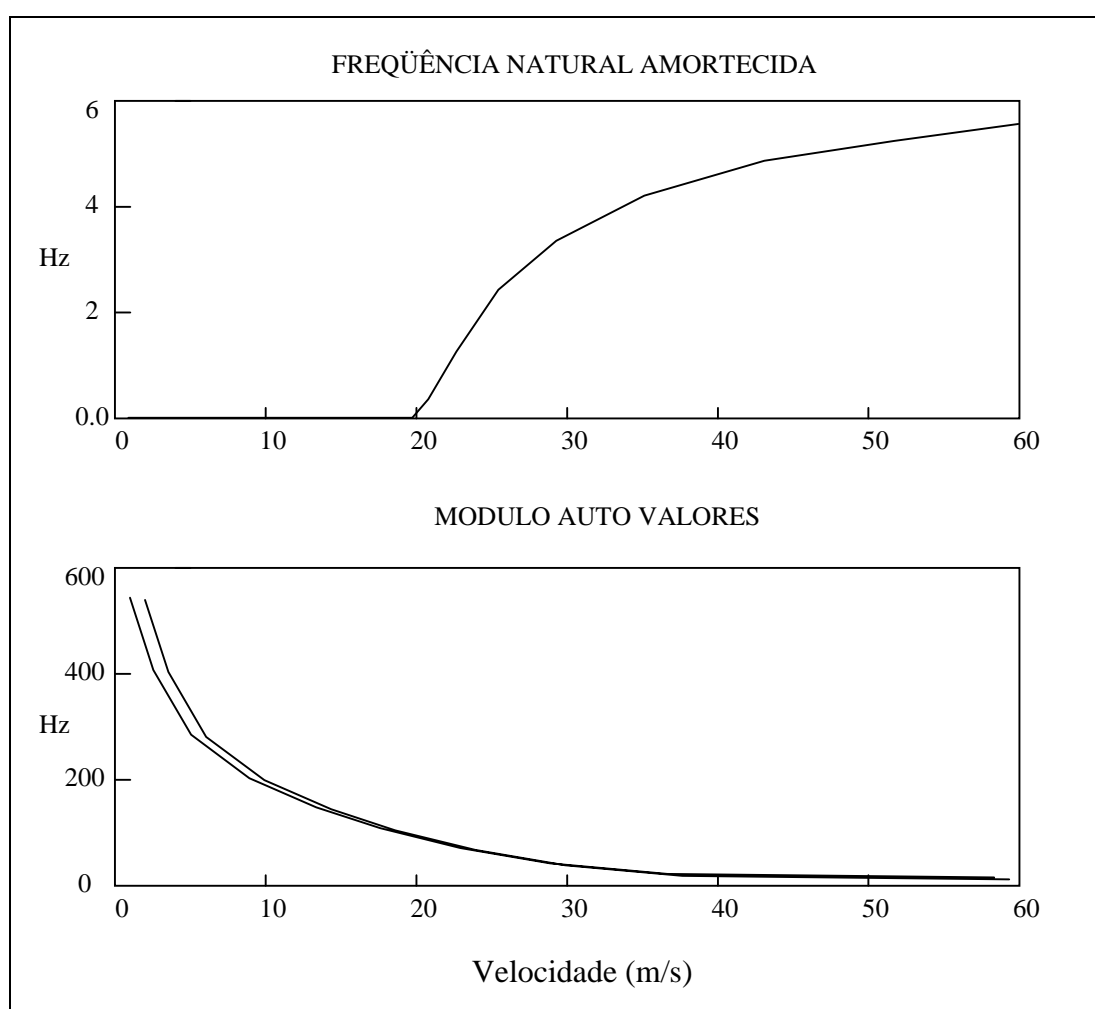


Figura 2.9 - Propriedades do Segundo Modo
(Frequência Natural Amortecida e Modulo dos Autovalores)

2.5 Modelo Vertical e Lateral do Veículo

O sistema de suspensão tem a função de isolar a caixa do veículo em movimento, das vibrações induzidas pelas irregularidades da guia, produzindo conforto aos passageiros. Deve também manter o maior valor possível de força normal de contato, contribuindo para a aumento da segurança. O sistema de suspensão de veículos ferroviários, difere dos veículos automotores rodoviários, possuindo em geral dois conjuntos distintos de isolamento. O primeiro conjunto, identificado na Figura 2.10 como suspensão primária, é localizado logo após o rodeiro. Tem massa reduzida e filtra as imperfeições de alta frequência e pequeno curso, induzidas pela irregularidade da via. Este conjunto tem a função equivalente à elasticidade dos pneumáticos do veículo rodoviário. O segundo conjunto denominado suspensão secundária tem, por sua vez, a função de atenuar os grandes movimentos da massa suspensa de baixa frequência.

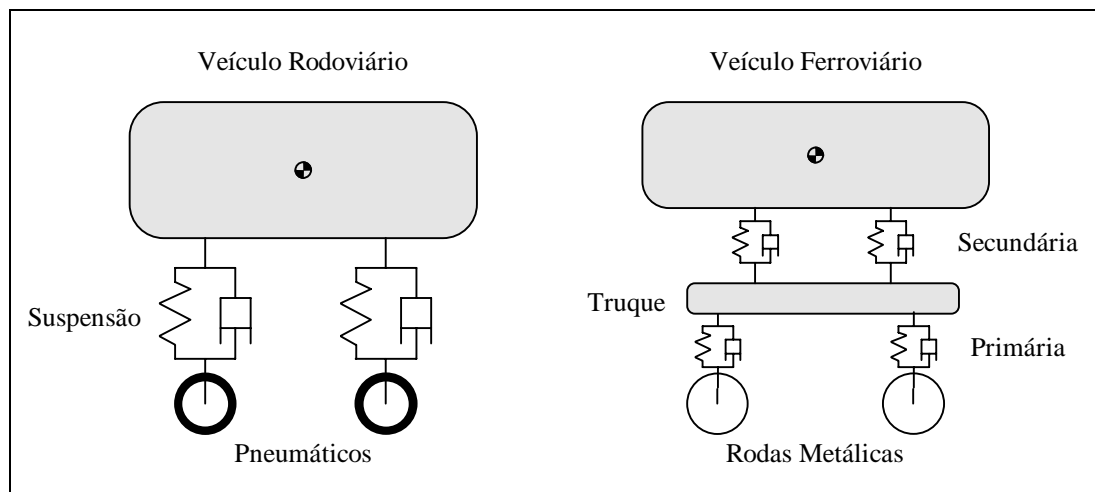


Figura 2.10 - Elementos da Suspensão do Veículo

A modelagem do comportamento dinâmico é realizado, pela elaboração das equações de movimento para os graus de liberdade que pretende-se investigar. No caso do modelo vertical, os rodeiros (massas M_2 e M_3) tem os movimentos de translação vertical z_n , dos centros de massa, excitados pela coordenadas u_z da base. A Figura

2.11 apresenta um modelo típico desta configuração. Nota-se ainda que o corpo do veículo (massas M_1) possui dois graus de liberdade (translação vertical z_1 e angular ϕ).

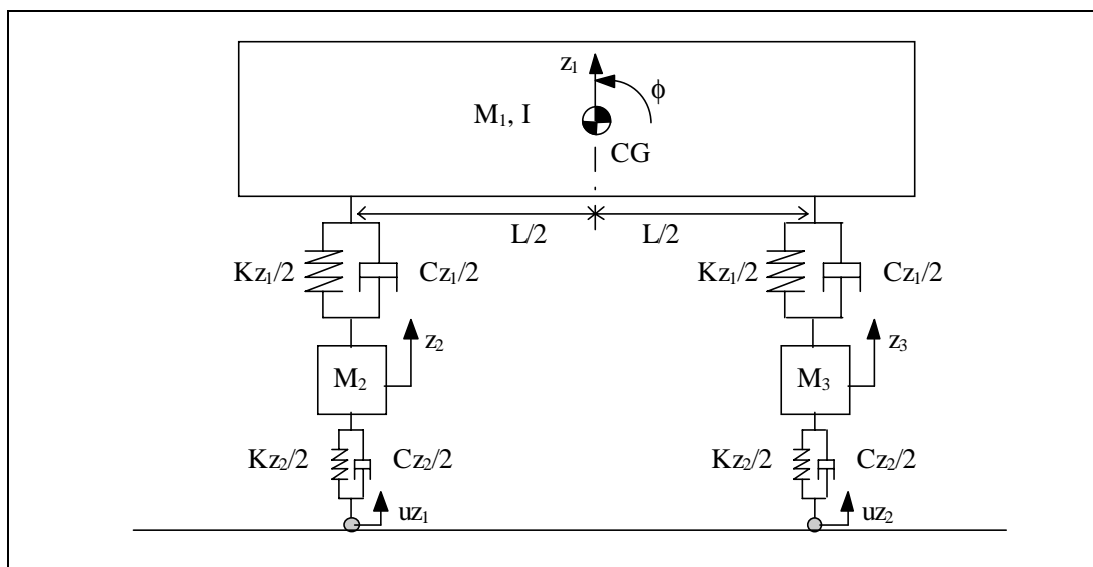


Figura 2.11 - Modelo Vertical Típico

O modelo lateral típico é descrito por dois graus de liberdade (translação lateral y e rotação angular ϕ) da massa do veículo, suspensão com movimentos lateral e angular. A excitação da base possui os mesmos graus de liberdade. Este modelo está apresentado na Figura 2.12.

As equações de movimento obtidas na forma típica de espaço de estados, arranjado na forma matricial, são descritas a seguir:

$$\{\dot{x}\} = [A]\{x\} + [B]\{u\} \quad (2.11)$$

$$\{y\} = [C]\{x\} + [D]\{u\} \quad (2.12)$$

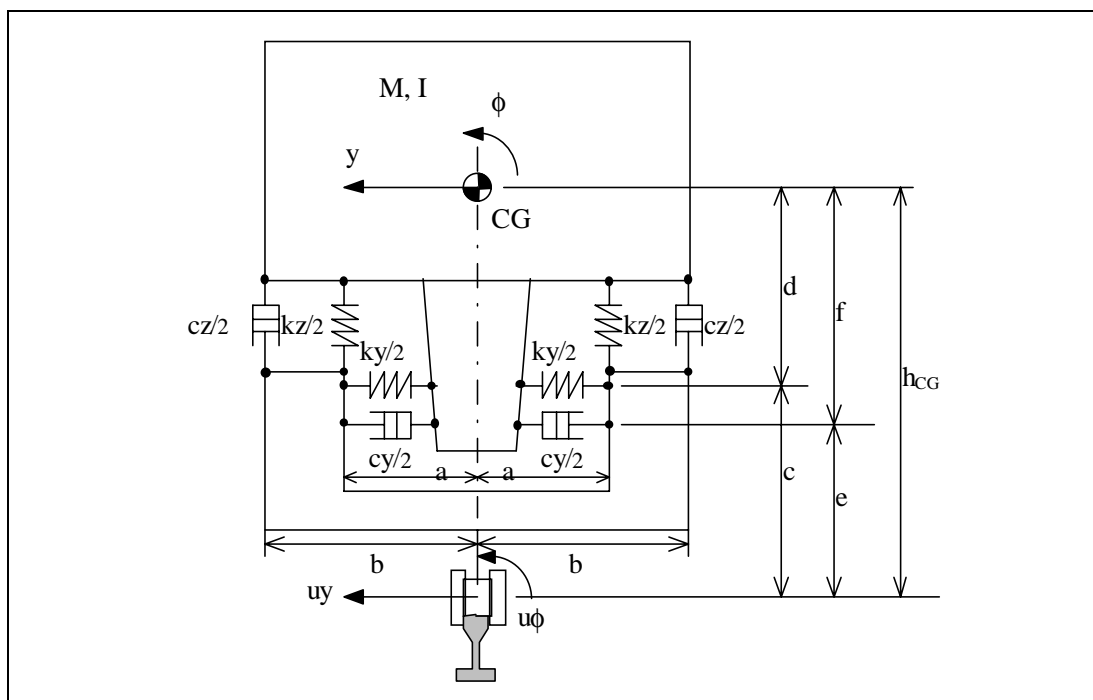


Figura 2.12 - Modelo Lateral Típico

onde $\{x\}$ é vetor de estados, $\{u\}$ o vetor de entradas, $\{y\}$ o vetor de saídas e $[A]$ a matriz dinâmica do sistema. A solução é obtida com auxílio da transformada de *Laplace*, aplicados aos estados e entradas, resultando em:

$$s \{X\}_{(s)} = [A] \{X\}_{(s)} + [B] \{U\}_{(s)} \quad (2.13)$$

$$\{Y\}_{(s)} = [C] \{X\}_{(s)} + [D] \{U\}_{(s)} \quad (2.14)$$

Isolando o termo $\{X\}$, rearranjando as expressões acima e substituindo na expressão de $\{Y\}$, obtém-se:

$$(s[I] - [A]) \{X\}_{(s)} = [B] \{U\}_{(s)} \quad (2.15)$$

$$\{X\}_{(s)} = (s[I] - [A])^{-1} [B] \{U\}_{(s)} \quad (2.16)$$

$$\{Y\}_{(s)} = [C] (s[I] - [A])^{-1} [B] \{U\}_{(s)} + [D] \{U\}_{(s)} \quad (2.17)$$

Fazendo a relação da saída sobre a entrada, obtém-se a Função de Transferência $G_{(s)}$ que permite identificar a resposta do sistema $Y_{(s)}$ para uma excitação externa $U_{(s)}$.

$$G_{(s)} = \frac{\{Y\}_{(s)}}{\{U\}_{(s)}} = [C](s[I] - [A])^{-1}[B] \quad (2.18)$$

Com auxílio do gráfico de Bode, observa-se nas Figura 2.13 até a Figura 2.17, o fator de ampliação (ganho) e a fase, do sistema numa determinada faixa de frequência, para uma entrada de amplitude unitária.

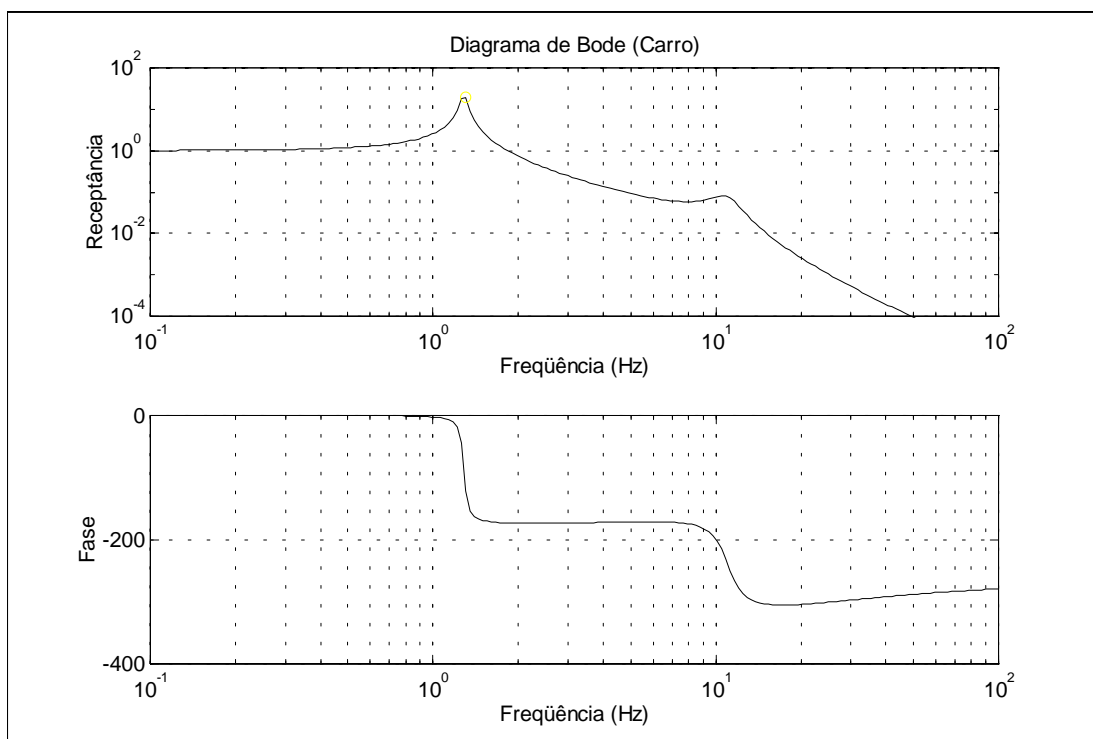


Figura 2.13 - Gráfico de Bode do Movimento de Galope do Carro
(Receptância e Fase)

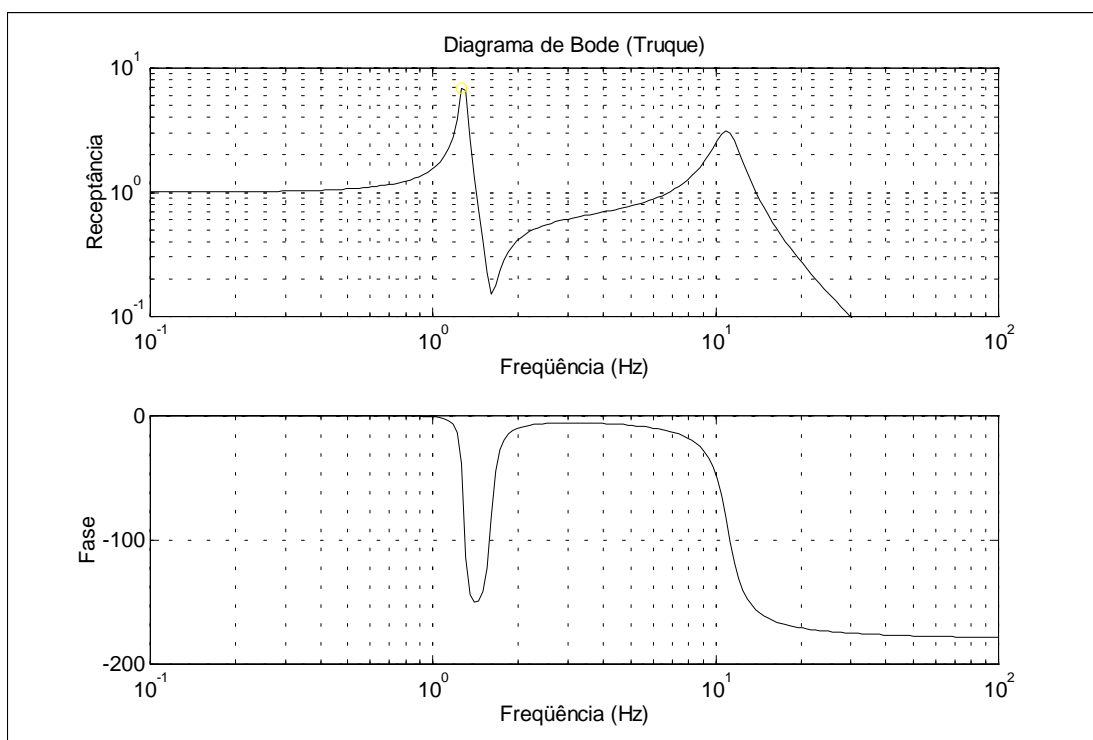


Figura 2.14 - Gráfico de Bode do Movimento de Galope do Truque

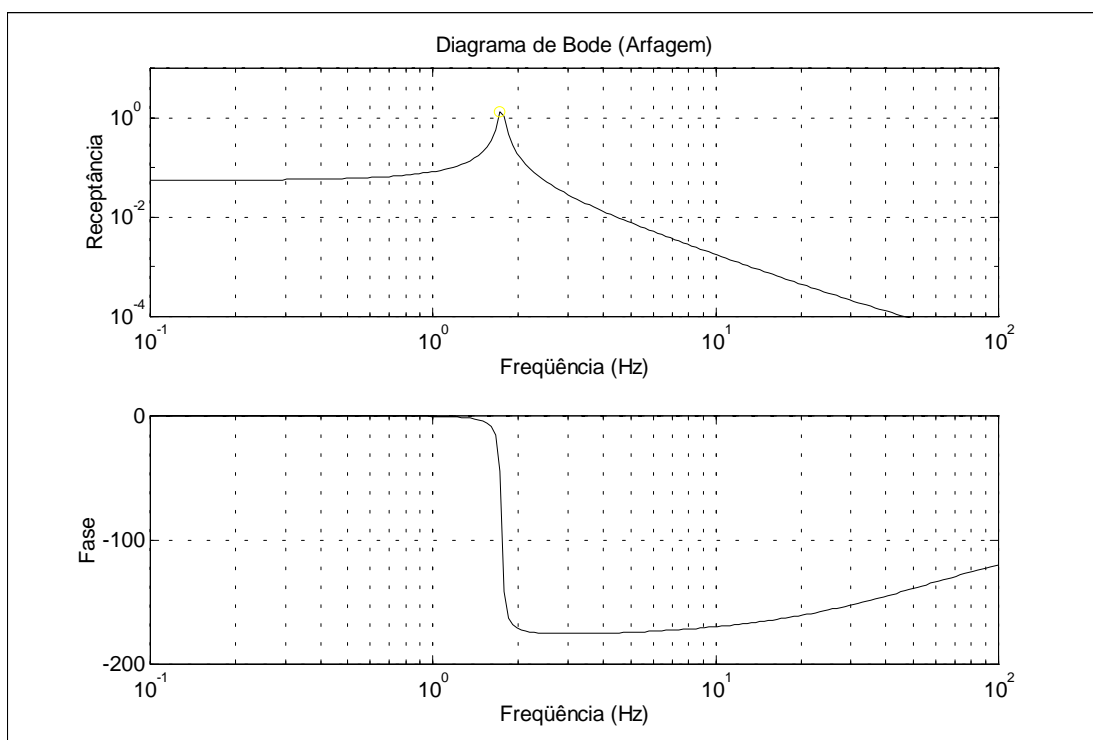


Figura 2.15 - Gráfico de Bode do Movimento de Arfagem do Carro

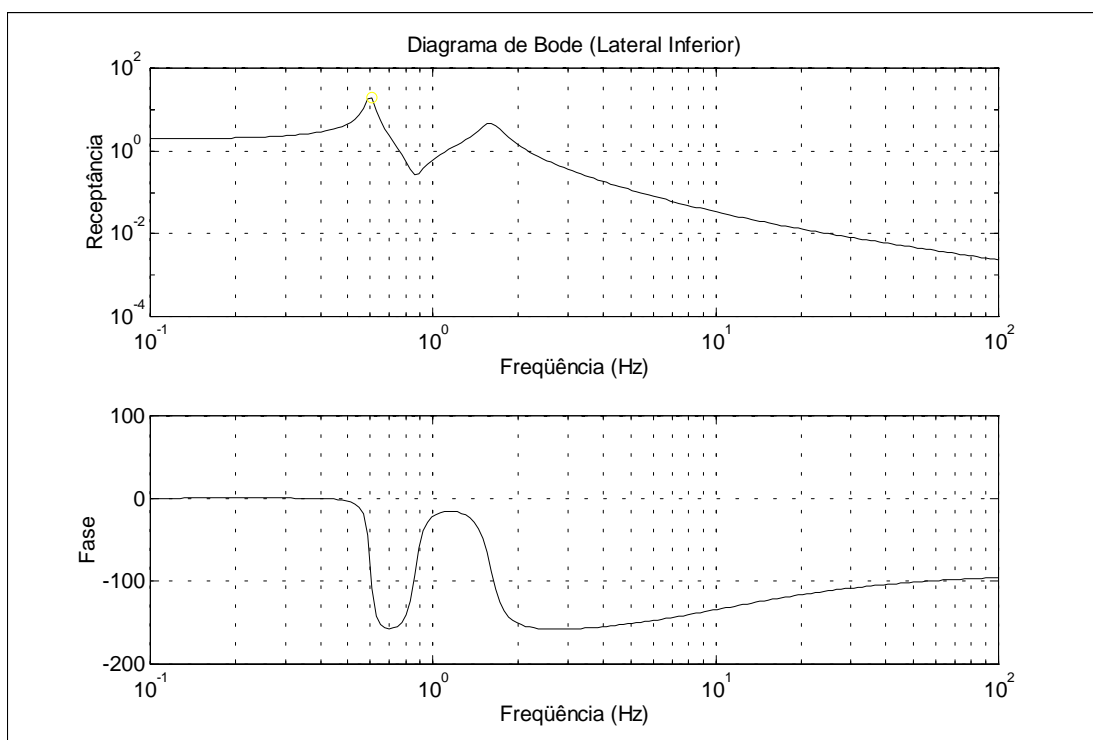


Figura 2.16 - Gráfico de Bode do Movimento de Balanço Lateral Inferior

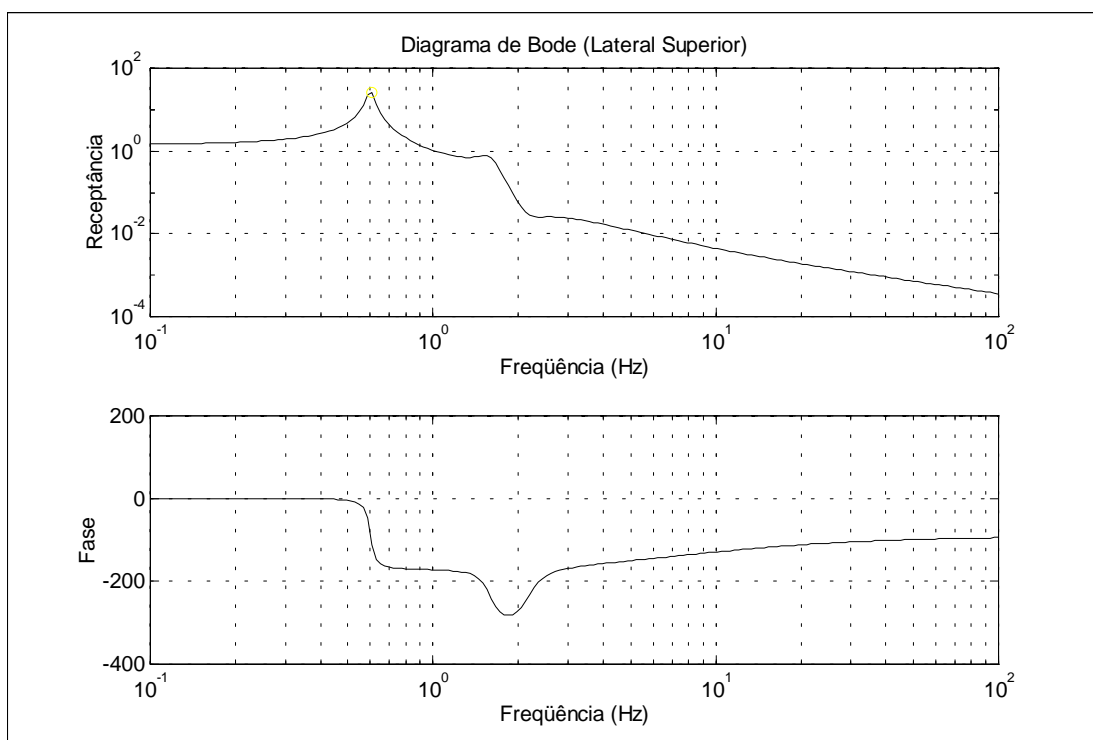


Figura 2.17 - Gráfico de Bode do Movimento de Balanço Lateral Superior

Nos gráficos de resposta em frequência, pode-se observar as frequências naturais dos vários modos e a atenuação da resposta em função da frequência. Desta forma pode-se prever o comportamento do veículo em função do tipo de irregularidade contida na via (Esveld, 1989). Isto permite identificar velocidade e tipos de comprimento de onda de irregularidades da via que podem amplificar os movimentos. Desta forma pode-se avaliar a segurança de tráfego do veículo (velocidade) e tipos de irregularidades mais indesejáveis (comprimento de onda).

2.6 Contato Roda/Trilho

2.6.1 Introdução

O contato entre a roda e o trilho, fornece a interface entre o veículo que movimentase e a infra-estrutura estacionária. O rodeiro suporta o peso próprio do veículo e realizada a tração, frenagem e guiagem pela trajetória imposta pelos trilhos. O contato dá-se em uma pequena área, onde desenvolvem-se forças normais para a sustentação do peso próprio e forças tangenciais, que produzem as acelerações necessárias para o direcionamento lateral e longitudinal do veículo.

Devido a elevada rigidez do contato, decorrente do tipo do material envolvido (aço) e mudanças expressivas nas propriedades de contato devido a geometria dos perfis, as forças tangenciais de contato podem atingir valores elevados, com rápida variação de intensidade e direção. O cálculo acurado dos valores das forças de contato é imprescindível para uma boa representatividade do modelo pois influenciam expressivamente no comportamento dinâmico do veículo.

Neste item, serão apresentados um pequeno histórico da evolução do conhecimento sobre a natureza da contato e uma descrição da influência dos perfis de roda e trilho

nas propriedades de contato. Será explanado o conceito de escorregamento relativo e a respectiva formulação para o cálculo das forças tangenciais de contato. Finalmente serão apresentados os conceitos de saturação das forças de contato e contato não elíptico.

2.6.2 Histórico

A mecânica de contato entre a roda e o trilho reveste-se de especial importância para o estudo da dinâmica do veículo. O conceito de escorregamento (*creep*), foi a base utilizada por vários autores, para o estudo da mecânica de contato entre corpos rolantes.

Considerando-se regime puramente elástico, quando dois corpos de revolução perfeitamente lisos, são pressionados um contra o outro, forma-se uma área finita de contato. Se os corpos forem rotacionados sobre seus eixos, rolando um sobre o outro e for aplicado um torque a um corpo e resistido pelo outro, as velocidades circunferenciais dos corpos, não são mais idênticas. Este fenômeno é chamado de escorregamento (*creep*). Enquanto a diferença de velocidade entre os dois sólidos for pequena, as deformações elásticas podem anular localmente a velocidade de escorregamento mantendo o contato de **rolamento**. Quando o valor de força supera o produto do coeficiente de atrito pela força normal, o contato passa a ser de **escorregamento**, mantendo a força em seu patamar máximo. No caso de corpos em rolamento, existe uma transição gradual entre os dois tipos de contato.

A primeira contribuição importante neste tema deve-se a *Carter* (1926), na análise dos fenômenos de frenagem e aceleração de locomotivas onde forças tangenciais elevadas são transmitidas no contato roda/trilho (problema plano bidimensional). *Carter* mostrou que a diferença entre a velocidade tangencial e circunferencial da roda, tinham valor diferente de zero, assim que iniciava-se o processo de aceleração. À medida que esta diferença aumenta, a força oriunda da tração ou frenagem

aumentava até um valor máximo de saturação (Lei de *Coulomb*). Foi o primeiro a propor o conceito de escorregamento no contato.

De Pater e Jonhson, desde 1956 ativos neste campo, estenderam esta formulação considerando que os corpos possuem deformação normal devido a carga vertical (modelo tridimensional). Utilizaram a formulação de *Hertz* (1881) para o cálculo da deformação dos corpos sob pressão, obtendo as dimensões da elipse de contato. Observa-se que a proporção da elipse formada pelo contato, depende somente da curvatura da superfície dos corpos (roda e trilho), sendo independente das forças tangenciais que possam ser desenvolvidas entre os corpos. O trabalho desenvolvido por estes dois autores foi dividido em duas teorias. Na primeira, *de Pater* e posteriormente *Kalker* concentram-se na chamada teoria linear (*de Pater*, 1962). Na segunda, *Jonhson* e posteriormente *Vermuelen* (1964), direcionaram esforços na generalização direta da teoria de *Carter*, conhecida como extensão da teoria bidimensional.

Posteriormente *Shen*, *Hendrick* e *Elkins* (1984) implementaram o trabalho de *Vermeulen* e *Johnson* com uma tabela de coeficientes de escorregamento mais precisa e introduziram a rotação entre corpos (*spin*). Esta formulação é mais adequada para o caso de grande ângulo do plano de contato.

O problema de determinação das forças de contato entre o par roda/trilho foi profundamente estudado por *Kalker* (*Delft University of Technology*). Dedicado à teoria de contato de rolamento em corpos elásticos, *Kalker* elaborou sua tese sobre contato de corpos em rolamento com superfície seca. No final da década de 60, a conhecida teoria linear (*Kalker*, 1967) para contato elíptico, foi amplamente utilizada na simulação da dinâmica de veículos ferroviários e análise de danos (desgaste, falhas, etc.) em rodas e trilhos.

Nesta teoria, assume-se que não ocorram deformações plásticas na região do contato e que a lei de *Hooke* permaneça válida. Considera-se que o trilho e a roda sejam

corpos rígidos e que a região de contato seja pontual, face às proporções dimensionais da elipse em relação ao tamanho dos corpos. As forças tangenciais são localizadas dentro do plano de contato ao passo que a força normal e o momento são perpendiculares a este plano. As forças tangenciais são limitadas pela lei de Coulomb.

A abstração da carga pontual da teoria elástica é conveniente e adotada, uma vez que, as dimensões da elipse de contato são pequenas em relação ao tamanho dos corpos envolvidos. A adoção de semi-espaços significa que em relação aos efeitos próximo da região de contato, a roda e o trilho são considerados como corpos elásticos onde a deformação será tal que no estado comprimido os corpos não interpenetrem-se. Kalker deu continuidade a estes trabalhos concluindo em 1979 a elaboração do programa Duvorol. Este programa trata qualquer tipo de problema de contato de rolamento, com corpos de constantes elásticas idênticas, mas ainda para contato elíptico. Foi utilizado para o cálculo do livro de tabelas da *British Rail* (Inglaterra) empregado na simulação de movimentos dinâmicos de veículos.

Em 1982, *Kalker* publicou o algoritmo *FASTSIM*, baseado na teoria de *Hertz*, largamente empregado e reconhecido na comunidade como sendo de bom compromisso entre rapidez e precisão. Este algoritmo, detalhadamente descrito mais à frente neste trabalho, foi adotado como ferramenta para o cálculo das forças tangenciais desenvolvidas no contato devido à rapidez no cálculo (cerca de 15-25 vezes mais rápido que Duvorol) e erros da ordem de 20% em relação a algoritmos mais complexos.

Finalmente em 1984, *Kalker* formulou teoria completa, para o tratamento do contato não elíptico. O resultado deste trabalho foi implementado no programa *Contact*, onde a partir dos escorregamentos $\{v\}$ e da matriz $[C]$ de coeficientes de rigidez de contato para escorregamento longitudinal, lateral e rotacional, determinam-se as forças tangenciais $\{F\tau\}$ de contato expresso por:

$$\{F\tau\} = [C] \{v\} \quad (2.19)$$

A complexidade deste algoritmo demanda entretanto, esforço computacional elevado, limitando a possibilidade de uso dentro de um ambiente de simulação. Quando outras tarefas devem ser desenvolvidas em conjunto, como a solução das equações dinâmicas, resultará em um tempo de execução extremamente longo não sendo portanto recomendado.

2.6.3 Perfil da Roda e Trilho

Os perfis da roda e do trilho desempenham papel fundamental nas características de direcionamento do rodéiro, inscrição em curvas do truque, estabilidade do veículo, desgaste das superfícies e falhas por fadiga. A roda possui perfil cônico que propicia o auto direcionamento do rodéiro. Possui também um friso que limita os deslocamentos laterais máximos, tocando na face lateral do boleto do trilho, conforme mostrado na Figura 2.18. O boleto do trilho possui sua parte superior curva, buscando compromisso entre contato único (rolamento) e grande área de contato (superfícies conformes). O par de rolamento (roda/trilho) desgasta-se mutuamente, devido à utilização, produzindo nova conformação de perfis, segundo a dinâmica do sistema a ele conectado.

Os perfis modernos de roda possuem forma que permite melhor casamento com os trilhos (conformidade entre as superfícies), buscando elevada área de contato. Possuem também raios de concordância entre a região de rolamento e o friso, de forma a possuir conicidade efetiva gradualmente variada em relação ao deslocamento lateral relativo entre a roda e trilho, procurando evitar o contato múltiplo. A busca do perfil ideal esbarra com estas dificuldades e antagonismos que limitam a liberdade do projeto. Observa-se entretanto, no cenário internacional, o desenvolvimento de novos perfis (Perfil AAR-1B, Perfil UIC, etc.) com compromisso de contemplar os aspectos de estabilidade, área de contato e inscrição em curvas. Estes perfis, tem sido testado em diversas ferrovias com resultados aparentemente promissores.

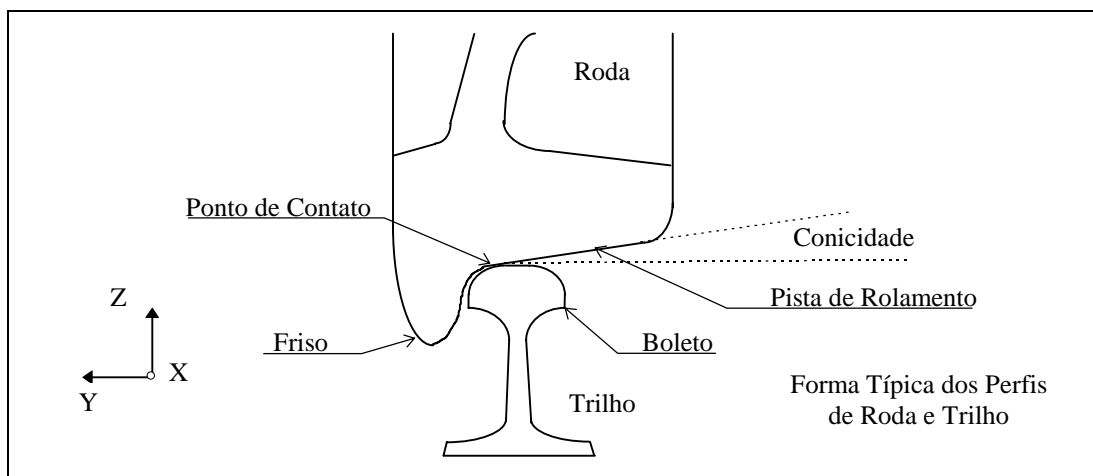


Figura 2.18 - Forma Típica dos Perfis de Roda e Trilho

Como as propriedades de contato variam bastante em função da forma do perfil, é necessária uma identificação precisa dos perfis e determinação minuciosa dos parâmetros de contato. Do ponto de vista de modelagem do veículo, as propriedades de contato, influenciam substancialmente a representatividade das forças de contato utilizadas no modelo.

Considerando o modelo linear, a forma simplificada de representar a característica de contato entre roda/trilho é através da conicidade efetiva. Neste caso, assume-se que, o perfil é cônico de inclinação constante λ . A estabilidade do perfil, está ligada a taxa de variação dos raios de rolamento (R_e e R_d) em função do deslocamento lateral u_y expresso pela conicidade efetiva λ_E (definido pela UIC) e dado por:

$$\lambda_E = (R_e - R_d) / 2u_y \quad (2.20)$$

Ainda no campo linear, Wickens (1965) melhorou a precisão da análise proposta para perfis cônicos, através da sua representação do perfil com dois arcos circulares. Entretanto a curvatura das superfícies varia consideravelmente, especialmente o perfil da roda na região do friso. Esta formulação é aplicável apenas para pequenos

deslocamentos laterais. Disto advém a necessidade da aplicação da técnica de análise numérica, para a determinação geométrica da posição de contato, para o sistema rodeiro/via com perfis arbitrários, cujo resultado de propriedades de contato, é altamente não linear.

2.6.4 Propriedades de Contato

Quando o rodeiro passeia lateralmente sobre os trilhos, o ponto de contato definido pelo perfil da roda sobre o perfil do trilho, permite identificar uma série de propriedades que são utilizadas para o cálculo das forças de contato.

A roda possui uma superfície de rolamento cônica com um friso mais elevado em sua parte interna. A região cônica, tem a função de governar a centralização do rodeiro, ao passo que, o friso limita eventuais deslocamentos laterais excessivos, na busca da posição radial geometricamente conveniente para a negociação de curvas. Nos primeiros métodos numéricos para cálculo das propriedades de contato foram considerados apenas as informações bidimensionais da seção do rodeiro (Cooperrider e Law, 1976) e portanto o efeito da inclinação do rodeiro em relação à direção da via (ângulo de yaw) foi desconsiderado devido aos pequenos valores deste ângulo. Métodos mais elaborados foram desenvolvidos para a solução do problema no campo tridimensional (De Pater, 1979 e Duffek, 1982).

O modelo transversal do rodeiro descrevendo as relações entre os movimentos vertical e angular em função do deslocamento lateral, foi proposto por Karmel e Sweet (1984). Desta forma pode-se obter as derivadas para efeito de cálculo de acelerações vertical e angular. Outros autores expressaram suas contribuições nesta área, como Knoth e Gross-Thebing (1986) e Jachinski (1990).

A localização do ponto de contato em função do deslocamento lateral é realizada com a identificação da menor distância entre os respectivos perfis previamente

conhecidos (medidos ou gerados por equação). Esta função depende do ângulo de inclinação do rodeiro que altera os ângulos relativos entre os dois perfis.

Os parâmetros importantes obtidos a partir da localização dos pontos de contato são:

- ângulo do plano de contato (δ)
- raio de rolamento (r)
- ângulo de inclinação do rodeiro (ω_x)

O ângulo de contato é importante pois governa a direção dos esforços laterais envolvidos entre a roda e o trilho no plano de contato. O raio de rolamento, permite o cálculo do escorregamento longitudinal. Além destes, os valores de curvaturas das superfícies no ponto de contato (dois para roda e dois para o trilho), são necessários para o cálculo das dimensões a e b da elipse de contato.

As propriedades de contato são obtidas a partir do deslocamento lateral do rodeiro em relação a via. Quando a inclinação do rodeiro em relação ao eixo da via (ângulo de yaw) é diferente de zero, a geometria de contato torna-se tridimensional. Desta forma, há mudança da projeção da seção transversal do rodeiro sobre a seção do trilho, produzindo deslocamento longitudinal do ponto de contato. Alguns autores (Duffek & Jaschinski, 1981; Fissete & Samin, 1991), abordam este efeito realizando o cálculo prévio das propriedades de contato e armazenado de forma tabular em função do deslocamento lateral. Alguns exercícios realizados no IPT (Barbosa, 1995a), indicam que a projeção da seção transversal do perfil, segundo o ângulo de yaw, altera de forma pouco expressiva o formato do perfil e como decorrência os valores das propriedades de contato. Para valores expressivos de ângulo de yaw, somente a distância entre os pontos de contato (envolvendo a bitola da via) e portanto folga lateral, apresenta diferença notável.

O processamento do cálculo das propriedades de contato é realizado a parte, criando uma tabela de propriedades de contato, em função do deslocamento lateral. Uma

coluna de propriedades de contato é gerada para cada posição lateral, considerando força normal unitária. A partir da força normal e raios das superfícies nos pontos de contato, são calculadas as dimensões da elipse de contato (teoria de *Hertz*). Como a força normal F_z é uma combinação da força vertical e lateral (função da dinâmica do rodeiro), o cálculo da força de contato é feita pela compensação deste efeito.

Entretanto, quando o rodeiro aproxima-se da extremidade da folga lateral, ocorre o encosto do friso no flanco lateral do trilho. Nesta região, as superfícies em contato, tem perfis muito semelhantes (conformes), propiciando a possibilidade de contato simultâneo, em mais de um ponto. Este fenômeno é chamado de contato duplo (ou múltiplo). Nesta situação como os raios de rolamento de cada ponto são diferentes, haverá velocidades de escorregamento diferenciadas. Além disto, haverá também, uma distribuição da carga normal entre cada um dos pontos de contato, o que resultará em elipses de contato diferenciadas.

O método apresentado por Pascal (1991), para tratamento de múltiplos pontos de contato, propõe um ponto equivalente, para representar os pontos de contato múltiplos. Determina-se para este ponto, uma elipse de dimensões equivalentes, que produza a mesma força tangencial de contato, daquelas calculadas para os pontos de contato localizados. Desta forma, obtém-se resultado equivalente com uma combinação de contatos hertzianos para um problema de contato duplo, onde em geral a forma de contato não é mais elíptico.

2.6.5 Escorregamento

A identificação dos escorregamentos baseia-se na formulação dos movimentos de translação e rotação de corpo rígido do rodeiro. Sua determinação pode ser obtida em diversas publicações (Gash, 1987; Kalker, 1991; Pascal, 1991; Barbosa, 1996) apresentando-se a seguir uma descrição sintética de sua formulação.

A roda, considerada como corpo rígido axi-simétrico, possui velocidade de translação V_t do centro de massa e velocidade circunferencial V_c da superfície periférica de rolamento, devido a sua rotação angular Ω . A Figura 2.19 apresenta uma ilustração destas componentes. Considerando-se rolamento perfeito (sem escorregamento) e corpo indeformável, a velocidade circunferencial V_c , corresponde ao produto da rotação angular Ω pelo raio de rolamento r_o . Esta velocidade é idêntica à velocidade de translação. Quando há força tangencial no contato estas velocidades não são mais idênticas. Para uma velocidade circunferencial maior que a velocidade de translação há produção de esforço tangencial no sentido de aumentar a velocidade de translação.

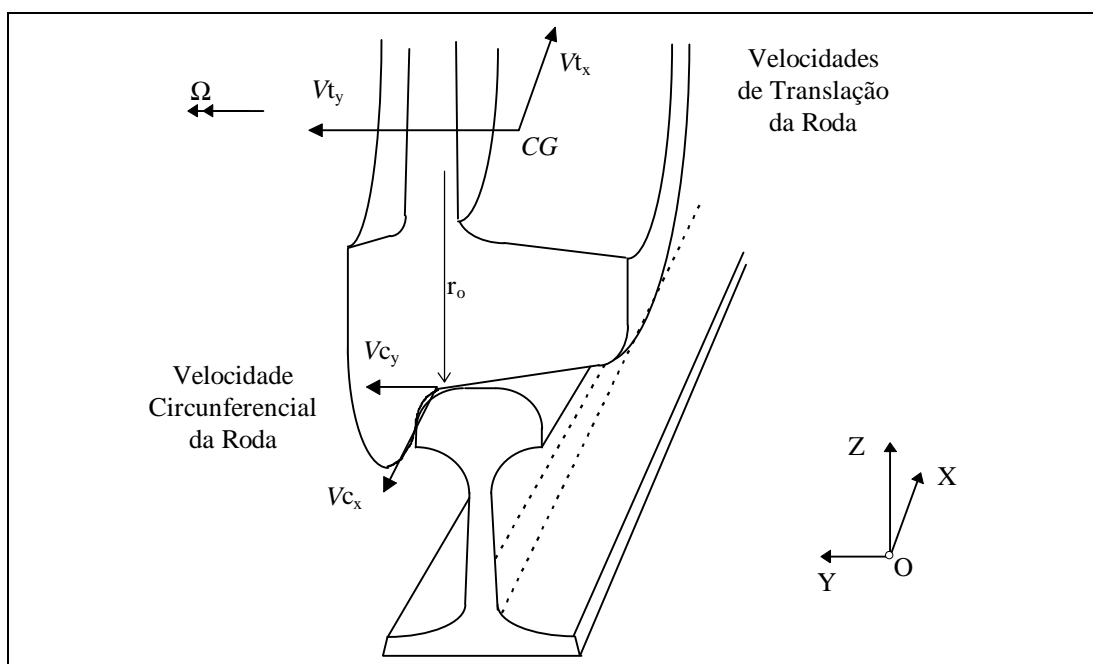


Figura 2.19 - Ilustração das Velocidade de Translação e Circunferencial da Roda

A diferença entre as velocidade circunferencial V_c e velocidade de translação V_t de corpo rígido da roda, normalizada pela velocidade média é definida com escorregamento (*creep*). Este valor é expresso por .

$$\vec{v} = \frac{\vec{V}_c - \vec{V}_t}{|V_o|} \quad (2.21)$$

As respectivas componentes em cada direção são dados pelas expressões:

$$v_x = \frac{V_{c_x} - V_{t_x}}{|V_o|}, \quad v_y = \frac{V_{c_y} - V_{t_y}}{|V_o|} \quad \text{e} \quad v_{sp} = \frac{\omega_z}{|V_o|} \quad (2.22)$$

onde a velocidade média é dado pela média aritmética entre a velocidade de translação e circular. A rotação devido ao plano de inclinação definido pela conicidade da roda (ver Figura 2.21) é expresso pela projeção neste plano:

$$V_o = \frac{\vec{V}_t + \vec{V}_c}{2} \quad \text{e} \quad \omega_z = \Omega \sin \delta \quad (2.23)$$

A obtenção dos valores de velocidade, dependem dos movimentos de corpo rígido do rodeiro. Foi adotado como origem do sistema de referência, o centro de massa do rodeiro. As dimensões do rodeiro são o raio r de rolamento, a distância do centro de massa ao ponto de contato no trilho b , o ângulo φ_z de inclinação do rodeiro em relação a via, a velocidade angular Ω de rotação do rodeiro em torno do mancal (ver Figura 2.21). A partir destas informações e dos deslocamentos lateral u_y e angular φ_z e respectivas derivadas, obtém-se as seguintes expressões gerais para a velocidade translacional e circunferencial nas rodas:

$$V_{c_x} = \Omega r - b \dot{\varphi}_z \quad (2.24)$$

$$V_{c_y} = \dot{u}_y - V_o \sin \varphi_z \quad (2.25)$$

Considerando que para cada roda tem-se que os raio de rolamento r_E e r_D negativos, segundo o sistema de coordenadas adotado, distância de contato a esquerda b_E positiva e distância para roda direita b_D negativa, obtém-se as expressões de

escorregamento para cada roda (direita e esquerda) conforme mostrado na Figura 2.20.

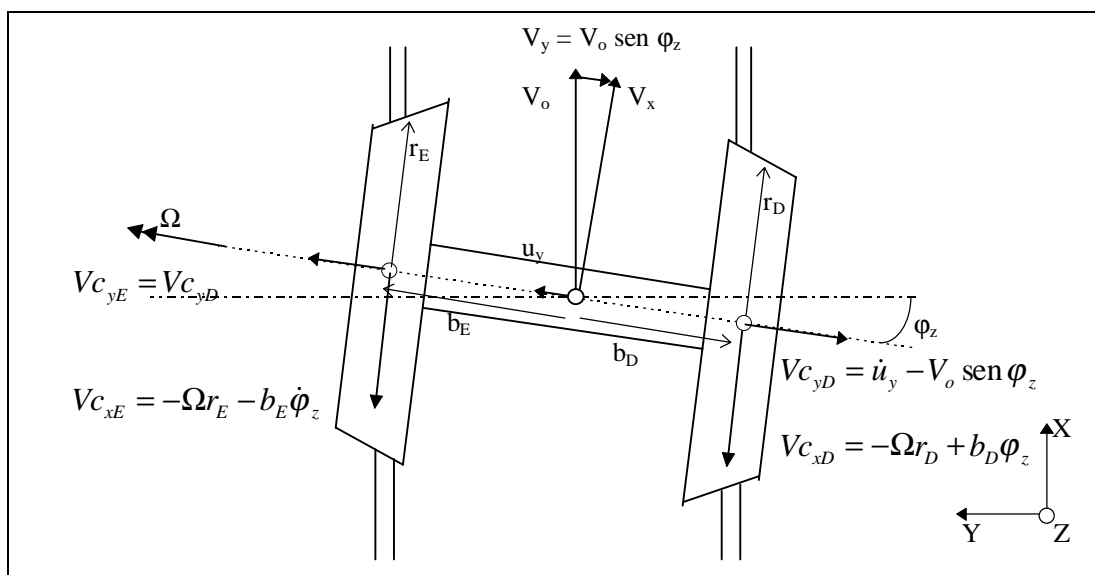


Figura 2.20 - Movimentos do Rodeiro no Plano Horizontal

Considerando que a roda possui perfil de rolamento de forma cônica, com conicidade λ , e raio de rolamento central r_o , qualquer movimento lateral acarreta alteração do raio de rolamento em cada roda (ver Figura 2.21). Portanto o raio de rolamento no ponto de contato, varia em função do deslocamento lateral u_y do rodeiro. Disto resulta a expressão genérica $r = r_o + \lambda u_y$. Então para roda esquerda tem-se $r_E = r_o + \lambda_E u_y$ e para roda direita tem-se $r_D = r_o - \lambda_D u_y$ (ângulo de conicidade negativo para roda direita).

Substituindo nas expressões anteriores os valores de r e como $V_o = \Omega r_o$ resulta em:

$$Vc_x = \Omega(r_o + \lambda u_y) - b\dot{\phi}_z \quad (2.26)$$

$$Vc_x = V_o + \frac{V_o \lambda u_y}{r_o} - b\dot{\phi}_z \quad (2.27)$$

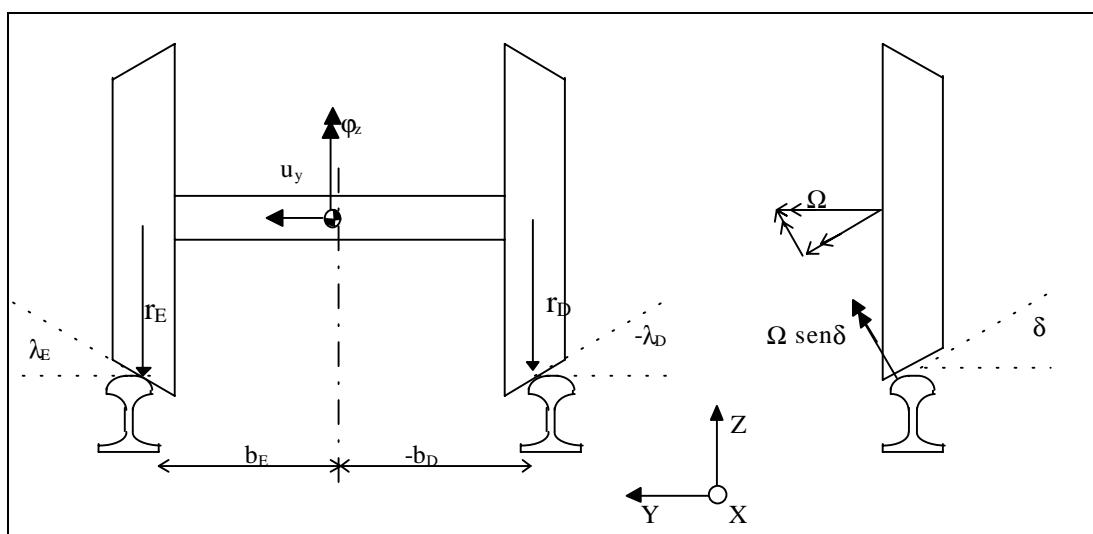


Figura 2.21 - Movimentos do Rodeiro na Seção Vertical

Subtraindo da velocidade tangencial, normalizando pela velocidade média e considerando ângulos pequenos, obtém-se os escorregamentos na forma geral:

$$v_x = \frac{\lambda u_y}{r_o} - \frac{b\dot{\varphi}_z}{V_o} \quad \text{e} \quad v_y = \frac{\dot{u}_y}{V_o} - \varphi_z \quad (2.28)$$

Para cada roda (esquerda e direita) considerando os sinais das coordenadas (λ_E, b_E , positivos e r_o, λ_D, b_D , valores negativos), resultam expressões descritas por:

$$v_{xE} = -\frac{\lambda_E u_y}{r_o} - \frac{b_E \dot{\varphi}_z}{V_o} \quad \text{e} \quad v_{xD} = +\frac{\lambda_D u_y}{r_o} + \frac{b_D \dot{\varphi}_z}{V_o} \quad (2.29)$$

$$v_{yE} = \frac{\dot{u}_y}{V_o} - \varphi_z \quad \text{e} \quad v_{yD} = \frac{\dot{u}_y}{V_o} - \varphi_z \quad (2.30)$$

O escorregamento de rotação conforme apresentado na Figura 2.21, é dado por:

$$\omega_{spin} = \dot{\varphi}_z + \Omega \sin \delta \quad , \quad \omega_{spin} = \dot{\varphi}_z + \frac{V_o}{r_o} \sin \delta \quad \text{e} \quad v_{spin} = \frac{\dot{\varphi}_z}{V_o} + \frac{\delta}{r_o} \quad (2.31)$$

As expressões finais resultantes, reorganizadas na forma matricial ficam:

$$\begin{Bmatrix} v_x \\ v_y \\ v_{sp} \end{Bmatrix} = \frac{1}{V_0} \begin{bmatrix} 0 & -b_0 \\ 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{u}_y \\ \dot{\phi}_z \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} \lambda/r_0 & 0 \\ 0 & -1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u_y \\ \phi_z \end{Bmatrix} + \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ \delta/r_0 \end{Bmatrix} \quad (2.32)$$

As forças de contato são proporcionais aos escorregamentos aqui determinados e sua formulação é apresentada no próximo item.

2.6.6 Forças de Contato

As forças de contato são obtidas a partir do conhecimento de três informações básicas:

- escorregamentos
- propriedades geométricas do contato
- rigidez de contato e Lei de Saturação (mecânica de contato)

As forças de contato são obtidas, considerando-se que no ponto de contato instantâneo, as deformações dão origem a forças devido a elasticidade do material. A Figura 2.22 ilustra este conceito. Para uma deformação (escorregamento) na direção longitudinal v_x resultará em força nesta direção com intensidade $F_x = K_x v_x$. Identicamente para a direção lateral tem-se $F_y = K_y v_y$.

As forças de contato (*creep force*) dependem dos escorregamentos relativos e são calculadas simplificadaamente com a expressão reorganizadas na forma matricial:

$$\begin{Bmatrix} F_x \\ F_y \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} K_x & 0 \\ 0 & K_y \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} v_x \\ v_y \end{Bmatrix} \quad (2.33)$$

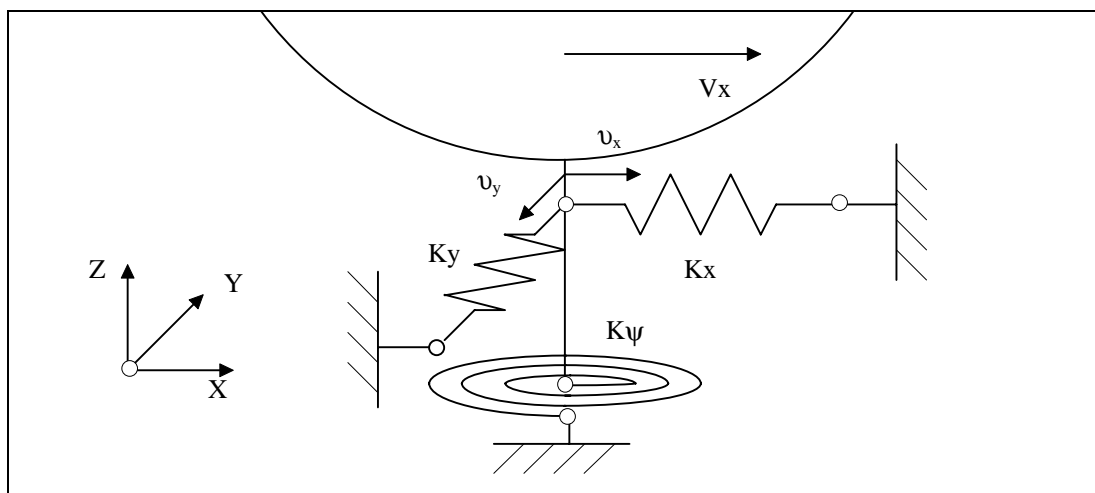


Figura 2.22 - Representação da Rigidez de Contato

O contato roda/trilho é considerado como um contato pontual elíptico face as características das superfícies de contato destes corpos, sendo esta exposição restrita a esta classe apenas. Também é adotado a hipótese que a distribuição de pressão normal de contato seja dada pela solução de *Hertz* e não perturbada pela solução do problema tangencial. De forma geral, a força tangencial podem ser expressa por:

$$\frac{F_{\tau}}{\mu F_z} = F_{\tau} \left(v_x, v_y, v_{sp}, \frac{a}{b}; \nu \right) \quad (2.34)$$

onde ν são os escorregamento (creep) nas diversas direções, a/b as dimensões da elipse de contato e ν o coeficiente de *poisson* do material.

A teoria proposta por Vermeulen e Johnson (1964) pode ser vista como uma extensão da teoria bidimensional de Carter para o contato elíptico tridimensional. Ele aplica-se para escorregamentos v_x e v_y considerando entretanto o escorregamento de rotação v_{sp} nulo.

$$F_x = \begin{cases} [1 - (1 - v'_x)^3] \cdot \mu F_z & \text{para } v'_x < 1 \\ \mu F_z & \text{para } v'_x \geq 1 \end{cases} \quad (2.35)$$

$$F_y = \begin{cases} [1 - (1 - v'_y)^3] \cdot \mu F_z & \text{para } v_y < 1 \\ \mu F_z & \text{para } v_y \geq 1 \end{cases} \quad (2.36)$$

onde:

$$v'_x = -\frac{Gab C_{11} v_x}{3\mu F_z} \quad \text{e} \quad v'_y = -\frac{Gab C_{22} v_y}{3\mu F_z} \quad (2.37)$$

onde C_{ij} , são os coeficientes de Kalker (valores tabelados em função da relação das dimensões da elipse de contato b/a e do coeficiente de poisson do material), G módulo de cisalhamento, ab produto das dimensões da elipse de contato, F_z a força normal no ponto de contato e finalmente μ o coeficiente de atrito.

A teoria de Shen, Hendrick e Elkins constitui uma extensão da formulação de Vermuelen e Johnson para baixas velocidades de rotação, devido a dois aspectos:

- utilizando-se dos valores exatos dos coeficientes $C_{i,j}$.
- incluindo-se na força lateral a parcela correspondente ao escorregamento de rotação

Desta forma, a expressão para o cálculo da força lateral modifica-se, incluindo na expressão a parcela correspondente ao momento de rotação:

$$v'_y = -\frac{G ab (C_{22} v_y + \sqrt{ab} C_{23} v_{sp})}{3\mu F_z} \quad (2.38)$$

$$v'_{sp} = -\frac{G ab (\sqrt{ab} C_{32} v_y + ab C_{33} v_{sp})}{3\mu F_z} \quad (2.39)$$

No caso da simulação da dinâmica de veículos ferroviários, com grandes movimentos laterais, a formulação de SHE deve ser avaliada com uso da Tabela da British Railway para diferentes valores de b/a . Neste caso pode haver contato com o friso da roda, ocorrendo valores elevados de conicidade (ver Figura 2.21).

Na teoria linear, considera-se que os escorregamentos (v_x , v_y , v_{sp}) sejam suficientemente pequenos para que a zona de aderência, tenda a cobrir toda a área de contato. Desta forma, na região de contato, as deformações elásticas dos corpos compensam completamente a diferença de deslocamento devido ao escorregamento de movimento de corpo rígido. Utilizando as relações de *Boussinesq* da teoria linear elástica, torna-se possível calcular a distribuição de pressões tangenciais na região de contato, em função das diferenças de deslocamento dos corpos. Escrevendo que as diferenças dos deslocamentos elásticos opõem-se às diferenças dos deslocamentos rígidos, pode-se obter uma expressão linear das pressões tangenciais e os escorregamentos.

$$\begin{aligned} F_x &= -G ab C_{11} v_x \\ F_y &= -G ab (C_{22} v_y + ab^{1/2} C_{23} v_{sp}) \\ M_z &= -G ab (ab^{1/2} C_{23} v_y + C_{33} v_{sp}) \end{aligned} \quad (2.40)$$

Na forma matricial o tensor de forças no contato resulta em:

$$\begin{Bmatrix} F_x \\ F_y \\ M_z \end{Bmatrix} = -Gab \begin{bmatrix} C_{11} & 0 & 0 \\ 0 & C_{22} & \sqrt{ab}C_{23} \\ 0 & \sqrt{ab}C_{23} & abC_{33} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} v_x \\ v_y \\ v_{sp} \end{Bmatrix} \quad (2.41)$$

De forma geral, as forças tangenciais no contato $F\tau$ são proporcionais aos escorregamentos e descritas pela expressão geral:

$$F\tau = C v_{x,y,sp} \quad (2.42)$$

A formulação em função da força vertical F_z adotada por *Pascal* (1991), é conveniente, pois permite calcular as forças tangenciais de contato em função da dinâmica vertical do rodeiro durante a simulação. Para tanto, o cálculo das propriedades de contato é feito para uma carga unitária ($F_z = 1$ N), resultando em dimensões a e b da elipse de contato de forma que as forças tangenciais sejam exponencialmente proporcionais à força normal F_z resultando em:

$$F_x = -G ab C_{11} v_x F_z^{2/3} \quad (2.43)$$

$$F_y = -G ab (C_{22} v_y F_z^{2/3} + \sqrt{ab} C_{23} v_{sp} F_z) \quad (2.44)$$

Desta forma, pode-se determinar adequadamente as forças tangenciais em função da variação da carga normal suportada pela roda.

2.6.7 Saturação do Contato

Uma vez obtidas as forças tangenciais de contato a partir das expressões deduzidas acima, é necessário respeitar a lei de Coulomb de saturação. Isto significa que as forças no plano de contato são limitadas por um valor máximo, definido pelas condições das superfícies em contato (aderência - função da rugosidade, contaminação, etc.).

A força tangencial máxima disponível no plano de contato é limitada pelo produto da força normal à superfície pelo coeficiente de atrito ($F\tau = \mu F_z$). A saturação desta força, dá-se gradualmente, devido à natureza dos escorregamentos estabelecidos entre corpos rolantes e determinada pela mecânica de contato.

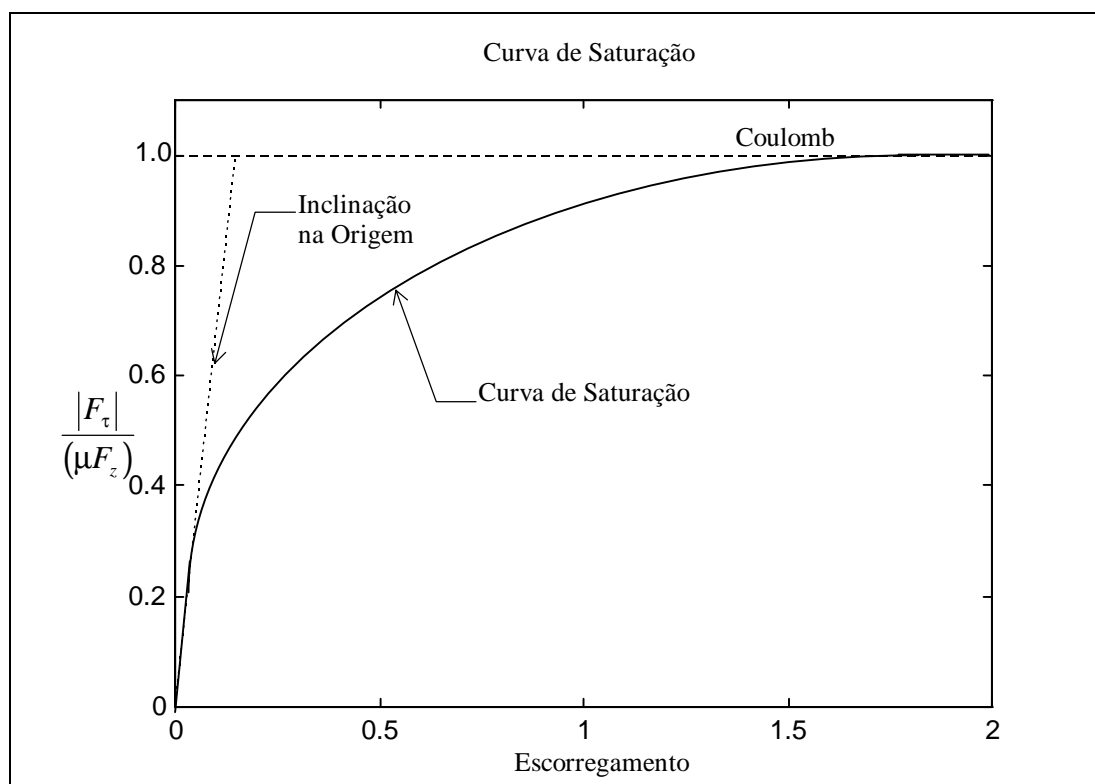


Figura 2.23 - Curva de Saturação das Forças Tangenciais de Contato

A Figura 2.23 apresenta um gráfico do valor máximo da força de contato em função do escorregamento. Observa-se que na origem a curva possui uma inclinação que corresponde à rigidez de contato (coeficiente C_{ij} de Kalker). À medida que os valores de escorregamento vão crescendo, a curva distancia-se da inclinação inicial, devido às deformações internas a elipse de contato, até atingir um valor máximo limitado pela lei de Coulomb ($F\tau = \mu F_z$).

Tanto na proposição de Vermuelen e Jonhson, como na de Shen-Hedrick-Elkins a saturação é representada como uma função cúbica. Entretanto, quando existe rotação elevada, estas aproximações não são mais recomendadas. Nestes casos, algoritmos mais elaborados, como o *FASTSIM* descrito mais adiante, são indicados. Em resumo, cada tipo de algoritmo de cálculo das forças de contato, presta-se para tipos específicos de análise, podendo ser recomendados da seguinte maneira:

-
- Ação de tração e frenagem (escorregamento longitudinal predominante) pode-se utilizar Shen-Hedrick-Elkins (SHE)
 - Dinâmica de veículos (sem encostar friso do roda) recomenda-se utilizar tabela de rigidez de contato, SHE ou FASTSIM
 - Dinâmica de veículos (encostando no friso - rotação elevada) deve-se utilizar a tabela de rigidez de contato e FASTSIM

2.6.8 Contato não Elíptico

Quando um corpo que possui superfície com curvatura variável, entra em contato com outro corpo de mesmas característica e valores próximos (superfícies conformes) a forma do contato deixa de ser elíptica. Neste caso a teoria de Hertz não é mais válida. Contrariamente, quando as curvaturas são muito diferentes, com variação rápida de curvatura, pode ocorrer contato em mais de um ponto. Esta situação ocorre quando o veículo desenvolve grandes movimentos laterais, acarretando o contato do friso da roda com o trilho. Este fenômeno desenvolve-se tipicamente quando o veículo percorre uma via com trajetória irregular ou curva.

Quando na região do contato, os perfis são muito parecidos (mesma curvatura), podem ocorrer dois pontos de contato. Neste caso, as forças normais e tangenciais devem ser distribuídas entre estes dois pontos tornando a solução do problema de determinação de propriedades de contato mais complexa. Além disto, devido ao grande valor de conicidade da roda nesta região, grandes valores de rotação são esperados. Nestas situação, as propriedades de contato variam bruscamente, gerando variações rápidas das forças tangenciais, influenciando substancialmente o resultado de simulações numéricas (Giménez, Pascal e Maupu; 1991). A ferramenta indicada na literatura para abordar este problema é o programa *Contact* (Kalker, 1984). Este algoritmo é bastante complexo e portanto consome bastante tempo o que inviabiliza sua utilização dentro do ambiente de simulação.

O Instituto de Pesquisa Francês de Transporte (*INRETS*), liderado pelo Dr. Jean-Pierre Pascal, possui diversas publicações sobre a dinâmica de veículos ferroviários e problemas de contato. Desde o início da década de 90, Pascal e Sauvage (1990), foram ativos no estudo do problema de contato entre a roda e o trilho. Algoritmos complexos para o cálculo de propriedades de contato, desenvolvidos por Kalker, lhes pareciam muito caros do ponto de vista de esforço de cálculo computacional, tornando inviável a aplicação prática de engenharia. Neste sentido, direcionaram seus esforços no desenvolvimento de técnica objetiva e simplificada para abordar o problema de contato, contemplando rapidez de cálculo sem comprometimento da precisão do modelo.

Este esforço culminou com o desenvolvimento da técnica de tratamento do ponto de contato duplo, através da subdivisão em múltiplos pontos de contato. A esta técnica foi atribuída à conotação elástica, uma vez que, faz a distribuição dos esforços no contato entre várias elipses (hertzianas), cuja proporção foi obtida pela penetração/deformação de cada elipse. Considerando que as expressões para a determinação das forças de contato sejam resolvidas inversamente, pode-se determinar uma elipse equivalente que possua propriedades tais que, para os escorregamentos dados, resultem nas mesmas forças tangenciais regiões de contato múltiplo.

A metodologia desenvolvida, foi apresentada no 12th *Symposium* da *IAVSD* (1991). A identificação de parâmetros de contato rodovia/via, usando a técnica de múltiplos contatos hertzianos, foi comparado com o programa completo de Kalker (*Contact*) sendo válido desde que um número suficiente de elipses ou pontos de contato fossem considerados (Pascal, 1993). Desta forma pode-se identificar as forças de contato para perfis conformes, com mais de um ponto de contato típicos de pares de rolamento desgastados, de grande área de contato ou para contato próximo do friso da roda.

2.7 Descrição da Guia

2.7.1 Introdução

A guia constitui a linha por onde o veículo trafega e sobre a qual desenvolvem-se os esforços de guiagem. No caso ferroviário, ela é constituída por dois trilhos interligados por dormentes.

Do ponto de vista analítico, o centro de uma seção da guia, possui em relação ao sistema de referência global, seis coordenadas (três translações e três rotações) identificadas pelo vetor OB , que localiza o ponto qualquer B na curva S , conforme apresentado na Figura 2.24. A projeção da curva S no plano horizontal (XY), possui curvatura horizontal $\kappa(s)$ no ponto B' . O ângulo α_1 corresponde a direção da curva no plano horizontal. O ângulo α_2 corresponde a direção da curva no plano vertical.

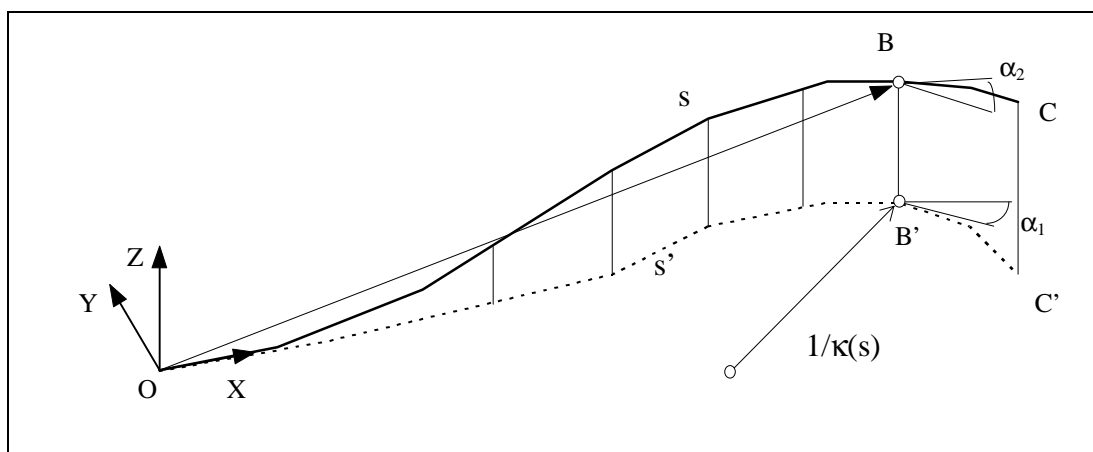


Figura 2.24 - Orientação da Guia

As coordenadas angulares, possuem as designações apresentadas na Figura 2.25, correspondentes a mudança de direção de inclinação (ângulo α_2 no plano XZ), típico

de subidas ou descidas, desvio lateral (ângulo α_1 no plano XY), típico dos aparelhos de mudança de via (amv) e super elevação (ângulo α_3 no plano YZ), inclinação utilizada em curvas para compensação dos efeitos das acelerações centrífugas.

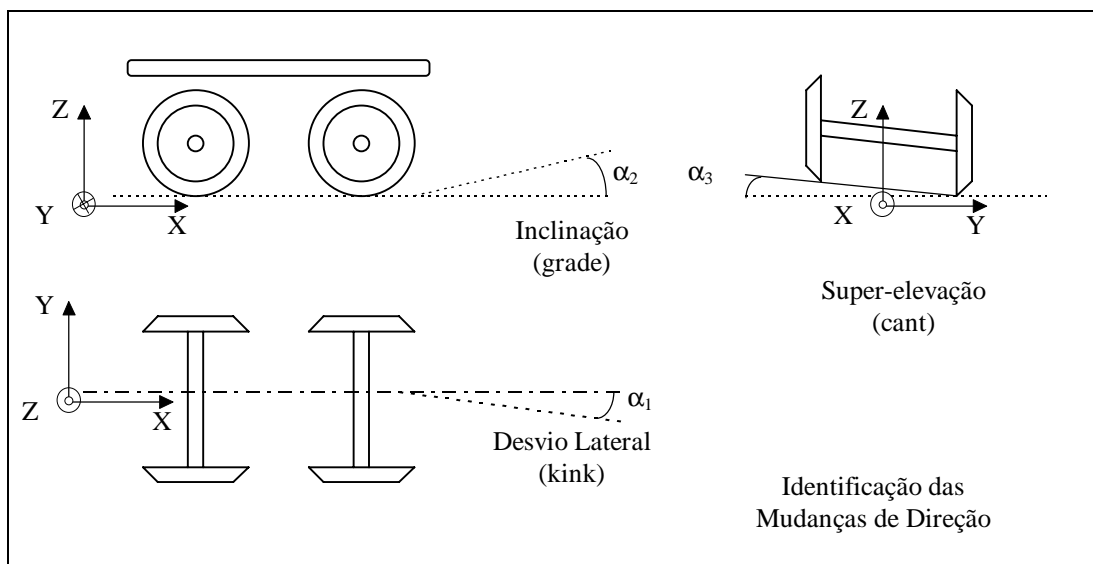


Figura 2.25 - Mudança de Direção da Via

Desta forma, ficam caracterizados a posição e atitude (ângulos) de uma seção da via para um dado trajeto. Estas informações são utilizadas para o cálculo dos movimentos relativos entre o veículo e a via.

2.7.2 Irregularidade da Via

Devido as imperfeições de construção e distorção produzidas pela utilização, a via apresenta irregularidades geométricas. As irregularidades podem ser de alinhamento e nivelamento. No caso particular da via férrea composta de dois trilhos, as irregularidades podem ser em fase (alinhamento lateral ou nivelamento vertical) ou defasadas (variação de bitola ou nivelamento cruzado). A Figura 2.26 apresenta estas relações.

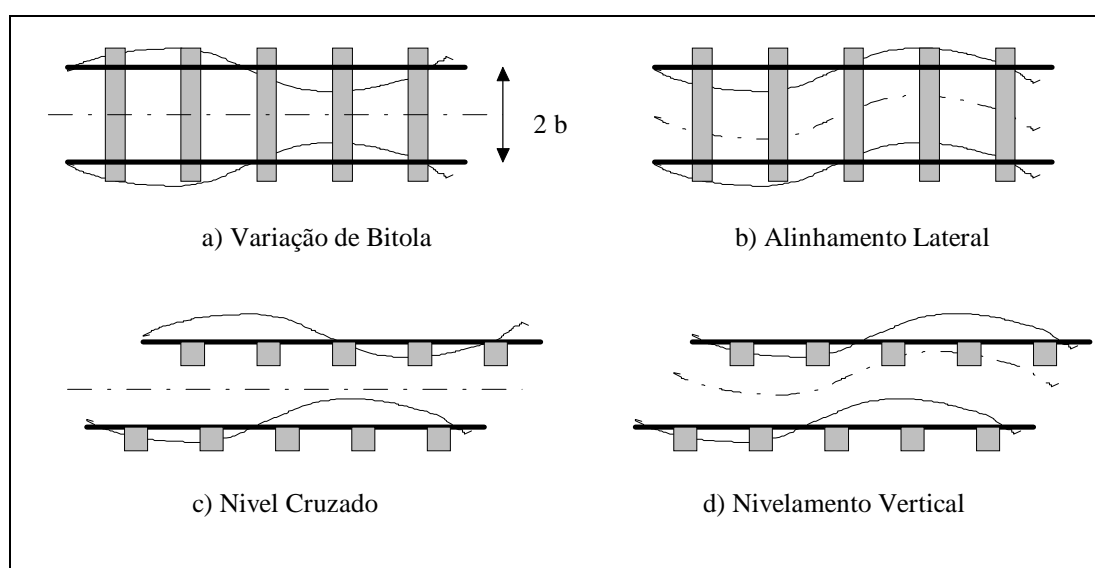


Figura 2.26 - Irregularidades da Via Férrea

A amplitude das irregularidades pode ser medida através de topografia ou com auxílio de veículos especiais contendo sistema de medida apoiado sobre a via (por exemplo, estrutura com dois apoios nas extremidades e medida da flecha no centro). As medidas são utilizadas para identificar locais recomendados para a realização de intervenção de manutenção.

As irregularidades podem ser determinísticas ou aleatórias (Alias, 1977). Devido a sua construção, alguns tipos de irregularidades da via são repetitivas. Isto permite o uso das técnicas de análise de sinais periódicos, com auxílio da transformada de *Fourier*, na identificação de seus componentes em comprimento de onda (Esveld, 1989). Esta análise identifica os comprimentos de onda que podem excitar os modos naturais do veículo durante a sua passagem a uma determinada velocidade.

2.7.3 Curvas e Desvios

A curva é o artifício da guia para mudar a trajetória do veículo. Quando a trajetória deixa de ser retilínea, esforços inerciais do veículo interagem com a via que o força a

acompanhá-la. Na maioria dos trabalhos consultados, a ênfase é dirigida para o estudo da interação vertical entre o veículo e a via em baixa frequência (galope do veículo) e mais raramente em alta frequência (corrugação dos trilhos). Os aspectos da inscrição em curvas, em geral são tratados do ponto de vista quasi-estático onde o modelo é simplificado considerando solicitações transversais correspondentes as acelerações centrífugas da curva (Elkins, 1997). Nesta situação de regime, os fenômenos transitórios são negligenciados. Modelos mais elaborados, buscando abordar adequadamente a questão foram desenvolvidos adotando um sistema de coordenadas transformado (Pascal, 1991).

Do ponto de vista de projeto, Wickens (1991) observou relação entre a velocidade de tráfego do veículo e o raio mínimo de curvas, mantendo uma aceleração centrífuga da ordem de 1 m s^{-2} conforme apresentado na Figura 2.27. As forças centrífugas de curva são parcialmente compensadas pela super elevação do trilho externo, aliviando as cargas laterais sobre os trilhos.

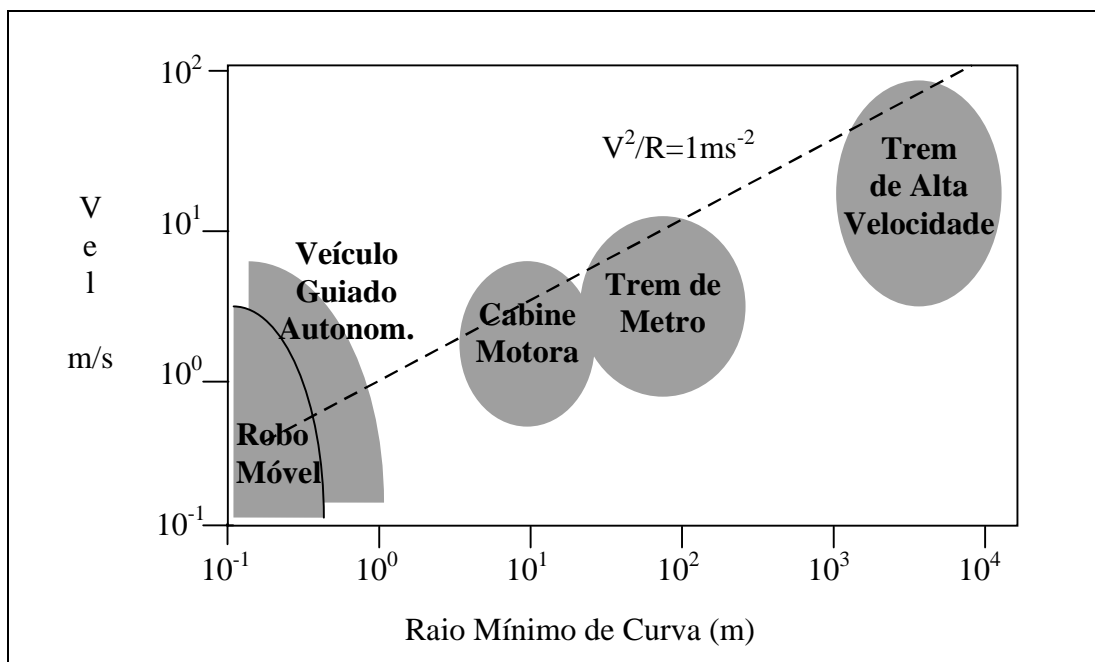


Figura 2.27 -Velocidade de Operação e Raio de Curva dos Diversos Modos de Transporte

Particularmente para o caso do desvio de direção, realizado com o aparelho de mudança de via (amv) a trajetória descrita possui uma variação abrupta, resultando em forças de interação veículo/via elevadas. Trabalho realizado por Schmid (1994) detalha o aparelho de mudança de via (amv) para efeito de utilização na simulação. Neste caso, tanto a trajetória da via como perfil do trilho, são variáveis nesta região.

A geometria da trajetória da via férrea, pode ser composta de entidades geométricas básicas, tais como a reta, círculo ou curva de transição. Diversos tipos de curvas de transição, podem ligar uma reta a uma curva de raio constante, sem discontinuidades (primeira derivada contínua). Existem vários tipos de curvas de transição. O tipo clotóide, corresponde a uma curva de transição de curvatura linearmente variável em relação a trajetória s . Disto resulta, que a curva de transição inicia na reta com raio infinito e portanto curvatura zero e termina no início da curva circular com raio idêntico a esta.

Outros tipos de curva de transição, tais como a co-senoidal ou exponencial possuem características , conforme apresentado na Figura 2.28

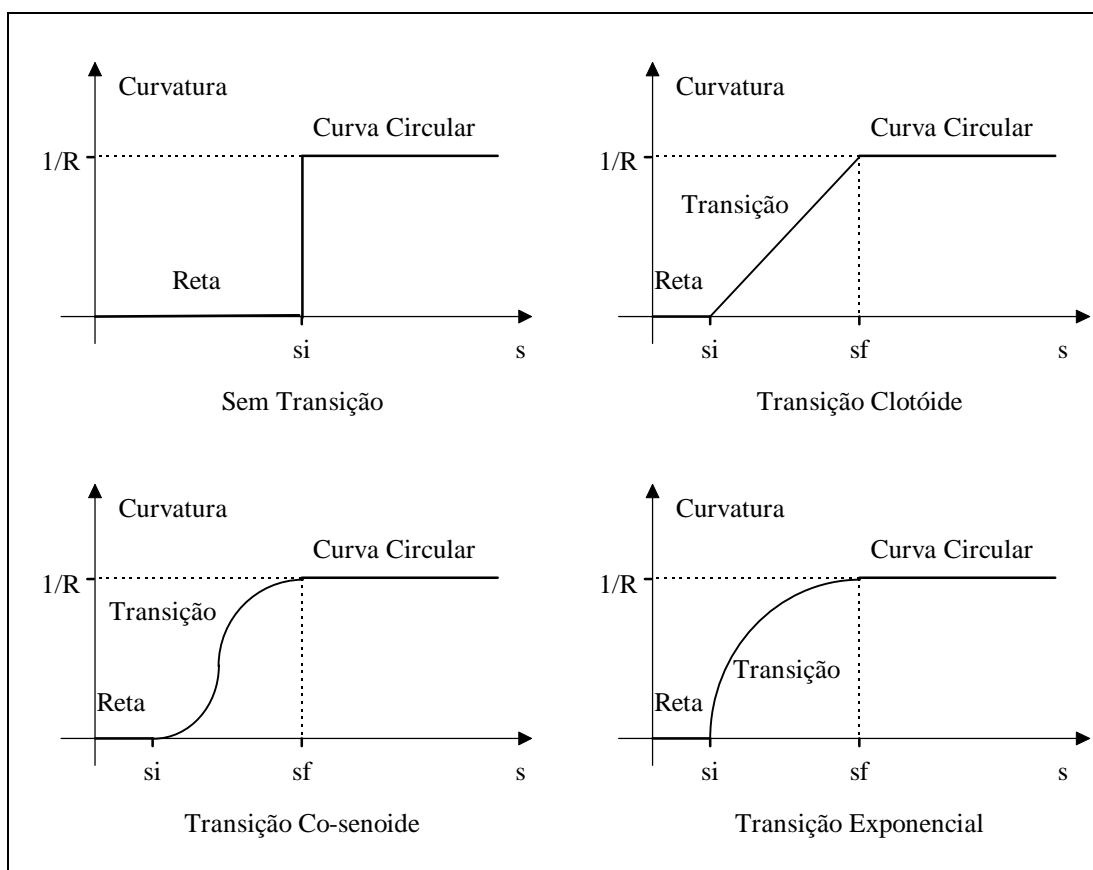


Figura 2.28 - Curvatura dos Diferentes Tipos de Curvas de Transição

2.7.4 Interação Veículo/Via

A dinâmica de um veículo ferroviário é governada pela interação entre a roda e o trilho. Esta interação gera as solicitações que estabelecem a performance de movimento (ride quality). Produz entretanto, danos as superfícies devido aos escorregamentos e elevada pressão de contato. A performance de movimento está relacionada com o tráfego estável do veículo na via (velocidade crítica) e habilidade de inscrição em curvas. Os danos estão relacionados ao desgastes das superfícies, corrugação ou fadiga.

Um conjunto veículo/via otimizado é aquele que satisfaz requisitos de estabilidade do veículo nas diversas situações de tráfego e velocidade sobre a via, produzindo

baixo nível de agressividade (forças de contato) e desgaste (escorregamentos). Estes dois aspectos devem estar integrados no projeto e concepção das rodas e trilhos (perfis), projeto de truques (suspensão primária), veículos completos (suspensão secundária) e via férrea.

Durante seu deslocamento sobre a via, o veículo está sujeito a movimentos laterais devido as irregularidades desta e devido a constituição do seu sistema de auto direcionamento, proporcionado pelas rodas cônicas. Este movimento é fator determinante da estabilidade do veículo. Esta característica, limita o aumento de velocidade segura de tráfego e a durabilidade dos sistemas. A dinâmica do veículo e certos tipos de degradação da via, foram objeto de inúmeros estudos realizados pela comunidade científica (Kalker,1994; Knothe, 1989; Pascal, 1990→1995).

Um exemplo da importância da interação entre o veículo e a via, foi relatado pela SNCF em 1954 (Knothe, 1995), onde durante um teste de alta velocidade de locomotiva (330 km/h), a via deformou-se devido a interação, produzindo um desvio de alinhamento lateral senoidal. As causas foram atribuídas a dois efeitos que provavelmente atuaram no fato. O primeiro, foi que a via fora socada antes do ensaio (esta atividade acarreta a redução drástica da resistência lateral da via). O segundo fator é que a locomotiva era instável. Seu movimento instável, produziu forças laterais elevadas, deformando a grade (trilhos e dormentes) no seu leito sobre a subestrutura (pedra britada).

Observa-se na literatura, um esforço na busca do entendimento da interação entre o veículo e a via, identificando áreas onde a pesquisa seja necessária. A elaboração de modelos para representar adequadamente o comportamento deste sistema é necessários para aprimoramento de sua compreensão (Knoth, 1995a). Vários autores contribuíram na busca do entendimento desta relação, podendo citar, Cooperrider (1975), Kik (1991), Grassie (1995), Knoth (1994), Zhai (1996), Meinke (1996), verificando a resposta dinâmica do veículo submetido a irregularidades aleatórias da via. Modelagem da via baseado em elementos finitos e roda com cavidade, foram

realizadas por Knoth (1995b), Dong (1994) e avaliação da interação veículo/via com guias flexíveis, por Jaschinsky (1995). Estudo dos problemas de corrugação dos trilhos (irregularidade de pequeno comprimento de onda na superfície de rolamento do trilho) foram realizados com auxílio da modelagem dinâmica do contato roda/trilho por Tassily (1991), Kalker (1994), Igeland (1996), Souza (1997).

A interação entre o veículo, a grade e a subestrutura contém ainda muitos problemas ainda não resolvidos, sendo portanto campo fértil para o desenvolvimento de pesquisas. Pascal (1995), Schmid (1994), realizaram modelagem dinâmica do veículo considerando a via discretizada em cada seção no aparelho de mudança de via. Mauer (1995), Aknin (1996), realizaram estudo sobre a convolução das medidas das curvaturas da via com auxílio dos processos convencionais de medida. Magyeri (1997), realizou estudo sobre os diferentes tipos de concepção de curva de transição, identificando as acelerações transversais decorrentes destas configurações.

Outro parâmetro que apresenta variações é a distância entre os trilhos (bitola da via). Esta variação altera as propriedades de contato entre a roda e o trilho. Para a inclusão deste parâmetro, durante a simulação, é necessário a criação de um conjunto de arquivos contendo as propriedades de contato entre roda e trilho, para cada valor de bitola da via.

Outro fenômeno a ser mencionado é a alteração da forma do perfil do trilho ao longo de um trecho de via. Isto ocorre em curva de transição onde, devido as acelerações transversais, produz-se desgaste diferenciado ao longo do trecho. Ocorre também em aparelho de mudança de via. Nesta região, devido a agulha (trilho afilado na extremidade para fazer a junção com o trilho principal no desvio) e o jacaré (bifurcação entre os trilhos) a forma construtiva e o perfil do trilho alteram-se. A inclusão deste efeito é possível (Schmid, 1994), sendo entretanto necessário, um arquivo de propriedades de contato para cada seção de trilho. Alternativa adotada pelo programa Nucars (Klauser, 1995), consiste em interpolar linearmente, as propriedades de contato das seções dos extremos do trecho considerado. Com efeito

prático, a inclusão deste fenômeno gera uma quantidade enorme de dados (talvez algumas dezenas de arquivos para representar cerca de 25 milímetros de variação possível de bitola).

2.8 Conclusões

Neste capítulo foi apresentado um cenário geral sobre veículos guiados, contendo uma descrição de seus componentes básicos, princípios do sistema de guiagem estabelecido pelas rodas cônicas e os modelos dinâmicos simplificados que são utilizados para avaliar estas propriedades.

Foi levantado um histórico das atividades desenvolvidas e evoluções sobre o tema, em particular uma revisão dos fenômenos que ocorrem no contato roda/trilho. As propriedades de contato, dependentes dos perfis da roda e trilho e os escorregamentos relativos, fundamentais para o cálculo das forças de contato, foram explanados. Uma discussão sobre os problemas de identificação de propriedades de contato, considerando a elasticidade do material e múltiplos pontos de contato, foi realizada apontando as novas tendências e desenvolvimentos realizados.

A guia foi apresentada através de suas características fundamentais em particular os aspectos de curvas e desvios, que desempenham papel importante na excitação de movimentos durante a passagem do veículo.

Foram relatadas as técnicas de modelagem de veículos guiados, utilizados nos anos 60, em geral, linearizados em torno da trajetória retilínea, largamente utilizados nos estudos básicos de concepção e projetos de veículos guiados ferroviários. Entretanto, suas limitações para aplicações mais complexas abriram espaço para a introdução da técnica de Sistemas Multicorpos (MBS), que possui recursos mais avançados para a modelagem e tratamento de sistemas de maior porte. Esta técnica permite, a elaboração de forma segura e de fácil manutenção, de modelos mais complexos com

maior número de graus de liberdade. Pode realizar estudo de sistemas veiculares com a inclusão de outros sub-sistemas, tais como, a dinâmica da via e obras de arte (pontes ou viadutos).

Capítulo III

3. Modelamento Matemático

3.1 Introdução

O presente capítulo, tem como objetivo apresentar uma visão geral da técnica de modelagem de Sistemas Multicorpos (*Multibody Systems* - MBS), com relação inicialmente à história de seu desenvolvimento, formalismo matemático utilizado e finalmente, a implementação deste formalismo. Será também apresentado de forma simplificada, os métodos *Lagrange* e *Kane*, formalismos utilizados nos programas Adams e SD/Fast, de aplicação específica em Sistemas Multicorpos e utilizados no desenvolvimento do trabalho apresentado nesta tese.

Diversos níveis distintos de complexidade estão envolvidos no estudo de um problema de modelização. A capacidade de definir a cada nível os aspectos relevantes de um problema de modelagem é uma qualidade exigida dos pesquisadores e engenheiros. Independente de qual o nível de modelagem em questão, os seguintes passos são parte integrante do processo de modelagem:

1. Descrever um modelo físico do sistema contendo os aspectos relevantes para o estudo pretendido, com as respectivas simplificações.
2. Obter as equações constitutivas que descrevam matematicamente o comportamento do sistema.
3. Resolver as equações resultantes analiticamente ou numericamente, visando obter o comportamento do sistema.

-
4. Verificar o resultado teórico do modelo por comparação com o comportamento do sistema real; e finalmente.
 5. Modificar o sistema físico propriamente dito ou, utilizar os resultados como realimentação do processo de projeto e concepção.

A utilização de computadores para a realização das tarefas 2 e 3, é prática bastante difundida atualmente. Como exemplo tem-se a utilização do método de elementos finitos, programas de cálculo de redes elétricas, programas geradores de equações para MBS, linguagem de simulação de uso geral, etc. Isto permite ao pesquisador ou engenheiro concentrar-se nos aspectos mais importantes do estudo (tarefas 1 e 5).

3.2 Técnicas de Modelagem de Sistemas Multicorpos

Devido a características peculiares dos projetos da área aeroespacial e aumento do grau de complexidade exigido para o desenvolvimento adequado destes projetos, a modelagem matemática assumiu um papel de importância fundamental. O aumento de desempenho dos computadores e melhoria de programas e métodos teóricos representam evoluções nos projetos, dentro dos exíguos tempos estabelecidos para a execução do trabalho.

Muitas outras áreas da ciência, foram beneficiadas com o impulso produzido pelas técnicas de modelagem de MBS. Dentre este, pode-se citar a Engenharia de Produção (Ge., teoria dos gráficos) e todas as áreas afetadas pela teoria de Controle Moderno.

Um Sistema Multicorpos é definido como um sistema mecânico com vários graus de liberdade. Efetivamente, se o sistema mecânico possui dois ou mais corpos, já pode ser considerado como um MBS. Os movimentos de um MBS são governados por expressões matemáticas chamadas de equações dinâmicas de movimento. Estas equações são compostas de um conjunto de equações diferenciais, eventualmente

acrescido de algumas equações algébricas. As equações diferenciais são expressão das leis físicas (leis de movimentos de *Newton*) que descrevem os movimentos dos corpos rígidos e as equações algébricas levam em consideração restrições impostas pela geometria do sistema ou de seus movimentos, tais como ligação de conexão de dois corpos adjacentes, ou mesmo características particulares de contato entre dois corpos.

No passado, a obtenção das equações dinâmicas de movimentos para sistemas mecânicos era realizada manualmente através da aplicação dos princípios físicos em suas várias formas. Entretanto, devido o aumento da complexidade com a qual deseja-se estudar os novos sistemas, este processo tornou-se trabalhoso, tedioso e passível de erros. Pode ser particularmente difícil acomodar modificações de projeto ou mesmo pequenas variações no modelo. Por estas razões, os programas para geração automáticas de equações de movimento de MBS foram desenvolvidos.

A técnica de modelagem de MBS pode ser utilizada para realizar a concepção do modelo matemático de qualquer sistema mecânico que possa ser modelado fisicamente como um conjunto de corpos rígidos interligados por juntas, influenciado por forças, direcionado por movimentos preestabelecidos e limitados por restrições (*SD/Fast*, 1990; *Adams*, 1990). As equações de movimento para estes sistemas são complexas e difíceis de serem escritas manualmente, mesmo para sistemas compostos por um número reduzido de corpos interligados. Foi portanto, um grande avanço, a possibilidade de desenvolvimento das equações de movimento para MBS, através do formalismo que permite a geração baseada em computador a partir de informações elementares sobre os corpos (geometria e propriedades inerciais) e suas conexões (restrições cinemáticas e leis de força). A estas informações elementares é dado o nome de topologia do sistema.

Diversos tipos de sistemas podem ser modelados e estudados por esta técnica. Entre eles podemos citar: espaçonaves articuladas, veículos terrestres, máquinas e mecanismos, manipuladores e dispositivos eletro-mecânicos de alta velocidade. Os

tipos de análises que podem, em geral, ser realizadas com esta técnica são: Análise de montagem, dinâmica direta e inversa, movimentos estáticos ou estacionários, fluxo de potência, etc..

O desenvolvimento da modelagem de MBS por computadores teve sua origem principalmente a partir de duas comunidades científicas: a comunidade de pesquisas espaciais e a comunidade de máquinas e mecanismos. Só algum tempo depois que os transportes terrestres envolveram-se com a questão, através da comunidade de veículos rodoviários e ferroviários.

A modelagem de MBS pode ser dividida de várias formas. Uma forma de classificação usualmente adotada é subdividi-las, de acordo com o formalismo utilizado para descrever o sistema e a natureza do algoritmo, utilizado na implementação dos códigos do programa de computador. Outro aspecto normalmente considerado é a classe do sistema a ser modelado, e.g., topologia com realimentação de malha fechada ou aberta; escolha de variáveis independentes realizada automaticamente ou por comando do usuário; emprego de número mínimo ou redundante de equações; se o resultado do conjunto de equações é completamente não linear ou somente com termos linearizados e assim por diante.

3.3 Breve Histórico da Modelagem de MBS

Uma revisão histórica completa sobre o tema MBS, foi apresentada por *Schwertassek* e *Robertson* em 1985. Em seu trabalho refere-se à técnica particular de MBS, baseado na abordagem Euleriana e Lagrangeana. *Schiehlen* e *Kortüm* apresentam (1985) uma revisão da aplicação da técnica de MBS em veículos terrestres. O livro de *Schiehlen* (1977) apresenta uma avaliação de desempenho, realizando o desenvolvimento de cálculo para um manipulador e um mecanismo planar. *Kortüm* e *Sharp* (1991) publicaram os resultado do encontro realizado na Checoslováquia (1990), onde foram propostos os *Benchmarks* internacionais para avaliação de códigos de programas MBS em aplicação de dinâmica de veicular onde, *Costa* (1992)

participou ativamente como representante do programa SD/Fast com aplicação veicular rodoviária. Mais recentemente Huston (1996) relatou os progressos na área, desde da década de 90.

A linha cronológica do desenvolvimento da técnica de MBS está ilustrada na Figura 3.1 (Costa, 1992, Schwertassek, 1985; Scheihlen, 1985; Sayers, 1990; Rosenthal, 1986 e Huston, 1996).

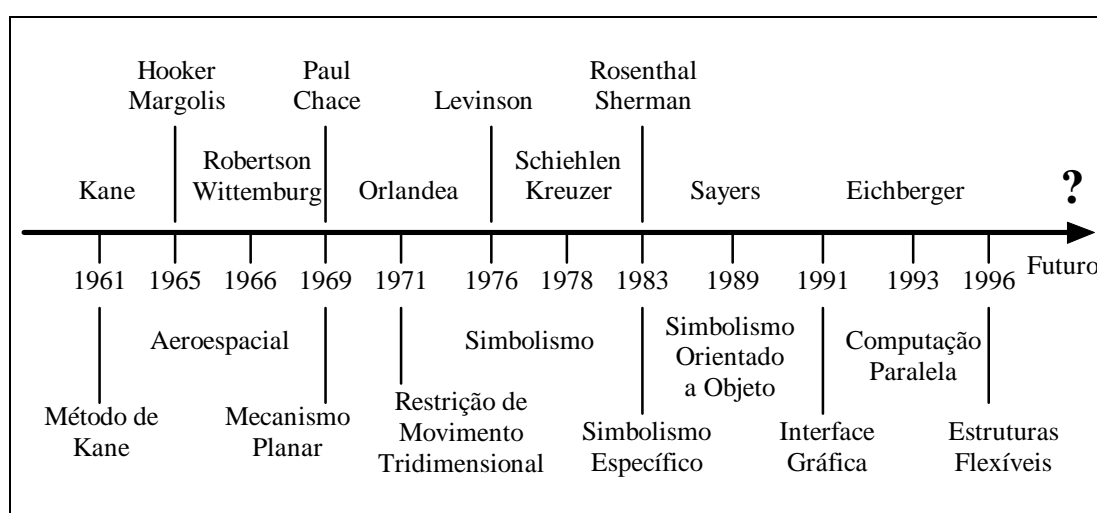


Figura 3.1 - Evolução Histórica Cronológica da Técnica de Modelagem de MBS

Hooker e Robertson apresentaram sua proposição para desenvolvimento de programas de MBS na Califórnia (Schwertassek, 1985). Seguiram, entretanto, caminhos distintos com outras equipes. Hooker/Mangolis (Califórnia, 1965) e Robertson/Wittenburg no DFVLR (Alemanha, 1966), desenvolveram o formalismo para obtenção numérica das equações de movimento tridimensionais, necessária para espaçonaves com topologia aberta (*open loop topology*).

Quando a abordagem de MBS foi introduzida na área mecânica e de transportes terrestres no final dos anos 60, início dos anos 70, através do trabalho de Paul e Chace (Schwertassek, 1985), foram encontradas dificuldades com encadeamentos cinemáticos fechados e vínculos não holonômicos raramente encontrados nas

aplicações espaciais. Estes aspectos foram abordados no trabalho de Orlandea (1977) que deu origem ao programa *Adams*. Devido a intenção de abordar sistemas de diversas natureza, resultou em um sistema grande, cuja solução necessita utilizar a técnica de matrizes esparsas.

Buscando superar esta dificuldade, a utilização de programas simbólicos foi introduzido por *Levinson* em 1976 e seguida por *Kreuzer* e *Schiehlen* em 1978. O emprego de linguagem de manipulação simbólica de uso geral como por exemplo, *Macsyma* e *Reduce* geravam códigos em *Fortran* pouco eficientes. Técnicas especiais foram necessárias para evitar exceder os limites dos computadores com passagens por expressões intermediárias.

Como alternativa, o formalismo de MBS foi combinado com métodos simplificados de manipulação simbólica, criando códigos eficientes para MBS. Rosenthal e Sherman desenvolveram seu programa *SD/Exact* (1986) como parte de um projeto da NASA, cujo objetivo foi desenvolver códigos de programa de MBS que fossem capazes de calcular em tempo real num computador AD100. Os resultados foram muito bons quando comparados com outros programas de Multicorpos da época e inúmeros outros programas surgiram a partir de então, adotando uma abordagem similar. Os programas *Symba* e *Autosim* (Sayers, 1989), foram desenvolvidos com este objetivo utilizando o método de Kane e manipulação simbólica. O programa *SD/Fast* (1990) busca atender grandes grupos de usuários, agregando no seu bojo uma série de ferramentas convenientes para tratar uma variedade de aspectos de uso corrente pela comunidade de MBS, tais como: realimentação (*closed loop*) e manuseio de restrições não holonômicas.

Na década de 90 vários esforços de pesquisa foram direcionados para o tratamento de estruturas flexíveis e dinâmica de multicorpos *constrained* (Huston, 1996) e mais recentemente a integração de programas de elementos finitos (FEM) em conjunto com programas multicorpos (MBS).

3.4 Formalismo Matemático

O comportamento dinâmico de um sistema mecânico, com pequena ordem de grandeza de velocidades envolvidas, pode ser adequadamente descrito pelas leis de Movimento de Newton da Mecânica Clássica em suas numerosas variações. As descrições típicas incluem as equações de *Newton-Euler*, equações de *Lagrange*, Princípio de *Jourdain*, princípio de *D'Alembert* e assim por diante, como ilustrado no diagrama da Figura 3.2. Neste diagrama é mostrado de forma simplificada, as relações entre estas várias formas de expressá-las e como são obtidas. O formalismo baseado nas equações de Newton-Euler são chamados de *sintéticos* e aqueles baseados em *Lagrange* são chamados de *analíticos*.

Neste item é apresentado o formalismo matemático baseado no trabalho de Costa (1992) e está dividido da seguinte forma: Inicialmente são apresentadas algumas definições básicas para melhor compreensão da discussão, em seguida são apresentados a abordagem *Euleriana* e depois a *Lagrangeana*. Finalmente, uma pequena discussão do método de *Kane*. Estes formalismos constituem a base teórica, que fundamenta os programas de MBS, utilizados para elaboração dos modelos empregados nesta tese.

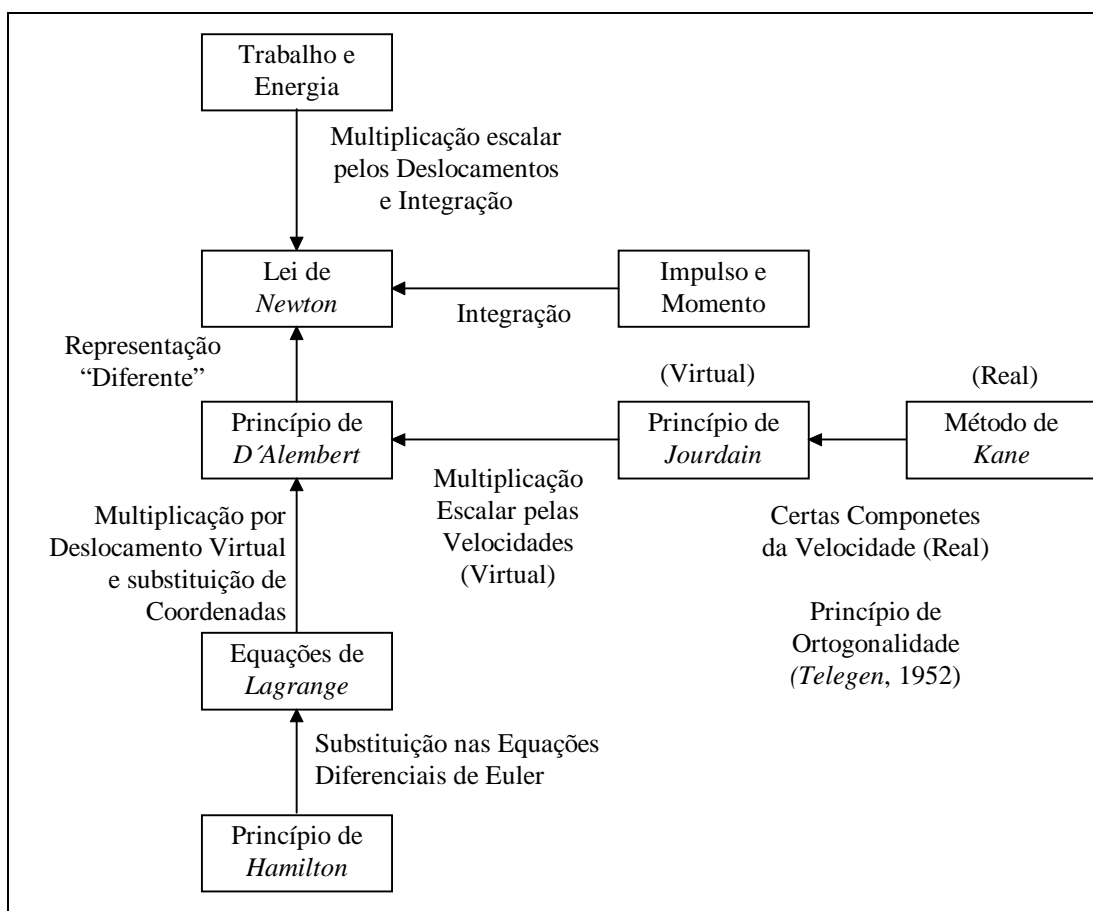


Figura 3.2 - Lei de *Newton* e seus Princípios

3.4.1 Definições Básicas

A intenção das próximas seções é apresentar uma visão geral de algumas definições básicas, necessárias para o desenvolvimento e compreensão das equações que serão discutidas neste item. Não tem a intenção de ser uma completa e precisa apresentação, mas somente uma tentativa de resumir os tópicos abordados por literatura disponível sobre a dinâmica de MBS. O material apresentado na seqüência e baseado nos livros de *Kane, Likins e Levinson* (1983) e *Kane e Levinson* (1985), seguindo uma nomenclatura similar.

Quantidades escalares são apresentadas por caracteres de tipografia normal, ao passo que, vetores e diádicos são representados por caracteres em negrito. O sobrescrito é utilizado para identificar o referencial e corpo ou ponto, no qual a quantidade vetorial está sendo expressa. O sobrescrito é utilizado quando seu significado é necessário no contexto onde é expresso. Quando não faz diferença a qual referencial a expressão se reporta, o sobrescrito é suprimido. O sobrescrito quando apresentado do lado direito refere-se ao corpo ou ao ponto do sistema em questão. Quando o sobrescrito for do lado esquerdo refere-se ao sistema de referência adotado. Os subscritos de uma quantidade, são utilizados como identificadores, tais como: a posição num vetor, etc.; e seu significado é identificado em cada situação ou caso particular.

3.4.1.1 Configuração do Sistema

A configuração de um conjunto S de ν partículas P_1, P_2, \dots, P_ν , no referencial inercial A é definido quando é conhecido o vetor de posição de cada partícula, relativo a um ponto fixo de A . Portanto, ν quantidades vetoriais ou 3ν quantidades escalares são necessárias para a completa explicitação de S em A . As quantidades escalares são chamadas de coordenadas Cartesianas e são definidas da seguinte maneira: se $\mathbf{a}_x, \mathbf{a}_y, \mathbf{a}_z$ são vetores unitários ortogonais em A , então:

$$\begin{aligned}x_i &= \mathbf{p}_i \cdot \mathbf{a}_x \\y_i &= \mathbf{p}_i \cdot \mathbf{a}_y \\z_i &= \mathbf{p}_i \cdot \mathbf{a}_z\end{aligned}\tag{3.1}$$

onde \mathbf{p}_i é o vetor de posição do ponto O fixo em A até o ponto P_i , e representam as componentes de \mathbf{p}_i nas direções de $\mathbf{a}_x, \mathbf{a}_y, \mathbf{a}_z$. A operação identificador com “ \cdot ” corresponde ao produto interno. Esta situação é ilustrada na Figura 3.3.

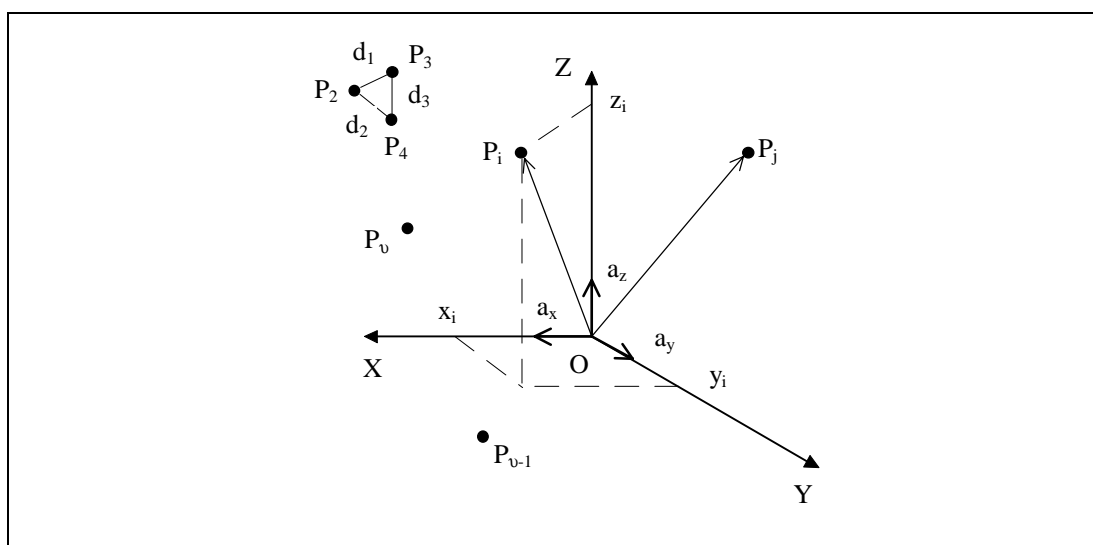


Figura 3.3 - Configuração de um Sistema de Partículas

3.4.1.2 Restrições de Configuração

Se o movimento do corpo S for afetado pela presença de outros corpos que possam entrar em contato com uma ou mais das partículas P_i , são impostas então, restrições sobre a posição espacial que a partícula possa ocupar. É dito então, que S está sujeito a Restrições de Configuração e uma equação que expresse esta restrição é chamada de equação de restrição holonômica. Um exemplo de Restrições de Configuração é apresentado pela ligação rígida d_1, d_2, d_3 , entre as partículas P_2, P_3 e P_4 , da Figura 3.3. Ela pode ser expressa por:

$$f(x_1, y_1, z_1, \dots, x_v, y_v, z_v, t) = 0 \quad (3.2)$$

Equações do tipo da 3.2, são classificadas como reonômicas ou escleronômicas dependendo da função f , conter ou não, a variável de tempo t explicitamente discriminada.

3.4.1.3 Coordenadas Generalizadas

Quando um conjunto S de ν partículas P_1, P_2, \dots, P_ν , está sujeito a restrições representadas por M equações holonômicas de restrição, somente:

$$n = 3\nu - M \quad (3.3)$$

das 3ν coordenadas cartesianas x_1, y_1 e z_1 são independentes. Nestas circunstâncias pode-se expressar cada uma delas por uma única função dependente do tempo t e, n novas funções do tempo, $q_1(t), q_2(t), \dots, q_n(t)$, de tal forma que as equações de restrições sejam satisfeitas. Estas quantidades são chamadas de coordenadas generalizadas de S em A .

3.4.1.4 Velocidades Generalizadas

As expressões para as velocidades angular de corpo rígido e velocidades de pontos de um conjunto de pontos S , cuja configuração no referencial inercial A é caracterizado por n coordenadas generalizadas q_1, q_2, \dots, q_n podem ser levadas a uma forma particularmente vantajosa pela introdução das n quantidades u_1, u_2, \dots, u_n chamadas de velocidades generalizadas de S em A , definidas como:

$$u_r = \sum_{s=1}^n A_{rs} \dot{q}_s + B_r \quad (r = 1, 2, \dots, n) \quad (3.4)$$

onde A_{rs} e B_r são funções conhecidas de q_1, q_2, \dots, q_n e t . Elas devem ser escolhidas de tal forma que a equação 3.4 possa ter solução única para $\dot{q}_1, \dot{q}_2, \dots, \dot{q}_n$ ou seja:

$$\dot{q}_r = \sum_{s=1}^n C_{rs} u_s + D_r \quad (r = 1, 2, \dots, n) \quad (3.5)$$

onde C_{rs} e D_r são funções conhecidas de q_1, q_2, \dots, q_n e t . As equações 3.5 são chamadas de equação diferencial cinemática para S em A , e elas desenvolvem um papel importante na obtenção das equações de movimento para o estudo de sistemas mecânicos.

3.4.1.5 Restrição de Movimento

Por razões físicas, pode ocorrer que as velocidades generalizadas u_1, u_2, \dots, u_n para um sistema S no referencial inercial A , não sejam mutuamente independentes. Neste caso, é dito que S está sujeito a restrição de movimento, e uma equação que relacione cada valor u_1, u_2, \dots, u_n ao outro é chamado de equação de restrição não holonômica. Neste caso o sistema S é chamado de sistema não holonômico.

Quando todas as equações de restrições não holonômicas puderem ser expressas como m relações:

$$u_i = \sum_{s=1}^p Y_{is} u_s + Z_i \quad (i = p+1, 2, \dots, n) \quad (3.6)$$

onde: $p = n - m$ (3.7)

e Y_{is} e Z_i são funções obtidas a partir de q_1, q_2, \dots, q_n e t , S é chamado de sistema não holonômico simples com p graus de liberdade em A . Alternativamente, as equações de restrição de movimento podem ser expressas como:

$$\sum_{r=1}^n W_{ir} \dot{q}_r + T_i = 0 \quad (i = p+1, 2, \dots, n) \quad (3.8)$$

onde W_{ir} e T_i são também funções dadas de q_1, q_2, \dots, q_n e t , representando a equação 3.6, como uma função da derivada das coordenadas generalizadas.

As equações 3.6 ou 3.8 não devem ser integráveis, ou seja, não deve existir uma função $f(q_1, q_2, \dots, q_n)$ que seja constante ao longo de todo intervalo de tempo onde 3.6 ou 3.8 sejam satisfeitas. Se tal função existisse, então, q_1, q_2, \dots, q_n não seriam mutuamente independentes e portanto não formariam um conjunto de coordenadas generalizadas. Ou ainda, pode-se dizer que, as restrições de movimento descritas pelas equações 3.6 ou 3.8 não podem ser obtidas por diferenciação de restrição de posição.

Um exemplo clássico de restrição não holonômica é o caso de um disco de borda estreita, rolando sem deslizar sobre um plano. Há restrições em relação aos seus movimentos (a direção do vetor de velocidade do seu centro de massa deve coincidir sempre com o ponto de contato - não há portanto escorregamento lateral), mas o disco pode ser posicionado em qualquer lugar do plano, ou seja não há restrições quanto a configuração que ele possa vir a ter.

3.4.1.6 Variáveis de Estado

As variáveis de estado de um sistema S em um referencial inercial A , são um conjunto de quantidades escalares, que permite a descrição da configuração e dos movimentos de todas as partículas P_i pertencentes a S .

Por exemplo, na configuração de S em A , a localização de cada centro de massa e orientação de cada corpo em particular é determinado pelas coordenadas generalizadas q_1, q_2, \dots, q_n . Dada a configuração de S em A , o movimento de qualquer P_i pertencente a S é determinado pelas velocidades generalizadas u_1, u_2, \dots, u_n . Em particular também, a velocidade linear do centro de massa de cada corpo e sua velocidade angular.

Devido a diferença entre o tratamento dado às restrições por cada formalismo matemático, há diferenças em relação a definição das coordenadas generalizadas e velocidades e portanto das variáveis de estado. Normalmente em cada formalismo, as

variáveis de estado são definidas para ser a configuração e quantidades de movimento que são obtidas através da integração das equações de movimento geradas por aquele formalismo, mesmo não sendo a única forma de obtê-las. Ou alternativamente, pode-se dizer que uma certa quantidade, é uma variável de estado em um dado formalismo, se ela só poder ser obtida por integração, naquele formalismo.

3.4.2 Abordagem Euleriana

O formalismo **sintético**, sempre referido à abordagem **Euleriana**, é baseada em equações que descrevem o equilíbrio de forças no sistema. Elas podem ser obtidas a partir das equações de *momentum* para um sistema mecânico. Para um corpo rígido B no referencial inercial S , o momento linear é dado por:

$$\mathbf{L}^B = m^B \mathbf{v}^{B^*} \quad (3.9)$$

onde m^B é a massa do corpo B , e \mathbf{v}^{B^*} é a velocidade do centro de massa, \mathbf{B}^* , de B em S . O momento angular central, para o corpo B em torno de seu centro de massa, \mathbf{B}^* no referencial inercial S é descrito por:

$$\mathbf{H}^{B^*} = \mathbf{I}^{B^*} \mathbf{w}^B \quad (3.10)$$

onde \mathbf{I}^{B^*} é chamado de diádico central de inércia de B , correspondente ao diádico de inércia em relação ao centro de massa de B , e \mathbf{w}^B a velocidade angular de B em S . Note que a quantidade \mathbf{H}^{B^*} é um vetor. As equações de *Newton-Euler* podem ser obtidas a partir da expressão 3.9 e 3.10 como segue:

- As equações de *Newton* para os movimentos de corpo rígido de B são:

$$\mathbf{R}^B = \frac{d \mathbf{L}^B}{dt} = m^B \mathbf{a}^{B^*} \quad (3.11)$$

onde \mathbf{R}^B é a resultante de todas as forças de contato e distantes agentes sobre o corpo B e \mathbf{a}^{B^*} a aceleração do centro de massa de B em S .

- As equações de *Euler* para os movimentos de rotação de B são dados por:

$$\mathbf{T}^B = \frac{d \mathbf{H}^{B^*}}{dt} = \mathbf{I}^{B^*} \cdot \boldsymbol{\alpha}^B + \boldsymbol{\omega}^B \times \mathbf{I}^{B^*} \cdot \boldsymbol{\omega}^B \quad (3.12)$$

onde \mathbf{T}^B é a soma de todos os momentos (torques de acoplamento) aplicados ao corpo B em torno de seu centro de massa, e $\boldsymbol{\alpha}^B$ a aceleração angular de B em S . O operador \times corresponde ao produto cruzado de dois vetores. Este resultado bem conhecido, resulta da derivada temporal de um vetor e velocidade angular (Kane, 1983 e 1985). Note que utilizando a operação de produto escalar de vetores, pode-se obter quantidades escalares destas equações vetoriais/matriciais, projetando os vetores em determinadas direções. Se estes vetores formarem uma base ortogonal fixada ao corpo e alinhados aos seus eixos principais, resultam nas conhecidas equações na forma de Newton-Euler (Kane, 1985).

As equações 3.11 e 3.12 definem uma relação linear entre a derivada das velocidades e a soma das forças e torques externos aplicados ao corpo. Pode-se obter para um sistema com n graus de liberdade um conjunto de equações em termos das derivadas das velocidades generalizadas como definidas na seção 3.4.1.4 da seguinte forma:

$$\mathbf{M} \dot{\mathbf{u}} = \mathbf{f} \quad (3.13)$$

a partir das expressões 3.11 e 3.12. Estas expressões são chamadas de Equações Diferenciais Dinâmicas. A matriz \mathbf{M} de ordem $n \times n$ é composta de coeficientes das derivadas das velocidades generalizadas, chamada de matriz de massa, sendo que seus elementos tem unidade de massa, momento de inércia ou expressões contendo ambas.

O vetor f de ordem $n \times m$ é chamado de vetor de força e seus elementos tem unidade de força e momento. Ele contém todos os termos que aparecem do lado direito de cada equação de movimento e todos os outros termos que não multipliquem as derivadas das velocidades generalizadas.

As expressões 3.5 e 3.13 definem portanto um conjunto de $2n$ equações diferenciais, que descrevem os movimentos de um MBS e que podem ser resolvidas em \dot{q} e \dot{u} , usando técnica de álgebra linear. Se o sistema é não holonômico, com p graus de liberdade não existiram as n equações definidas pela expressão 3.5, mas sim p equações dinâmicas expressas por 3.13 e m equações de restrição não holonômicas expressas por 3.6.

O vetor resultante das derivadas das coordenadas e velocidades generalizadas pode então ser integrado numericamente, para a obtenção da resposta do MBS. Muitas abordagens foram desenvolvidas para resolução destas equações onde *SD/Fast* é uma delas que utiliza o método de *Kane* para obtenção das equações descritas pela expressão 3.13. Sua dedução é apresentada na seção seguinte na discussão do método de *Kane*.

3.4.3 Abordagem Lagrangiana

A abordagem Lagrangeana é conhecida como o formalismo analítico, sendo descrita pelo balanço de energia do sistema em termos das coordenadas generalizadas e suas derivadas. As equações de *Lagrange* são obtidas a partir da aplicação nas equações de movimento dadas pelas expressões 3.11 e 3.12, apresentadas na forma de D'Alembert, do princípio dos deslocamentos virtuais e realizando uma substituição de variáveis.

Considerando q_1, q_2, \dots, q_n , coordenadas generalizadas que especificam a configuração no tempo t de um sistema holonômico S composto de ν particular P_1 ,

P_2, \dots, P_v . Considerando m^{P_i} como a massa da partícula P_i de S . Considerando que as coordenadas cartesianas de P_i no referencial inercial Newtoniano, sejam expressas como função das coordenadas generalizadas da seguinte forma:

$$\begin{aligned}x_i &= \theta_i(q_1, q_2, \dots, q_n, t) \\y_i &= \phi_i(q_1, q_2, \dots, q_n, t) \\z_i &= \psi_i(q_1, q_2, \dots, q_n, t)\end{aligned}\quad (3.14)$$

Se R_{x_i} , R_{y_i} e R_{z_i} , são as componentes da resultante de todas as forças que agem sobre P_i , então a equação de *Newton* para P_i será:

$$\begin{aligned}m^{P_i} \ddot{x}_i &= R_{x_i} \\m^{P_i} \ddot{y}_i &= R_{y_i} \\m^{P_i} \ddot{z}_i &= R_{z_i}\end{aligned}\quad (3.15)$$

Multiplicando a primeira equação por δ_{x_i} , a segunda por δ_{y_i} e a terceira por δ_{z_i} e somando o resultando, obtém-se a equação:

$$R_{x_i} \delta_{x_i} + R_{y_i} \delta_{y_i} + R_{z_i} \delta_{z_i} = m^{P_i} \ddot{x}_i \delta_{x_i} + m^{P_i} \ddot{y}_i \delta_{y_i} + m^{P_i} \ddot{z}_i \delta_{z_i}\quad (3.16)$$

As quantidades δ_{x_i} , δ_{y_i} e δ_{z_i} são pequenos deslocamentos, chamados de deslocamentos virtuais e foram escritos como deltas para enfatizar que podem ter valores arbitrários, consistentes com as restrições e portanto não são diferenciais.

Transformando as coordenadas da equação 3.16 de cartesianas (x_i , y_i , z_i) para coordenadas generalizadas (q_1, q_2, \dots, q_n) utilizando as relações da equação 3.14, resulta para as componentes dos deslocamentos virtuais

$$\delta_{x_i} = \sum_{r=1}^n \frac{\partial x_i}{\partial q_r} \delta_{q_r} ; \quad \delta_{y_i} = \sum_{r=1}^n \frac{\partial y_i}{\partial q_r} \delta_{q_r} ; \quad \delta_{z_i} = \sum_{r=1}^n \frac{\partial z_i}{\partial q_r} \delta_{q_r}\quad (3.17)$$

Para introduzir uma simplificação na álgebra de derivação, supõe-se que $\delta_1 \neq 0$, enquanto que $\delta_1 = \delta_2 = \dots = \delta_n = 0$. Isto é permitido a partir do momento que as coordenadas generalizadas tenham sido definidas como independentes. Neste caso, a equação 3.17 torna-se:

$$\delta_{x_i} = \frac{\partial x_i}{\partial q_1} \delta_{q_1} ; \quad \delta_{y_i} = \frac{\partial y_i}{\partial q_1} \delta_{q_1} ; \quad \delta_{z_i} = \frac{\partial z_i}{\partial q_1} \delta_{q_1} \quad (3.18)$$

Substituindo estes valores na equação 3.16 e somando o resultado sobre todas as v partículas de S , tem-se:

$$\begin{aligned} & \sum_{i=1}^v \left(R_{x_i} \frac{\partial x_i}{\partial q_1} + R_{y_i} \frac{\partial y_i}{\partial q_1} + R_{z_i} \frac{\partial z_i}{\partial q_1} + \right) \delta_{q_1} = \\ & = \sum_{i=1}^v \left(m^{P_i} \ddot{x}_i \frac{\partial x_i}{\partial q_1} + m^{P_i} \ddot{y}_i \frac{\partial y_i}{\partial q_1} + m^{P_i} \ddot{z}_i \frac{\partial z_i}{\partial q_1} + \right) \delta_{q_1} \end{aligned} \quad (3.19)$$

O lado esquerdo da equação 3.19 tem um significado físico simples: é o trabalho realizado por uma força externa durante o deslocamento δ_{q_1} . Igualando esta expressão a $F_1 \delta_{q_1}$, a força generalizada define-se como:

$$F_1 = \sum_{i=1}^v \left(R_{x_i} \frac{\partial x_i}{\partial q_1} + R_{y_i} \frac{\partial y_i}{\partial q_1} + R_{z_i} \frac{\partial z_i}{\partial q_1} \right) \quad (3.20)$$

Deve-se notar que a força generalizada não tem necessariamente a mesma dimensão de força. Assim por exemplo, se q_i for um ângulo, δ_{q_1} é adimensional e F_i será um momento.

Em seguida, as quantidades do lado direito do equação 3.19 são substituídas. Utilizando a fórmula para diferenciação de um produto resulta para as x_i coordenadas:

$$\ddot{x}_i \frac{\partial x_i}{\partial q_1} = \frac{d}{dt} \left(\dot{x}_i \frac{\partial x_i}{\partial q_1} \right) - \dot{x}_i \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial x_i}{\partial q_1} \right) \quad (3.21)$$

Da equação 3.14, \dot{x}_i pode ser expresso por:

$$\dot{x}_i = \frac{d x_i}{dt} = \sum_{r=1}^n \frac{\partial x_i}{\partial q_r} \dot{q}_r \quad (3.22)$$

então:

$$\frac{\partial x_i}{\partial q_1} = \frac{\partial \dot{x}_i}{\partial \dot{q}_1} \quad (3.23)$$

Também pode-se fazer uso do fato que:

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial x_i}{\partial q_1} \right) = \frac{\partial}{\partial q_1} \left(\frac{d x_i}{dt} \right) = \frac{\partial \dot{x}_i}{\partial q_1} \quad (3.24)$$

e substituindo as equações 3.23 e 3.24 na equação 3.21 resulta em :

$$\ddot{x}_i \frac{\partial x_i}{\partial q_1} = \frac{d}{dt} \left(\dot{x}_i \frac{\partial \dot{x}_i}{\partial \dot{q}_1} \right) - \dot{x}_i \frac{\partial \dot{x}_i}{\partial q_1} = \frac{d}{dt} \left[\frac{\partial}{\partial \dot{q}_1} \left(\frac{\dot{x}_i^2}{2} \right) \right] - \frac{\partial}{\partial q_1} \left(\frac{\dot{x}_i^2}{2} \right) \quad (3.25)$$

Desenvolvendo expressão similar para os componentes y_i e z_i e substituindo na equação 3.19 obtém-se:

$$F_1 \delta_{q_1} = \sum_{i=1}^v m^{P_i} \left\{ \frac{d}{dt} \left[\frac{\partial}{\partial \dot{q}_1} \left(\frac{\dot{x}_i^2}{2} + \frac{\dot{y}_i^2}{2} + \frac{\dot{z}_i^2}{2} \right) \right] - \frac{\partial}{\partial q_1} \left(\frac{\dot{x}_i^2}{2} + \frac{\dot{y}_i^2}{2} + \frac{\dot{z}_i^2}{2} \right) \right\} \delta_{q_1} \quad (3.26)$$

mas a energia cinética K do sistema S é dado por:

$$K = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^v m^{P_i} (\dot{x}_i^2 + \dot{y}_i^2 + \dot{z}_i^2) \quad (3.27)$$

que substituído na equação 3.26 resulta em:

$$F_1 \delta_{q_1} = \left[\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial K}{\partial \dot{q}_1} \right) - \frac{\partial K}{\partial q_1} \right] \delta_{q_1} \quad (3.28)$$

$$F_1 = \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial K}{\partial \dot{q}_1} \right) - \frac{\partial K}{\partial q_1} \quad (3.29)$$

Esta é a equação de *Lagrange* na sua forma mais útil e conhecida. Se na derivação realizada acima for considerado: $\delta_{q_2} \neq 0$ enquanto $\delta_{q_1} = \delta_{q_3} = \dots = \delta_{q_n} = 0$, uma equação equivalente à 3.29, será obtida para δ_{q_2} . Procedendo de maneira similar para todas as demais n coordenadas generalizadas, obtém-se n equações independentes de *Lagrange* correspondente aos n graus de liberdade do sistema S . Ou seja :

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial K}{\partial \dot{q}_r} \right) - \frac{\partial K}{\partial q_r} = F_r \quad (r = 1, 2, \dots, n) \quad (3.30)$$

Se todas as forças agentes sobre o sistema forem conservativas, de forma que possam ser obtidas a partir de uma função V de energia potencial, pode ser dito por definição que:

$$F_r = - \frac{\partial V}{\partial q_r} \quad (3.31)$$

e para um sistema conservativo, a equação de *Lagrange* assume a forma:

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial K}{\partial \dot{q}_r} \right) - \frac{\partial K}{\partial q_r} + \frac{\partial V}{\partial q_r} = 0 \quad (3.32)$$

Várias formas de funções dissipativas são possíveis de uso em sistemas onde o princípio de conservação de energia não seja válido. Quando o sistema é submetido a forças de resistência que sejam diretamente proporcionais à velocidade de seus pontos de aplicação, é possível expressar a equação de *Lagrange* simplesmente com um termo extra. Fazendo a função dissipativa ser \mathfrak{R} , a equação de *Lagrange* é descrita por:

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial K}{\partial \dot{q}_r} \right) - \frac{\partial K}{\partial q_r} + \frac{\partial V}{\partial q_r} + \frac{\partial \mathfrak{R}}{\partial \dot{q}_r} = F_r \quad (r = 1, 2, \dots, n) \quad (3.33)$$

Para um sistema não holonômico, com p graus de liberdade, e m equações de restrição não holonômico da forma descrita em 3.8, a equação de *Lagrange* pode ser obtida, considerando o sistema S , submetido a forças externas adicionais; ou seja, forças que devem ser produzidas pelas restrições de forma a conduzir o sistema a respeitar as restrições de movimento impostas. Neste caso, um conjunto de m quantidades adicionais, chamados de multiplicadores de *Lagrange*, são introduzidos na equação de *Lagrange* que transforma-se em:

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial K}{\partial \dot{q}_r} \right) - \frac{\partial K}{\partial q_r} + \frac{\partial V}{\partial q_r} + \frac{\partial \mathfrak{R}}{\partial \dot{q}_r} = F_r + \sum_{i=1}^m W_{ir} \lambda_i \quad (r = 1, 2, \dots, n) \quad (3.34)$$

onde λ_i são os multiplicadores de *Lagrange* e os coeficientes W_{ir} , são dados pela equação 3.8. A equação 3.34 em conjunto com 3.8, são suficientes para determinar as $(m+n)$ quantidades desconhecidas, $q_1, q_2, \dots, q_n, \lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_m$. Algumas das vantagens da abordagem Lagrangeana são que as equações de movimento são obtidas da mesma forma para qualquer conjunto de coordenadas, acelerações não precisam ser determinadas, o número requerido de equações é automaticamente obtido e algumas dificuldades com sinais algébricos são evitadas. Vale notar, que algumas destas vantagens são simples vantagens do método de energia e portanto o método de *Lagrange* pode ser visto como uma forma mais geral do princípio de energia.

3.4.4 Método de Kane

A abordagem do método de *Kane* pode ser classificada como euleriana. Este método baseia-se em algumas quantidades que são chamadas de *velocidades parciais*. Utiliza-se das equações de *Newton* (equação 3.11) e Euler (equação 3.12) na forma de *D'Alembert*, e o princípio de ortogonalidade de *Teleng* (Andrews, 1977) para projetar os vetores de força em direções particulares, através da operação de produto escalar (*dot product*). É similar ao princípio dos trabalhos virtuais de *Jordain*, o qual estabelece, que o trabalho virtual associado a uma força de restrição, deve anular-se. Entretanto, não utiliza-se do virtual, mas de componentes específicos das expressões das velocidades reais para os corpos.

Assim procedendo, *Kane*, obteve relações escalares entre as forças e torques inerciais, que chamou de *forças inerciais generalizadas* e de *forças e torques externos projetados*, e que foram por ele designados de *forças ativas generalizadas*. As equações dinâmicas de *Kane* são válidas para descrever os movimentos de um sistema *S* de partículas P_i em qualquer sistema de referência. De nada adianta que as forças inerciais generalizadas e as forças ativas generalizadas sejam definidas num sistema de referência Newtoniano. Em última instância, a justificativa para buscar em particular, um sistema de referência Newtoniano, só pode ter advinda dos experimentos (Kane, 1985).

3.4.4.1 Velocidades Parciais

Para um sistema holonômico simples S de n graus de liberdade, num sistema de referência A , então a velocidade angular ω^B em A do corpo rígido B pertencente a S e a velocidade v^{P_i} em A da partícula P_i pertencente a S , pode ser expressa unicamente por:

$$\omega^B = \sum_{r=1}^n \omega_r^B u_r + \omega_t^B \quad (3.35)$$

$$v^{P_i} = \sum_{r=1}^n v_r^{P_i} u_r + v_t^{P_i} \quad (3.36)$$

onde ω_r^B , $v_r^{P_i}$ (para $r=1, 2, \dots, n$), ω_t^B e $v_t^{P_i}$ são funções de q_1, q_2, \dots, q_n e t . O vetor ω_r^B é chamado de $r^{\text{éssima}}$ velocidade angular parcial holonômica de B em A e $v_r^{P_i}$ é identificado como $r^{\text{éssima}}$ velocidade parcial holonômica de P_i em A . Se o sistema for holonômico escleronômico, ω_t^B e $v_t^{P_i}$ são nulos. Caso contrário, o sistema é holonômico reonômico. Se o sistema for não holonômico, os vetores ω^B e v^{P_i} podem ser expressos unicamente por:

$$\omega^B = \sum_{r=1}^n \tilde{\omega}_r^B u_r + \tilde{\omega}_t^B \quad (3.37)$$

$$v^{P_i} = \sum_{r=1}^n \tilde{v}_r^{P_i} u_r + \tilde{v}_t^{P_i} \quad (3.38)$$

onde os vetores $\tilde{\omega}_r^B$, $\tilde{v}_r^{P_i}$ (para $r=1, 2, \dots, p$), $\tilde{\omega}_t^B$ e $\tilde{v}_t^{P_i}$ são funções de q_1, q_2, \dots, q_n e t . O vetor $\tilde{\omega}_r^B$ é chamado de $r^{\text{éssima}}$ velocidade angular parcial não holonômica de B em A e $\tilde{v}_r^{P_i}$ é identificado como $r^{\text{éssima}}$ velocidade parcial não holonômica de P_i em A . Quando fala-se de velocidade angular parcial e/ou velocidade parcial, pode-se em geral omitir os adjetivos holonômico ou não holonômico, sem perda de clareza. Entretanto, a notação com *til* deve ser utilizada para fazer a distinção entre as duas. É

possível estabelecer uma relação entre velocidades parciais holonômica e não holonômica utilizando as relações de restrição de movimento, equação 3.6 (Kane 1985). Elas são dadas pelas expressões abaixo para velocidade angular parcial de sistema não holonômico:

$$\tilde{\omega}_r^B = \omega_r^B + \sum_{i=p+1}^n \omega_i^B Y_{ir} \quad (r=1, 2, \dots, p) \quad (3.39)$$

e

$$\tilde{\omega}_t^B = \omega_t^B + \sum_{i=p+1}^n \omega_i^B Z_i \quad (3.40)$$

e para $\tilde{v}_r^{P_i}$ e $\tilde{v}_t^{P_i}$ similarmente obtém-se:

$$\tilde{v}_r^{P_i} = v_r^{P_i} + \sum_{i=p+1}^n v_i^{P_i} Y_{ir} \quad (r=1, 2, \dots, p) \quad (3.41)$$

e

$$\tilde{v}_t^{P_i} = v_t^{P_i} + \sum_{i=p+1}^n v_i^{P_i} Z_i \quad (3.42)$$

e portanto pode-se utilizar ambas notações para descrever o método de *Kane*. Pode-se dizer que no caso de sistemas holonômicos, nenhuma restrição de movimento existe, portanto $m=0$, $p=n$, $\tilde{\omega}_r = \omega_r$ e $\tilde{v}_r = v_r$.

Kane também mantém os termos $\tilde{v}_t^{P_i}$ e $\tilde{\omega}_t^B$ através de sua derivação. As velocidades parciais podem ser vistas como indicativas das direções das componentes das velocidades angular e linear do corpo. Dada uma velocidade angular de um corpo, ω^B , a $r^{\text{ésima}}$ velocidade angular parcial do corpo B pertencente a S pode ser expressa por:

$$\omega_r^B = \frac{\partial \omega^B}{\partial u_r} \quad (r=1, 2, \dots, n) \quad (3.43)$$

e a $r^{\text{ésima}}$ velocidade linear parcial da partícula P_i pertencente a S quando sua velocidade linear, v^i é dada, é descrito por:

$$v_r^{P_i} = \frac{\partial v^i}{\partial u_r} \quad (r=1, 2, \dots, n) \quad (3.44)$$

Como velocidades são quantidades vetoriais e velocidades generalizadas são quantidades escalares, pode-se concluir que as velocidades parciais são sempre quantidades vetoriais.

Uma interpretação física das velocidades parciais é dada por Sayers (1990), que diz que elas refletem o fato de que forças e torques só podem desenvolver trabalho se houver movimento, e as velocidades parciais são as direções nas quais estes movimentos realizam-se. Este fato vai produzir uma regra importante na determinação dos estados de um Sistema Multicorpos nos formalismos que implementam o método de *Kane*.

3.4.4.2 Equações Dinâmicas de Kane

Nesta explanação das equações de *Kane*, assume-se que o sistema S é holonômico escleronômico por questão de simplicidade. Esta hipótese não afeta a sua compreensão na abrangência deste trabalho, também foram deduzidas para um sistema não holonômico em outras publicações (Kane, 1985; Sayers, 1990; Rosenthal, 1991).

As equações dinâmicas de *Kane* são obtidas, escrevendo-se as equações de *Newton* e *Euler*, 3.11 e 3.12, na forma de *D'Alembert*, multiplicando-as escalarmente (*dot product*) pelas velocidades parciais previamente definidas e somando todos os seus termos para $r = 1, 2, \dots, n$, como segue:

$$\sum_B^{corpos} \left[\left(R^B - m^B a^{B*} \right) \cdot v_r^{B*} + \left(T^B - I^{B*} \cdot \alpha^B - \omega^B \times I^{B*} \cdot \omega^B \right) \cdot \omega_r^B \right] = 0 \quad (3.45)$$

onde \sum_B^{corpos} indica a soma em todos os corpos do sistema, R^B e T^B são as resultantes de todas as forças e torques para cada corpo, conforme previamente mencionado e v_r^{B*} é um caso especial de $v_r^{P_i}$ fazendo P_i ser igual a B^* . Agrupando as forças e torques externos e os termos inerciais resulta em :

$$\sum_B^{corpos} \left[\left(R^B \cdot v_r^{B*} + T^B \cdot \omega_r^B \right) - m^B a^{B*} \cdot v_r^{B*} - \left(I^{B*} \cdot \alpha^B + \omega^B \times I^{B*} \cdot \omega^B \right) \cdot \omega_r^B \right] = 0 \quad (3.46)$$

Em seguida, as forças generalizadas são introduzidas para $r = 1, 2, \dots, n$ como:

$$F_r = \sum_B^{corpos} \left(R^B \cdot v_r^{B*} + T^B \cdot \omega_r^B \right) \quad (3.47)$$

as forças de inércia generalizadas para $r = 1, 2, \dots, n$ são:

$$F_r^* = \sum_B^{corpos} \left[-m^B a^{B*} \cdot v_r^{B*} - \left(I^{B*} \cdot \alpha^B + \omega^B \times I^{B*} \cdot \omega^B \right) \cdot \omega_r^B \right] \quad (3.48)$$

Finalmente, as equações de *Kane* assumem, para $r = 1, 2, \dots, n$, a forma:

$$F_r + F_r^* = 0 \quad (3.49)$$

que descreve os movimentos do sistema S em qualquer sistema de referência, quando as forças F_r e F_r^* , tenham sido obtidas para S num sistema de referência inércia (Kane, 1985). É interessante notar que algumas forças que contribuem em T^B não contribuem em F_r . Esta é a principal motivação para a introdução das forças ativas generalizadas. Entre corpos que se interagem, a contribuição total, de todas as forças

e torques de reação, para composição de F_r , devem anular-se, pois aparecem aos pares e com sinais opostos, como pode ser visto em 3.47. Neste caso, o conjunto de equações resultantes para o Sistema Multicorpos é mínimo.

Quando a equação de Kane (3.49) for expressa na forma da equação 3.13, utilizando as expressões 3.35 e 3.36, os coeficientes da matriz massa para a $i^{\text{ésima}}$ linha e $j^{\text{ésima}}$ coluna são dados por:

$$m_{ij} = \sum_B^{corpos} \left(\omega_j^B \cdot I^{B*} \cdot \omega_i^B + m^B v_j^{B*} \cdot v_i^{B*} \right) \quad (3.50)$$

e o $i^{\text{ésimo}}$ elemento do vetor de força é obtido pela subtração da equação 3.50 da 3.46, resultando em:

$$f_i = \sum_B^{corpos} \left[\left(R^B - m^B a_{rem}^{B*} \right) \cdot v_i^{B*} + \left(T^B - I^{B*} \cdot \alpha_{rem}^B - \omega^B \times I^{B*} \cdot \omega^B \right) \cdot \omega_i^B \right] \quad (3.51)$$

onde a_{rem}^{B*} e α_{rem}^B são chamados de resíduo de aceleração central e resíduo de aceleração angular central, respectivamente (Rosenthal, 1991). Para um sistema holonômico escleronômico estes termos são expressos por:

$$a_{rem}^{B*} = \sum_{r=1}^n u_r \frac{d v_r^{B*}}{dt} \quad (3.52)$$

$$\alpha_{rem}^B = \sum_{r=1}^n u_r \frac{d \omega_r^B}{dt} \quad (3.53)$$

De maneira similar, pode-se obter equações correspondentes para um sistema não holonômico empregando a equação 3.6 e procedendo de maneira similar àquela utilizada para derivação das expressões 3.39 e 3.41. Prova e descrição detalhada da

obtenção destas equações são apresentadas em literatura disponível (Kane, 1983; 1985; Rosenthal, 1991 e Sayers, 1990).

3.5 Implementação Computacional

Do ponto de vista da implementação computacional, sistemas MBS são classificados como numéricos, simbólicos ou uma combinação dos dois. No termo simbólico, existe uma impropriedade no sentido de que, os resultados são simplesmente rotinas com códigos de programa em linguagem *C*, *Fortran* ou *Pascal*. A manipulação simbólica de fato, ocorre na fase de geração das equações de movimento e são em geral transparentes para o usuário do programa MBS.

Programas numéricos especializados podem ser dedicados a uma tipo específico de simulação ou mesmo para uma classe de modelos. Alguns programas deste tipo, implementados de algum tipo de flexibilidade para pequenas modificações de modelos, ainda são largamente utilizados na indústria ou em universidades. Normalmente, estes códigos são pequenos e rápidos devido a sua especificidade.

Programas genéricos, desenvolvidos para aplicações mais gerais, são extensos e portanto, mais lentos que o tipo anterior, devido a sua capacidade de simular uma quantidade variada de diferentes topologias. Permitem entretanto, corpos com distribuição de massa arbitrária, conectadas entre pontos quaisquer com diferentes tipos de juntas.

A abordagem euleriana foi inicialmente aplicada na solução de problemas em espaçonaves onde, a característica era a movimentação em três dimensões, com o sistema em topologia de árvore e sem restrições não holonômicas. Com o auxílio de teoria de Grafos, implementações numéricas das equações de Newton-Euler foram realizadas por *Fleicher* (1977) no programa *Mltbdy* e baseado-se nos métodos de *Hooker/Margolis* e *Roberson/Wittenburg* com o programa *Multibody*. Posteriormente *Hooker*, trabalhou numa forma alternativa para isolar a restrição de torque numa

junta única expressa com apenas uma equação dinâmica. Este método que aparentemente foi focado por *Velmen* num caso particular de quatro corpos, foi dado o nome de “*nested body method*”. Uma implementação deste método pode ser observada no programa *N.Bod2*, desenvolvido por *Frisch*. Formalismos baseados no Princípio de *Jordain* de energia virtual, foram aplicados a sistemas com vínculos não holonômicos por *Kreuzer/Schiehlen* no programa *Neweul*.

O método de *Kane*, que pode ser visto como uma variação do princípio de *Jourdain* onde, as velocidades virtuais são substituídas por certas componentes da velocidade real, conforme já apresentado anteriormente, produz a menor forma possível de equações de movimento e portanto provavelmente mais eficientes. Implementações baseadas nesta metodologia incluem os programas *SD/Fast* (1990), *Autosim* (Sayers, 1990).

Autores que utilizam-se do formalismo lagrangeano, são em geral da comunidade de máquinas e mecanismos, devido a sua capacidade de tratar cadeias fechadas (*closed loops*). A opção pelo método de *Lagrange*, especialmente nas aplicações iniciais, voltada para sistemas com movimentos planares, foi influenciada pelo fato dos multiplicadores de *Lagrange* permitirem a obtenção direta das forças de reação entre corpos contíguos.

O programa *Adams*, desenvolvido por *Orlandea*, é voltado para modelagem de sistemas tridimensionais com configuração arbitrária. A filosofia deste programa é baseada na adequação de variáveis e equações ao método numérico utilizado. Com esta finalidade, um conjunto redundante de equações são adotados, com 15 equações de primeira ordem para cada corpo, correspondendo as relações cinemáticas, equações dinâmicas e equações de energia. Um algoritmo *Newton-Rapson* é utilizado para a solução da parte algébrica, ao passo que o método de *Gear* é utilizado para integração das equações diferenciais (Ryan, 1990). Implementações numéricas (eliminação de Gauss e tratamento de matrizes esparsas) permitiram aumentar a

eficiência do programa, uma vez que o número de equações geradas para um mesmo sistemas, seja maior que em outros métodos.

Dentre os diversos programas para aplicação veicular, desenvolvidos pelo instituto alemão DFVLR, o programa Medyna ilustra a aplicação da abordagem Lagrangeana para deslocamentos tridimensionais, utilizando um sistema de referência com movimento cinemático, com as equações de movimentos lineares derivadas, assumindo pequenas variações em relação a este referencial móvel.

Os códigos desenvolvidos pela Associação Americana de Ferrovias (AAR-TTC) denominado Nucars, é especificamente voltado para aplicação em veículos ferroviários, com módulos dedicados ao contato roda/trilho ferroviário. O programa VOCO desenvolvido no INRETS (Pascal, 1990) França, utiliza também sistema de referência móvel. Entretanto, desenvolveu uma metodologia própria para o tratamento das acelerações em curvas, baseado num sistema de coordenadas transformadas (Pascal e Ayasse, 1990), que mantém as forças transversais perpendiculares ao movimento de translação. Modelagem e tratamento do problema de contato em múltiplos pontos, foram bastante aprimorados por este grupo (Pascal e Sauvage, 1991).

Tabela 3.1 - Resumo de Programas e MBS com Aplicação em Veículos Ferroviários

Programa	Método	Instituição	Pais	Autor
VOCO	Newton-Euler	INRETS	França	J.P. Pascal
SD/FAST	Kane	n/d	EUA	Kane
ADAMS	Lagrangiano	MDI	EUA	MDI
MEDYNA	Lagrangiano	DFVLR	Alemanha	W. Kik
SIDIVE	n/d	Ferrocarriles	Espanha	German Gimenez
ROBOTRAN	Energia Potencial	Louvrain Neuve	Bélgica	P. Fisette
NUCARS	Newton-Euler	AAR-TTC	EUA	Peter Kauser

n/d - não disponível

Programas que utilizam-se da técnica de manipulação simbólica, apareceram como resposta à questão de como gerar equações confiáveis e códigos eficientes de programa para um problema específico, mas que possa também tratar problemas gerais e de grande porte. Alguns programas para simulação do comportamento de veículos estão apresentados na Tabela 3.1 com seu respectivo método matemático, autor e procedência.

A evolução dos métodos de geração das equações de movimento entre o processo manual até os métodos atuais pode ser vista na Figura 3.4. A partir dos parâmetros do sistema, apresenta-se em primeira instância o trabalho do especialista, obtendo explicitamente as equações de movimento. Estas equações eram então codificadas e incorporadas num grande ambiente de simulação.

Programas de uso geral em sistemas MBS são atraentes, mas resultam em número maior de equações para descrição de um mesmo sistema. Entretanto, implementações numéricas para a solução confiável do sistema de equações, com o uso de métodos iterativos (*Newton-Raphson*), eliminação Gaussiana (decomposição e pivotamento) e tratamento de matrizes esparsas, aumentaram a rapidez e eficiência de programas como o *Adams* utilizado neste trabalho. Este tipo de programa possui pré e pós processadores bastante elaborados, que permitem elaboração de modelo, análise e desenvolvimento de projeto do sistema de forma integrada no mesmo ambiente.

Distinção é feita entre sistemas abertos e aqueles de cadeia fechada no programa *SD/Fast*, também utilizado neste trabalho para geração das equações de movimento. Todas as restrições de movimento (*constraints*) associadas a juntas nos modelos em cadeia aberta, são eliminadas. Isto significa que serão geradas equações somente para os graus de liberdade da junta adotada. Nenhuma equação será gerada para as restrições de movimento impostas pela junta escolhida. Portanto, sistemas que contenham juntas em cadeia aberta não produzem restrição explícita de movimento. Isto deve-se às características do método de *Kane*, na forma de utilização das velocidades parciais. Os graus de liberdade produzidos pela junta têm velocidade

parcial nula (não há movimento nestas direções) e portanto, as derivadas das possíveis velocidades generalizadas não aparecem.

Formas de Elaboração de Rotinas de MBS

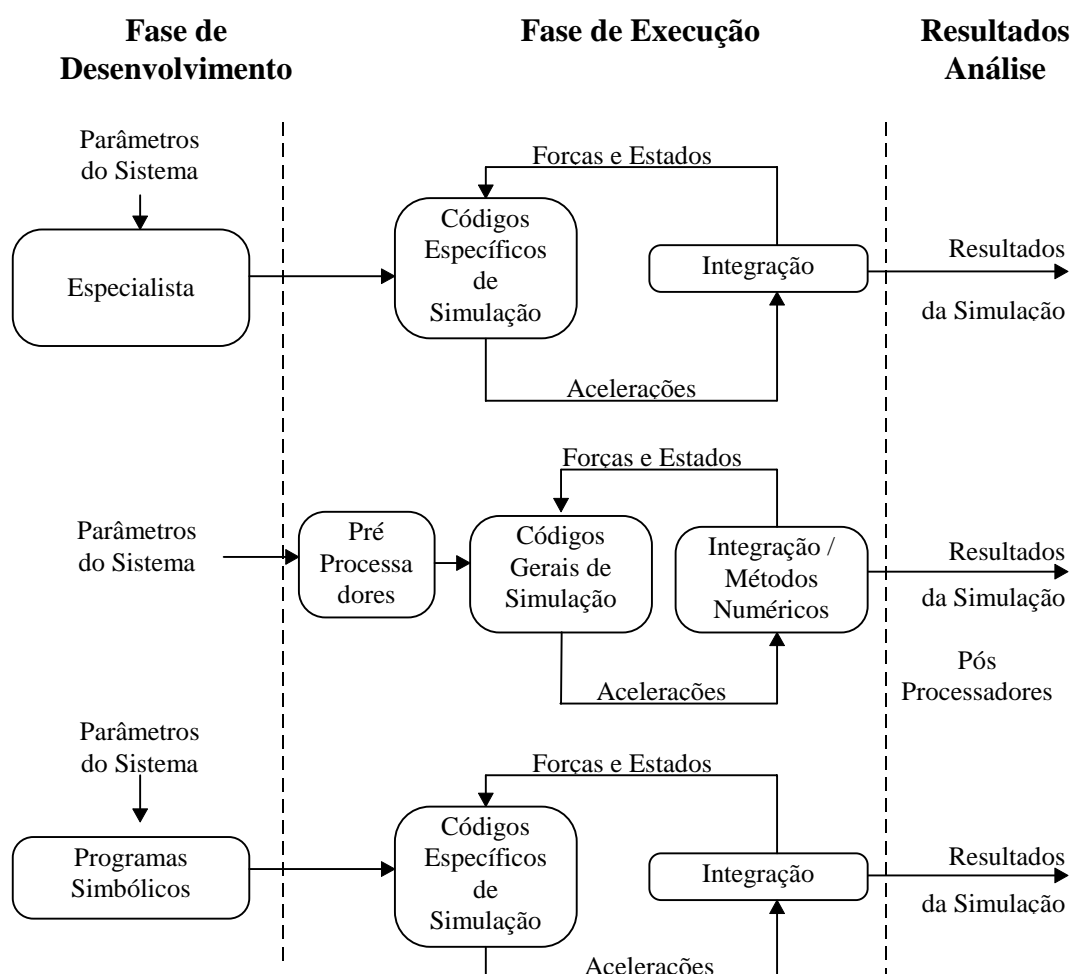


Figura 3.4 - Três Formas de Geração de Sistemas MBS: a) códigos de aplicação específica elaborado pelo especialista, b) programa convencional de MBS, c) códigos de aplicação específica elaborados por manipulação simbólica

Entretanto, sistemas que contenham juntas em cadeia fechada (*loop joints*) são implementados por equações que representam as restrições de movimento impostas por estas juntas enquanto que, nenhuma equação é necessária para os graus de

liberdade próprios da junta. Isto deve-se ao fato das restrições de movimento holonômicos serem implementadas através da diferenciação das equações de restrição, para obter-se um conjunto de equações algébrico-diferenciais, que é transformado somente num conjunto de equações diferenciais ordinárias. Este é o processo utilizado, por diversos programas desenvolvidos.

Entretanto, as novas equações obtidas estão sujeitas a desvios (*drift*) durante a simulação dos movimentos, causados pela natureza imperfeita dos métodos numéricos. Estes desvios causam a violação do conjunto de equações algébricas durante o processo de integração numérica. Devido a isto faz-se necessário a utilização de um método de estabilização, impedindo que as restrições de movimento tornem-se arbitrariamente grandes. No *SD/Fast* é utilizado o método de *Baumgarte* de estabilização de restrições. Este método envolve a múltipla realimentação das restrições de velocidades e posições no cálculo das acelerações, produzindo uma redução destes erros nos passos de integração subseqüentes.

Outro aspecto que deve ser considerado é relacionado com o usuário do programa. Os programas para MBS devem ser fáceis de aprender e utilizar ao mesmo tempo que previnam o usuário de erros e auxiliem no seu diagnóstico. Outro aspecto importante que os usuários dos programas de MBS devem estar atentos é o risco de elaborar modelos que funcionem, mas do sistema errado. Para este problema, pré processadores gráficos e mapa de descrição do sistema (*roadmaps*) podem ser de grande ajuda. Outras formas amigáveis de ajuda podem incluir o uso de formato livre para introdução de dados de entrada, orientado por palavras-chave e/ou introdução de dados via gráficos.

Se o programa não é um pacote completo de simulação, então deve ser capaz de integrar-se eficientemente com outros ambientes de simulação e análise. Especialmente, os pré e pós processadores, que assumem um papel importante na geração dos dados de entrada para a simulação e também no tratamento e análise dos resultados produzidos pela simulação.

3.6 Conclusões

Neste capítulo foi apresentada uma visão geral das técnicas de modelagem de sistemas MBS, com o encadeamento histórico de sua evolução. Uma discussão sobre o formalismo no qual a modelagem está baseada, assim como a filosofia de implementação deste formalismo também foi abordada, considerando aspectos de interface dos programas.

Observando os programas para MBS atualmente disponíveis, pode-se concluir que aqueles que foram desenvolvidos, numa certa especialidade, tendem a ter mais vantagens que outros, embora se digam de uso geral e capazes de atender a todas as finalidades. Isto ocorre, devido a familiaridade, das pessoas envolvidas no desenvolvimento deste programa, que melhor compreendem as formas de expressar quantidades e termos do sistema, assim como, conhecem as premissas assumidas para a modelagem deste tipo particular de sistema. Outra vantagem são as bibliotecas específicas, que já foram desenvolvidas para seus próprios modelos e que podem ser incorporadas no elenco de rotinas disponíveis do programa.

Outro aspecto importante a ser considerado, na avaliação de um programa MBS, é a sua capacidade de integração com outros ambientes de programação, especialmente os programas de CAD (*computer aided design*), ou programas de análise e pós processamento, uma vez que seja raro encontrar num único programa, todas as ferramentas de análise, necessárias às várias atividades que possam ser assumidas em um estudo específico.

O uso combinado, de programas que concentram-se especificamente na atividade de geração das equações de movimento, com auxílio de outros programas de uso geral para realização das atividades de integração das equações de movimento, pré e pós processamento dos dados obtidos, apresenta uma solução objetiva na geração de

códigos eficientes de simulação, sem perda de capacidade na análise para o estudo a ser realizado.

Com relação às tendências de programas MBS, pode ser ressaltada, a interface de partes flexíveis do sistema mecânico, através de programas de elementos finitos (FEM). Desenvolvimentos de códigos baseados na linguagem AI, para utilização mais intensa das técnicas de manipulação simbólica, para geração de códigos com integração das potencialidades da máquina (*hardware in the loop*) ou mesmo com interação direta do especialista (*human in the loop*), são possibilidades a serem consideradas.

Para os propósitos deste trabalho, a utilização de programas baseados no método de Sistema Multicorpos, que utiliza manipulação simbólica, é recomendada para a obtenção eficiente e confiável das equações de movimentos para sistemas veiculares e particularmente na aplicação ferroviária. A possibilidade de interface com outros programas de uso geral, para a realização de pré e pós processamento, permitem flexibilidade nesta escolha. Pode-se realizar o processamento de pequenos modelos mesmo em plataformas do nível de computadores pessoais.

O uso de programas comerciais que possuam métodos numéricos eficientes, pode ser aplicado em sistemas de grande número de graus de liberdade. Neste caso, plataformas de maior porte são aconselháveis, embora o uso em computadores pessoais ainda seja possível. Os recursos de pré e pós-processamento, em geral, já estão incluídos nestes programas.

Capítulo IV

4. Propriedades de Contato

4.1 Introdução

Na elaboração do modelo matemático do veículo, o conhecimento das forças de contato são de fundamental importância, para a correta representação do fenômeno físico real. Diferentemente do contato de escorregamento onde, todas as partículas de cada parte envolvida, possuem velocidade relativa idêntica, o contato de rolamento típico da ação de roda sobre trilho, possui escorregamento variável, devido as diferentes curvaturas de cada parte. A abordagem da mecânica de contato, para determinação das forças de contato, divide-se basicamente em três partes:

- determinação dos movimentos de corpo rígido.
- Identificação e cálculo das propriedades de contato.
- Identificação da saturação das forças de contato.

Quando dois corpos elásticos rolam um sobre o outro, os pontos de sua superfície que entram em contato podem, devido as deformações elásticas locais, permanecer lado a lado durante a passagem pela zona de contato até o ponto onde as contrações tangenciais desenvolvidas pelas deformações, superem um limite que é função da pressão normal e do coeficiente de atrito entre as superfícies.

As deformações tangenciais tem sua origem na diferença de velocidades, entre as partes em contato. Como ao longo da seção transversal da superfície, existem diferentes raios de rolamento (perfil com curvaturas próprias), quando há deslocamento lateral do rolo, a velocidade longitudinal tangencial, entre os pontos

em contato, torna-se diferentes. Devido ao movimento lateral, há também escorregamento nesta direção, gerando deformações. Além disto, como o eixo de rotação do rodeiro não é paralelo ao plano de contato, há componente de rotação neste plano e define-se um centro instantâneo de rotação angular, a partir do qual, são geradas componentes de velocidade tangenciais, produzindo escorregamentos. A combinação destes três efeitos, gera escorregamentos que dão origem as forças de contato, desenvolvida entre as partes.

A seguir serão apresentados os fundamentos da mecânica de contato, onde a descrição dos movimentos de corpo rígido e propriedades de contato, permitem alimentar rotinas de cálculo, que integram-se no ambiente de simulação como algoritmo para determinação das forças de contato.

4.2 Movimentos de Corpo Rígido

Os movimentos de corpo rígido do rodeiro apresentados no Capítulo II, são descritos por seu deslocamento lateral e angular em relação aos trilhos. A equação abaixo, expressa estas relações simplificadas:

$$\begin{Bmatrix} v_x \\ v_y \\ v_{sp} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & -b_o \\ 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{u}_y \\ \dot{\phi}_z \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} \lambda / r_o & 0 \\ 0 & -1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u_y \\ \phi_z \end{Bmatrix} + \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ \delta / r_o \end{Bmatrix} \quad (4.1)$$

Nos programas de mult corpos, o escorregamento pode ser obtido diretamente através da diferença de velocidades entre os corpos no ponto de contato. A localização do ponto de contato na roda e o mesmo ponto de contato no trilho é dado pelos vetores e_1 , e_2 e d_1 , d_2 respectivamente. A Figura 4.1 ilustra a identificação dos pontos de contato do rodeiro sobre os trilhos.

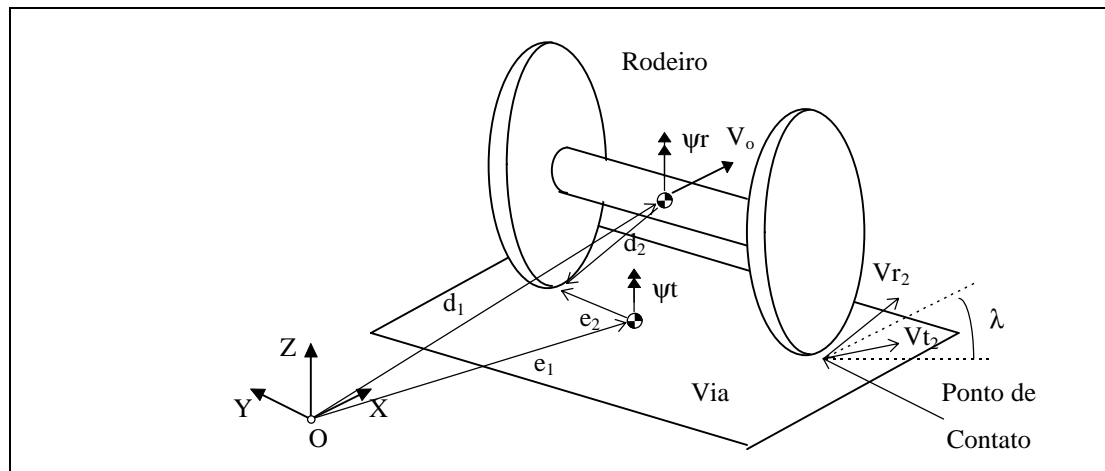


Figura 4.1 - Identificação dos Pontos de Contato

As velocidades $V_{r1,2}$ e $V_{t1,2}$ correspondente a roda e $V_{t1,2}$ e $V_{t1,2}$ do trilho dos pontos de contato, são obtidas através dos estados do sistema e transformadas com o produto escalar e vetorial para atingir a direção desejada. Da diferença das velocidades dos corpos, normalizada pela velocidade de translação, resulta os valores de escorregamento no plano apresentado na expressão:

$$\vec{G} = \frac{\vec{V}_r - \vec{V}_t}{|V_o|} \quad (4.2)$$

Devido a rotações, além do escorregamento tangencial no plano de contato, há o escorregamento rotacional dado pela diferença entre as velocidades angulares dos corpos (ψ_r e ψ_t), majorada pela projeção da rotação do rodeiro Ω sobre o plano de contato definido pelo ângulo λ :

$$v_{sp} = (\Psi_r - \Psi_t) + (\Omega \text{ sen } \delta) \quad (4.3)$$

As rotações nos demais planos são desprezíveis resultando as seguintes expressões para escorregamento tangencial G e rotacional Ω_p :

$$\vec{G} = \begin{Bmatrix} v_x \\ v_y \\ 0 \end{Bmatrix} \quad \text{e} \quad \vec{\Omega}_p = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ v_{sp} \end{Bmatrix} \quad (4.4)$$

Estas expressões são utilizadas para o cálculo das forças de contato, descritas nos próximos itens.

4.3 Geometria de Contato

A determinação das propriedades de contato passa pela identificação da posição geométrica do rodeiro em relação a via durante o deslocamento lateral. Este cálculo é realizado previamente e as propriedades são determinados e tabeladas para uso posterior durante o processo de simulação. O rodeiro é composto de duas rodas unidas rigidamente por um eixo e a via constituída de dois trilhos unidos pelos dormentes. A seção do plano de contato é mostrada na Figura 4.2.

Para a determinação das propriedades de contato do par de rolamento é necessário o conhecimento do perfil de cada roda $Pr_{E,D}$ e distância entre elas no rodeiro, perfil de cada trilho $Pt_{E,D}$, inclinação do trilho e respectiva distância entre a face interna de cada boleto. Os perfis podem ser obtidos por geração a partir de dimensões normalizada ou medidos diretamente com aparelhos apropriados (perfilômetros). A partir de sua identificação discreta, os perfis são integralmente descritos no plano de contato com auxílio de *splines* cubicas para efeito de cálculo de propriedades.

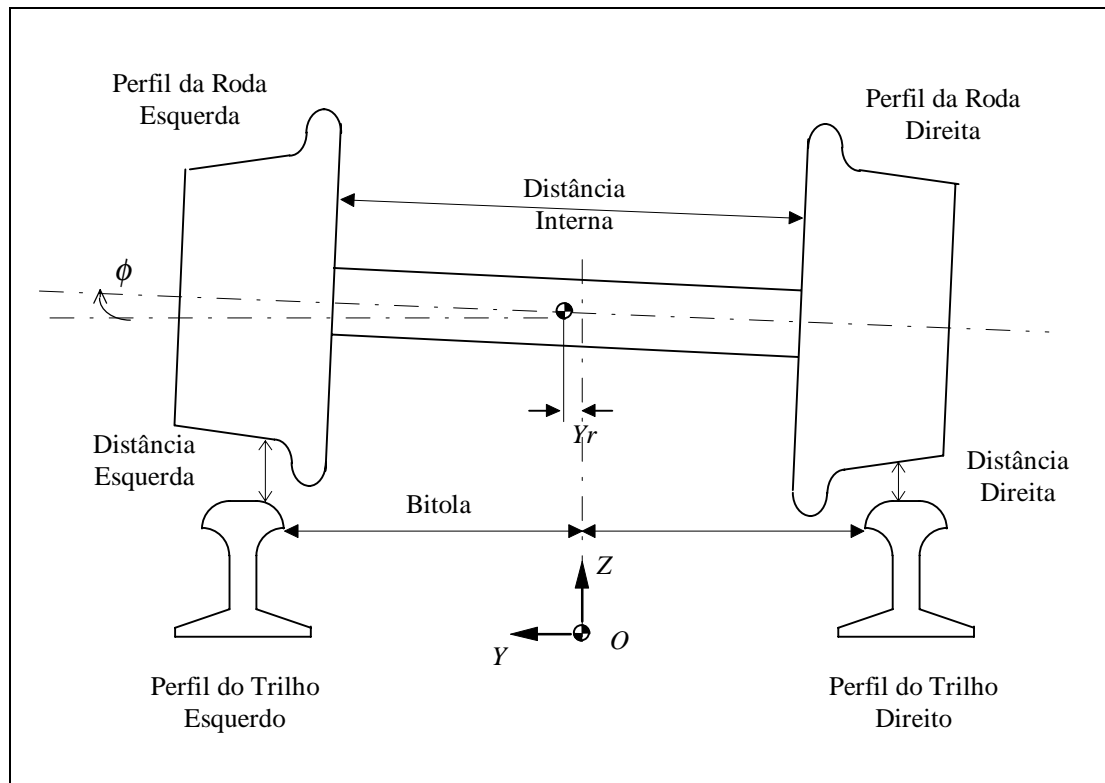


Figura 4.2 - Disposição do Rodeiro e Via

Considerando o sistema de coordenadas YOZ, locado no centro da via conforme apresentado na Figura 2, a posição lateral do rodeiro em relação a via é dado pelas distâncias lateral Y_r . A determinação da posição angular do rodeiro ϕ em relação a via, é feita pela identificação das funções de distância dos pontos de contato entre a roda e trilho para uma determinada posição lateral. Estas funções são expressas pela distância mínima $D_{E,D}(\min)$ entre os perfis da roda Pr e do trilho Pt dado por:

$$D_{E,D}(\min) = Pr_{E,D}(f(Pr_{E,D}, \phi)) - Pt_{E,D} \quad (4.5)$$

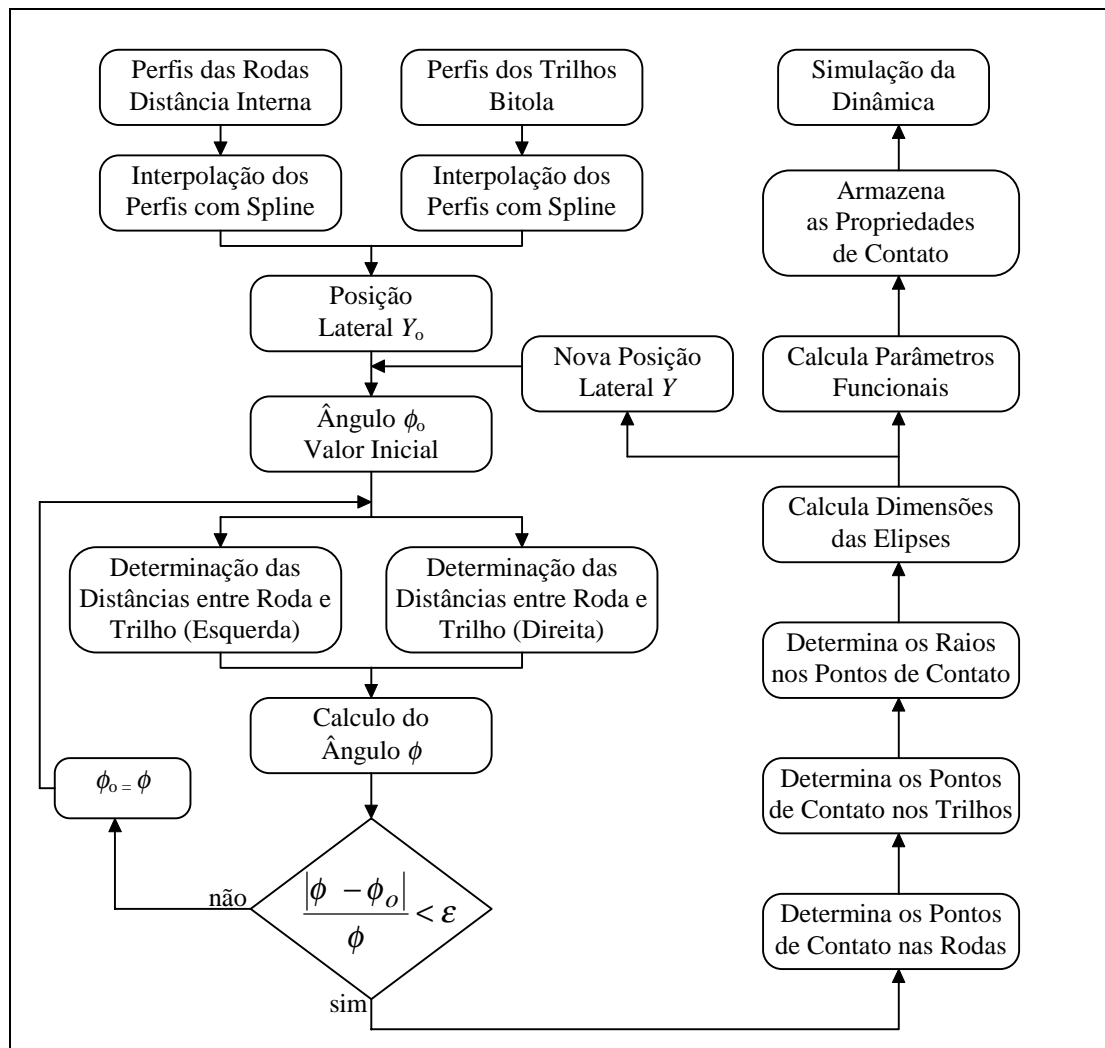


Figura 4.3 - Diagrama de Bloco do Programa de Cálculo das Propriedades de Contato. Entretanto, para uma dada posição lateral Y_r , o ângulo de inclinação do rodeiro ϕ em relação a via é dado por:

$$\phi = \tan^{-1} (D_E - D_D)/b \quad (4.6)$$

Um processo recursivo a partir de uma estimativa inicial (erro ϵ), permite determinar do ângulo ϕ do rodeiro em relação a via e respectivos pontos de contato para um dado deslocamento lateral. Um diagrama de bloco desta rotina é apresentado na Figura 4.3. Os raios R_T e R_R no ponto de contato podem ser identificados, a partir da curvatura das funções que descrevem os perfis para cada ponto de contato.

Considerando a elasticidade dos sólidos, Hertz mostrou que o contato se estabelece sobre uma zona elíptica de dimensões a e b conforme mostrado na Figura 4. A solução geral deste problema é apresentada em diversas referências (Seely, 1952; Johnson, 1985; Kalker, 1979a) sendo aqui considerado apenas o caso da seção transversal com materiais de mesma característica elástica (E , ν). Observa-se que a resolução do problema normal e tangencial são dissociados e tratados sequencialmente.

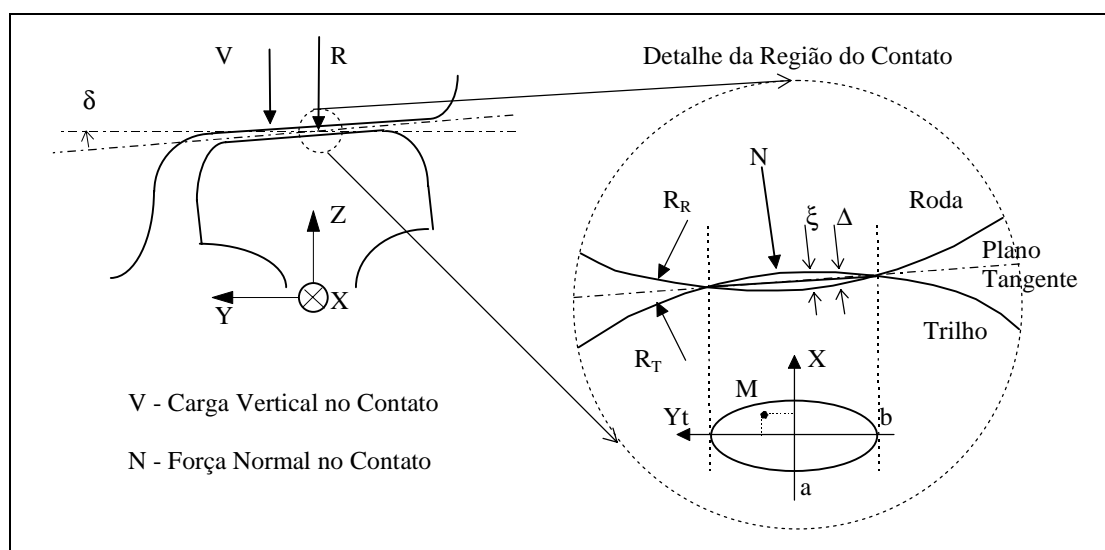


Figura 4.4 - Detalhe das Deformações na Região do Contato

Conforme apresentado na Figura 4, a distância Δ é dada pela expressão quadrática de Taylor:

$$\Delta = A \cdot x^2 + B \cdot y_t^2 - \xi \quad (4.7)$$

onde:

$$A = \frac{\cos \delta}{2R} \quad \text{e} \quad B = \frac{1}{2 \cdot R_R} + \frac{1}{2 \cdot R_T} \quad (4.8)$$

Seja $a = s$ e $b = l$ se $A/B \geq 1$ e $a = l$ e $b = s$ se $A/B \leq 1$. Os valores s , l , ξ são determinados pelo cálculo de Θ para valores entre 0° e 90° da seguinte maneira:

$$\Theta = A \cdot \cos \left(\frac{|A - B|}{|A + B|} \right) \quad (4.9)$$

$$s = n \cdot C \cdot N^{1/3} \quad , \quad l = m \cdot C \cdot N^{1/3} \quad \text{e} \quad \xi = r \cdot |A + B| \cdot C^2 \cdot N^{2/3} \quad (4.10)$$

onde os coeficientes n , m e r são determinados por integrais elípticas completas dependente de s e os parâmetros C e N dados pelas expressões:

$$C = \left(\frac{3}{2} \cdot \frac{1 - \nu^2}{E \cdot |A + B|} \right)^{\frac{1}{3}} \quad \text{e} \quad N = \frac{V}{\cos \delta} \quad (4.11)$$

A distribuição de pressões normais P na região da elipse (M) é dado por:

$$P_{(M)} = \frac{3 \cdot N}{2 \cdot \pi \cdot a \cdot b} \sqrt{1 - \left(\frac{x}{a}\right)^2 - \left(\frac{y_t}{b}\right)^2} \quad (4.12)$$

A partir da proporção das dimensões da elipse (a/b) obtêm-se os coeficientes de rigidez de contato C_{ij} determinados por *Kalker*. Os valores são tabelados e podem ser ajustados por polinômios para posterior interpolação. Note que esta solução é geométrica, não considerando as deformações dos corpos nos pontos de contato. Outros autores (Pascal, 1993b) desenvolveram métodos para cálculo de propriedades considerando a deformação elástica entre os corpos, particularmente interessante para casos de contato com múltiplos pontos.

Além das propriedades de contato, algumas informações geométricas adicionais são necessárias para a simulação. Do rodeiro utiliza-se o ângulo de inclinação ϕ . Para cada roda, utiliza-se o ângulo do plano de contato γ e respectivo raio de rolamento (R_{RE} , R_{RD}). Os cálculos são realizados previamente uma única vez, em razão das propriedades serem função apenas do movimento lateral e independente da simulação. Com isto, reduz-se o tempo computacional durante a simulação. Gráficos típicos do resultado destes cálculos são apresentados nas figuras a seguir:

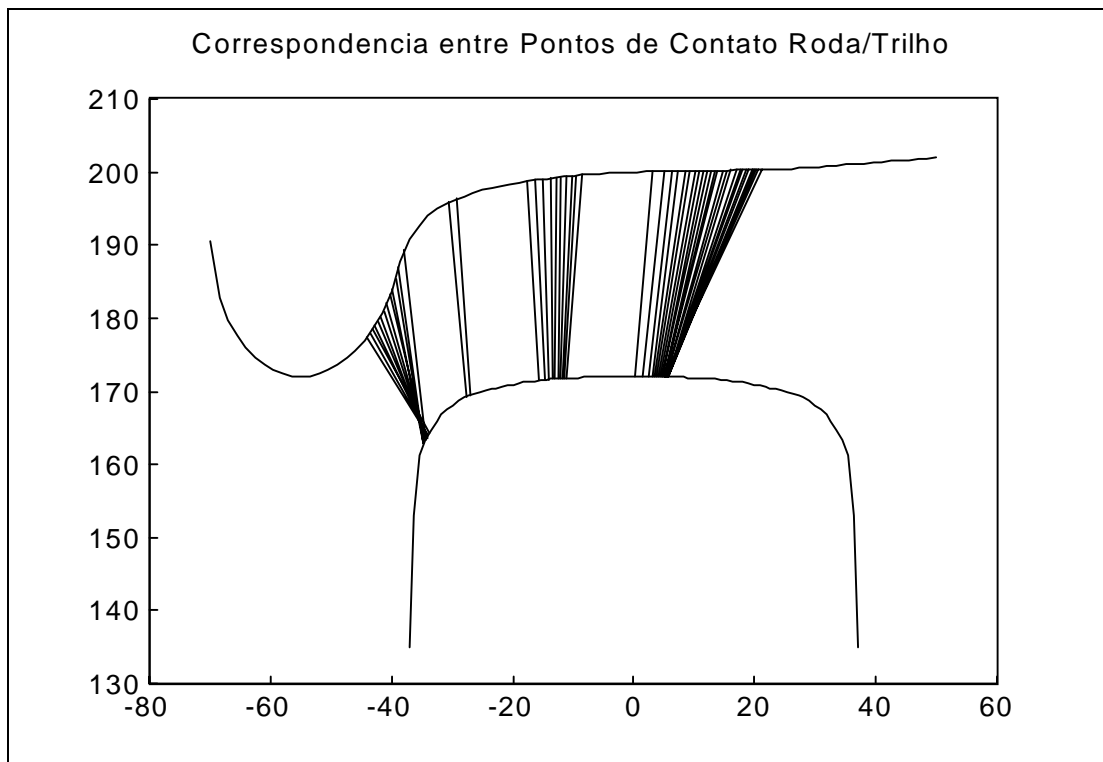


Figura 4.5 - Correspondência entre os Pontos de Contato entre Roda/trilho

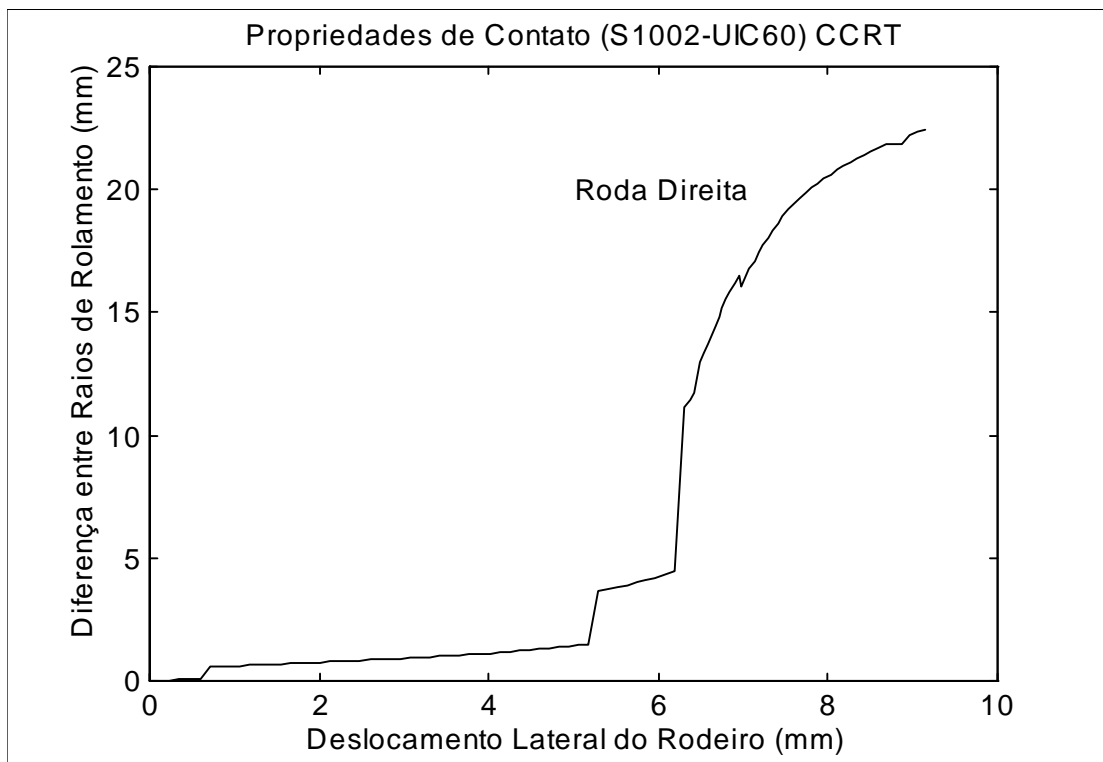


Figura 4.6 - Diferença entre Raios de Rolamento

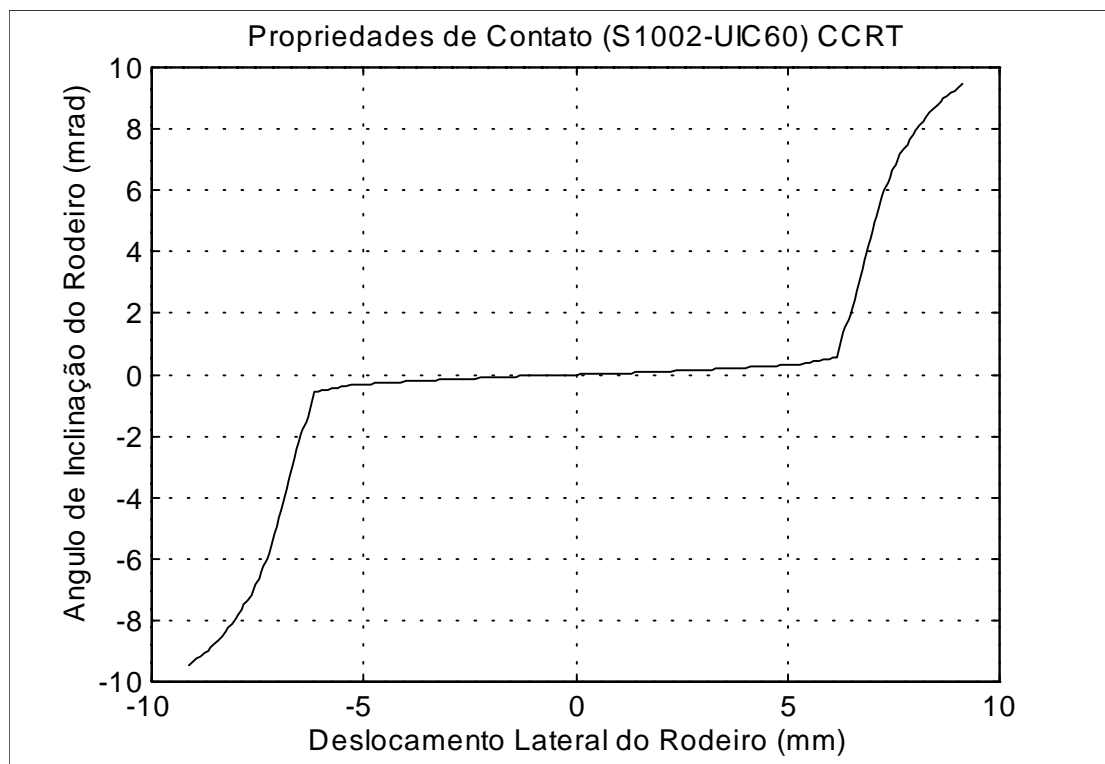


Figura 4.7 - Ângulo de Inclinação do Rodeiro

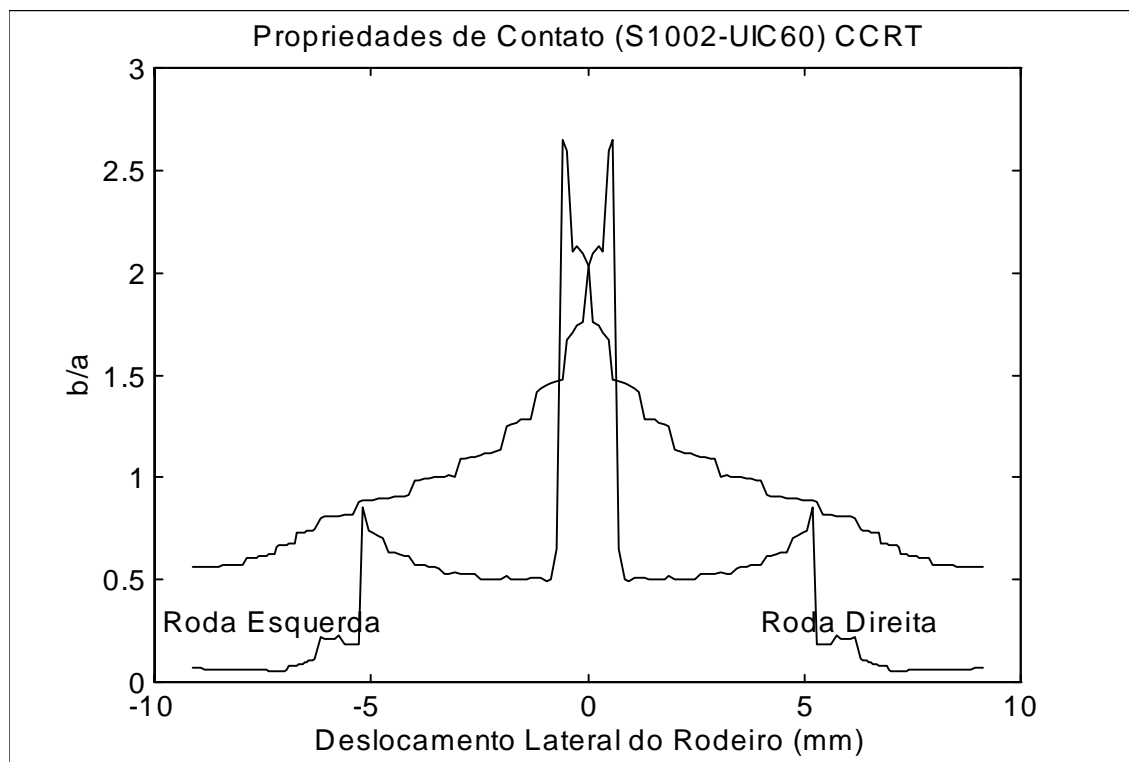


Figura 4.8 - Relação entre as Dimensões da Elipse de Contato (b/a)

Observa-se, que as propriedades de contato do par de rolamento, são dependentes do formato dos perfis e extremamente não lineares. No caso do ponto de contato para os perfis no padrão europeu (UIC), notam-se mudanças bruscas mesmo na região central, devido a concordância dos perfis. A diferença dos raios de rolamento, revela sua descontinuidade quando aproxima-se do friso da roda. Efeito similar ocorre para o ângulo de inclinação do rodeiro, que depende da diferença entre os raios de rolamento. Nota-se também nas proporções da elipse de contato, variações bastante acentuadas, junto da região de deslocamento lateral nulo (posição centralizada). Estes fatos chamam a atenção e recomendam cautela, durante o processo de integração numérica na simulação do comportamento dinâmico, pois as forças de contato tem sua magnitude influenciada por estas propriedades.

4.4 Teoria de Mecânica de Contato

Após a identificação das propriedades de contato (ver item 4.3), é necessário o cálculo das forças tangenciais no contato. No Capítulo II, foi apresentada a solução linear para pequenos escorregamentos. Quando existem grandes escorregamentos, o valor máximo de força tangencial é limitado pela lei de *Coulomb*. Entre estes dois extremos, desenvolve-se gradualmente a saturação da força de contato, dependendo da combinação dos escorregamentos longitudinal, lateral e de pivotamento.

O algoritmo *Fastsim* (Kalker, 1982a), é uma rotina rápida para cálculo das forças tangenciais de contato de rolamento entre corpos rígidos, com escorregamentos tangenciais e rotacionais (*creepages e spin*). Esta rotina é largamente utilizada pela comunidade de veículos ferroviários, sendo baseado na teoria de distribuição parabólica da pressão normal, numa área elíptica de contato (*Hertz*). Respeita a lei de atrito de *Coulomb* e a hipótese de proporcionalidade entre os deslocamentos elásticos e deformações tangenciais, na zona de contato. No item 4.2, foi deduzido a expressão

para os escorregamentos de deslizamento tangencial G_T e de pivotamento Ω_P segundo as expressões:

$$\vec{G}_T = \{v_x \quad v_y \quad 0\}'; \quad \text{e} \quad \vec{\Omega}_P = \{0 \quad 0 \quad v_{sp}\}' \quad (4.13)$$

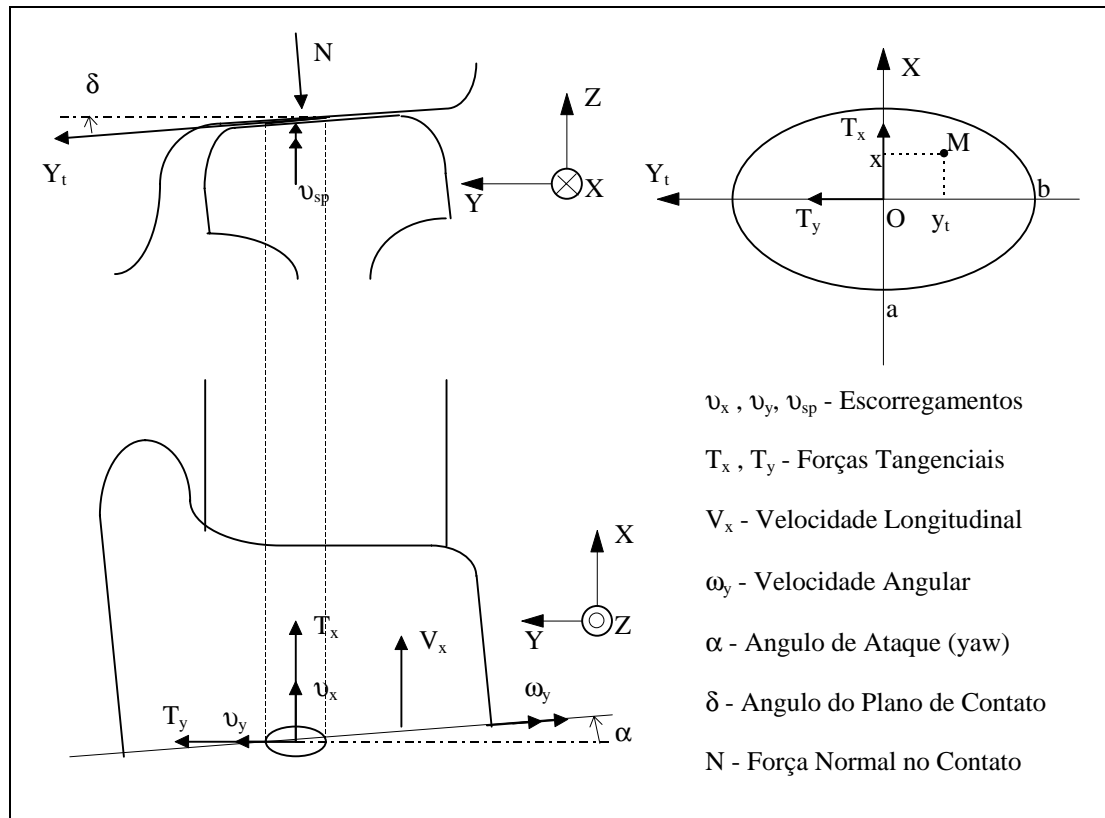


Figura 4.9 - Identificação dos Escorregamentos e Forças Tangenciais no Contato

O equacionamento do problema tangencial, traduz-se no fato de que, a todo ponto $M(x, y_t)$ dentro da elipse de contato, um escorregamento total W , é dado pela diferença entre o escorregamento de corpo rígido, introduzido pelo tensor (G_T, Ω_P) e a parte compensada pelo deslocamento elástico relativo U , entre os sólidos (diferença entre os deslocamentos do ponto de contato na roda e o respectivo no trilho). No caso do rolamento estacionário e considerando que a zona de contato evolui na direção longitudinal (x) tem-se:

$$\vec{W} = V_x \left(\vec{G}_T + \vec{\Omega}_p \times OM - \frac{\partial}{\partial x} \vec{U} \right) \quad (4.14)$$

Considerando que o movimento permanece dentro do plano de contato (X, Yt) a componente normal é nula. A equação acima, gera o sistema de equações, do problema plano tangencial:

$$\frac{W_x}{V_x} = v_x - y_t \cdot \phi - \frac{\partial U_x}{\partial x} \quad (4.15)$$

$$\frac{W_y}{V_x} = v_y + x \cdot \phi - \frac{\partial U_y}{\partial x} \quad (4.16)$$

A resolução deste sistema de equações, necessita do conhecimento de U . Baseado na teoria da elasticidade, é possível obter uma relação entre os deslocamentos elásticos relativos $U_{x,y}$ e as deformações tangenciais $t_{x,y}$ (Soua, 1997). Esta resolução é apresentada por Kalker (1967), em sua teoria completa. Na proposição simplificada desta teoria, Kalker adotou a proporcionalidade entre os deslocamentos e as deformações. Os coeficientes de proporcionalidade L_i são chamados de flexibilidade do contato e dado pelas expressões:

$$\frac{W_x}{L \cdot V_x} = \frac{v_x}{L_1} - y_t \cdot \frac{\phi}{L_3} - \frac{\partial t_x}{\partial x} \quad (4.17)$$

$$\frac{W_y}{L \cdot V_x} = \frac{v_y}{L_2} + x \cdot \frac{\phi}{L_3} - \frac{\partial t_y}{\partial x} \quad (4.18)$$

Os valores L_i são obtidos da teoria linear simplificada (Kalker, 1991), com os coeficientes de rigidez de contato C_{ij} dependentes da excentricidade (a/b) da elipse de contato e do coeficiente de *poisson* do material. Estes coeficientes estão tabulados em diversas publicações (Kalker, 1979a; 1990; 1991) e podem ser ajustados por polinômios, em função da razão de proporção da elipse (a/b) e coeficiente de *poisson*. São expressos por:

$$L = L_1 = \frac{8 \cdot a}{3 \cdot G \cdot C_{11}} ; L_2 = \frac{8 \cdot a}{3 \cdot G \cdot C_{22}} ; L_3 = \frac{\pi \cdot a}{4 \cdot G \cdot C_{23}} \cdot \sqrt{\frac{a}{b}} \quad (4.19)$$

onde G é o módulo de cisalhamento do material.

Finalizando, pode-se escrever o sistema de forma compacta conforme a seguinte expressão:

$$\vec{w}_{(x,y_i)} = \vec{s}_{(x,y_i)} - \frac{\partial}{\partial x} \vec{t}_{(x,y_i)} \quad (4.20)$$

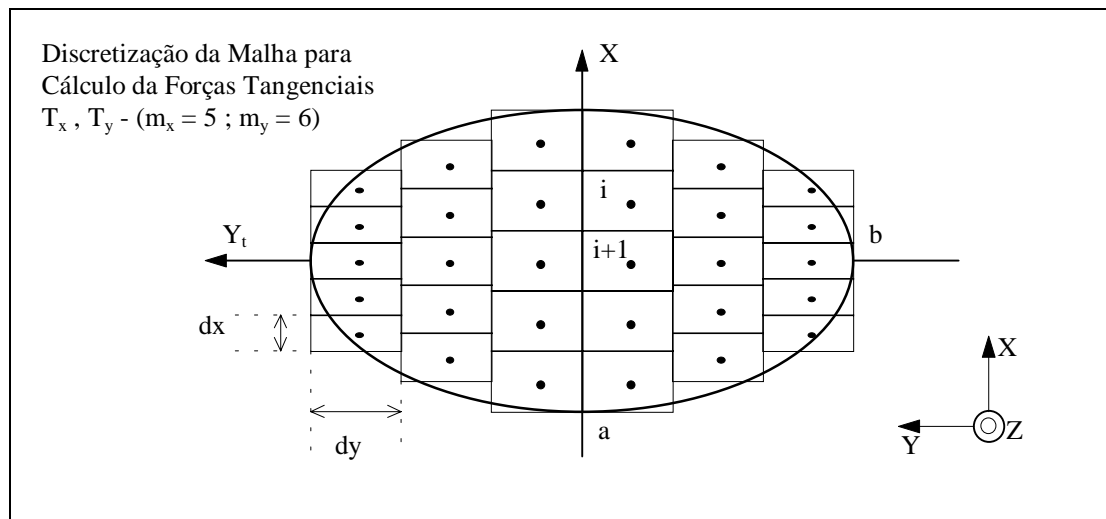


Figura 4.10 - Discretização da Elipse de Contato para Cálculo das Forças Tangenciais

A integração de primeira ordem, é realizada sobre a área de contato discretizada em retângulos (dx, dy_i), conforme apresentado na Figura 4.10. Supõe-se também uma pressão normal $P(x, y_i)$ constante sobre cada elemento, segundo distribuição elíptica e seguindo a regra de atrito de *Coulomb* sendo descrito pela seguinte equação:

$$P_{(x,y_i)} = \frac{3 \cdot N}{2 \cdot \pi \cdot a \cdot b} \cdot \sqrt{1 - \left(\frac{x}{a}\right)^2 - \left(\frac{y_t}{b}\right)^2} \quad (4.21)$$

Os valores dos esforços tangenciais correspondem, ao somatório do conjunto discreto de elementos na elipse, sendo dado pelo tensor T , descrito na expressão:

$$\vec{T} = \begin{Bmatrix} T_x \\ T_y \end{Bmatrix} = \sum \sum \vec{t}_i \cdot dx_i \cdot dy_t \quad (4.22)$$

Um exemplo de cálculo das tensões tangenciais é apresentado na Figura 4.11, para uma situação típica de contato (nux , nuy , f_i , N , μ), com representação da distribuição dos vetores t_i , em cada elemento discretizado.

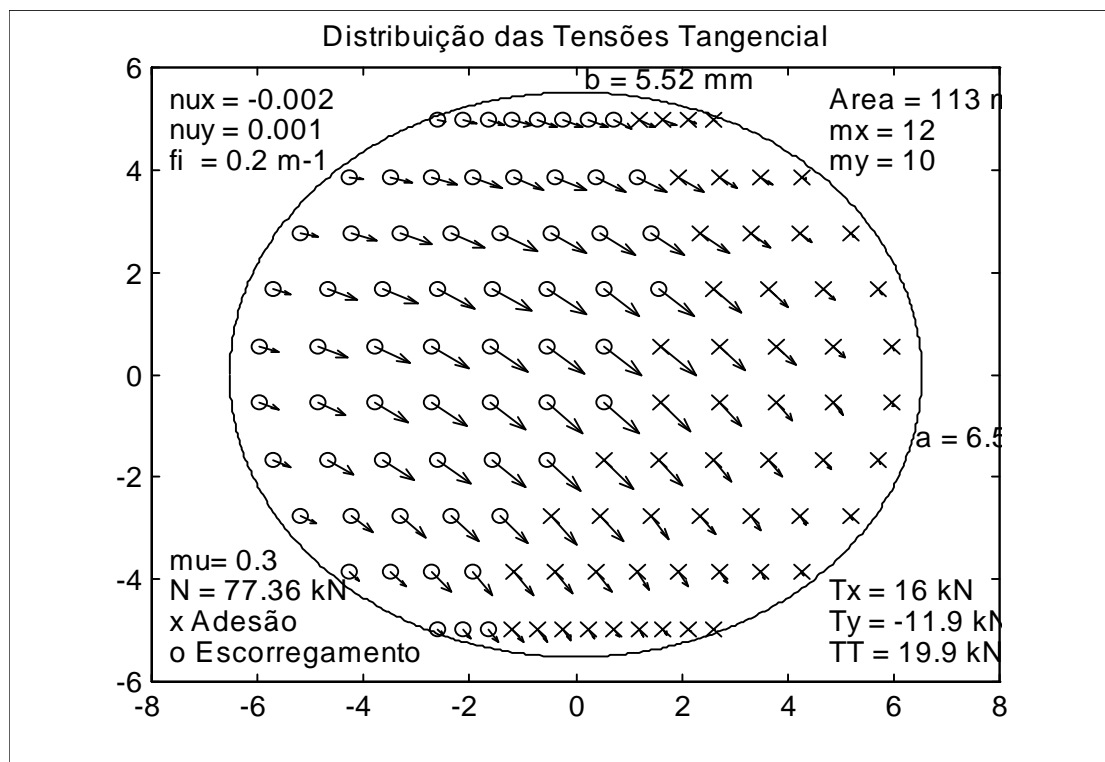


Figura 4.11 - Distribuição de Tensões Tangenciais

Observa-se na Figura 4.11, as proporções da elipse de contato (a , b), os valores de escorregamento (nux , nuy , f_i) e valores de força tangencial (nas direções x , y e módulo). Observa-se também, para cada elemento discretizado (neste caso 12×10

elementos) o vetor de tensões (proporção e direção) e respectiva situação de escorregamento ou adesão (representado por o ou ×).

Com efeito ilustrativo, a distribuição de tensões foi calculada para a situação de grande deslocamento lateral, ou seja, da roda encostando no friso no trilho (ângulo de contato elevado e portanto f_i elevado). O resultado está apresentado na Figura 4.12. Finalmente o gráfico tridimensional da Figura 4.13, apresenta o módulo dos valores máximos de forças tangenciais de contato, para diferentes valores de escorregamento longitudinal e de rotação (*spin*). O comportamento de escorregamento lateral é idêntico ao longitudinal.

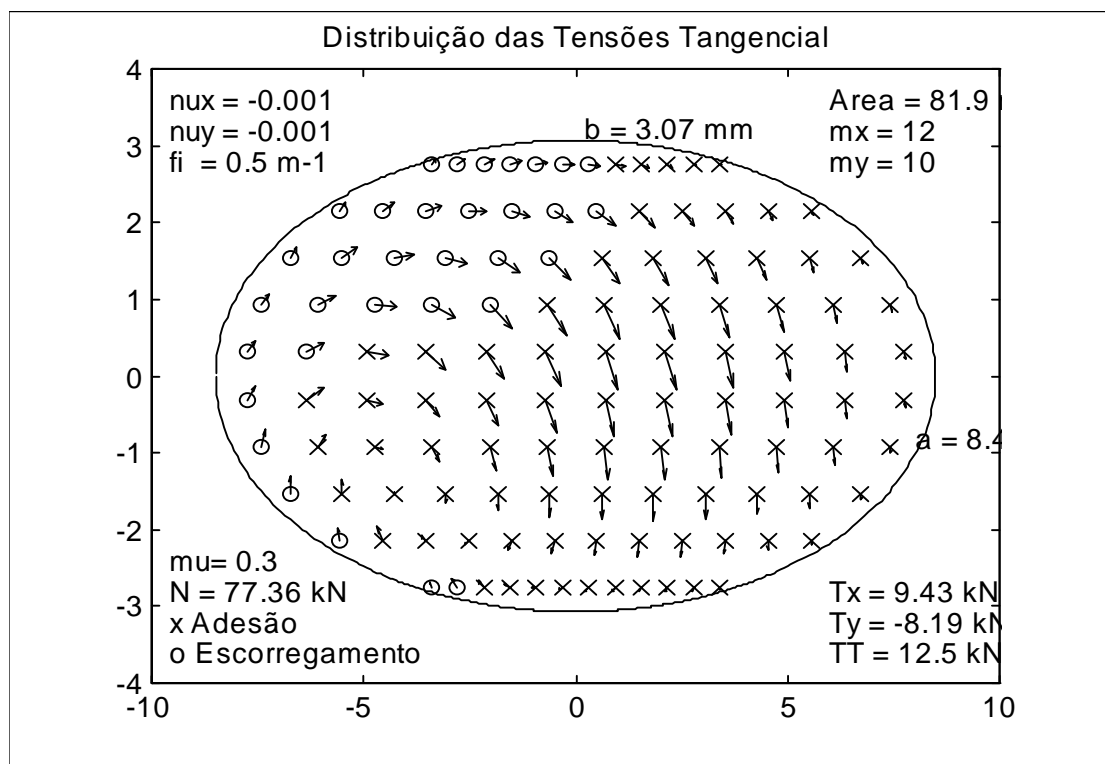


Figura 4.12 - Distribuição de Tensões Tangenciais (Elevado f_i)

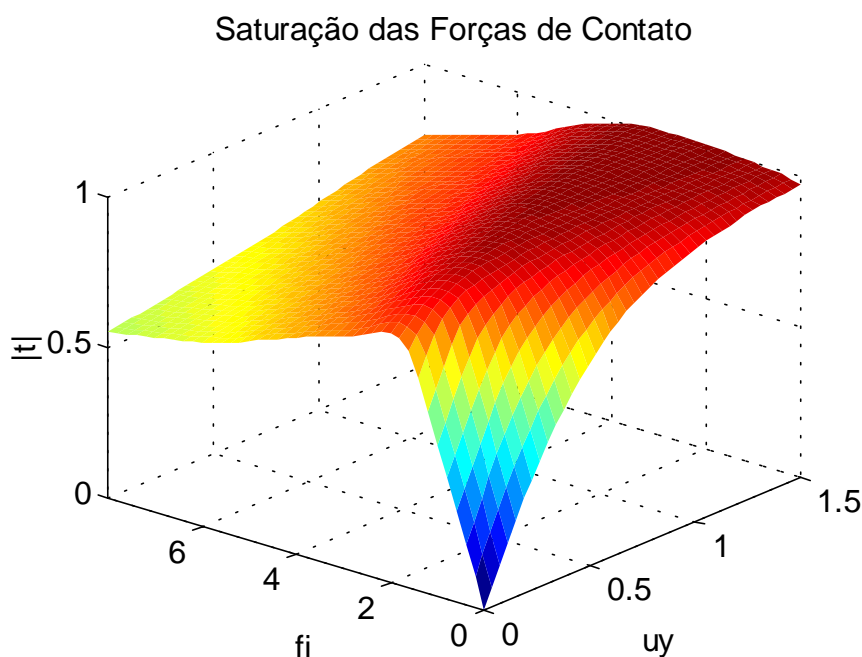


Figura 4.13 - Saturação das Forças de Contato

4.5 Validação Experimental

Com efeito de comprovar a representatividade do método adotado para o cálculo das forças de contato, um programa de ensaios foi realizado sob condições controladas, para a medição experimental do Coeficiente de Rigidez Tangencial de Contato.

Este item discorre sobre a fundamentação teórica de mecânica de contato, necessária para a concepção do ensaio de contato de rolamento idealizado para medição do coeficiente de rigidez tangencial de contato e apresenta os resultados de medidas experimentais. Os ensaios foram realizados dentro deste programa de trabalho, no *Laboratoire des Technologies Nouvelles (LTN)* do *Institut National de Recherche sur le Transporte et leur Sécurité (INRETS)* na França (Barbosa, 1997a).

As medidas foram realizadas com auxílio de um dispositivo de ensaio composto de um cilindro metálico, que rola sobre uma superfície plana retificada, onde foram medidas a força lateral e o ângulo de ataque da roda, sobre diferentes cargas normais

e condições da superfície. Estes valores, permitem calcular os coeficientes de rigidez tangencial de contato.

4.5.1 Fundamentos Teóricos

Para o caso ferroviário, o par de contato é formado pela roda e o trilho. A roda possui velocidade de translação e de rotação. Assumindo que os dois corpos sejam rígidos e que o contato dá-se de forma pontual e sem deformação, é possível determinar as velocidades de corpo rígido na região de contato. Quando houver diferença entre a velocidade angular e velocidade de translação, havendo portanto variação dos deslocamentos relativos entre os corpos, forças tangenciais desenvolvem-se entre os sólidos.

Segundo a teoria de mecânica de contato descrita anteriormente, as forças desenvolvidas entre dois sólidos em contato, são proporcionais ao escorregamento entre os corpos. Sobre o plano de contato, pode-se dizer que as forças tangenciais T são função dos escorregamentos v expresso por:

$$T_{x,y,sp} = f(v_{x,y,sp}) \quad (4.23)$$

Os valores de escorregamento são obtidos a partir do conhecimento das velocidades na região de contato. Considerando o sistema de referencia inercial estacionário observa-se que o roda tem velocidade de translação V_t constante e que a velocidade circular na região e contato devido a rotação da roda é dado por $V_c = \Omega r_o$ como pode ser visto na Figura 4.14.

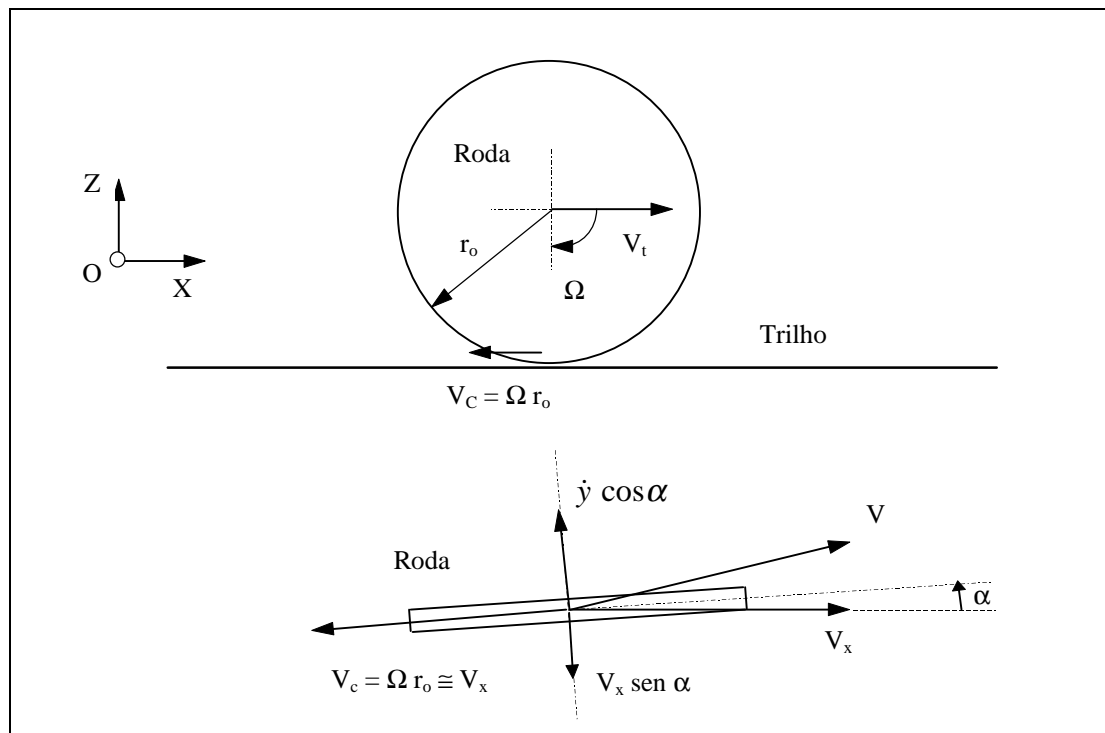


Figura 4.14 - Identificação da Velocidade de Translação e de Rotação da Roda

A velocidade relativa é a diferença entre as velocidades de translação e velocidade circunferencial (devido a rotação) no ponto de contato. O valor de escorregamento (*creep*) corresponde a normalização desta diferença pela velocidade média.

$$v_x = \frac{V_x - \Omega r_o}{|V_{xm}|} \quad (4.24)$$

Na direção lateral, deve-se considerar a velocidade de translação da roda na direção y e deduzir da projeção (sobre o ângulo α) da velocidade circunferencial $V_c = \Omega r_o$ (ver Figura 4.14) que pode-se aproximar pela velocidade longitudinal V_x resultando para ângulos pequenos em:

$$v_y = \frac{\dot{y} - \alpha V_x}{|V_{xm}|} \quad (4.25)$$

No caso específico deste ensaio, o sistema de guiagem escolhido é retilíneo produzindo velocidade lateral nula da roda, durante o movimento. Isto simplifica a expressão acima, resultando em:

$$v_y = -\alpha \frac{V_x}{|V_{xm}|} \quad (4.26)$$

Considerando que a velocidade na direção longitudinal é aproximadamente idêntica às velocidades médias, resulta que o escorregamento lateral, independe da velocidade longitudinal de movimento do carro e relaciona-se, diretamente com o ângulo de ataque da roda, em relação a direção do movimento.

$$v_y \cong -\alpha \quad (4.27)$$

Por esta razão, é absolutamente necessário, que o sistema de guiagem seja o mais retilíneo possível ($\dot{y} = 0$) e que o sistema de medida de ângulo, tenha precisão suficiente para medir os pequenos ângulos de ataque, necessários para identificação do coeficiente de rigidez (da ordem de décimos de mili radianos).

Segundo a teoria linear, as forças tangenciais T e momentos M , para o caso genérico de contato de rolamento, são funções dos escorregamentos tangenciais e da rotação relativa entre as superfícies e pode ser expressa em sua forma mais ampla por:

$$\begin{Bmatrix} T_x \\ T_y \\ M_{spin} \end{Bmatrix} = Gab \begin{bmatrix} C_{11} & 0 & 0 \\ 0 & C_{22} & -\sqrt{ab}C_{23} \\ 0 & -\sqrt{ab}C_{32} & abC_{33} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} v_x \\ v_y \\ v_{sp} \end{Bmatrix} \quad (4.28)$$

onde ab são as proporções da elipse de contato e G , o módulo de cisalhamento do material.

Segundo *Hertz*, existe uma proporção exponencial entre a área da elipse e carga normal. Considerando que as proporções da elipse sejam calculadas para uma carga normal unitária, resulta para a força lateral o seguinte:

$$T_y = -N^{2/3} G ab C_{22} v_y - N G (ab)^{3/2} C_{23} v_{sp} \quad (4.29)$$

No caso deste estudo, como a roda não possui conicidade e o plano de contato é paralelo ao eixo de rotação da roda ($v_{sp} = 0$ pois $\sin \delta = 0$), o segundo termo da equação acima é nulo. Portanto, a expressão pode ser simplificada para:

$$T_y = -N^{2/3} G ab C_{22} v_y \quad (4.30)$$

A constante de proporcionalidade k_y chamada de coeficiente de rigidez tangencial de contato (inclinação na origem do gráfico de força \times escorregamento lateral) que condiciona a relação entre a força tangencial e o escorregamento relativo é dado por:

$$T_y = k_y v_y \quad (4.31)$$

em conjunto com a expressão anterior resulta em :

$$k_y = T_y / v_y = -N^{2/3} G ab C_{22} \quad (4.32)$$

Portanto, a constante de proporcionalidade teórica é função das proporções da elipse de contato (ab) calculadas para uma carga normal unitária N , das características do material (G) e do coeficiente de Kalker (C_{22}), função ele mesmo da relação a/b da elipse e do coeficiente de *poisson* da material (ν). Como para este experimento os valores de carga normal são constantes e portanto, as proporções da elipse também, resta comparar os dados experimentais com os coeficiente C_{22} proposto por Kalker.

A constante de proporcionalidade k_y é função de T_y/v_y e obtida diretamente pela inclinação na origem da curva de resultados de ensaio.

4.5.2 Disposição do Ensaio

O dispositivo utilizado para a realização do ensaio, consiste em uma roda, que rola sobre uma superfície metálica plana, guiada por um sistema deslizante retilíneo. Possui ainda um sistema de medição de força lateral e outro de controle e medição do ângulo de direção.

O roda está suportada por mancais de rolamento fixados a uma estrutura (carro) ligada ao sistema deslizante, por meio de três tirantes articulados. Este sistema permite que o carro, movimente-se livremente na direção vertical. Um dos tirantes contém uma célula de carga que mede as forças laterais. Outro possui um parafuso com rosca micrométrica, que controla o ângulo do movimento da roda em relação a direção do movimento (ângulo de ataque). O terceiro é simplesmente um braço de apoio. O terceiro é simplesmente um braço de apoio.

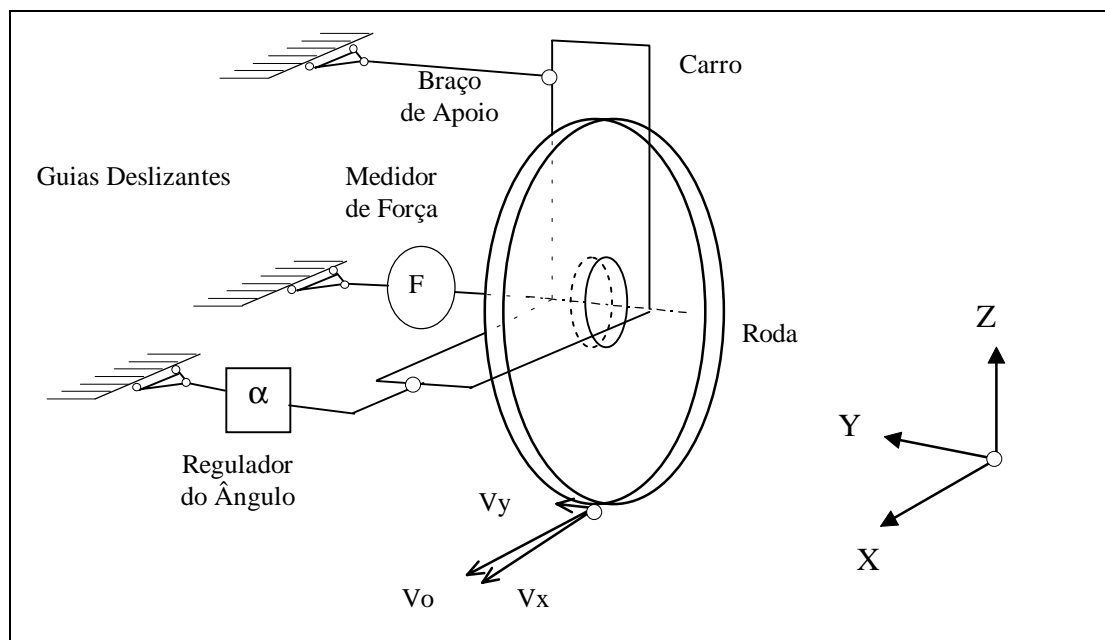


Figura 4.15 - Dispositivo de Ensaio

A roda possui um diâmetro de 0,250 metros e raio transversal da superfície de 0,125 metros. Como sistema deslizante, foi utilizado o barramento de um torno universal, cujo carro foi alterado para receber a fixação do sistema de tirantes. Uma base em aço plana e retificada (0,60 × 0,56 m), foi utilizada como pista de rolamento para a roda.

O sistema para medida de ângulo, deve possuir precisão suficiente para identificar ângulos menores que décimos de mili-radianos. Para tanto, um sistema de referência externo foi utilizado, evitando eventuais deformações devido a flexibilidade do dispositivo. A Figura 16, apresenta um diagrama do sistema de medidas, com dois relógios comparadores (C_1 e C_2) apoiados sobre uma barra auxiliar retificada.

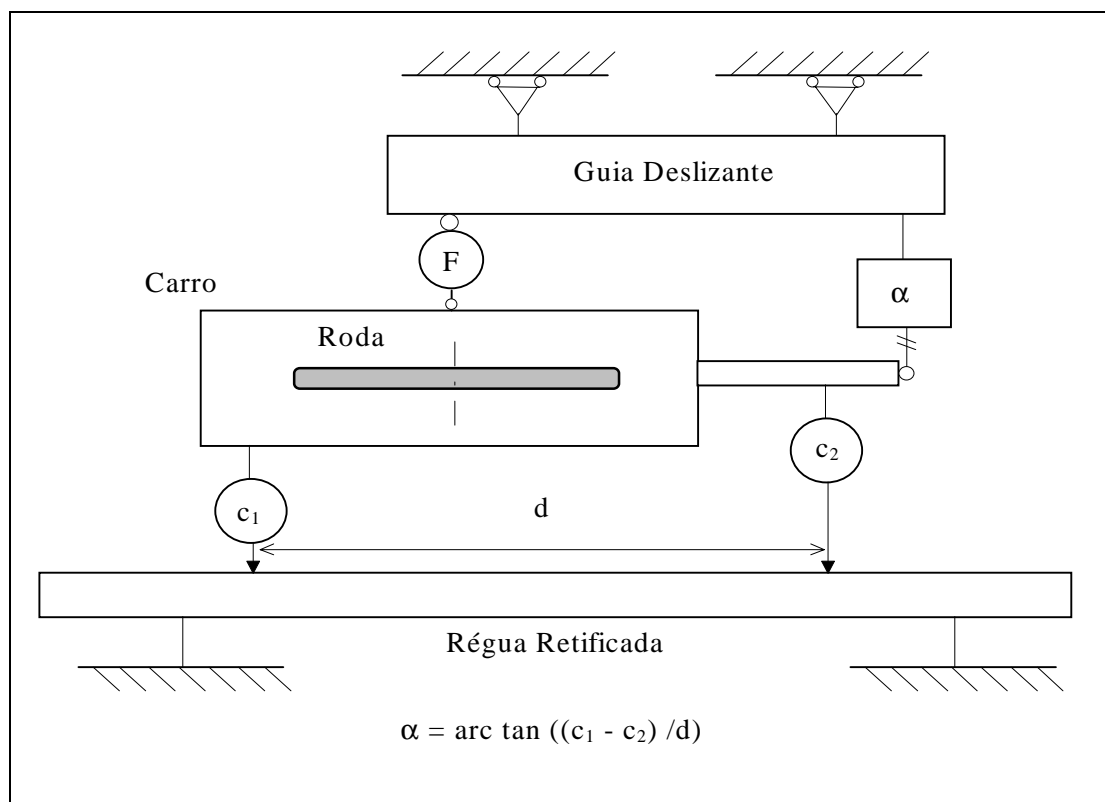


Figura 4.16 - Detalhe do Sistema de Medição do Ângulo de Ataque

4.5.3 Resultados dos Ensaio

Os resultados dos ensaios foram previamente tratados, pois a cada valor de ângulo adotado, a força tangencial desenvolvida cresce até o valor de regime (fechamento de folgas) e oscila em torno do valor médio, devido as imperfeições das superfícies e rigidez dos dispositivos. Portanto, para cada par de pontos obtidos em cada ensaio: valor de ângulo e força estabilizada média, obtém-se um ponto do gráfico de resultados de ensaio.

A Figura 4.17, mostra um gráfico típico com os resultados de uma bateria de ensaios para uma condição de pista (com óleo) e um valor de carga vertical de 483,9 N.

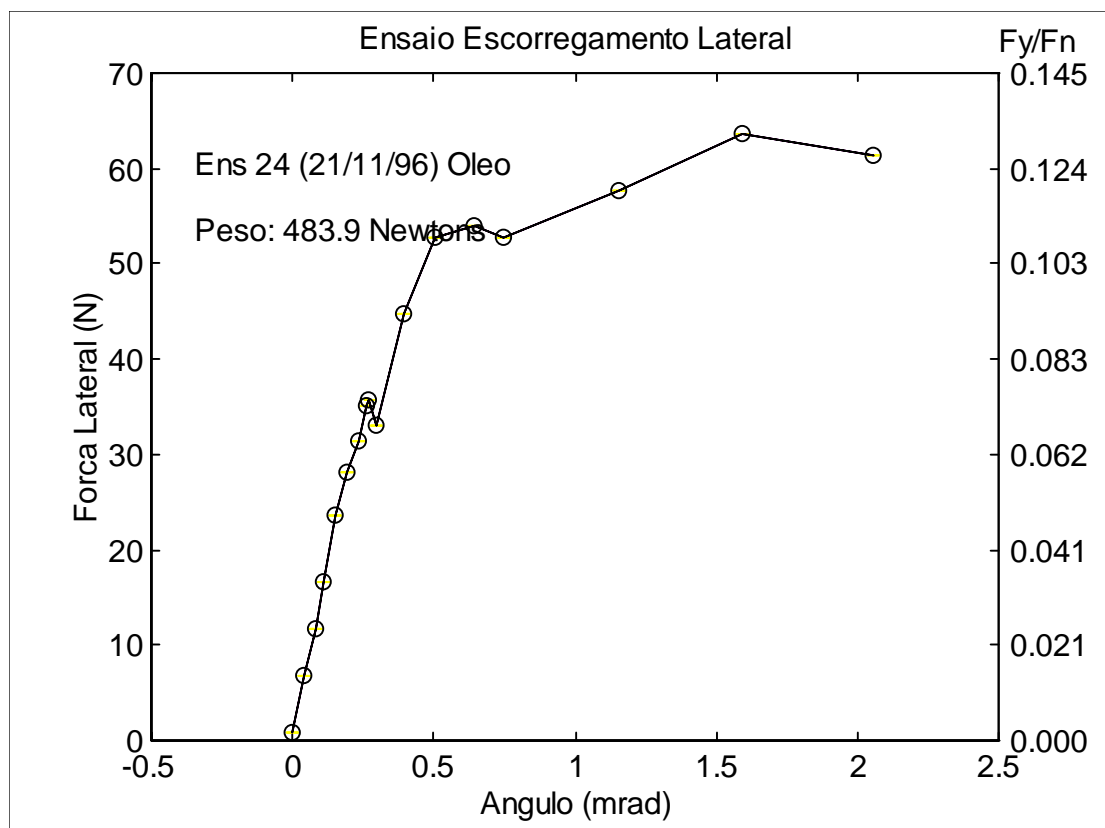


Figura 4.17 - Gráfico Típico de Resultados de Ensaio

Através da seleção dos pontos mais próximos de zero, pode-se calcular a inclinação da curva na origem, que corresponde à rigidez tangencial do contato. Note que é necessário, uma série de pontos (no mínimo dois), para poder calcular um valor representativo (método dos mínimos quadrados) da inclinação na origem.

Para finalizar a análise, foi traçado sobre o mesmo gráfico, a curva teórica saturada (calculada a partir do ponto de máximo) com auxílio da rotina *Fastsim*, que permite comparar os resultados em sua totalidade (Figura 4.18).

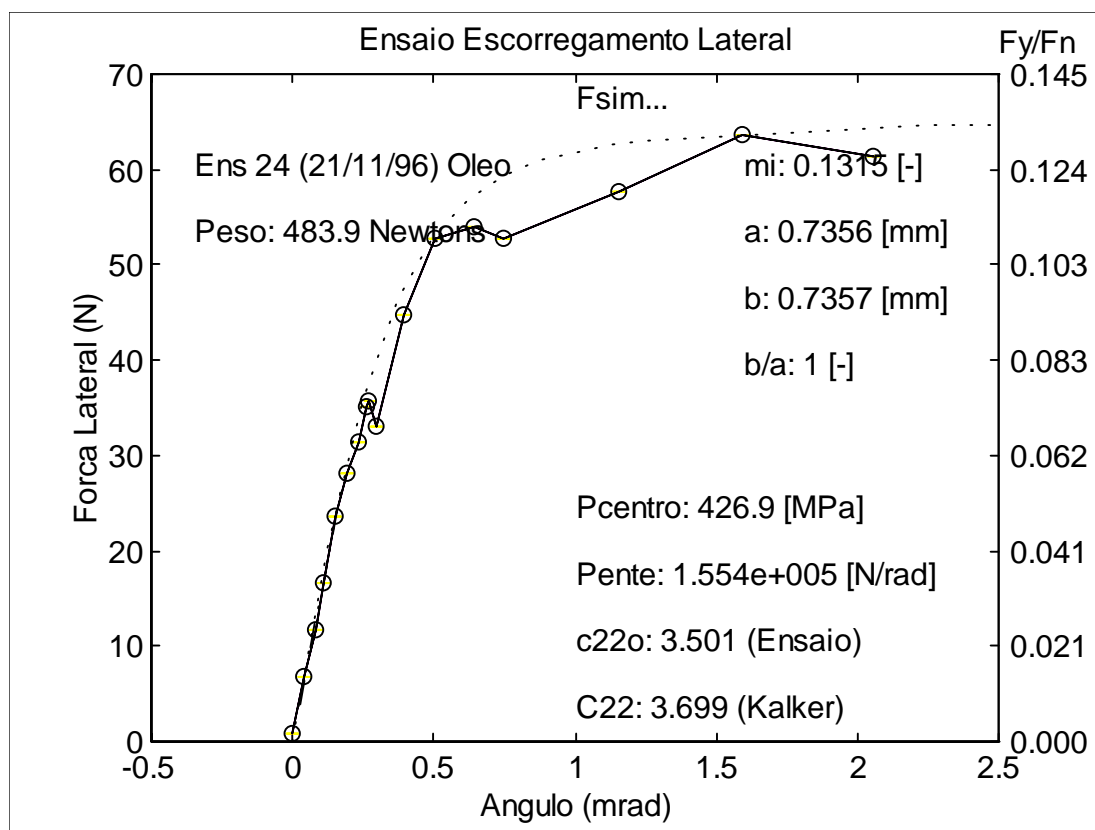


Figura 4.18 - Gráfico Típico de Resultados Finais com a Curva Saturada

A Figura 4.19, apresenta o resultado para um ensaio com a pista seca e carga vertical de 496,4 N. Observa-se, que o valor do coeficiente de atrito, gira em torno de 0,13 (máximo), para a condições de pista com óleo e mais que 0,5, para pista seca.

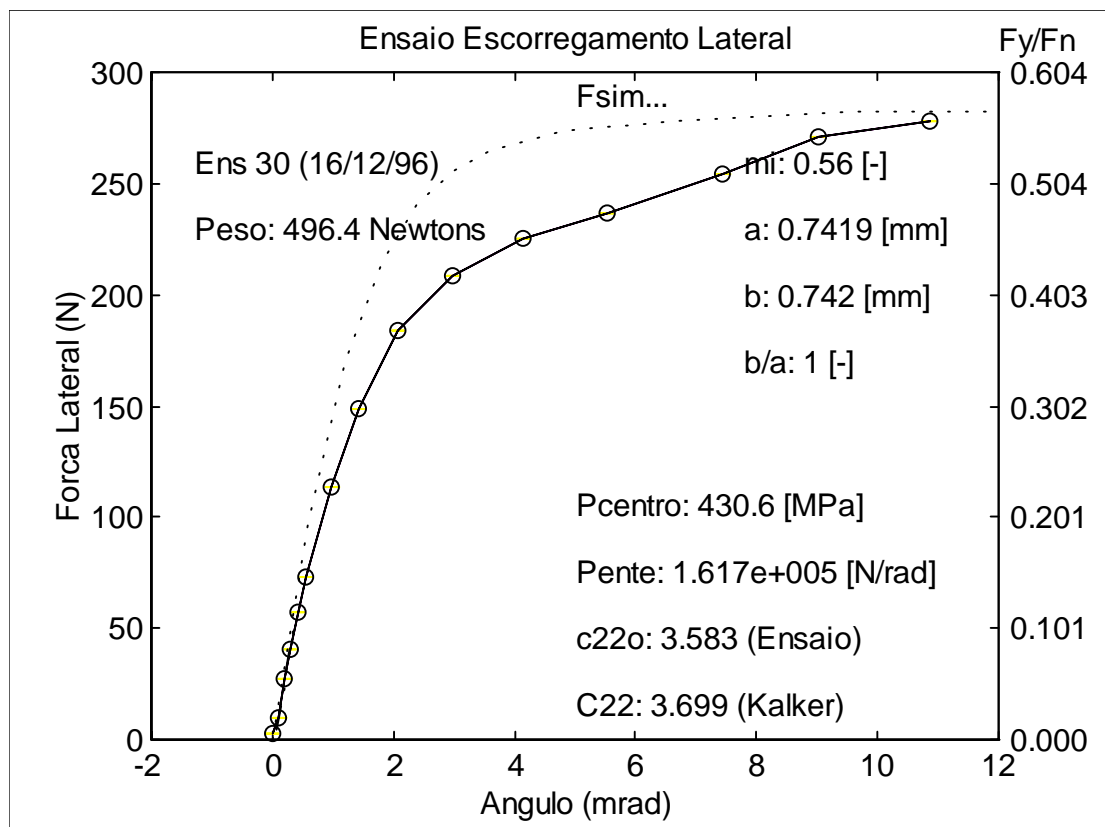


Figura 4.19 - Gráfico Típico de Resultados Finais com a Curva Saturada

A Tabela 4.1, resume os resultados dos ensaios experimentais e os valores dos erros, em relação aos valores calculados pela teoria linear. Observa-se que os erros encontrados, diferem na média de 3% do valor teórico.

Tabela 4.1 - Resultados dos Ensaios de Rigidez de Contato

Ensaio Número	Data	Inclinação Exper.	Inclinação Teórica	Erro %	Força Peso [N]	Condição Superf.
23	21/11/96	3,382	3,699	8,57	256,3	óleo
24	21/11/96	3,501	3,699	5,35	483,9	óleo
26	25/11/96	3,998	3,699	-8,08	256,3	seca
29	12/12/96	3,820	3,699	-3,27	496,4	seca
30	16/12/96	3,583	3,699	3,13	496,4	seca
32	30/12/96	3,260	3,699	11,87	496,4	óleo
Valores Médios		3,591	3,699	2,93	---	---

Condições do Ensaio: os ensaios foram realizados em roda de 0,125 m de raio transversal, duas condições de superfície e dois valores carga vertical. (Fonte: Barbosa, 1997a)

4.5.4 Conclusões do Ensaio

Foram apresentados o extrato da teoria de mecânica de contato, necessária para a compreensão da natureza dos fenômenos de contato oriundos do rolamento entre dois sólidos. As fórmulas aplicáveis ao cálculo das forças tangenciais de contato, função dos escorregamentos relativos, foram deduzidas e explicitadas. Foram encontradas dificuldades para medição dos ângulos de rolamento, na região da origem das forças laterais. Os ângulos envolvidos, são da ordem de décimos de mili-radianos, obrigando a cuidados especiais na realização das medições.

A teoria linear proposta por Kalker foi verificada neste estudo. Os valores de inclinação na origem, que correspondem ao coeficiente de rigidez tangencial de contato, entre dois sólidos em contato de rolamento, foram medidos e comparados aos valores tabulados por Kalker, tendo sido encontrado variações em torno de 3%. Observou-se uma boa concordância entre os resultados experimentais da curva de saturação teórica, com os valores calculados com auxílio da rotina *Fastsim*.

4.6 Conclusões

Quando dois corpos elásticos rolam um sobre o outro, os pontos de sua superfície que entram em contato podem, devido as deformações elásticas locais, permanecer lado a lado durante a passagem pela zona de contato, até o ponto onde as contrações tangenciais desenvolvidas pelas deformações, superem um limite que é função da pressão normal e do coeficiente de atrito, entre as superfícies. Os valores de força de contato são função dos escorregamentos produzidos pelos movimentos relativos,

dimensões da elipse de contato, intensidade da carga normal e características do material.

A abordagem da mecânica de contato, para o tratamento do contato de rolamento, foi apresentada. As formulações para o movimento de corpo rígido do rodeiro e determinação das propriedades de contato (geometria de contato) foram desenvolvidas. Foram realizados ensaios laboratoriais para medição da rigidez de contato. Os resultados dos ensaios experimentais realizados, aproximam-se dos valores tabelados por Kalker. Observou-se uma boa concordância entre os resultados experimentais da curva de saturação teórica, com os valores calculados com auxílio da rotina *Fastsim*.

O algoritmo *Fastsim* proposto por Kalker, é uma concretização da teoria de contato de rolamento que baseia-se na hipótese da distribuição elíptica de *Hertz*, na lei de atrito de *Coulomb* e na hipótese de proporcionalidade entre os deslocamentos elásticos e as deformações tangenciais na zona de contato. As forças de contato identificadas com auxílio destas rotinas, gozam de boa representatividade do fenômeno físico, conforme comprovação experimental, e podem ser incluídas no escopo do programa de simulação da dinâmica veicular.

Capítulo V

5. Elaboração dos Modelos

5.1 Introdução

Durante a elaboração de um modelo, para análise do comportamento dinâmico de um sistema veicular, várias etapas devem ser vencidas. De forma geral os requisitos necessários para a obtenção de resultados confiáveis, passam pelas seguintes etapas:

- bom conhecimento do sistema real a ser modelado.
- adequada representatividade do modelo físico.
- descrição matemática fundamentada para obtenção das equações de movimento.
- qualidade e estabilidade do processo numérico de solução.
- tipo de análise e interpretação dos resultados.

Para a comprovação de funcionabilidade da modelagem realizada é necessário validar seus resultados através de comparação com resultados experimentais ou por comparação com resultados obtidos por outras fontes. Nesta tese, foram realizados estudos de caso, baseados em proposições internacionais. Estas proposições, em geral, definem as características do sistema mecânico a ser modelado, delegando ao analista a responsabilidade da elaboração do modelo físico e desenvolvimento das equações de movimento. Os programas de Multicorpos empregados neste trabalho, constituem as ferramentas para a geração das equações de movimento e possuem recursos numéricos avançados para realizar a integração das equações algébricas/diferenciais. Finalmente, dispostos dos resultados das simulações, pode-se analisar e interpretar o comportamento dinâmico do sistema.

Para a avaliação do desempenho da técnica de Multicorpos na aplicação de veículos guiados, foram escolhidos dois casos baseado nas proposições de estudo da IAVSD. Além destes, um caso adicional foi proposto por este autor. Os modelos adotados para verificação do comportamento dinâmico de veículos foram:

- Rodeiro Ferroviário (*benchmark #1*)
- Truque Ferroviário (nova proposição)
- Veículo Ferroviário Completo (*benchmark #2*)

A elaboração de cada modelos foi realizada a partir do conhecimento prévio detalhado das características de cada subsistema que compõem o sistema a ser avaliado. Os parâmetros gerais utilizados na modelagem foram baseados nas especificações de cada *benchmark* respectivamente. Os detalhes de modelagem de cada subsistema, foram elaborados por este autor, buscando manter o máximo de fidelidade e representatividade com o caso proposto.

A avaliação das forças de contato roda/trilho (*benchmark #1*) é realizada através da aplicação de forças laterais sobre o rodeiro, para diferentes valores de coeficiente de atrito. Num caso extremo, as forças são levadas até o descarrilamento, onde as relações de força lateral e vertical (L/V) são identificadas.

A avaliação do veículo (*benchmark #2*) é realizado de forma ampla, identificando a velocidade crítica (ciclo limite), inscrição em curvas e tráfego sobre via reta e curva com irregularidades. Três características especiais são incluídas: batentes laterais de elevada rigidez (1×10^{10} N/m), truque com barras assimétricas de ligação cruzada e centro de massa da caixa excêntrico.

A avaliação do truque trafegando num desvio (nova proposição), busca introduzir um caso intermediário dentre aqueles propostos pela IAVSD. Foi baseado no trabalho de Yang (1993) sob orientação de Pater (Holanda), que realizou estudo insipiente sobre a passagem de apenas um rodeiro sobre um desvio lateral de 5 mm. O motivo desta

sugestão, reside no interesse e dificuldade de sua realização, em função da baixa velocidade de tráfego, típica desta região, combinado com grandes deslocamentos laterais e angulares do desvio. Isto exige um modelo completo do truque, com inclusão da geometria da via, que pode ser facilmente obtido com a técnica de multicorpos. Além disto, o desvio, consiste em um local de elevado risco de descarrilamento em função de suas características, sendo portanto uma área de grande interesse para estudos de acidentes e desenvolvimento de novos projetos de geometria de desvio.

A simulação é realizada, com a introdução de um transitório de direção (desvio) produzido na trajetória da via, gerado perturbações nas forças de contato e modos de movimento do truque, que possui frequências naturais mais elevadas que o corpo do veículo e portanto com resposta rápidas em função das excitações produzidas pela via.

Neste capítulo, serão apresentados uma introdução ao método de descrição topológica do modelo, o detalhamento completo de cada modelo proposto, incluindo a modelagem da geometria da via.

5.2 Representação Topológica do Modelo

O modelo de um sistema multicorpos é formado basicamente por corpos, juntas e forças. A representação de sistema multicorpos nesta estrutura, é chamado de topologia. A Figura 5.1 mostra um exemplo de representação topológica, de um sistema multicorpos com cinco corpos, ligados entre si por juntas e força externa sobre o quinto corpo.

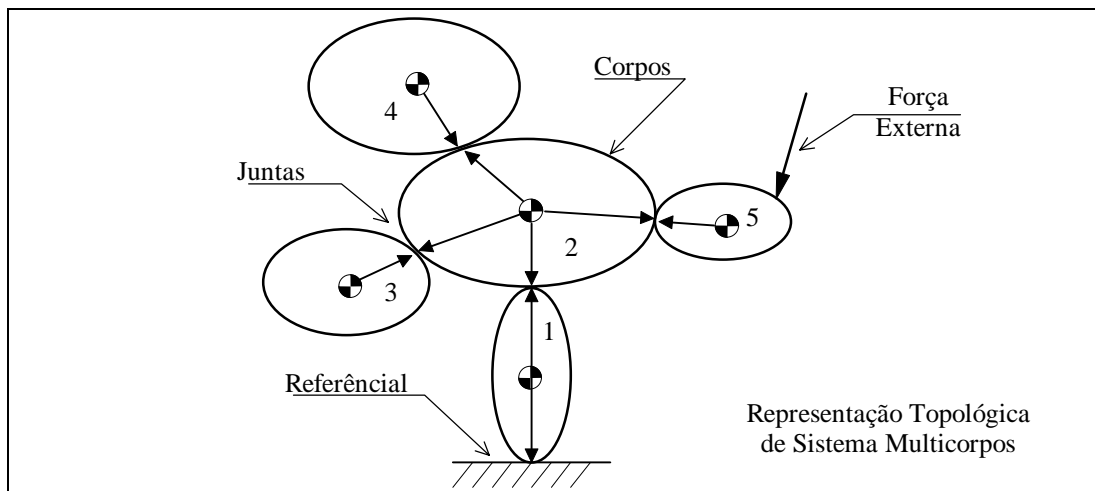


Figura 5.1 - Representação Topológica de Sistema Multicorpos

Os corpos são representados por elipses e possuem massa e momentos de inércia. As juntas são associadas ao toque entre as elipses através dos quais, atuam forças ou momentos em direções e sentidos determinados pelo tipo da junta. As forças externas são representadas por setas incidindo sobre o corpo e possuem direção e magnitude.

A simplicidade da representação topológica, permite facilmente visualizar a relação entre os corpos, sem entrar no detalhe de descrição de cada junta, sistema de referência ou características das forças externas.

5.3 Modelo do Rodeiro

O modelo adotado para a representação do rodeiro, consiste em dois corpos rígidos com seis graus de liberdade cada. A descrição topológica deste modelo está apresentada na Figura 5.2. O primeiro corpo, denominado seção da via (SV), está ligado ao referencial inercial através de uma junta do tipo planar (movimentos x , y e ω_z). Este corpo auxiliar é utilizado para a determinação da atitude da via, na posição onde o rodeiro encontra-se. Todos os seus movimentos são prescritos, conforme a

posição geométrica da via no instante que o veículo passa sobre ela (seção da via). O segundo corpo, correspondente ao rodeiro, está ligado a SV através de outra junta do tipo planar (movimentos x , y e ω_z). Nesta ligação desenvolvem-se as forças de contato roda/trilho, em função dos escorregamentos relativos. Desenvolvem-se também as forças correspondente a suspensão primária.

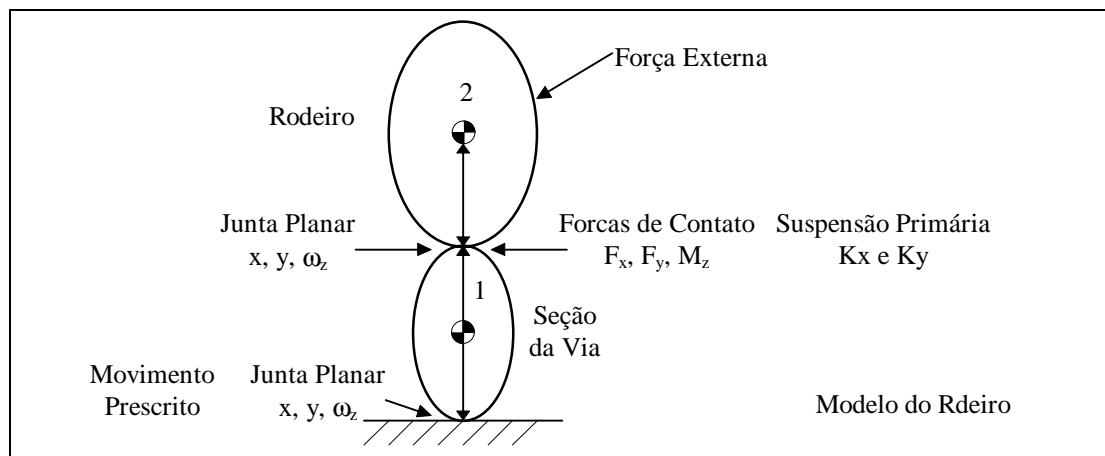


Figura 5.2 - Representação Topológica do Rodeiro

A suspensão primária neste caso, é representada por um conjunto de molas com rigidez longitudinal K_x e lateral K_y (que correspondem a rigidez de cisalhamento $K_c = K_x K_y e^2 / (K_y b r^2 + K_x e^2)$ e rotacional $K_R = K_x e^2$). Neste caso o modelo é válido para simulação de movimentações em torno da linha central da via. Os graus de liberdade são: o deslocamento lateral e longitudinal (u_x e u_y), ângulo de direção (yaw) e rotação do eixo (ω_y). Os dois graus restantes estão vinculados com a SV e são a altura e inclinação lateral (z e ϕ).

A Figura 5.3, mostra uma representação esquemática do rodeiro, com estas ligações. A orientação do rodeiro (${}^R X$, ${}^R Y$ e ${}^R Z$) é apresentada em relação ao referencial local da via (${}^T X$, ${}^T Y$ e ${}^T Z$) que por sua vez representada no referencial inercial (N_1 , N_2 e N_3). Os ângulos de rotação são identificados por ω_x , ω_y e ω_z .

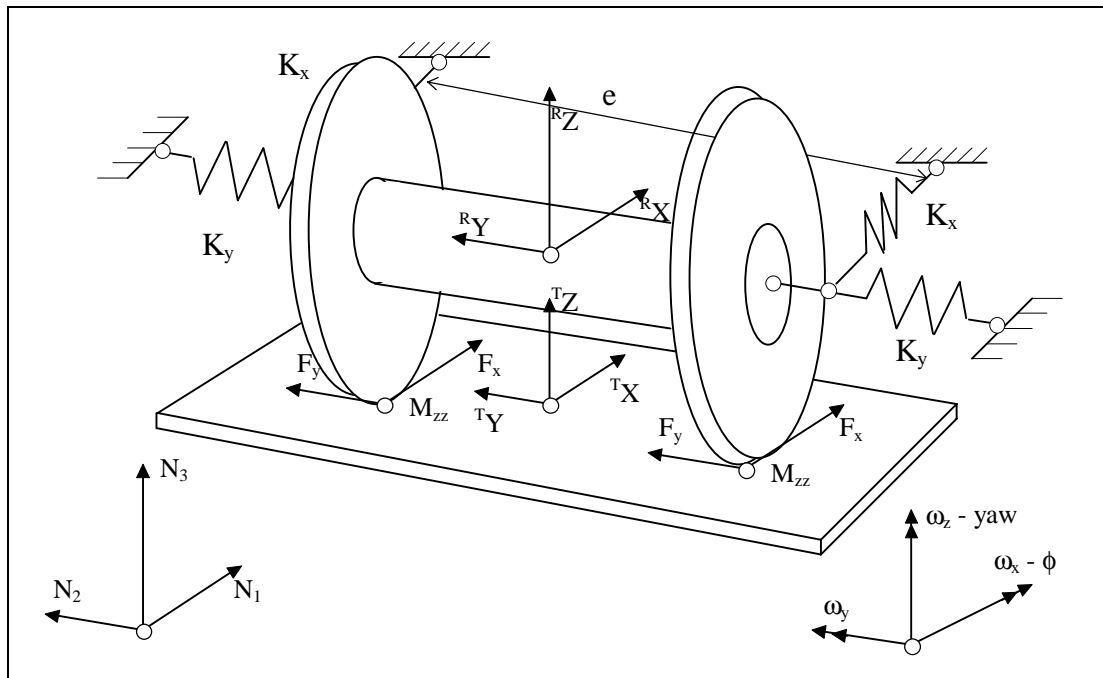


Figura 5.3 - Croqui do Modelo Físico do Rodeiro

Os movimentos de corpo rígido do rodeiro em relação a seção da via, são identificados, permitindo o cálculo dos escorregamentos, que por sua vez permite a determinação das forças tangenciais de contato. O diagrama apresentado na Figura 5.4, descreve este relacionamento.

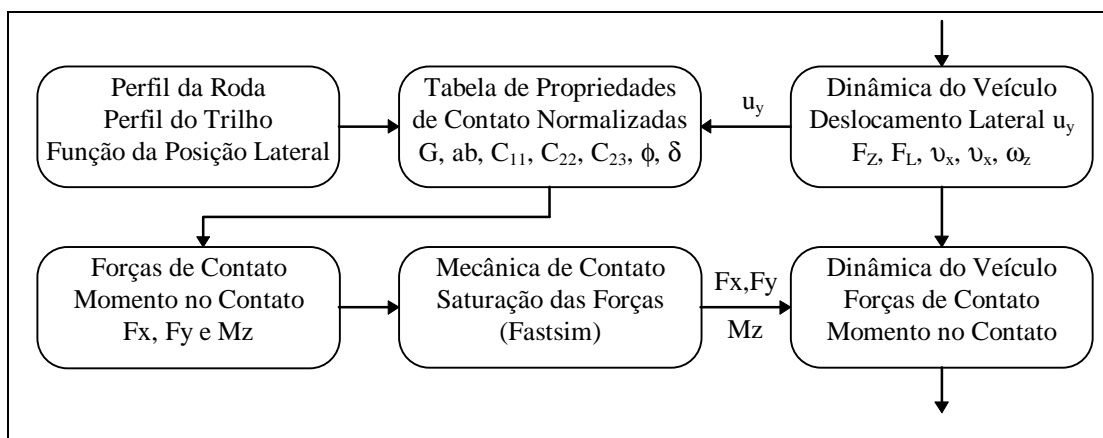


Figura 5.4 - Diagrama de Bloco da Rotina de Cálculo da Forças de Contato

As propriedades de contato foram calculados, com auxílio do programa CCRT (Cálculo de Propriedades de Contato Roda/Trilho), considerando o perfil da roda S-1002, perfil de trilho UIC-60, ambos definidos pela UIC. A distância entre trilhos de 1,435 m (bitola), raio da roda de 0,5 m e coeficiente de atrito de contato de 0,4. As propriedades de contato foram interpoladas, com auxílio de splines cúbicas inseridas no corpo do programa de simulação.

Como a superfície da roda é cônica em sua região central e possui um friso, o passeio lateral do rodeiro induz a rotação no eixo longitudinal (ϕ) e elevação do centro de massa (C) devido a diferença de altura entre os pontos de contato de cada roda. O modelo cinemático permite determinar os movimentos prescritos de altura e inclinação lateral (z e ϕ) em função do movimento lateral do rodeiro. Estes movimentos são transferidos para a SV, de forma a representar esta característica.

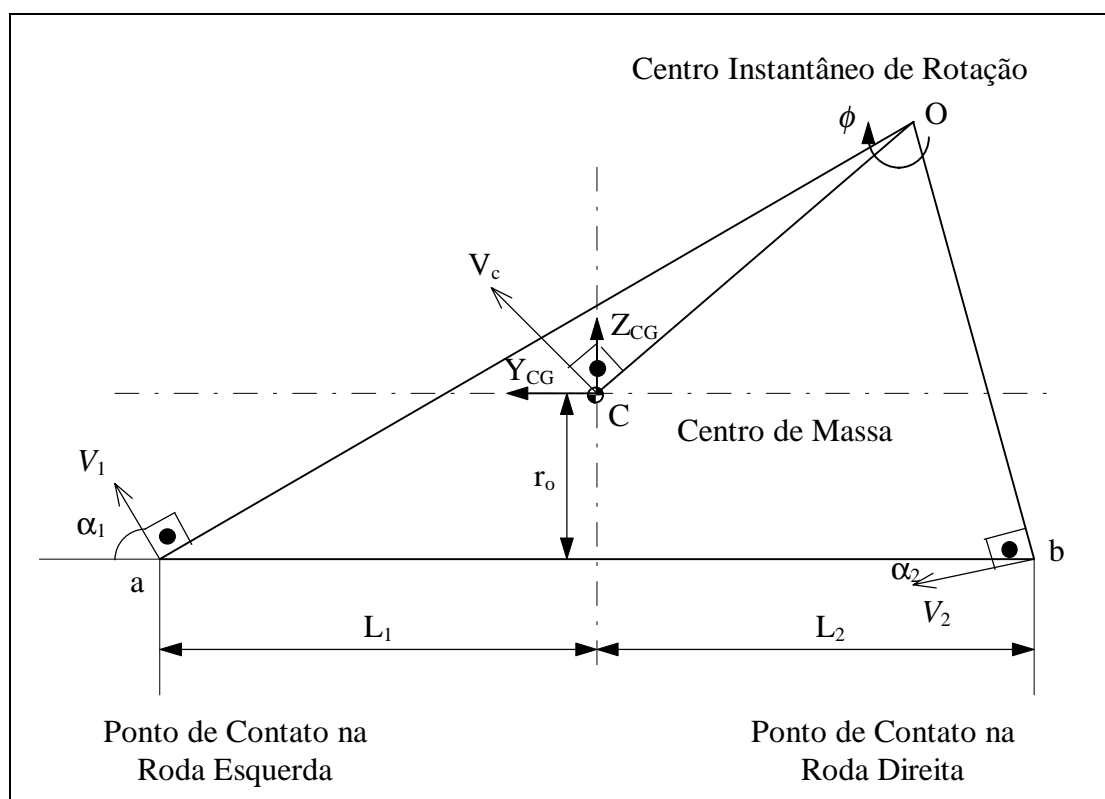


Figura 5.5 - Localização do Centro Instantâneo de Rotação

As relações entre os movimentos lateral, vertical e rotação são deduzidos a partir do modelo planar, bidimensional conforme apresentado na Figura 5.5. Esta rotação possui um centro instantâneo de rotação e serve como base para o cálculo das velocidades ($V_{1,2}$) nos pontos a e b (ponto de contato roda esquerda e direita respectivamente) no plano de contato. Serve também para o cálculo das velocidades e acelerações do centro de massa do rodeiro necessárias para simulação.

Os dados necessários para a solução do problema são L_1 , L_2 , α_1 , α_2 , r_o conforme apresentado na Figura 5.6. Por relações elementares de triângulos (Karmel, 1984) é possível determinar a distância \overline{OC} do centro de massa ao centro instantâneo de rotação, necessário para a determinação das velocidades nos pontos de contato.

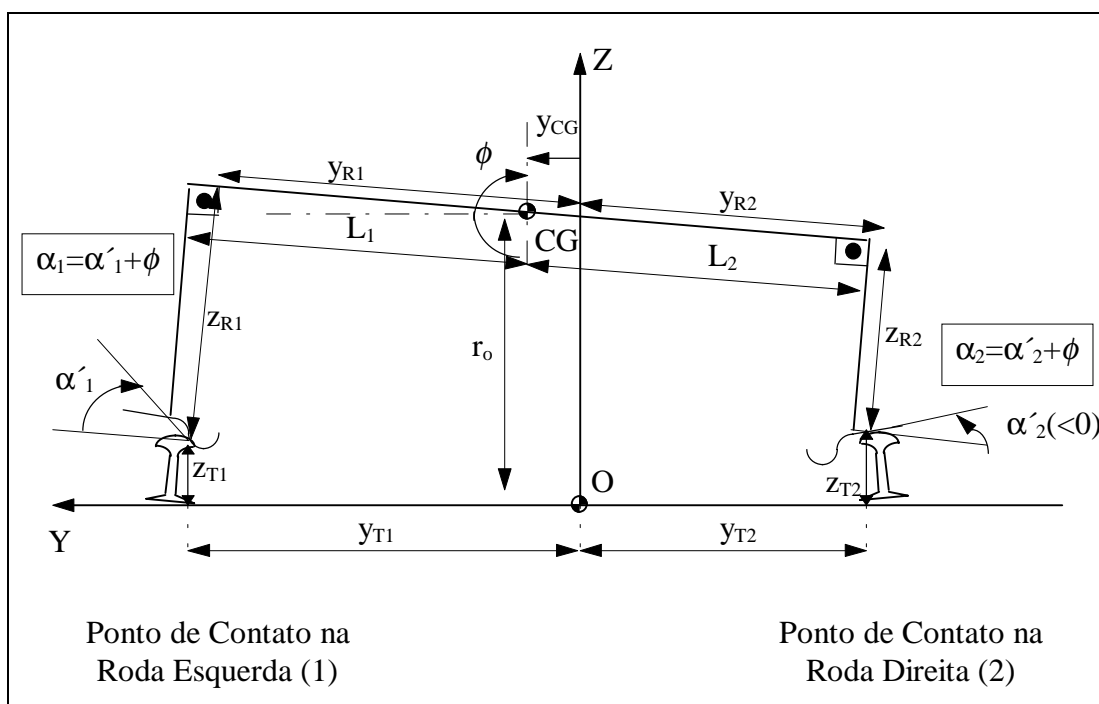


Figura 5.6 - Dimensões do Rodeiro e Trilho

Uma vez determinada as velocidades dos pontos de contato é possível deduzir expressões para cálculo da velocidade vertical e angular do centro de massa do rodeiro:

$$\dot{Z} = \frac{\partial Z}{\partial Y} \dot{Y} \quad (5.1)$$

$$\dot{\phi} = \frac{\partial \phi}{\partial Y} \dot{Y} \quad (5.2)$$

Finalmente pode-se determinar as acelerações vertical e angular do centro de massa conforme apresentado a seguir.

$$\ddot{Z} = \frac{\partial Z}{\partial Y} \ddot{Y} + \frac{\partial^2 Z}{\partial Y^2} \dot{Y}^2 \quad (5.3)$$

$$\ddot{\phi} = \frac{\partial \phi}{\partial Y} \ddot{Y} + \frac{\partial^2 \phi}{\partial Y^2} \dot{Y}^2 \quad (5.4)$$

Desta forma pode-se determinar integralmente o movimento prescrito, para os cinco graus de liberdade da seção da via, de forma a contemplar a posição geométrica no plano (x , y e φ_z) e as mudanças de altura e angular, devido aos movimentos laterais do rodeiro (z , φ_x). A super-elevação (φ_x) e inclinação de rampa (φ_y) são facilmente implementada, através algoritmos de aplicação linear ou co-senoidal, em função do tempo. Os valores obtidos para φ_x são adicionados aos obtidos de ϕ , compondo o movimento angular do rodeiro. As expressões completas e o detalhamento para sua obtenção estão apresentadas no anexo.

5.4 Modelo do Truque

O modelo do truque é composto basicamente por dois rodeiros, interligados ao corpo do truque, pela suspensão primária. Cada rodeiro possui as características descritas no item anterior. A suspensão é composta por molas verticais, laterais e longitudinais que suportam as cargas sobre o truque. Embora no caso real, as molas utilizadas em truques, possuam não linearidades, as características adotadas no *benchmark* são

molares todas lineares. Além da suspensão, estão prescritas, barras de ligação cruzada entre os rodeiros (*cross bracing*) e entre os rodeiro e o truque (*axle bracing*). Estes detalhes podem ser observados na Figura 5.7.

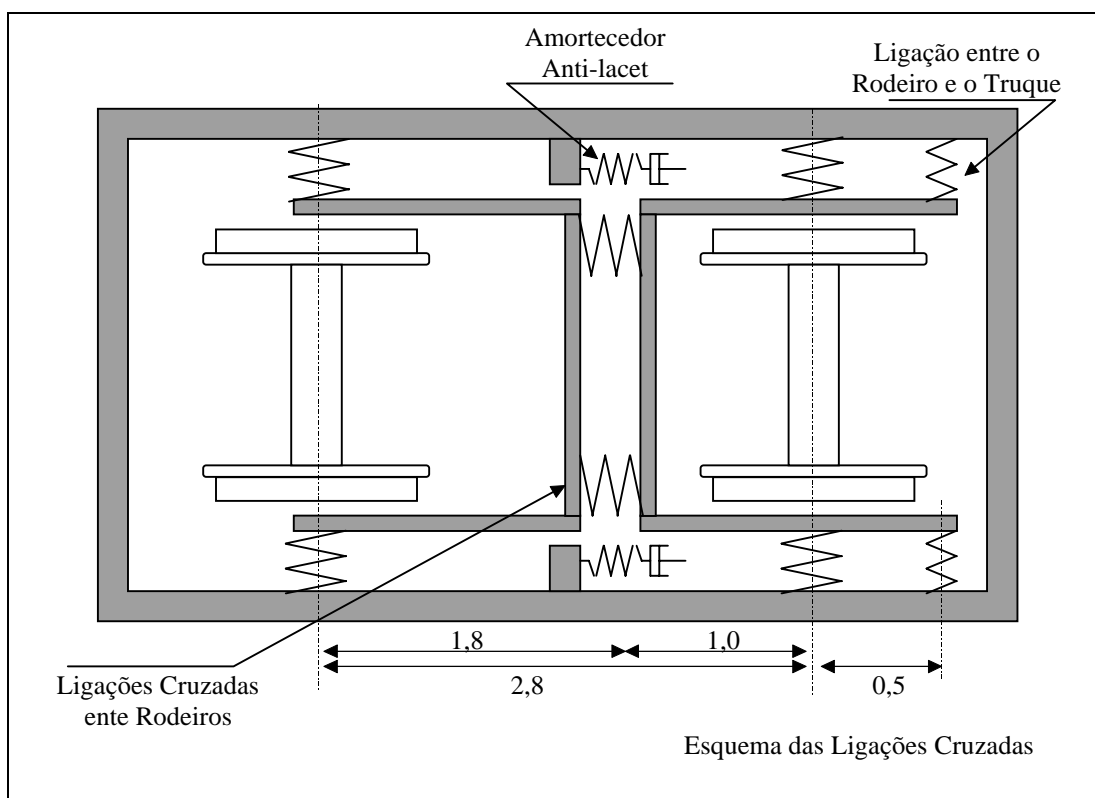


Figura 5.7 - Representação Esquemática do Truque

A representação topológica deste modelo, está mostrada na Figura 5.8. A via é composta de um corpo auxiliar com seis graus de liberdade, com todos os movimentos prescritos, de forma a produzir a trajetória preestabelecida, pela geometria da via. Neste caso a trajetória prescrita é composta de uma desvio de direção, típico de aparelhos de mudança de via.

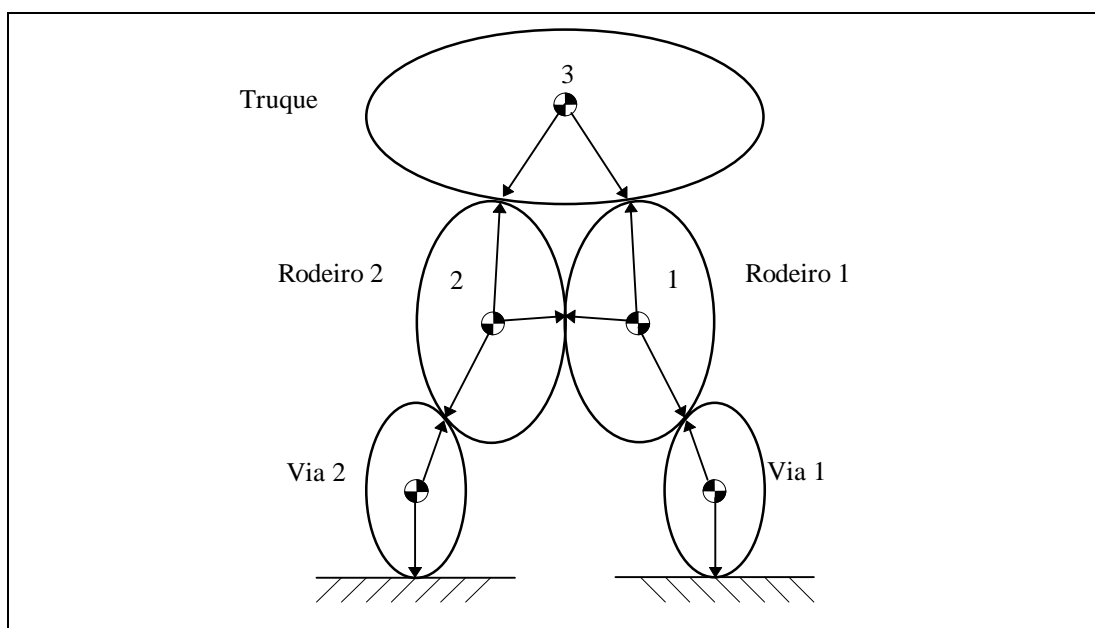


Figura 5.8 - Representação Topológica do Truque

As propriedades de massa e momentos de inércia, estão descritas na Tabela 5.1. Um croqui contendo a distribuição dos elementos elásticos, está apresentado na Figura 5.9.

Tabela 5.1 - Massas e Momentos de Inércia

Item	Massa [kg]	Momentos de Inércia		
		J_{xx} [kg×m ²]	J_{yy} [kg×m ²]	J_{zz} [kg×m ²]
Truque	3.000	$1,5 \times 10^3$	$2,5 \times 10^3$	$2,5 \times 10^3$
Rodeiro	1.500	$1,0 \times 10^3$	$0,1 \times 10^3$	$1,0 \times 10^3$

Fonte: Kik, IAVSD, 1991

As características da suspensão primária, estão apresentadas na Tabela 5.2, para o primeiro rodeiro (corpo número 1). Assim, por exemplo, a mola longitudinal esquerda da suspensão, liga o nó 2 do truque (corpo número 3) ou nó 2 do primeiro rodeiro (corpo número 1) com rigidez de $4,0 \times 10^6$ N/m. A posição dos nós pode ser observada na Figura 5.9. Estes valores são idênticos para o segundo rodeiro, considerando os nós correspondentes.

Tabela 5.2 - Propriedades da Suspensão Primária dos Truques

Direção	Valor	Unidade	Corpo	Nó	Corpo	Nó
Longitudinal	4.0×E+06	N/m	3	2	1	2
Longitudinal	4.0×E+06	N/m	3	3	1	3
Lateral	4.0×E+06	N/m	3	6	1	2
Lateral	4.0×E+06	N/m	3	7	1	3
Vertical	2.0×E+06	N/m	3	10	1	2
Vertical	2.0×E+06	N/m	3	11	1	3

Fonte: Kik, IAVSD, 1991

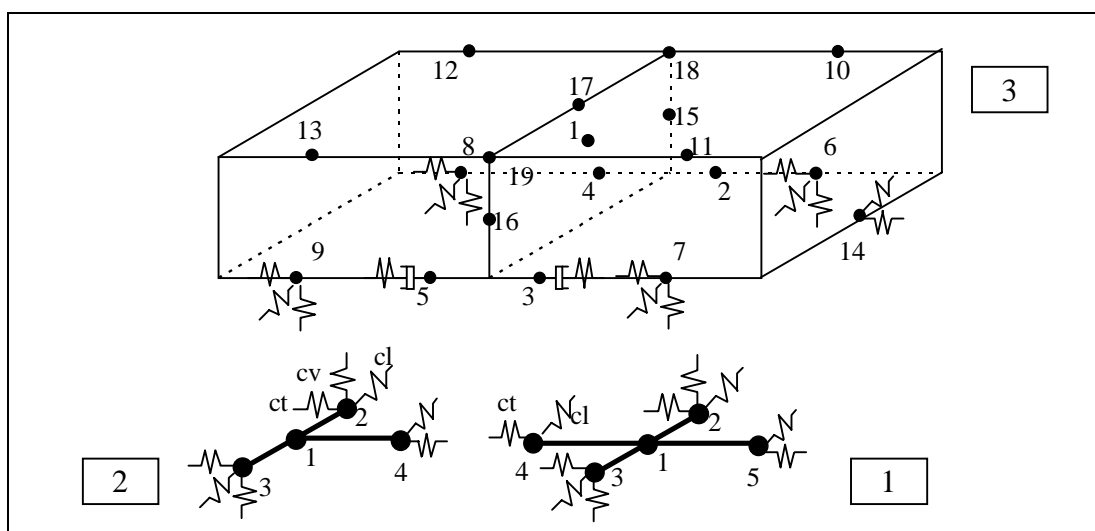


Figura 5.9 - Disposição do Truque e Rodeiros e Ligações

A suspensão do truque, além de conter os elementos usuais, rigidez vertical, lateral e longitudinal, correspondendo a molas, possui barras de ligação cruzada (cross bracing) entre rodeiros e barras de ligação (axle bracing) entre o rodeiro e o truque conforme mostrado na Figura 5.7. A distância entre os pontos de conexão das barras de ligação cruzada em cada rodeiro (nó 4 do rodeiro 1 e nó 4 do rodeiro 2), produz uma ligação assimétrica na proporção de 1,8 entre os rodeiros. A rigidez desta ligação, como pode ser visto na Tabela 5.3, é de $1,0 \times 10^7$ N/m, para as direções longitudinal,

cisalhamento e $1,0 \times 10^5$ Nm/rad de torção no eixo z. Esta ligação tem a função de melhorar, as características de inscrição em curvas.

Tabela 5.3 - Rigidez das Barras de Ligação Cruzada entre Rodeiros (*cross bracing*)

Direção	Valor	Unidade	Corpo	Nó	Corpo	Nó
Longitudinal	$1.0 \times E+07$	N/m	1	4	2	4
Cisalhamento	$1.0 \times E+07$	N/m	1	4	2	4
Torção (z)	$1.0 \times E+05$	Nm/rad	1	4	2	4

Fonte: Kik, IAVSD, 1991

O truque contém também, uma barras de ligação unitária, entre o rodeiro de ataque (dianteiro) e o truque. A barra liga o nó 5 do primeiro rodeiro, ao nó 14 do truque, com rigidez de $1,0 \times 10^7$ N/m nas direções longitudinal e lateral (ver Tabela 5.4 e Figura 5.9). Esta barra tem a função de manter o direcionamento do truque em retas. As informações completas sobre as demais características da suspensão do truque, estão listadas em anexo.

Tabela 5.4 - Rigidez das Barras de Ligação entre Rodeiros e Truque (*axle bracing*)

Ident.	Valor	Unidade	Corpo	Nó	Corpo	Nó
Longitudinal	$1.0 \times E+07$	N/m	1	5	3	14
Lateral	$1.0 \times E+07$	N/m	1	5	3	14

Fonte: Kik, IAVSD, 1991

5.5 Modelo do Veículo

O modelo do veículo, é composto por onze corpos conectados por juntas, formando um sistema multicorpos. Está constituído por uma caixa (corpo número 4), dois truques (corpos número 3 e 5), quatro rodeiros (corpos número 1, 2, 6 e 7) e quatro seções de via. A representação topológica do modelo, está apresentada na Figura 5.10. A massa suspensa correspondente a caixa do veículo, está representada pelo elemento central da figura. Os elementos seguintes, correspondem aos truques,

possuem características idênticas ao caso anterior descrito. Cada rodeiro está ligado a uma seção da via, com trajetória idêntica, e atraso de tempo de $t_1 = br/V_0$ entre rodeiros, e L/V_0 entre truques (ver Figura 5.11).

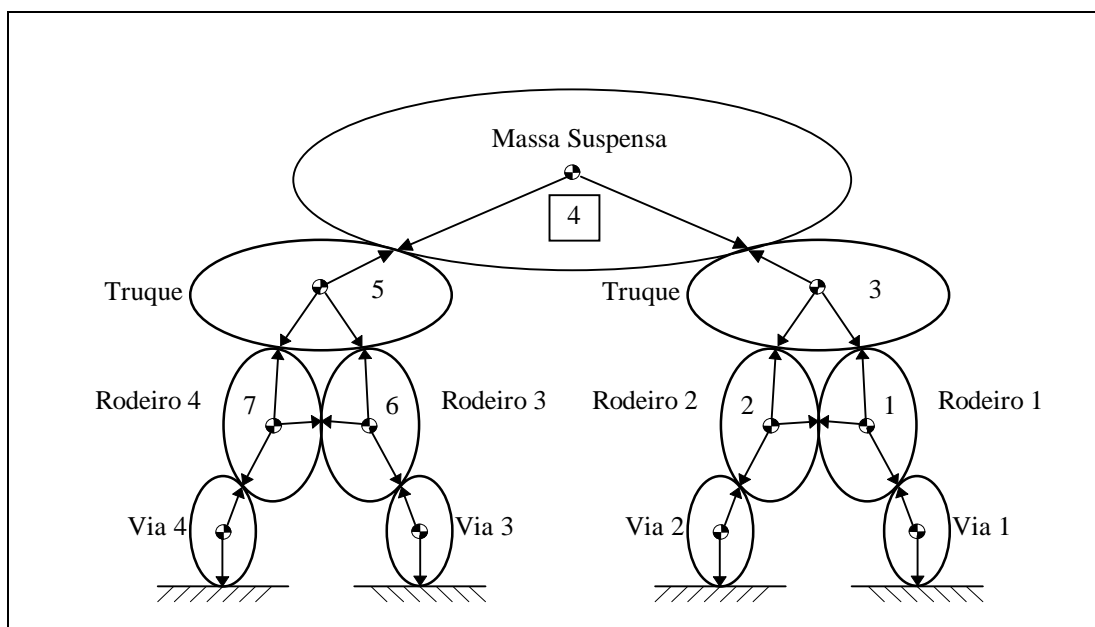


Figura 5.10 - Representação Topológica do Veículo

As características do modelo do veículo, proposta pelo *benchmark* #2 do IAVSD (Kik, 1991) estão listadas na Tabela 5.5. O veículo possui suspensão secundária convencional de molas e amortecedores. Possui ainda, amortecedores anti-lacet e batentes laterais de elevada rigidez ($1,0 \times 10^{10}$ N/m), com folga de 10 mm.

Tabela 5.5 - Massas e Momentos de Inércia

Item	Massa [Kg]	Momentos de Inércia		
		J_{xx} [kg×m ²]	J_{yy} [kg×m ²]	J_{zz} [kg×m ²]
Carro	30.000	$4,2 \times 10^4$	$1,7 \times 10^6$	$1,7 \times 10^6$
Truque	3.000	$1,5 \times 10^3$	$2,5 \times 10^3$	$2,5 \times 10^3$
Rodeiro	1.500	$1,0 \times 10^3$	$0,1 \times 10^3$	$1,0 \times 10^3$

Fonte: Kik, IAVSD, 1991

Um croqui contendo a numeração dos corpos, dimensões gerais e localização dos nós, pode ser observado na Figura 5.11. O conjunto *anti-lacet* composto de uma mola e um amortecedor em série, estão conectados entre o nó 5 da caixa e nó 18 do truque. Os valores de rigidez e amortecimento são: $8,0 \times 10^6$ Nm/rad e $2,0 \times 10^5$ Nms/rad respectivamente. Observa-se que o truque de dianteiro, tem posição reversa em relação ao truque traseiro (giro de 180°). Desta forma, mantém-se a barra de direcionamento sempre no extremo do veículo.

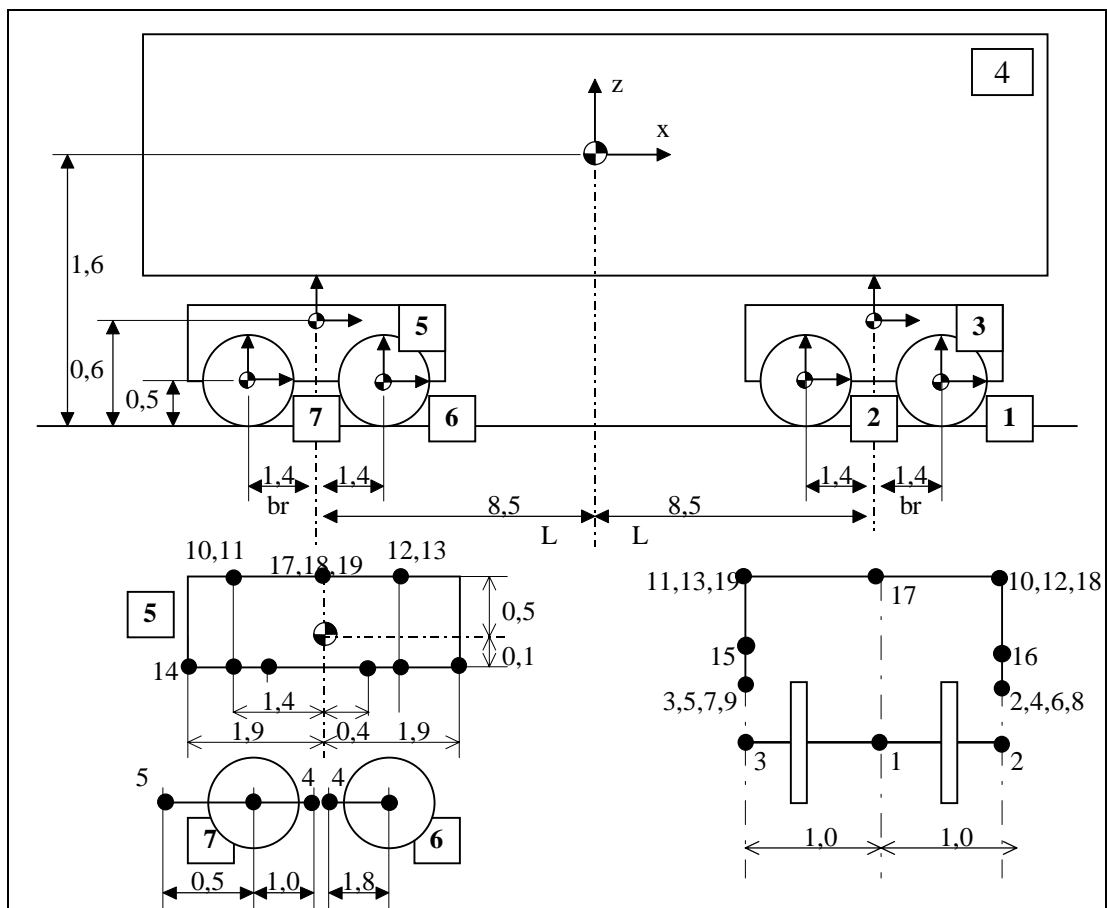


Figura 5.11 - Croqui do Veículo

A suspensão secundária, composta de molas e amortecedores em paralelo, está conectada entre o nó 3 da caixa (4, 10, 11) e nó 15 do truque (16). Os valores de rigidez e amortecimento, na direção vertical são: $3,0 \times 10^5$ N/m e $1,0 \times 10^4$ N/m/s

respectivamente. Os demais valores na direção longitudinal e lateral, estão descritas no anexo. Além dos elementos elásticos da suspensão, existem barras de tração ligando os nós 2 e 9 da caixa com o nó 17 de cada truque.

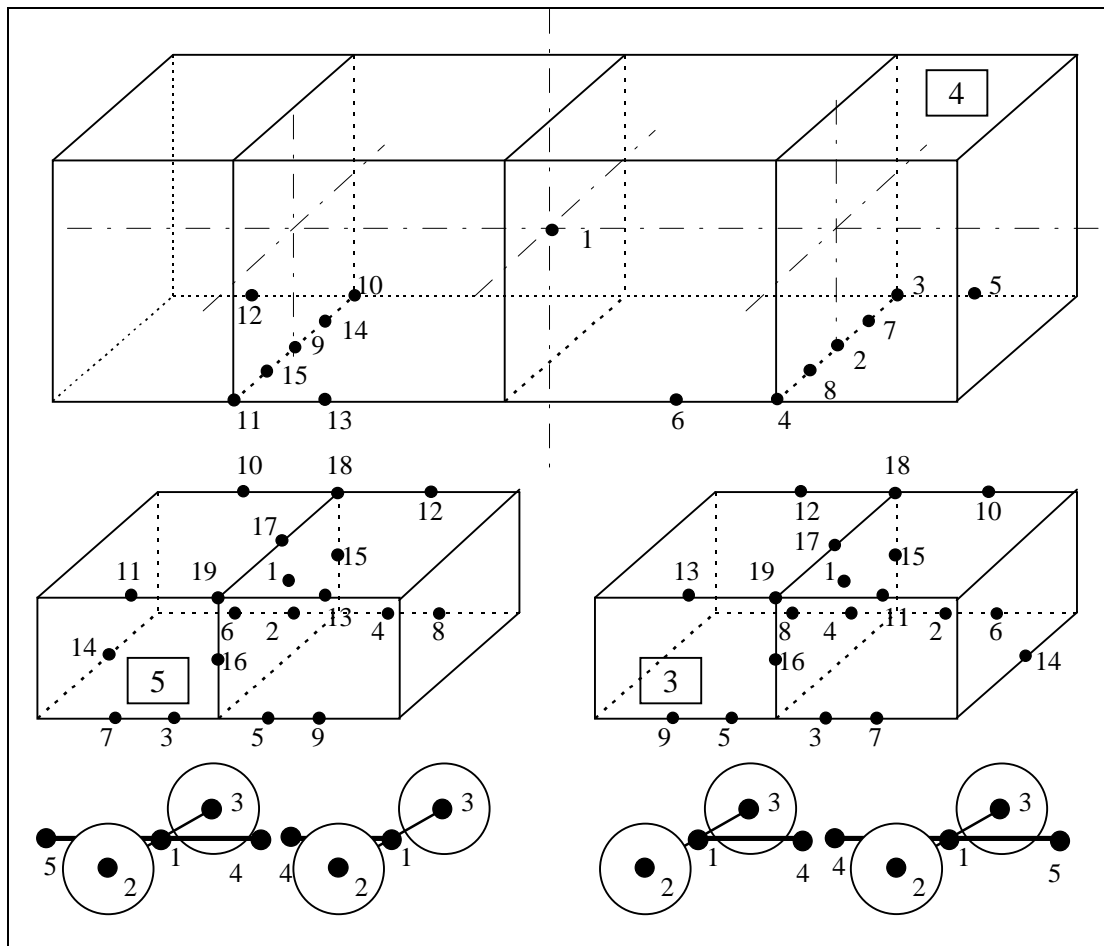


Figura 5.12 - Localização dos Nós

As forças externas que agem sobre o veículo, são aplicada através das rodas, exceto a resistência aerodinâmica e esforços gravitacionais. O centro de massa da caixa está deslocado para o lado esquerdo de 0,2 m, conforme prescrito pela especificação do *benchmark*.

5.6 Modelo da Geometria da Via

A via constitui a base de suporte e guiagem do veículo, no percurso entre duas localidades. Sua trajetória é estabelecida, em função das condições da topografia do terreno a ser vencido. Esta restrição impõe um traçado, com curvas e retas de forma a permitir a realização do percurso. A geometria decorrente, é responsável pelas interações entre veículo/via, oriundas do direcionamento.

As irregularidades lateral, vertical ou torção da via, provocam acelerações ao veículo que dependem da sua velocidade. A trajetória em curva circular de raio constante, impõe ao veículo solicitações devido a esta geometria. No caso de velocidade constante, os valores de aceleração, podem ser facilmente determinados. Para uma geometria com trajetória circular de raio variável (curva de transição), as acelerações são mais complexas, especialmente, se houver variação de velocidade tangencial do veículo.

Para a realização de uma simulação, é necessário o conhecimento da atitude (posição e orientação) da via, no ponto onde o rodeiro trafega sobre ela. Desta maneira é necessário a sua descrição, em toda a extensão que pretende-se realizar a simulação.

5.6.1 Modelamento

O modelo adotado para a representação da via, proposto por Costa, constitui-se de um corpo auxiliar, cuja função principal é identificar a atitude de uma seção da via (SV), que viaja coincidentemente com o centro de massa do rodeiro. Desta forma, para efeito de simulação da dinâmica do veículo, é necessária a completa explicitação da trajetória desta seção da via, em termos de posição ou acelerações linear e angular no espaço. Esta informação é necessária para o cálculo da velocidade relativa do rodeiro, em relação a seção da via, que produzem os escorregamento, a partir dos quais são calculados os esforços de contato.

A Figura 5.13, mostra um esquema representativo desta concepção. Além de produzir a trajetória (X,Y,Z) e orientação $(\omega_x, \omega_y, \omega_z)$ da seção da via, o corpo auxiliar SV permite modelar com facilidade a rigidez vertical, lateral e torcional da via.

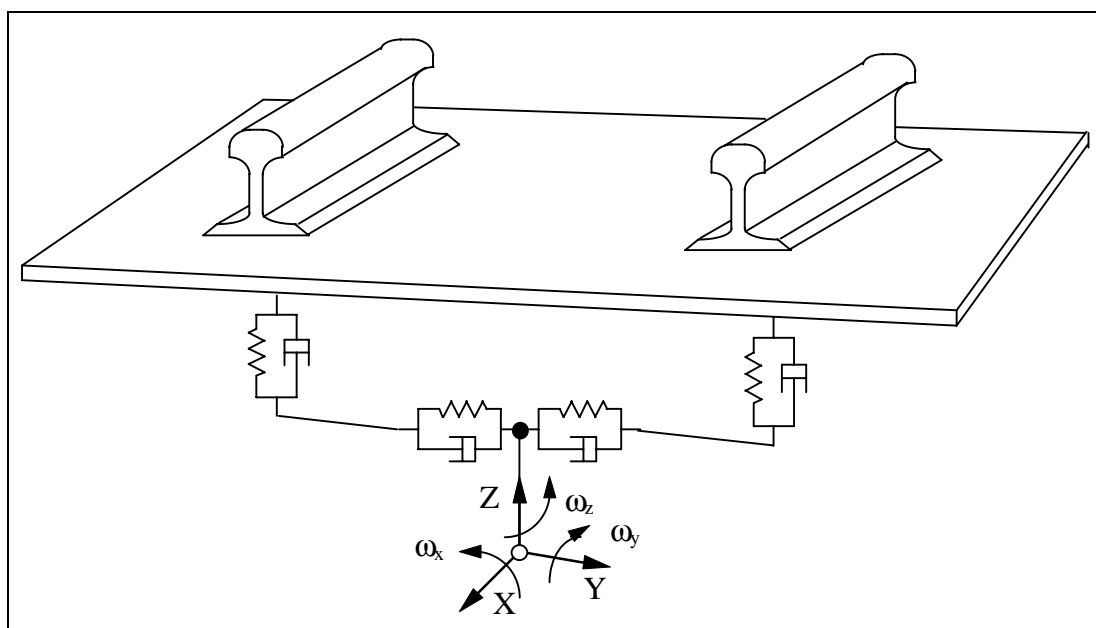


Figura 5.13 - Disposição da Seção da Via (SV)

A trajetória da SV é descrita com auxílio da geometria diferencial e do triedro de *Frenet*. Seja o ponto P da órbita da curva s no espaço tridimensional Euclidiano, E^3 , localizado pelo vetor $\mathbf{r}_{(t)}$. No caso particular de perseguir rota da curva numa velocidade unitária, basta parametrizar a curva em γ de forma $\|\dot{\gamma}\| = 1$. O triedro de *Frenet* acoplado a γ permite identificar as propriedades da curva. Identifica-se o terno de *Frenet* pelos versores T tangente a curva, N normal a T (na direção da curvatura) e B , versor binormal aos dois anteriores conforme mostrado na Figura 5.14.

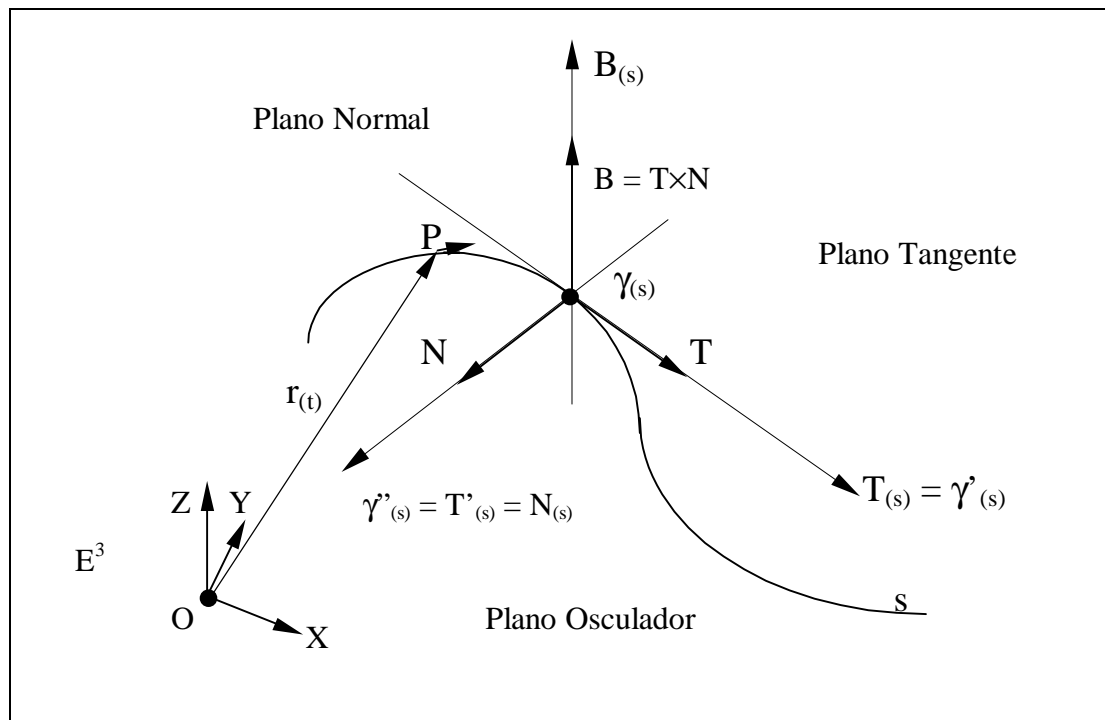


Figura 5.14 - Localização de uma Trajetória

Os planos definidos pelo vetor tangencial T e normal N é chamado de plano Osculador onde define-se o círculo osculador. O plano formado pela normal N e a binormal B é chamado de plano binormal e finalmente o plano entre o vetor tangencial T e a binormal B é o plano retificante (ver Figura 5.14). O comprimento do campo de vetores de curvatura T' fornece a magnitude da variação da direção de γ . O valor real da função κ de forma que $\kappa(s) = \|T'(s)\|$ para qualquer s em E^3 é chamada de função de curvatura de γ . A função Torção é definida como $B' = -\tau N$.

O aparato de Frenet: $T_{(s)}, N_{(s)}, B_{(s)}, \kappa_{(s)}, \tau_{(s)}$, representa completamente a trajetória da curva $\gamma_{(s)}$, que descreve a geometria da via. Portanto, para uma posição $P(t)$ em s , tem-se uma curvatura dada por $\kappa_{(s)}$, e uma torção $\tau_{(s)}$. O centro instantâneo de rotação da trajetória da via está na direção $N_{(s)}$ com raio de $\kappa^{-1}_{(s)}$.

Para o caso de função de velocidade v variável, o aparato de *Frenet*, representado de forma matricial fica :

$$\begin{Bmatrix} T' \\ N' \\ B' \end{Bmatrix} = v \begin{bmatrix} 0 & \kappa & 0 \\ -\kappa & 0 & \tau \\ 0 & -\tau & 0 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} T \\ N \\ B \end{Bmatrix} \quad (5.5)$$

Para uma curva regular no plano XY com torção τ nula conforme mostrada na Figura 5.15, função de velocidade v a velocidade do ponto γ é expressa por $\dot{\gamma} = v T$ e a aceleração $\dot{\gamma}'$ (O'Neill, 1976) descrita por:

$$\dot{\gamma}'' = \frac{dv}{dt} T + v T' = \frac{dv}{dt} T + \kappa v^2 N \quad (5.6)$$

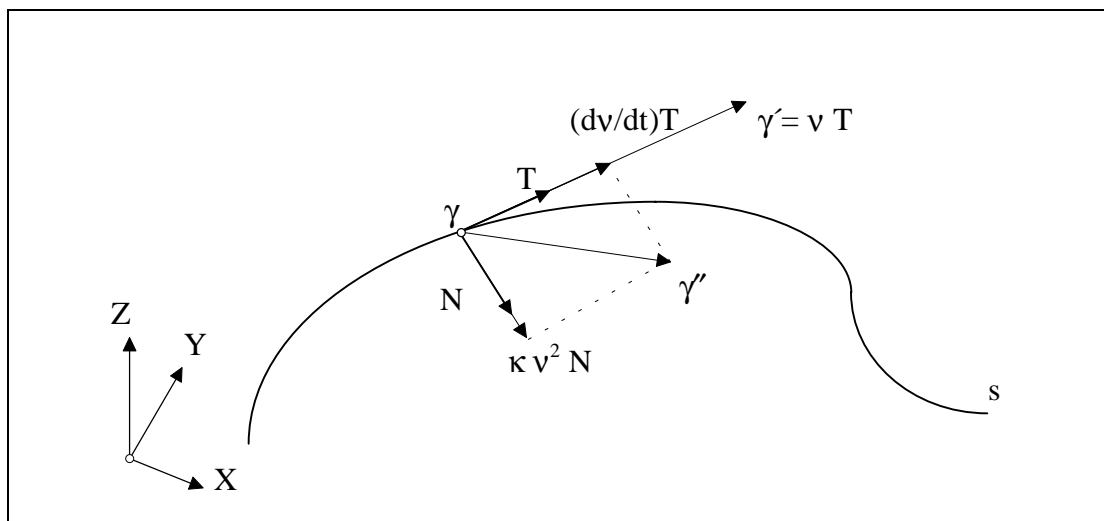


Figura 5.15 - Aceleração para Velocidade Variável

5.6.2 Curva de Transição

Dentre os aspectos que definem a posição geométrica do elemento de via, o trecho de transição entre uma reta e uma curva de raio constante, necessita de especial atenção para ser conceituado e expressado matematicamente. Este trecho caracteriza-se por ter raio variável ao longo do trajeto, sendo denominado de curva de transição.

Diferentes tipos de curvas de transição, podem ser encontradas na literatura (Esveld, 1989; Megyery, 1997). Pode-se mencionar a clotóide (variação linear de curvatura) e co-senoide (variação co-senoidal da curvatura).

Focalizando a atenção, na curva de transição clotóide no plano, pode-se identificar a curvatura κ na Figura 5.16, em função do comprimento s da curva. Neste caso, a taxa de variação da curvatura, é dado por $\mathbf{k} = d\kappa/ds$, que representa a inclinação da função de curvatura durante a transição. No caso de uma curva de transição de comprimento s_f e raio final R_o , resulta em $\mathbf{k} = 1/(R_o \cdot s)$.

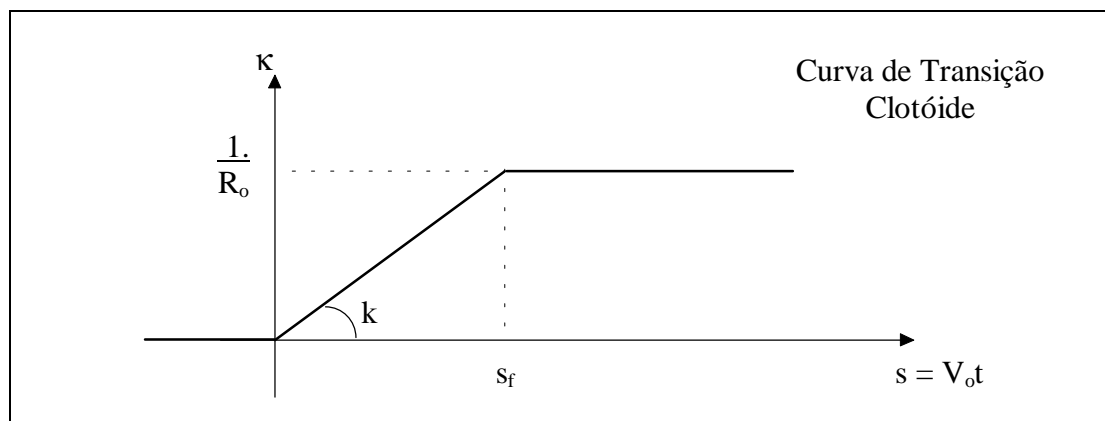


Figura 5.16 - Identificação do Curva de Transição do Tipo Clotóide

No caso do interesse dos estados em relação ao referencial inercial, a projeção pode ser realizada, a partir do conhecimento do ângulo de direção da curva. As expressões para a trajetória, velocidade e aceleração são dados a seguir:

$$\gamma_{(t)} = \left[\int \cos\left(\frac{k \cdot s_{(t)}^2}{2}\right) ds_{(t)} \right] \vec{i} + \left[\int \sin\left(\frac{k \cdot s_{(t)}^2}{2}\right) ds_{(t)} \right] \vec{j} \quad (5.7)$$

$$\dot{\gamma}_{(t)} = \left[v_{(t)} \cos\left(\frac{k \cdot s_{(t)}^2}{2}\right) \right] \vec{i} + \left[v_{(t)} \sin\left(\frac{k \cdot s_{(t)}^2}{2}\right) \right] \vec{j} \quad (5.8)$$

$$\begin{aligned} \ddot{\gamma}_{(t)} = & \left[a_{(t)} \cdot \cos\left(\frac{k \cdot s_{(t)}^2}{2}\right) - v_{(t)}^2 \cdot k \cdot s_{(t)} \cdot \sin\left(\frac{k \cdot s_{(t)}^2}{2}\right) \right] \vec{i} \\ & + \left[a_{(t)} \cdot \sin\left(\frac{k \cdot s_{(t)}^2}{2}\right) + v_{(t)}^2 \cdot k \cdot s_{(t)} \cdot \cos\left(\frac{k \cdot s_{(t)}^2}{2}\right) \right] \vec{j} \end{aligned} \quad (5.9)$$

Além das informações tangenciais, o completo posicionamento da seção da via, necessita também, da velocidade e aceleração angular. No caso plano, para uma curva de transição linear, resulta nas seguintes expressões:

$$\vec{\omega} = s_{(t)} \cdot v_{(t)} \cdot k \quad (5.10)$$

$$\dot{\vec{\omega}} = a_{(t)} \cdot s_{(t)} \cdot k + v_{(t)}^2 \cdot k \quad (5.11)$$

Para efeito de cálculo computacional, a posição da trajetória que contem integrais pode ser aproximadas pelas seguintes séries (Adams/Rail):

$$\int \cos\left(\frac{k \cdot s_{(t)}^2}{2}\right) ds_{(t)} = \sum_{n=1}^{10} \frac{(-1)^{n+1} (4 \cdot n - 2)}{\sqrt{k} \cdot (4 \cdot n - 3) \cdot s} \cdot \prod_{j=1}^{2 \cdot n - j} \frac{k \cdot s^2}{2 \cdot j} \quad (5.12)$$

$$\int \sin\left(\frac{k \cdot s_{(t)}^2}{2}\right) ds_{(t)} = \sum_{n=1}^{10} \frac{(-1)^{n+1} \sqrt{k} \cdot s}{(4 \cdot n - 1)} \cdot \prod_{j=1}^{2 \cdot n - j} \frac{k \cdot s^2}{2 \cdot j} \quad (5.13)$$

5.6.3 Desvio

Um tipo particular de geometria da via é o desvio. Denominado no meio ferroviário de aparelho de mudança de via (amv), o desvio é composto por um segmento do trilho, que movimenta-se lateralmente, mudando seletivamente a rota de uma via. Existem diversos tipos de desvios: desde os mais antigos do tipo reto (padrão americano - AREA), até os mais modernos com grande raio de curvatura e curva de

transição (padrão europeu - UIC), para altas velocidades. A Figura 5.17, apresenta um esquema deste dois tipos de desvios (padrão europeu - pontilhado). A geometria da via, afeta significativamente o comportamento de veículo, pois corresponde a uma mudança de direção, que produz esforços e movimentos. Dependendo da curvatura do desvio e velocidade do veículo, pode-se produzir situação de insegurança. A forma mais rudimentar de desvio, é caracterizada por uma mudança repentina de direção. A descrição matemática desta geometria, é feita através de um pulso de curvatura. Entretanto a forma realizável do desvio é feito por uma curvatura finita, num pequeno comprimento de via. A área do pulso, corresponde ao ângulo de mudança de direção do desvio, sendo expresso por:

$$\Psi = \frac{V_o \Delta t}{R} \quad (5.14)$$

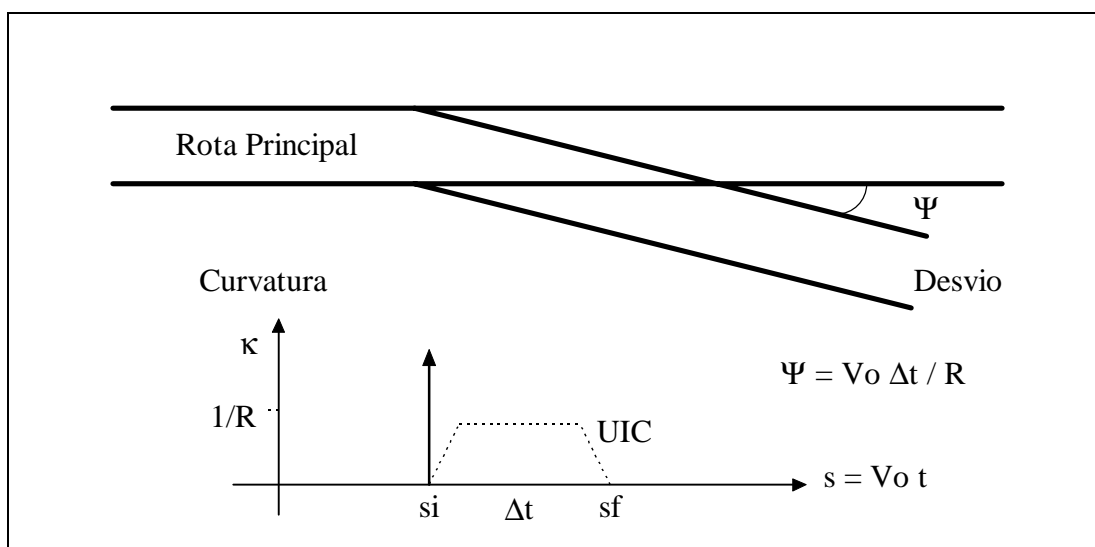


Figura 5.17 - Desvio e Curvatura

5.6.4 Rigidez da Via

Nas avaliações aqui realizadas, a via, foi considerada como sendo rígida. Isto é, não possui deformações devido a aplicação de cargas, mas somente aquelas ditadas pela

geometria da trajetória. A forma como o modelo da via foi concebido, permite entretanto, introduzir com facilidade a rigidez local da seção da via. Para tanto, basta adicionar ao movimento prescrito de trajetória, valores de deformação produzidos pelas cargas aplicadas (rigidez) e eventualmente devido velocidade de variação da deflexão (amortecimento). A Figura 5.13, ilustra este efeito, para a direção vertical e lateral da seção da via.

Alguns autores (Kalker, 1996; Kik, 1991; Knothe, 1995d), trataram da dinâmica da via no seu aspecto mais amplo, considerando-a como elemento do viga, com linha elástica completa. Este tipo de abordagem é mais abrangente, contemplando a influência das cargas de um eixo sobre os demais e os vários modos naturais de oscilação.

Para efeitos locais, onde as deflexões do primeiro modo sejam suficientes para descrever os movimentos da via, as simplificações sugeridas podem ser utilizadas. Os valores usualmente adotados são: massa equivalente de 500 kg, rigidez equivalente de $2,0 \times 10^8$ N/m e amortecimento equivalente de $8,0 \times 10^5$ N/m/s. Excepcionalmente uma massa equivalente de 50 kg pode ser utilizada (Pascal, Kik, 1991) para análise de descarrilamento, onde os esforços de contato possuem grande velocidade de variação.

5.6.5 Irregularidades da Via

As irregularidades da via são descritas, por propriedades estatísticas determinísticas. Foram consideradas as proposições do IAVSD, que descreve uma função irregularidade periódica com comprimento de onda máximo de 102,3 metros. As curvas dos espectro de densidade de potência (PSD) para as irregularidades vertical, lateral e cruzada são dadas respectivamente pelas expressões a seguir:

$$S_v(\Omega) = \frac{A_v \Omega_C^2}{(\Omega^2 + \Omega_R^2)(\Omega^2 + \Omega_C^2)} \quad (5.15)$$

$$S_L(\Omega) = \frac{A_L \Omega_C^2}{(\Omega^2 + \Omega_R^2)(\Omega^2 + \Omega_C^2)} \quad (5.16)$$

$$S_C(\Omega) = \frac{\frac{A_V}{b^2} \Omega_C^2}{(\Omega^2 + \Omega_R^2)(\Omega^2 + \Omega_C^2)(\Omega^2 + \Omega_S^2)} \quad (5.17)$$

onde: $\Omega_C = 0,8246$ rad/m, $\Omega_R = 0,0206$ rad/m e $\Omega_S = 0,4380$ rad/m, $A_L = 6,125 \times 10^{-7}$ m rad, $A_V = 1,080 \times 10^{-7}$ m rad e $b = 0,75$ m.

A partir destas funções, é possível gerar com auxílio da transformada inversa de Fourier, uma função de distância (x), contendo a altura da via descrita pela função vertical $s_V(x)$, posição lateral dada pela função $s_L(x)$ e nivelamento cruzado expresso pela função $s_C(x)$.

5.6.6 Conclusões

De posse das expressões que descrevem a atitude da seção da via (SV), pode-se realizar a implementação computacional dos movimentos prescritos, a partir das acelerações tangenciais e angulares ou a partir de sua posição no plano do movimento. Além destes graus de liberdade, os movimentos decorrentes da elevação e inclinação do rodeiro, descritos no item anterior, devem ser incluídos como movimentos prescritos da SV .

Especial atenção deve ser dispensada, para simulação de mudanças rápidas de direção, típicas de aparelhos de mudança de via (amv). Nesta situação, os trilhos, por razões construtivas, conduzem o veículo em nova direção de forma abrupta. Com estas expressões, basta conceber teoricamente a trajetória que pretende-se avaliar ou mesmo utilizar a geração da posição da via, com irregularidades e simular o comportamento do veículo.

Embora a geração das irregularidades da via, tenham sido concebidas com auxílio de propriedades estatísticas (densidade espectral de potência), os resultados temporais das simulações são distintos para cada simulação. Isto não impede, mas limita o analista na comparação direta de resultados com outros autores. Pode-se ainda utilizar medidas realizadas *in situ*, desde que sejam identificadas completamente sua atitude.

5.7 Conclusões

Neste capítulo, foi apresentada a forma de descrição topológica dos modelos de sistemas de Multicorpos. Os casos propostos como *benchmark*, foram explanados detalhadamente, mostrando os aspectos relevantes para sua elaboração, bem como os detalhes utilizados por este autor para a elaboração dos modelos. Foram descritos os modelos do rodeiro e do veículo. Foi descrita também a geometria da via, que será utilizada nos casos de trajetórias não retilíneas. Foi ainda proposto, um novo estudo de caso (truque em desvio) que possui grau de dificuldade intermediário, mas que reveste-se de especial interesse do ponto de vista da segurança ao tráfego. De posse destas informações, é possível realizar as simulações temporais, que serão descritas no próximo capítulo.

Capítulo VI

6. Simulação

6.1 Introdução

A ciência e a matemática, são meras ferramentas, desenvolvidas pelo homem, na humilde tentativa de formular e prever, o complexo comportamento do mundo real. Modelos lineares, são geralmente utilizados, para a representação de sistemas mecânicos. No domínio das frequências, as auto-propriedades permitem identificar, de forma abrangente, seu comportamento dinâmico (frequências naturais e modos de vibrar).

Entretanto, os sistemas reais, possuem inúmeras não linearidades, cujo comportamento em geral, é calculado no domínio do tempo. Somente o fenômeno real, na sua mais completa magnitude, pode ser utilizado como referência, para avaliação de um modelo ou método de cálculo não linear. São necessárias portanto, medidas experimentais, para que esta comparação seja possível. Entretanto, como o sistema real possui inúmeras variáveis, uma medição, para a completa quantificação de seu comportamento dinâmico, demanda um esforço de experimentação e análise muito grande. Simplificações na realização das medições, acabam por produzir informações incompletas ou truncadas, que podem comprometer a significância do resultados.

Além das dificuldades do processo de medição, a aleatoriedade e não linearidade dos sistemas reais, limitam a representatividade, dos resultados das medições. Propriedades estatísticas de sinais determinísticos, constituem uma ferramenta para tratamento, deste tipo de problema. Isto resulta entretanto, na necessidade de uma

grande quantidade de informações, elevando significativamente, o custo da medição experimental. Como resultado, do tratamento de um volume enorme de dados, serão produzidas informações estatísticas, de difícil comparação com os resultados teóricos temporais, típicos de simulação numérica de modelos.

Devido a estas limitações, a proposição de estudo de caso (*benchmark*), com definição precisa das características do sistema, permite conceber modelos e gerar resultados, na medida do possível, padronizados. Isto, facilita a tarefa de construção do modelo, e permite comparação de resultados, sendo um grande crédito do *benchmark*.

Alguns casos de simulação, relacionados a veículos guiados, foram realizados para comprovar, o potencial da técnica de modelagem de Sistemas Multicorpos. Estes casos, foram selecionados dentre as proposições da IAVSD. Estas proposições, fixam as características dos sistemas a serem modelados, bem como os parâmetros das solicitações aplicadas. Os resultados obtidos das simulações, podem ser comparados, com simulações realizadas por outros autores, buscando a comprovação da funcionabilidade e validação do modelo e dos cálculos realizados.

Conforme descrito no item anterior, foram selecionados os modelos relativos a sistemas guiados, descritos a seguir:

- Rodeiro Ferroviário (*benchmark #1*)
- Truque Ferroviário (nova proposição)
- Veículo Ferroviário Completo (*benchmark #2*)

As simulações, foram realizadas com auxílio de programas específicos, para a elaboração e análise de sistemas Multicorpos. Nos modelos propostos, cada caso foi submetido a ações externas, escolhidas, de forma a verificar os principais aspectos do sistema analisado. Para o rodeiro (*benchmark #1*), foi aplicada uma força lateral externa, onde são verificados os deslocamentos e ângulos do rodeiro. As forças de

contato roda/trilho, desenvolvem papel fundamental neste caso. Para o truque, foi verificada, a passagem através de um desvio em baixa velocidade. No caso do veículo completo (*benchmark #2*), foi avaliada a inscrição em curva, numa via com super-elevação. Em todos os casos, os resultados foram confrontados com publicações internacionais, com objetivo de validação das simulações.

6.2 Descrição dos Programas

O programa SD-Fast¹, está baseado, na combinação do método de Kane e manipulação simbólica, para a elaboração automática das equações de movimento, do modelo do sistema. São gerados, códigos abertos e eficientes, em linguagem C++², a partir da topologia do sistemas de multicorpos, utilizando manipulação simbólica, para redução e minimização do número de equações.

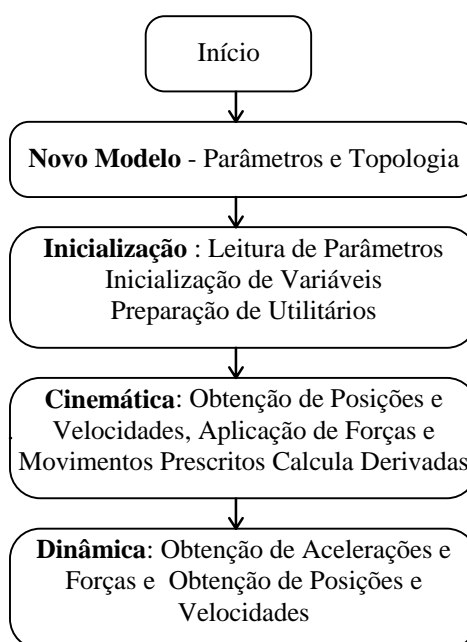


Figura 6.1 - Diagrama de Bloco do Programa SD-Fast

¹ SD-Fast® (Copyright® Symbolic Dynamics)

² C++® (Copyright® Borland)

Contém, um integrador *Runge-Kutta-Falgemberg* de passo variável, que foi combinado, com rotinas em linguagem C, para o cálculo das forças de contato. Foram elaboradas, rotinas de pós-processamentos gráficos e análise, implementados no ambiente do programa Matlab³. A Figura 6.1 apresenta um diagrama de bloco de funcionamento deste programa.

Outro programas também utilizado nas simulações foi o Adams⁴. Este, possui rotinas elaboradas para geração das equações e para a solução do sistema (*solver*), possuindo aplicativos de pré e pós-processamento. Isto, facilita a criação do modelo e posteriormente, a realização das tarefas de análise e apresentação dos resultados. A forma de construção das equações dinâmicas de movimento, apresentada esquematicamente na Figura 6.2, está baseada no método de Lagrange (McGrath et al, 1991) e podem ser resumidas pelas expressões:

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T}{\partial \dot{q}_r} \right) - \frac{\partial T}{\partial q_r} + \sum_{j=1}^m \frac{\partial \phi_j}{\partial q_r} \lambda_j - F_r = 0 \quad (6.1)$$

$$\Phi_k(q, t) = 0 \quad (6.2)$$

para $r = 1, \dots, n$ e para $k = 1, \dots, m$ onde: T é a energia cinética, q as coordenadas utilizadas para descrever o sistema, Φ_j conjunto de vínculos do sistema, λ_j forças de reação devido aos vínculos Φ_j e F_r as forças generalizadas na direção de q_j .

$$\underline{G}(\underline{q}, \underline{\dot{q}}, \underline{\lambda}, \underline{f}, t) = 0 \quad (6.3)$$

³ Matlab® (Copyright© The MathWorks, Inc.)

⁴ Adams® (Copyright© Mechanical Dynamic, Inc.)

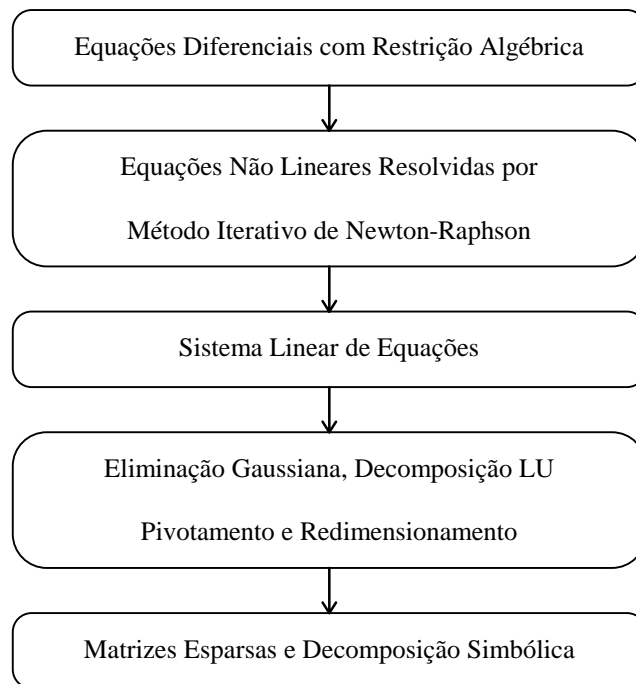


Figura 6.2 - Diagrama de Solução das Equações Diferenciais

Os modos de análise disponíveis e respectivos esquemas numéricos utilizados, são apresentados na Tabela 6.1.

Tabela 6.1 - Modos de Análise e Respectivos Esquemas Numéricos (Adams)

Esquemas Utilizados	Modos de Análise			
	Dinâmica	Estática	Cinemática	Cond. Iniciais
Preditor	sim	não	sim	não
Corretor	sim	sim	sim	sim
Intervalo de Tempo	otimizado	1/1	1/1	ocasional

O diagrama de fluxo do integrador, está apresentado na Figura 6.3. O método de integração utilizado no programa é o *Gear-Stiff*, que possui boas características para tratar modelos, com auto-valores de grande diferença, dentro do mesmo sistema.

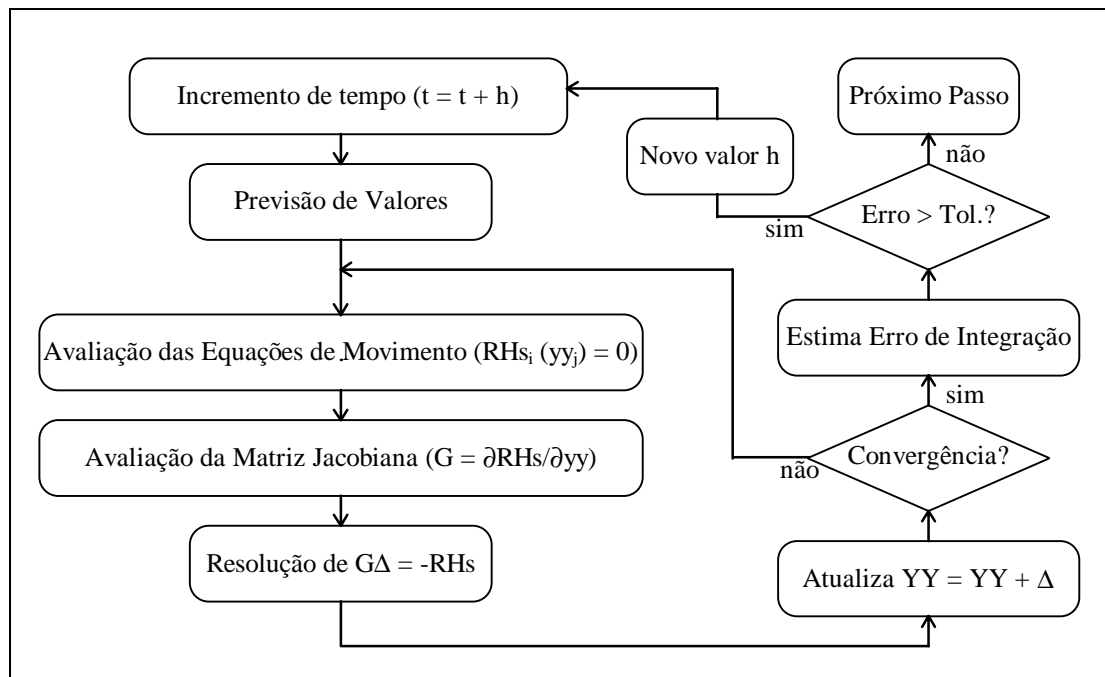


Figura 6.3 - Diagrama de Bloco do Integrador

6.3 Rodeiro com Força Lateral

O primeiro modelo, utilizado na avaliação da técnica de multicorpos, através da simulação temporal do comportamento dinâmico, consiste do rodeiro ferroviário. Este caso, proposto por Pascal (1991), no *Benchmarks for Multibody Simulation Software* da IAVSD, consiste na determinar das forças de contato roda/trilho no equilíbrio, a partir da aplicação, de uma carga lateral, em um rodeiro com as características padronizadas, conforme apresentado na Figura 6.4. O comportamento dinâmico do rodeiro, foi simulado e os movimentos e valores de força, calculados e armazenados para análise. O dados gerais para a elaboração do modelo, estão listados na Tabela 6.2.

Tabela 6.2 - Características do Rodeiro

Item	Valor
Massa do Rodeiro	1887 kg
Carga Vertical	154 715 N
Carga Vertical (Total)	173 226 N
Rigidez Torcional (K_{ϕ})	$81,6 \times 10^6$ mN/rad
Perfil da Roda	S-1002
Perfil do Trilho	UIC-60 - inclinação 1/40°
Raio de Rolamento Central	0,45 metros
Bitola da Via	1,435 m (14 mm abaixo do topo)
Velocidade de Tráfego	30 m/s (constante)

Fonte: Benchmark IAVSD (1991)

Nesta configuração, duas verificações previstas no *benchmark*, foram realizadas:

- calcular a posição de equilíbrio para diferentes valores do coeficiente de atrito, para força lateral constante.
- observação do comportamento dinâmico das forças de contato e atitude do rodeiro, para força lateral variável.
-

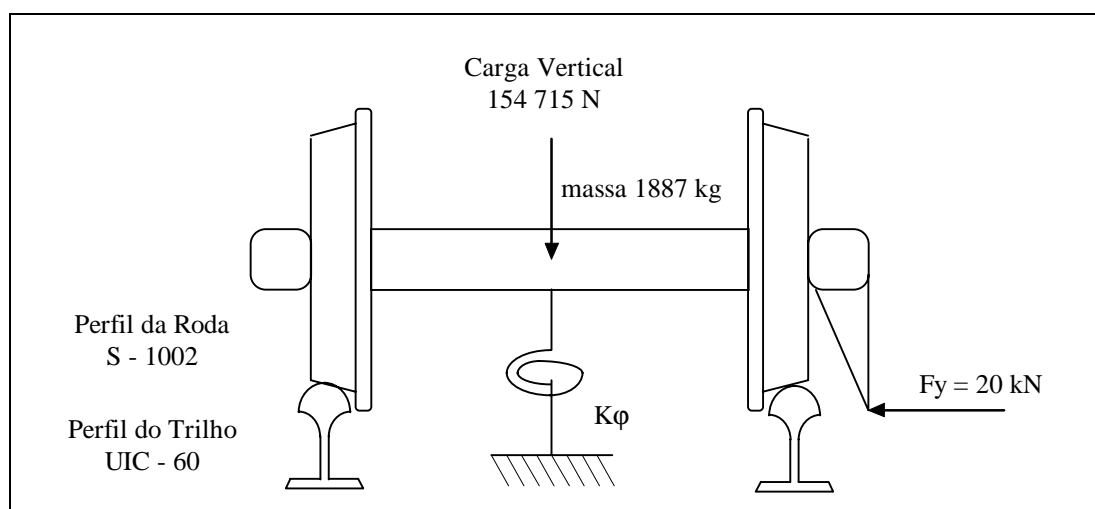


Figura 6.4 - Croqui do Rodeiro

Foram utilizados, os seguintes aplicativos, para o cálculos de algumas propriedade especiais:

- Programa de Cálculo de Propriedades de Contato (CCRT)
- Programa de Cálculo de Saturação das Forças de Contato (Fastsim)

No primeiro caso, a força lateral externa imposta ao rodeiro, foi de valor constante de 20 kN. As simulações realizadas, para diferentes valores de coeficiente de atrito (de 0,01 até 1), estão apresentadas na Tabela 6.3. Os resultados, consistem nos valores de deslocamento lateral (u_y), ângulo de yaw (Ψ). São apresentadas também, as reação das forças normais ao peso próprio (F_z), força normal no plano de contato (F_N). Finalmente apresenta-se, a tangente do ângulo de contato (δ), forças de contato no plano cartesiano (F_x e F_y) e força lateral no plano de contato (F_y) para roda esquerda e direita.

Tabela 6.3 - Resultados das Simulações

Coef de Adesão μ	Desloc. Lateral [mm]	Yaw [mrad]	Reação Vertical [kN]	Carga Normal [kN]	Tan Delta [-]	Força Fx [kN]	Força Fy [kN]	Força Creep [kN]
Direita 0.01 Esquerda	4.580	-0.0153	86.060	86.063	0.241	-0.860	0.770	-0.027
0.1	4.661	-0.150	87.166	89.610	0.261	0.848	-20.770	0.294
			86.050	86.046		-8.567	-0.015	-0.805
0.2	4.779	-0.295	87.176	89.396	0.290	8.520	-19.985	2.730
			86.036	86.023		-16.815	-1.092	-1.870
0.3	4.906	-0.420	87.190	89.004	0.319	16.700	-18.908	6.160
			86.020	85.998		-23.97	-2.22	-2.988
0.4	4.969	-0.511	87.205	88.475	0.331	23.79	-17.78	9.642
			86.013	85.980		-29.17	-3.34	-4.100
1.0	4.856	-0.680	87.213	88.023	0.309	28.94	-16.66	11.65
			86.027	85.965		-38.82	-6.58	-7.358
			87.200	87.268		38.53	-13.42	12.957

Observa-se nos resultados, que o ângulo de inclinação do rodeiro (yaw), aumenta proporcionalmente, com o coeficiente de atrito. O ângulo de contato, varia entre 14° a 19° , crescendo até de $\mu = 0,4$ e caindo para altos valores de coeficiente de atrito. Permanece entretanto, longe do ponto de máximo ($\approx 70^\circ$), região onde o descarrilamento pode iniciar-se. As forças longitudinais de contato apresentam, como era esperado, valores idênticos de sinais contrários. A força lateral, é praticamente toda desenvolvida pela roda externa, para atrito baixo. Com o aumento do valor do coeficiente de atrito, a contribuição da força lateral da outra roda, cresce proporcionalmente, chegando a ser da ordem de 50 % da roda esquerda, para $\mu = 1,0$.

Na segunda etapa, foi realizada uma simulação, para observação do comportamento dinâmico das forças de contato, considerando força lateral variável, com taxa de 50 kN/s e valor inicial de 40 kN. O valor de coeficiente de atrito adotado, nesta simulação, foi de 1,0. Esta situação, corresponde a um descarrilamento de rodeiro de carro de passageiros, com alto coeficiente de atrito. Os valores apresentados no gráfico temporal, da Figura 6.5, são: a força lateral F_y , força de contato F_x , força normal, ângulo de contato, carga vertical e força de contato lateral (creep lateral), todas do lado esquerdo.

Observa-se nos resultados da simulação, a perturbação ocorrida nas forças, durante o encosto do friso da roda no trilho (0,14 segundos). O valor máximo atingido, pelo ângulo de contato de 1,2 radianos ($68,7^\circ$), identifica o limite, a partir do qual, a força de contato lateral (creep y), começa a diminuir. O valor máximo, atingido pela força lateral, antes do descarrilamento, foi em torno de 125 kN. Disto resulta uma relação L/V de 1,44 para uma carga vertical de 86,6 kN.

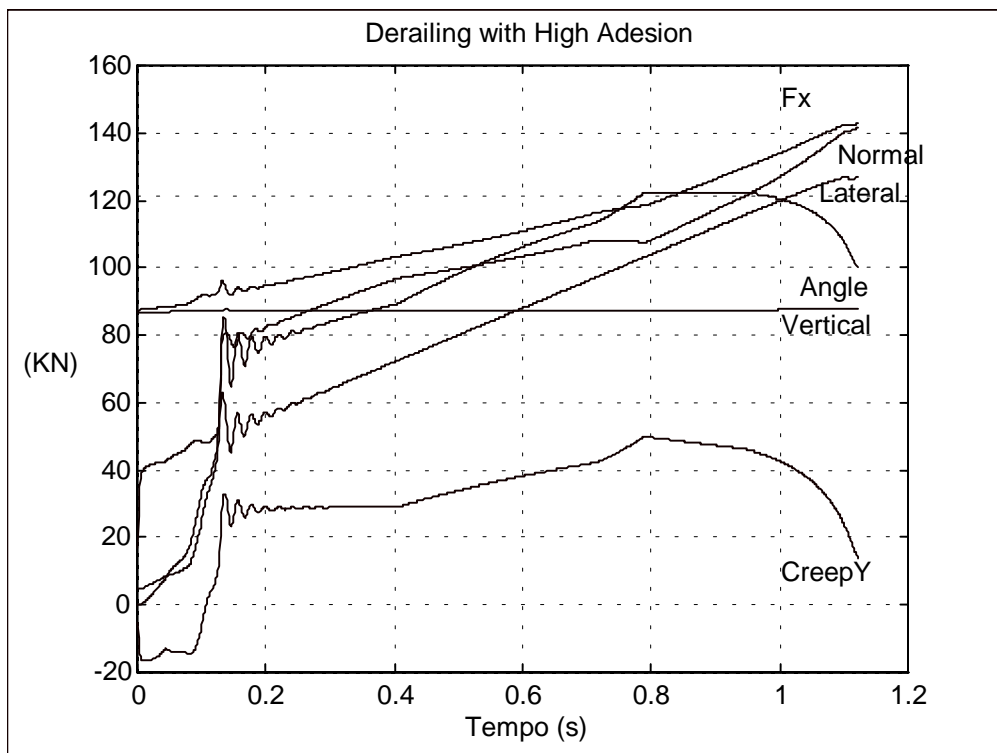


Figura 6.5 - História Temporal de Forças (Descarrilamento com alto atrito)

6.4 Truque em Desvio

Um croqui, com a idealização física do truque, está apresentado na Figura 6.6. Observa-se, os principais elementos (rodeiros, truque e via) em perspectiva.

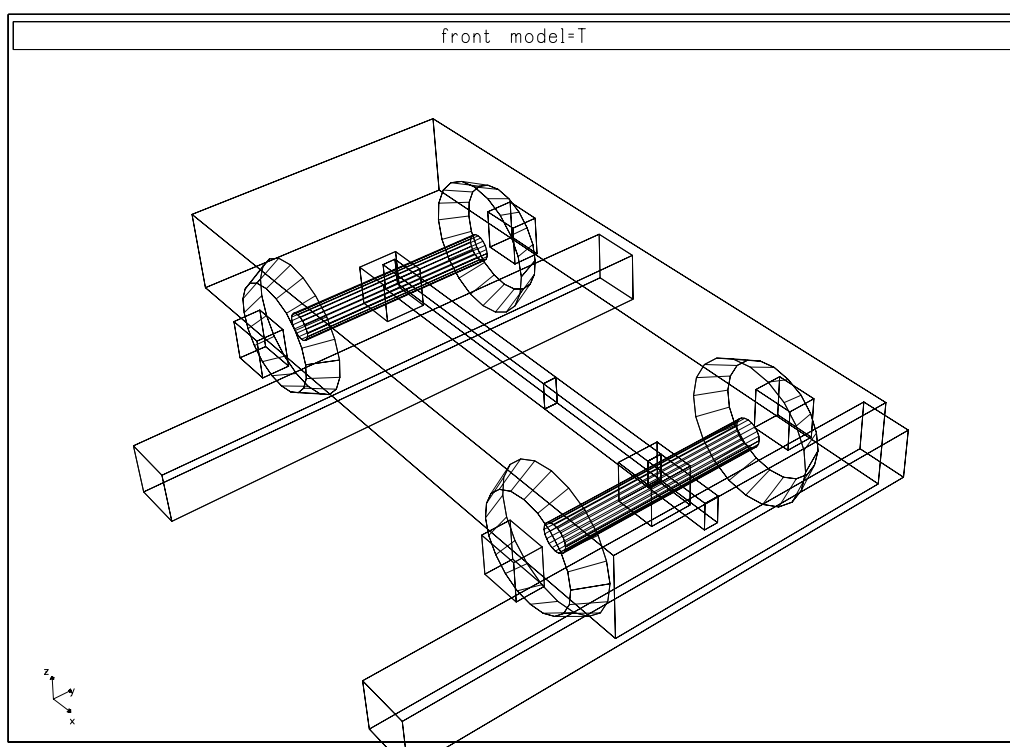


Figura 6.6 - Croqui do Truque

Como simulação de movimentos do truque, propõe-se o cálculo da inscrição em um desvio de direção da via de 1:20. Esta situação, foi selecionada por tratar-se, de um caso bastante severo de excitação externa ao veículo e de grande interesse, do ponto de vista de segurança. O desvio, foi modelado como uma curva de pequeno raio, conforme mostrado na Figura 6.7, de forma a compor no tempo, um valor de mudança de direção de 50 mili-radianos.

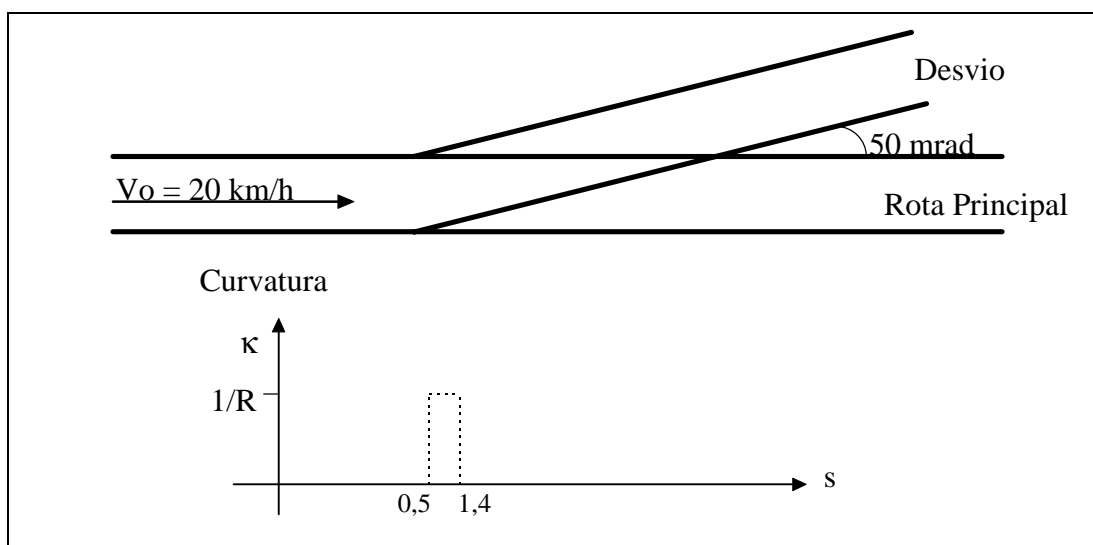


Figura 6.7 - Desvio de 1:20

Foi adotada um velocidade 5,5 m/s (20 km/h), típica para o tráfego em desvios desta deriva. A simulação, foi realizada durante 8 segundos, tempo suficiente para a passagem dos dois rodeiros pelo desvio (à esquerda) e calcular alguma atenuação, da movimentação dinâmica do truque.

As características da suspensão, são idênticas as do *benchmark* #2. Entretanto, como a dinâmica da caixa não foi considerada, as ligação correspondentes a suspensão secundária, não foram introduzidas. Apesar disto, a massa da caixa sobre o primeiro truque, foi incluída, sem seus efeitos inerciais angulares (I_{xx} , I_{yy} e $I_{zz} = 0$). Com a elevação da massa sobre o truque, devido a adição de 50% da massa total da caixa, propõe-se a elevação da altura do centro de massa do truque para 1,48 metros, valor obtido a partir da relação de momentos ($h_{CG} = \sqrt{\sum (\text{massa} * \text{distância}^2) / \text{massa total}}$).

Os resultados da simulação, da passagem do truque por um desvio de 1:20 (50 mrad) a 20 km/h, estão apresentados nas próximas figuras.

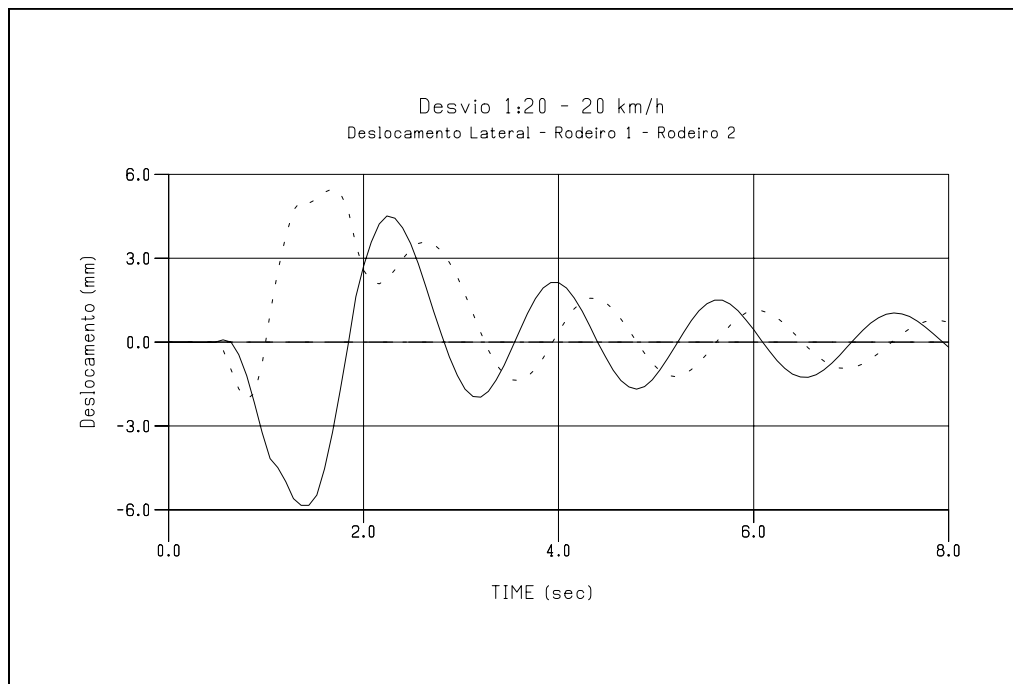


Figura 6.8 - Deslocamento Lateral do Rodeiro (Dianteiro e Traseiro)

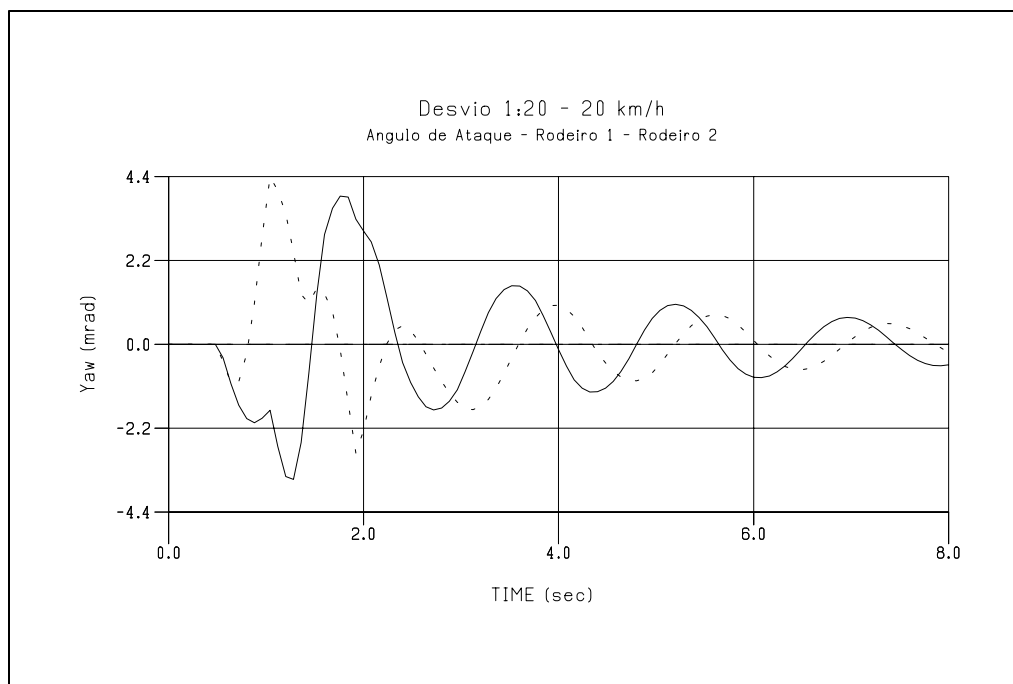


Figura 6.9 - Ângulo de Ataque do Rodeiro (Dianteiro e Traseiro)

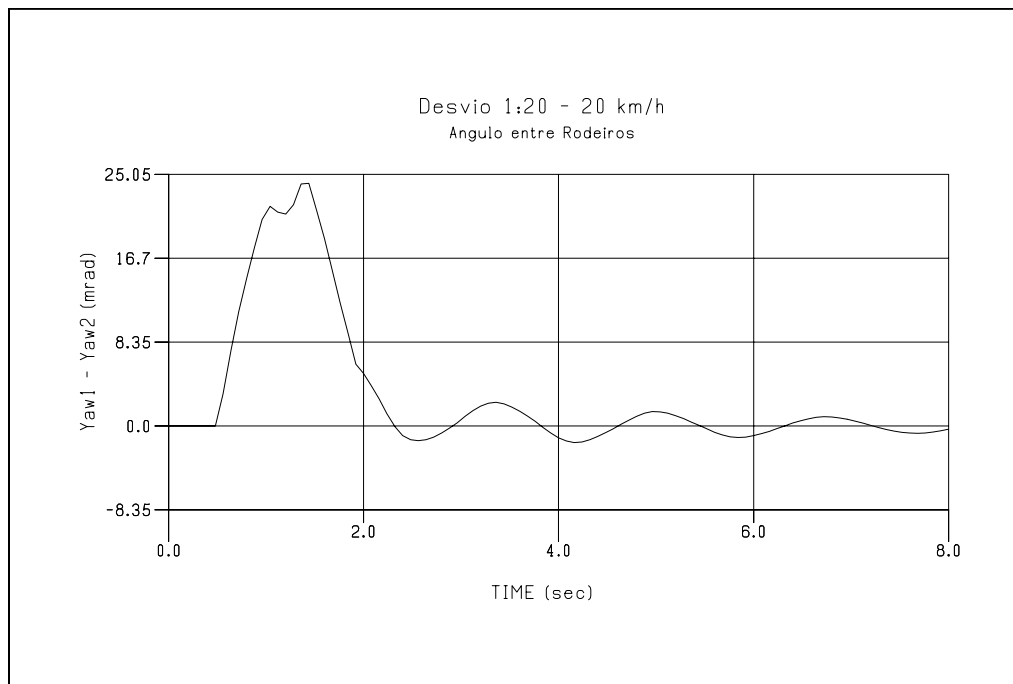


Figura 6.10 - Ângulo entre Rodeiros (Diferença)

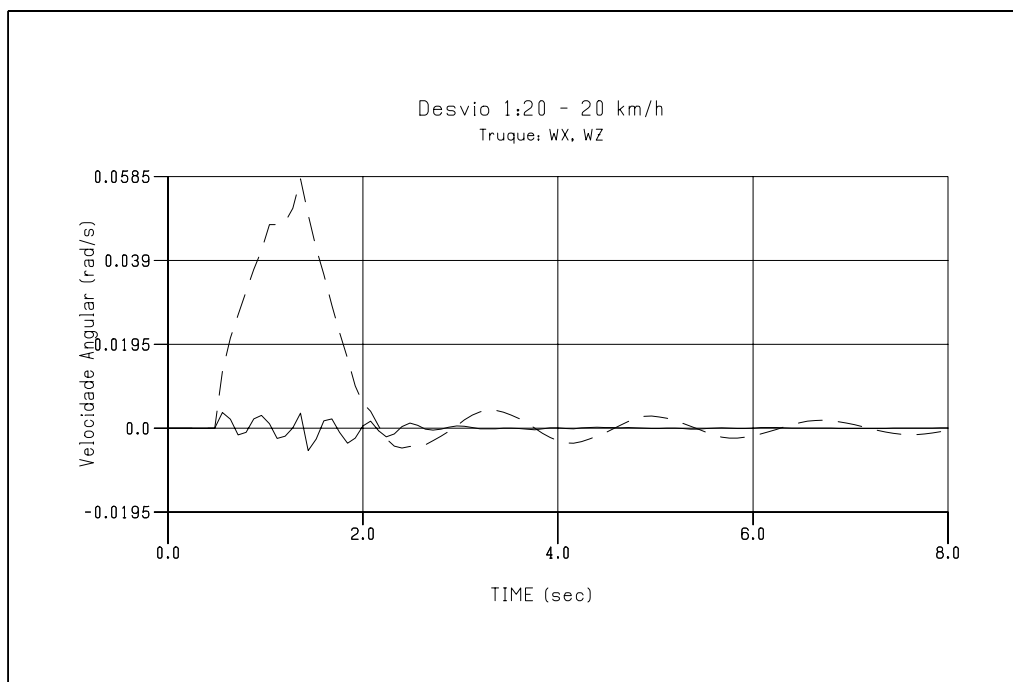


Figura 6.11 - Velocidade Angular do Truque (Wz, Wx)

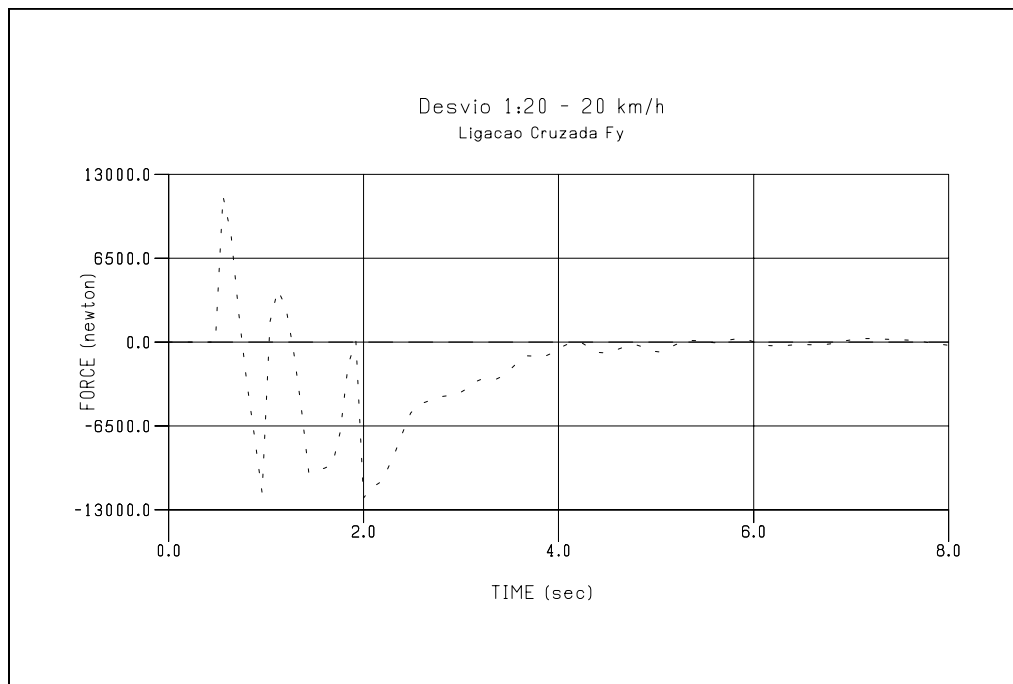


Figura 6.12 - Força Lateral na Barra de Ligação Cruzada entre Rodeiros

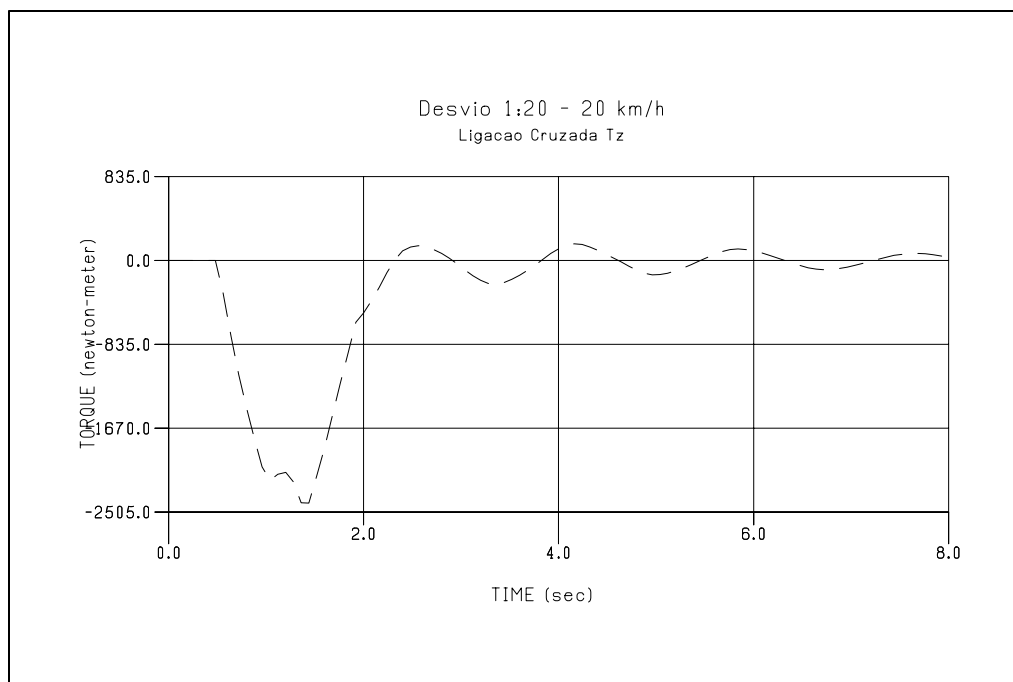


Figura 6.13 - Torque na Barra de Ligação Cruzada entre Rodeiros (Tz)

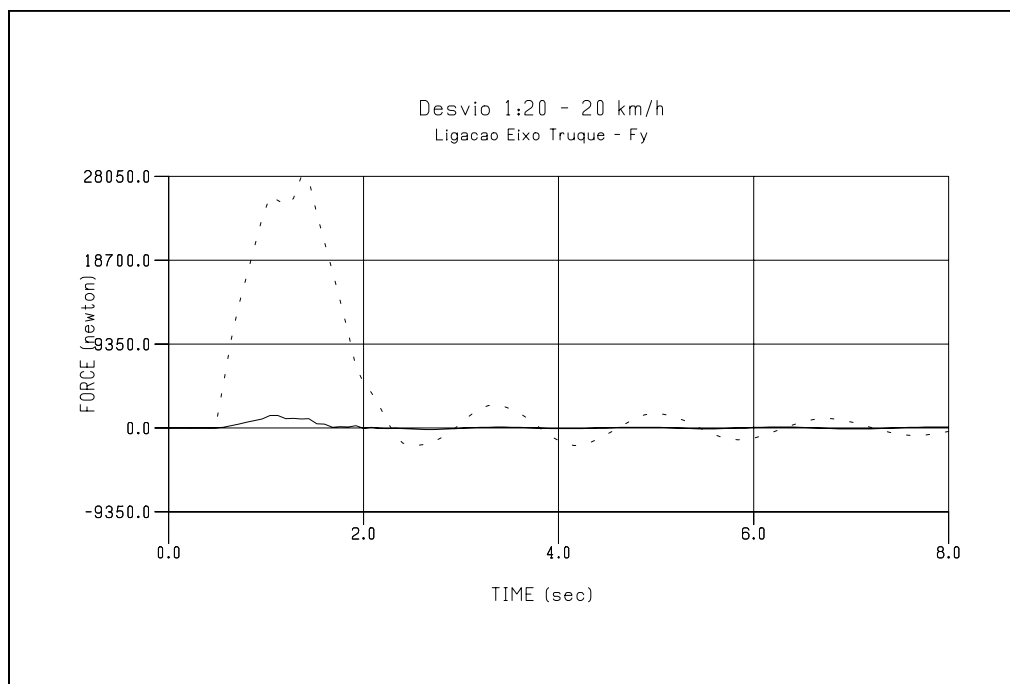


Figura 6.14 - Força Lateral na Barra de Ligação entre Rodeiro e Truque

Nos resultados gráficos apresentados, pode-se observar na Figura 6.8, que o deslocamento lateral máximo do rodeiro de ataque, em relação a via, foi de -5,9 mm. Para o rodeiro traseiro, o deslocamento máximo foi de 5,8 mm, para dentro da curva. Este deslocamento, corresponde a quase totalidade da folga lateral disponível, sendo que o friso da roda, começa a subir sobre o boleto do trilho (ângulo de contato elevado). O ângulo de ataque (yaw), foi de -3,5 e 4,4 mrad respectivamente (Figura 6.9). Nota-se, a variação da direção dos rodeiros, na entrada do segundo rodeiro no desvio (tempo de 1 segundo de simulação), na saída do rodeiro de ataque do desvio (tempo de 1,4 segundos) e na saída do segundo rodeiro (tempo de 1,9 segundos). Observa-se, na Figura 6.11, a mudança de direção do truque, através da velocidade angular ω_z (máxima de 58 mrad/s) e o balanço lateral, devido a mudança de trajetória (ω_x).

Observa-se ainda, o trabalho intenso da ligação cruzada, que produz ângulos de rotação entre os rodeiros, da ordem de 25 mrad (Figura 6.10). Disto resulta,

momentos na ligação cruzada entre rodeiros, da ordem de 2,5 kN×m (braço de 1 e 1,8 m) e força de cisalhamento de 12 kN (força lateral na ligação). A ligação direcional, entre rodeiro de ataque e truque, apresentou força lateral da ordem de 29 kN. Os esforços longitudinais foram desprezíveis. Constata-se portanto, o predomínio da ligação direcional, sobre a ligação cruzada entre rodeiros (2/3). Nos instantes iniciais do desvio, a contribuição da força lateral da roda interna, passa a ser negativa, empurrando o rodeiro para fora, favorecendo a insegurança. Esta situação, assemelha-se ao descarrilamento em baixa velocidade, que consiste em ângulo de ataque do rodeiro elevado, associado com alto coeficiente de atrito.

6.5 Veículo em Curva

A simulação do veículo, conforme proposto na *benchmark* #2, consiste na inscrição de uma curva à esquerda, de 5200 metros de raio. Esta curva, deve possuir super-elevação de 0,15 m, transição linear (clotóide), realizada em 50 metros, com trecho inicial reto de 50 metros. A velocidade solicitada foi de 90 m/s (324 km/h). Um croqui do modelo elaborado, está apresentado na Figura 6.15. A caixa possui uma massa de 30.000 kg, com centro de massa deslocado de 0,20 metros, para o lado esquerdo. Os perfis de roda e trilhos adotados (S-1002 e UIC-60), produzem propriedades de contato, altamente não lineares.

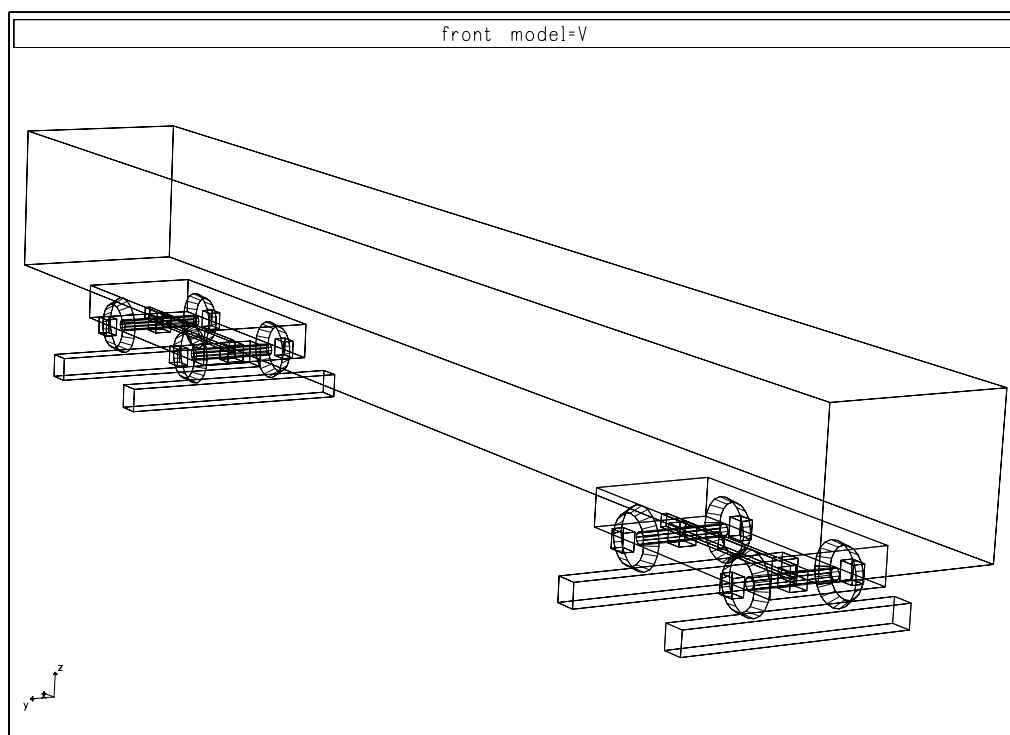


Figura 6.15 - Croqui do Modelo do Veículo

A concepção não usual de barras de ligação cruzada, proposta no *benchmark* para o truque, resulta em comportamento assimétrico das características longitudinais da

suspensão. No truque traseiro, que está em posição invertida (giro de 180°), o centro de pivotamento da ligação cruzada, está à frente das forças de contato. Devido a esta geometria, suspeita-se de possuir tendência divergente no direcionamento. Aparentemente, devido a esta disposição, e pelo fato do modelo contemplar, integralmente os ângulos produzidos pelos braços de ligação, a velocidade crítica, ficou abaixo do valor previsto para o *benchmark* (90 m/s). Para contornar este problema, procurando evitar oscilações elevadas que dificultariam a observação dos resultados, o estudo de caso foi processado a 60 m/s. O amortecedor anti-lacet, foi considerado apenas com fator de amortecimento de 2×10^5 Nms/rad e os batentes laterais, não foram incluídos.

Os resultados da simulação, da inscrição em curva de 5200 metros de raio, a velocidade de 216 km/h, estão apresentados nas próximas figuras. O início da curva circular, ocorre após 0,83 segundos de simulação (50 metros), coincidente com o início da super-elevação de 0,01 m, cujo termino dá-se aos 1,66 segundos. O atraso de tempo para os demais rodeiro iniciarem a curva são: 0,87, 1,11 e 1,15 segundos.

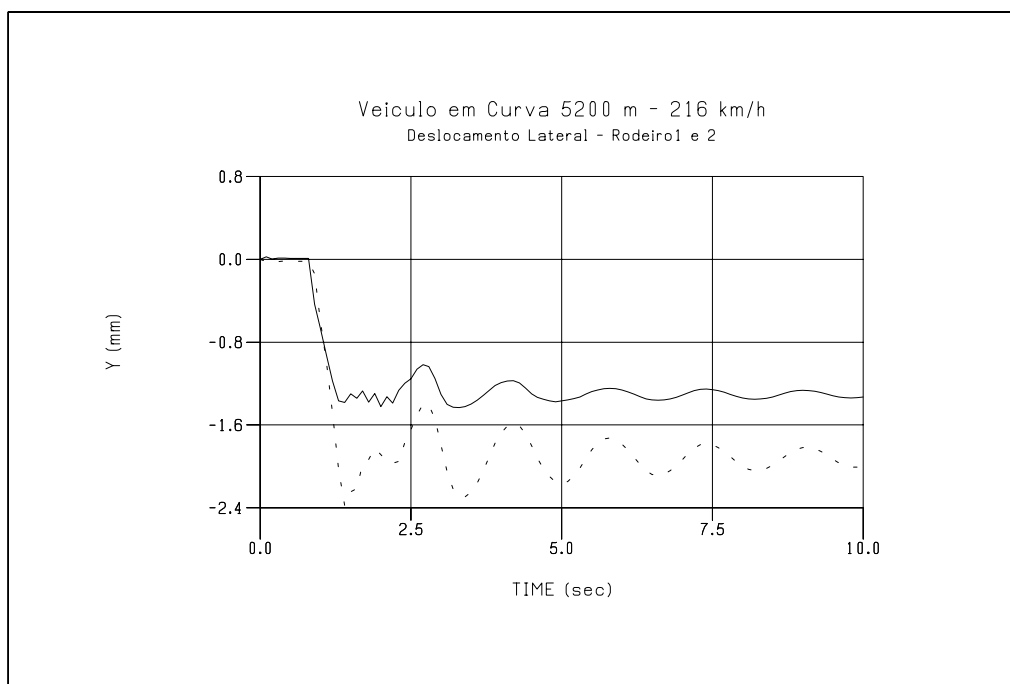


Figura 6.16 - Deslocamento Lateral dos Rodeiros do Truque Dianteiro

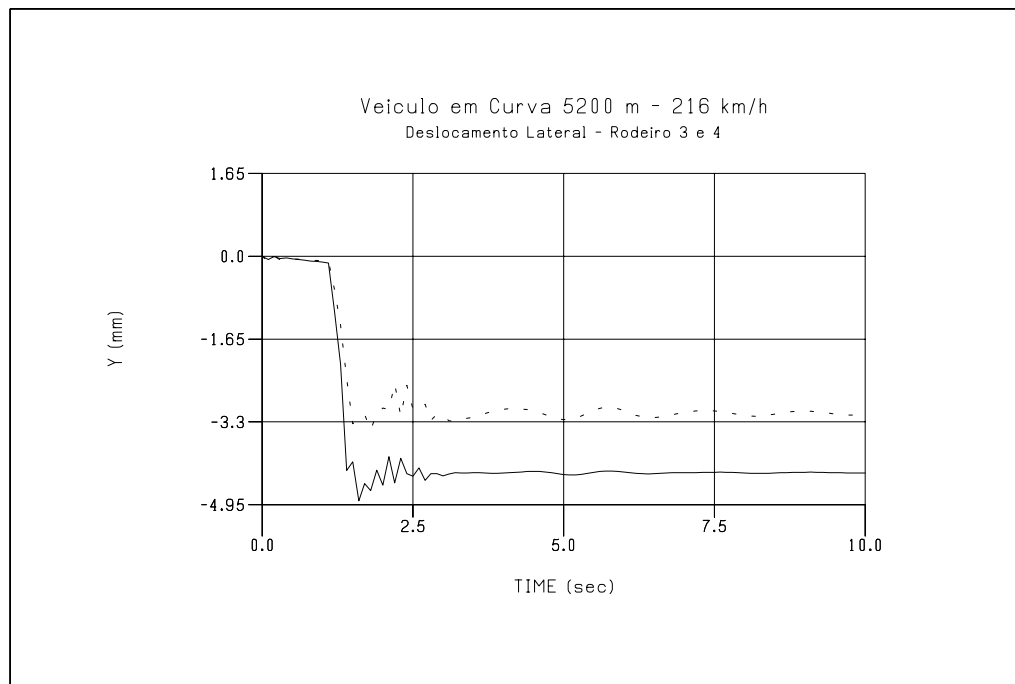


Figura 6.17 - Deslocamento Lateral dos Rodeiros do Truque Traseiro

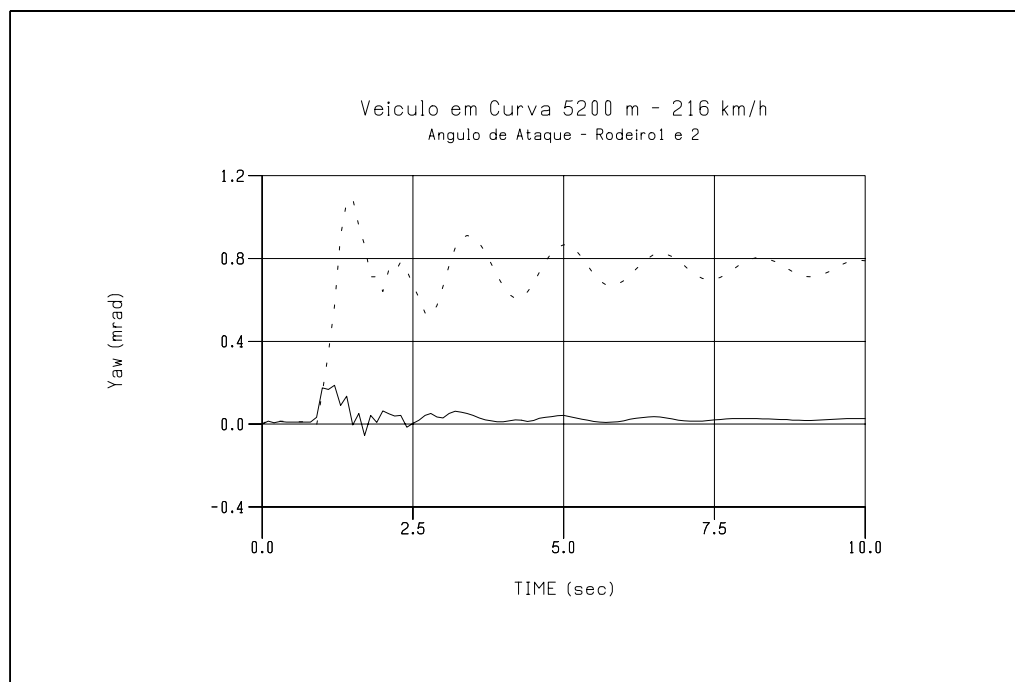


Figura 6.18 - Ângulo de Ataque dos Rodeiros do Truque Dianteiro

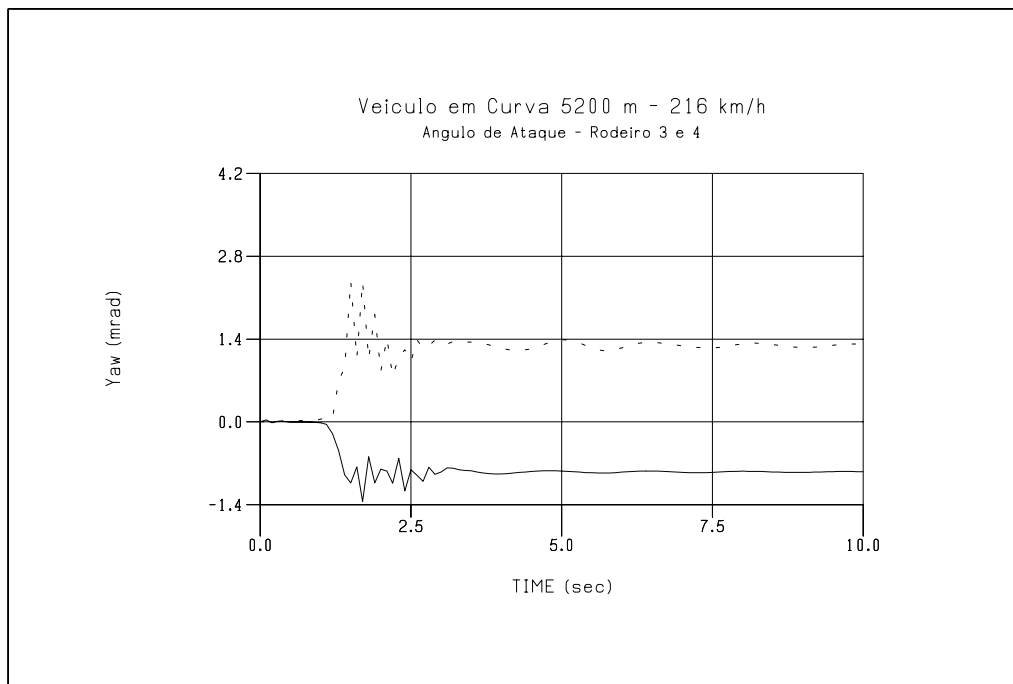


Figura 6.19 - Ângulo de Ataque dos Rodeiros do Truque Traseiro

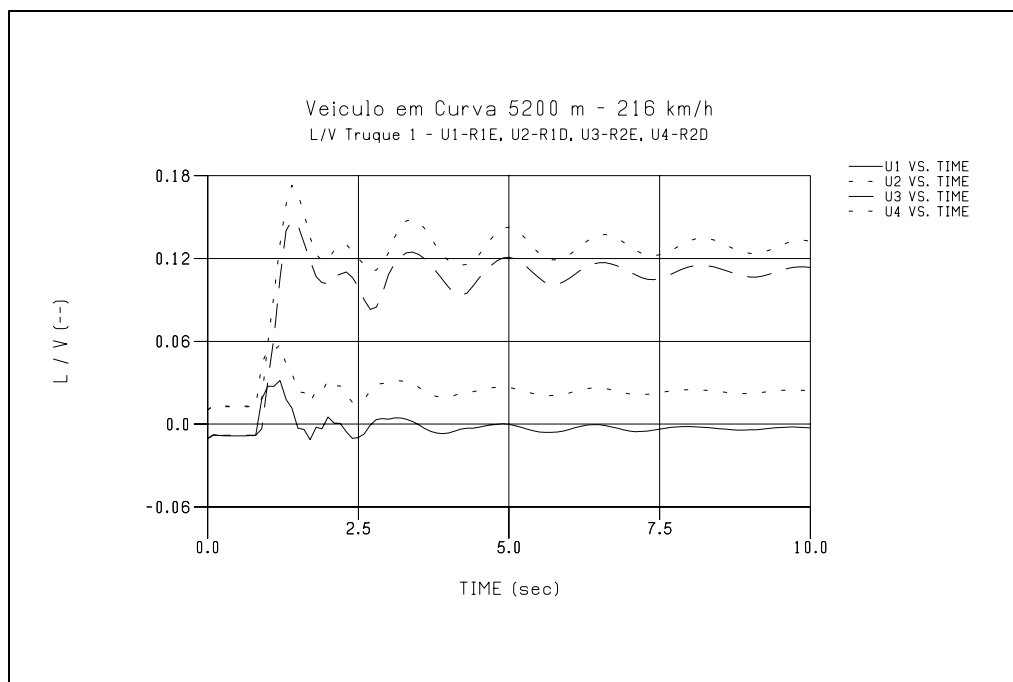


Figura 6.20 - Relação L/V de cada Roda do Truque Dianteiro

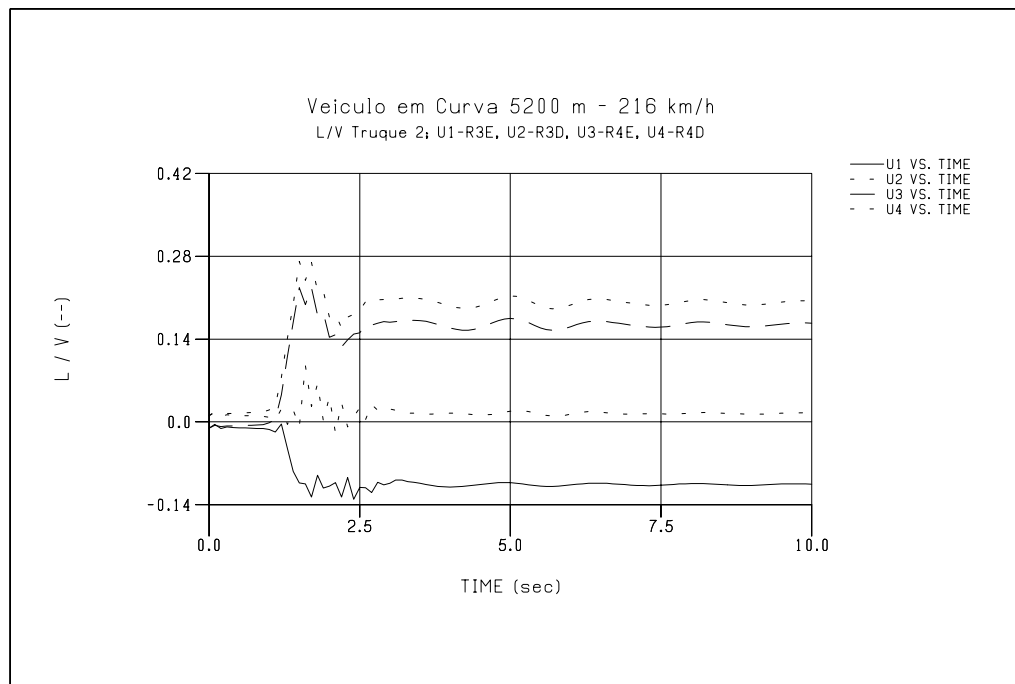


Figura 6.21 - Relação L/V de cada Roda do Truque Traseiro

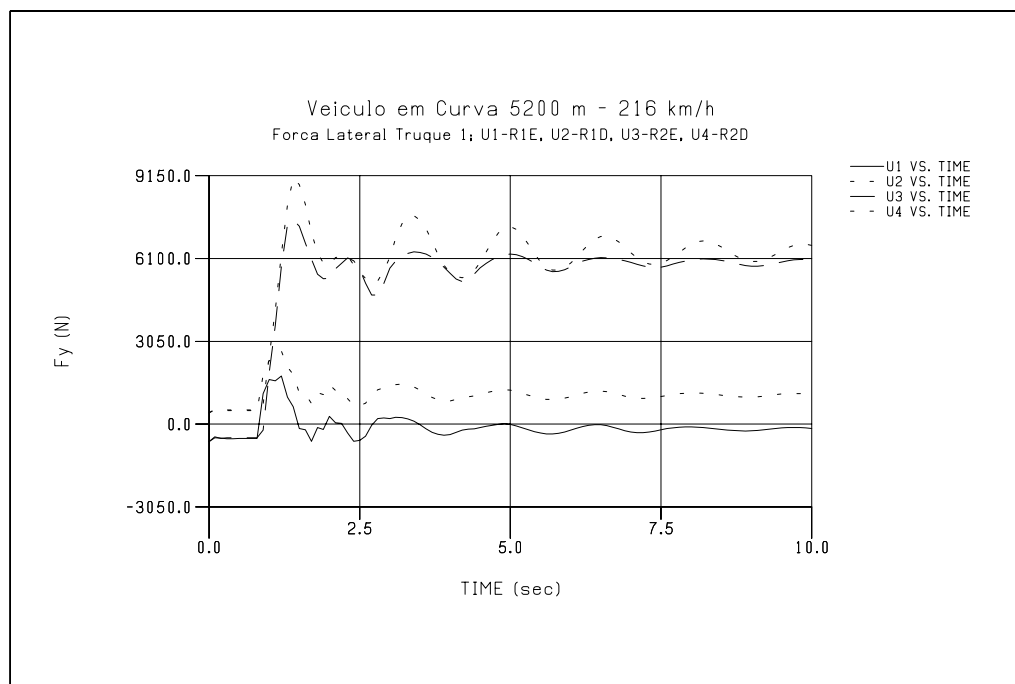


Figura 6.22 - Força Lateral de cada Roda do Truque Dianteiro

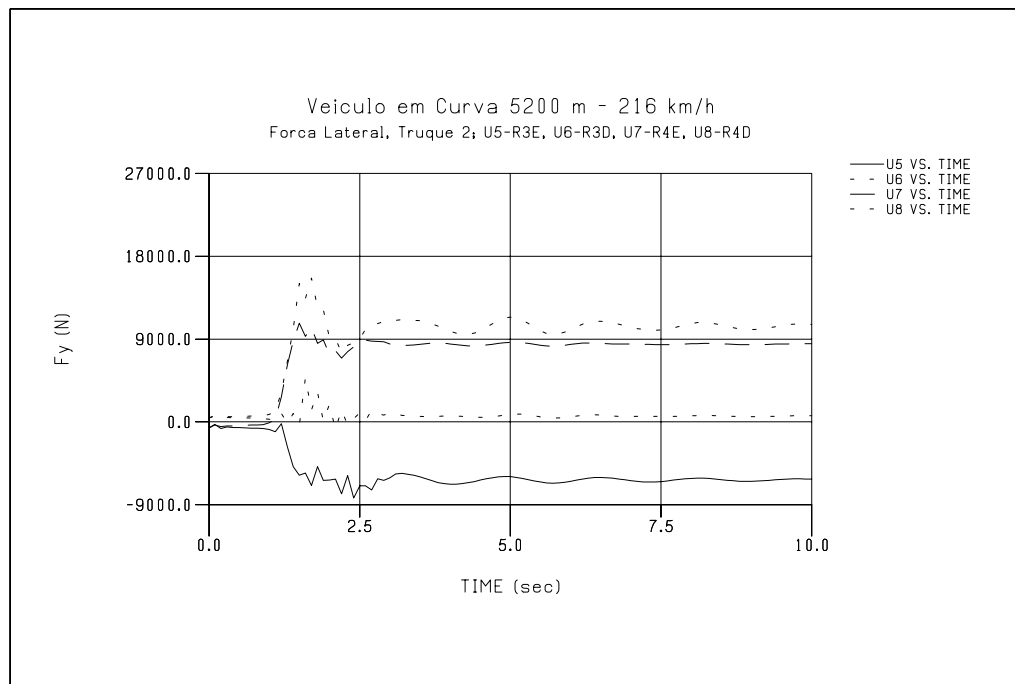


Figura 6.23 - Força Lateral de cada Roda do Truque Traseiro

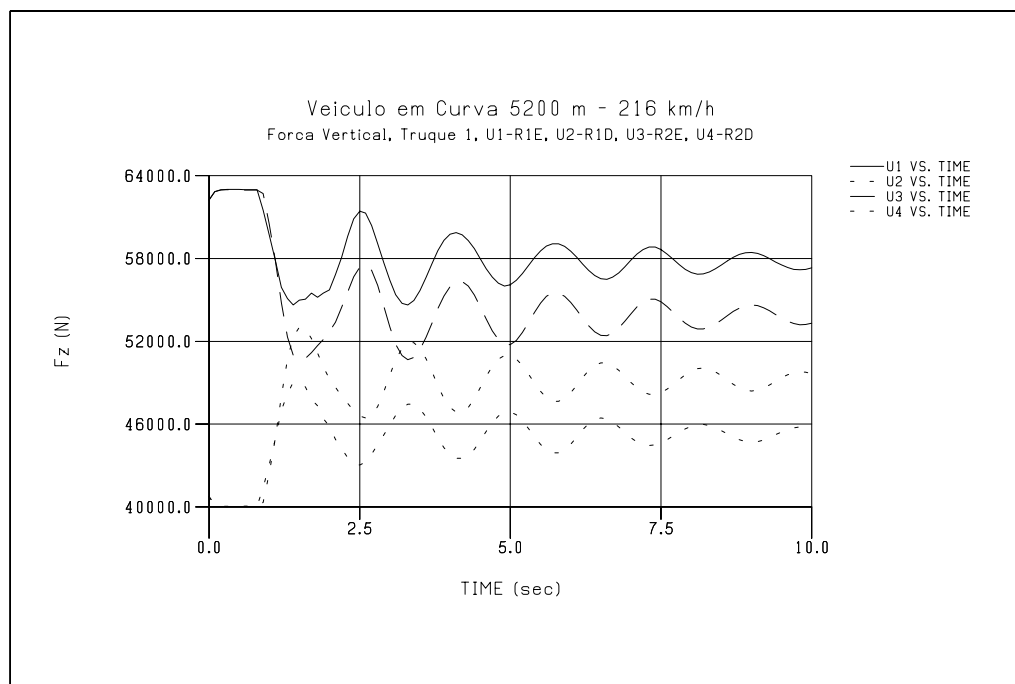


Figura 6.24 - Força Vertical em cada Roda do Truque Dianteiro

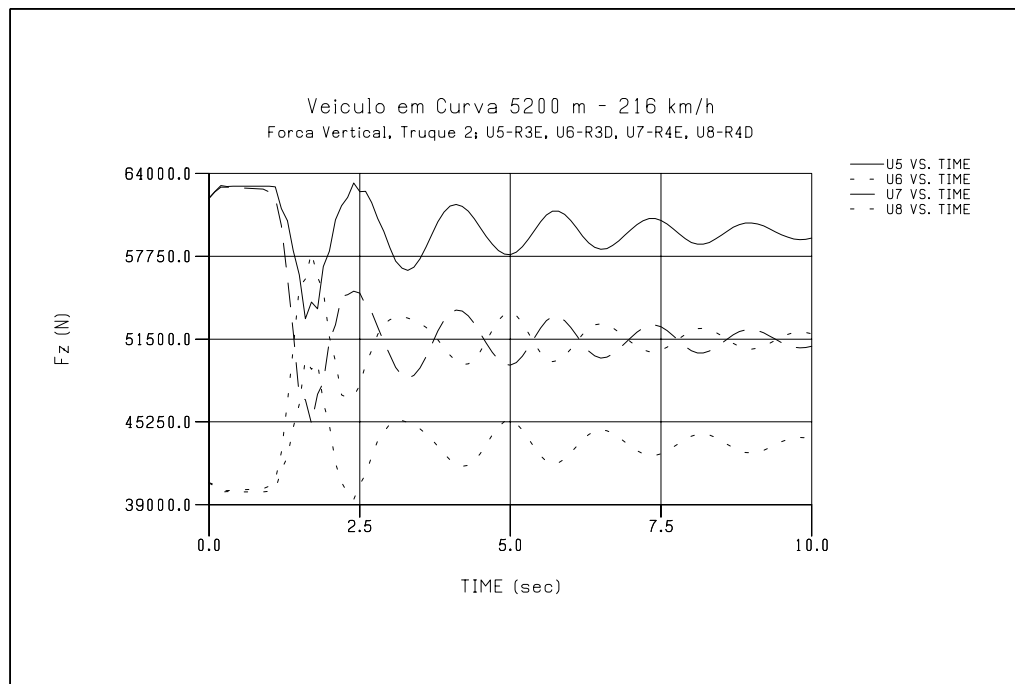


Figura 6.25 - Força Vertical em cada Roda do Truque Traseiro

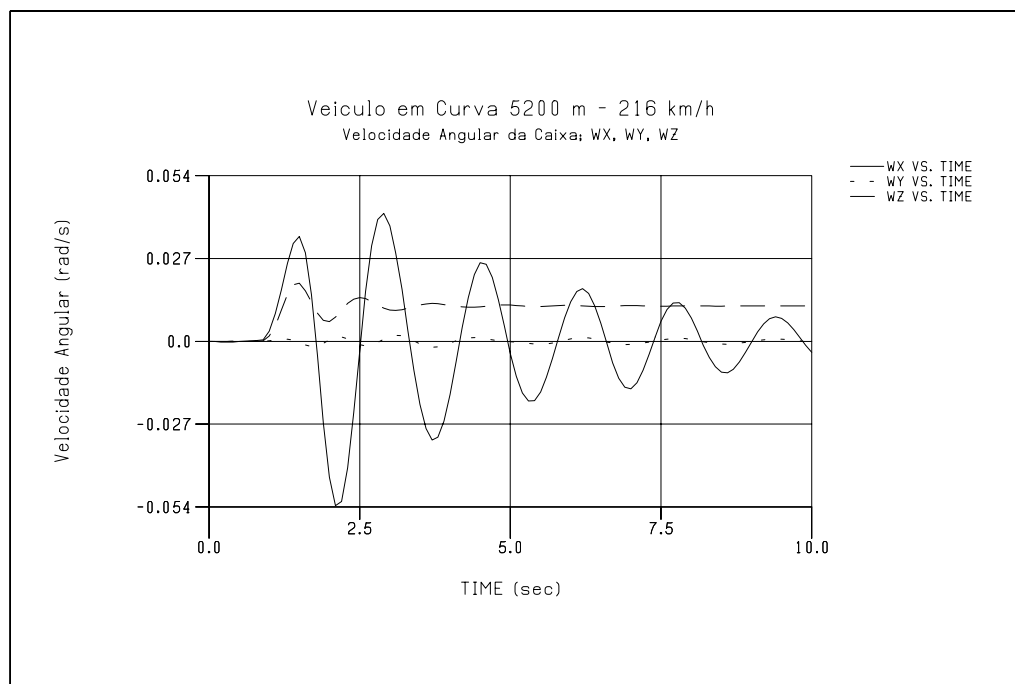


Figura 6.26 - Velocidade Angular da Caixa do Veículo

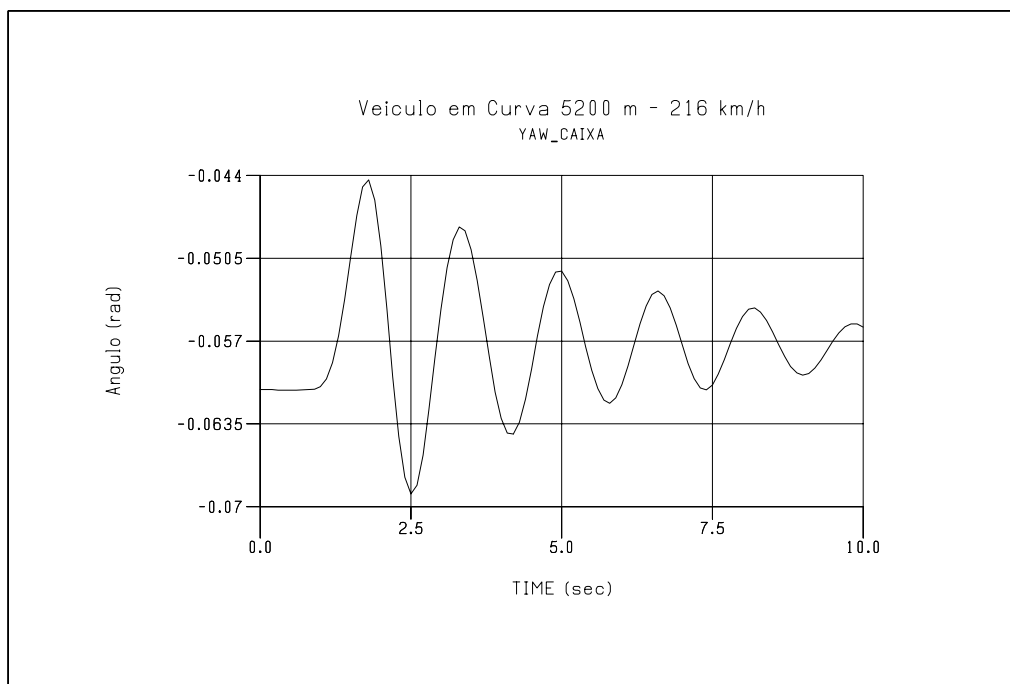


Figura 6.27 - Ângulo de Inclinação Lateral da Caixa do Veículo

Dos resultados apresentados, pode-se tecer as seguintes observações: o balanço lateral da caixa, inicia seus movimentos com -60 mrad (posição de equilíbrio com centro de gravidade deslocado), atingindo um valor final de equilíbrio, em torno de -57 mrad. Tem frequência natural amortecida de $0,62$ Hz, conforme apresentado na Figura 6.27.

Os deslocamentos laterais dos rodeiros, em relação ao centro da via, atingiram valores máximos de $-1,4$ e $-2,4$ mm, para os rodeiros dianteiro e traseiro do primeiro truque e $-4,9$ e $-3,5$ mm, para o segundo truque. Observa-se, que o rodeiro traseiro apresenta maiores deslocamentos laterais (Figura 6.16 e Figura 6.17). Devido ao sistema de barras de ligação, o direcionamento do rodeiro de ataque, fica privilegiado, melhorando sua inscrição na curva em relação ao rodeiro traseiro. Disto resulta, ângulos de ataque menores, para o rodeiro de ataque do truque dianteiro ($0,2$ mrad, ver na Figura 6.18). Para o truque traseiro entretanto, devido a sua posição, o ultimo rodeiro, apresenta $2,4$ mrad (Figura 6.19). A relação L/V das diversas rodas,

estão apresentadas na Figura 6.20 e Figura 6.21. Observa-se, que os maiores valores, são para as rodas traseiras do primeiro truque e dianteira do segundo. Os valores são de 0,16 e 0,28 respectivamente.

As forças laterais, tem valor máximo de 15 kN, para o rodeiro dianteiro do segundo truque e cerca de 9 kN para o traseiro do primeiro truque. Observa-se, esforços da ordem de 6 kN (F_y), nas barras de ligação e 4,3 kN na barra de direção. Como o centro de massa da caixa está deslocado, de 0,2 m para a esquerda, as forças verticais das rodas, iniciam com valores em torno de 40 kN e 58 kN, para a esquerda e direita, respectivamente. Nota-se nitidamente, a modulação devido ao balanço lateral da caixa (frequência de 0,62 Hz). Considerando, o deslocamento do centro de massa do veículo, a posição de equilíbrio resultante, apresenta um ângulo de inclinação da caixa de $\psi = -60,8$ mrad e deslocamento lateral de $u_y = 3,6$ mm (medido na linha horizontal do carro na altura de 1,1 m).

Os resultados mostram, um conteúdo em frequência, da ordem de 4,5 Hz, com contribuição expressiva, do torque da ligação cruzada entre rodeiros, especialmente no truque traseiro. Este fenômeno, foi observado por Pascal (1991) e foi descrito como “*um tipo de instabilidade*” na saída de curva. Este efeito, deve ser melhor investigado, em função dos aspectos de estabilidade.

6.6 Análise de Resultados

Para efeito de análise e validação dos modelos, os resultados obtidos durante as simulações, baseados nos *benchmarks*, foram comparados com resultados publicados por outros autores. Os resultados disponíveis, dos programas: Voco, Sidive e Medyna, são relativos aos casos do rodeiro (*benchmark #1*) e veículo completo (*benchmark #2*) tendo sido publicados por: Pascal (1991), Guiménez (1991) e Kik (1993), respectivamente. Para o caso da simulação da inscrição do truque em desvio não há, em função da novidade, informações disponíveis.

6.6.1 Rodeiro

Os resultados obtidos, durante a simulação do comportamento do rodeiro, na condição de equilíbrio quasi-estático, com uma aplicação de uma força lateral de 20 kN (IAVSD - *Benchmarks #1 - Wheel/Rail Contact Forces for a Single Wheelset Model* - Proposto por Dr. J. P. Pascal - INRETS) foram comparados, com resultados publicados por outros autores. A Tabela 6.4, apresenta um resumo dos valores calculados, para a condição de coeficiente de atrito de 0,3.

Tabela 6.4 - Comparação de Resultados com Valores Obtidos na Literatura

Coeficiente de Atrito $\mu = 0.3$	Desloc. Lateral [mm]	Yaw [mrad]	Reação Vertical [kN]	Carga Normal [kN]	Tan Delta [-]	Força Fx [kN]	Força Fy [kN]	Força Creep [kN]
Direita VOCO Esquerda	5.426	-0.423	84.79	84.80	0.32	-23.00	-3.17	-3.17
Direita MEDINA Esq.	4.88	-0.422	n/d	84.11	n/d	-23.20	n/d	-3.30
Direita RyVehSim Esq.	4.930	-0.427	n/d	84.14	n/d	-23.61	n/d	-3.34
Direita Robotran Esq.	5.193	-0.421	n/d	84.11	n/d	-23.49	n/d	-2.88
Direita SIDIVE Esq.	5.251	-0.415	84.097	84.074	0.320	-22.885	-2.349	-3.065
Direita BARBOSA Esq.	4.906	-0.420	86.020	85.998	0.319	23.97	-2.22	-2.988
			87.205	88.475		23.79	-17.78	9.642

Fonte: Pascal 1993, Guiménez, 1993, Yang, 1993 - n/d = não disponível

Observa-se nos resultados obtidos, boa concordância (diferenças médias menores que 8%) com os valores publicados por outros autores. No caso do deslocamento lateral, observa-se valor máximo da ordem de 10%, que pode ser atribuído à posição do sistema de referencia, utilizado pelos diversos autores (no centro de massa do rodeiro ou na base do trilho).

6.6.2 Truque

A simulação realizada, de inscrição do truque em desvio, apresentou um comprimento de onda, de 9,5 m, do movimento de *lacet*. A fase deste modo, tem cerca de 90°, entre o movimento lateral e ângulo de ataque. Observa-se, no resultado da simulação, trabalho intenso nas barras de ligação cruzada, revelando sua contribuição no direcionamento.

Observou-se na simulação, que o ângulo entre rodeiros, da ordem de 25 mrad, é cerca de três vezes maior, que a diferença máximo entre ângulos de ataque (da ordem de 8 mrad - Figura 6.9). Como a rigidez torcional da suspensão primária, é bastante elevada (da ordem de $81,6 \times 10^6$ mN/rad), o torque na ligação cruzada resultante da diferença, é bastante expressivo. Esta seria, a diferença encontrada, durante o cálculo produzido por uma simulação tridimensional e outra linearizada.

A análise modal do truque, realizada a partir da matriz dinâmica do sistema, fornece suas auto-propriedades, permitindo a observação das frequências naturais e modos de vibrar do truque e seus componentes. A Tabela 6.5, apresenta os resultados desta análise.

Observa-se nos modos mais lentos, os movimentos dominantes do truque. O movimento de *lacet* (0,506 Hz), possui auto-vetores complexos conjugados, produzindo ângulos de fase entre cada grau de liberdade (movimento) do modelo. Esta frequência gera, na velocidade que os modos foram identificados (20 km/h), um comprimento de onda de aproximadamente 11 metros. A discrepância entre o valor obtido na análise temporal, justifica-se pelo fato desta incluir todas as não linearidades, ao passo que, a análise na domínio da frequência, é feita por linearização da matriz dinâmica, em torno de um ponto de operação. Identificou-se outro modo similar em frequência mais alta (10,58 Hz).

Tabela 6.5 - Identificação dos Modos de Vibrar do Truque

ID	Modo	Frequência	Truque	Rodeiro 1	Rodeiro 2
05-06	Lacet 1 (cplx)	0,506 Hz	Y, ωz , ωx	Y, ωz	Y, ωz
07	Balanço Lateral 1(inf.)	02,18 Hz	Y, ωz , $-\omega x$	Y (p)	Y, ωz
08	Vertical Truque	03,35 Hz	Z	---	---
09	Arfagem 1	06,97 Hz	ωy	-X	-X
10	Balanço Lateral 2(sup.)	10,24 Hz	Y, ωz , ωx	Y (p)	Y, ωz
11-12	Lacet 2 (cplx)	10,58 Hz	Y, ωz , ωx	Y, ωz	Y, ωz
13	Arfagem 2	15,79 Hz	ωy	X	-X
14	Lateral 3	22,45 Hz	ωx , $-\omega z$	Y, ωz (p)	Y, ωz
15	Rotação dos Rodeiros	22,72 Hz	---	X, ωz	X, ωz
16	Lateral 3	33,38 Hz	ωx , $-\omega z$	ωz	ωz (p)
17	Lateral 4	37,81 Hz	ωx , ωz	ωz	Y, ωz (p)

Obs.: Identificação: X, Y e Z direção dos movimentos, ωx , ωy e ωz eixos de rotação, (p) proximidade do centro de giro do truque.

Os movimentos de balanço lateral, com centro de giro baixo (*lower sway*) e centro de giro alto (*upper sway*), foram identificados com frequências de 2,18 Hz e 10,24 Hz, respectivamente (ver Figura 6.29). O movimento vertical (*bounce*), tem frequência de 3,35 Hz. O movimento de arfagem (*pitch*) do truque (Figura 6.28), apresentou duas frequências, com movimentos longitudinais do rodeiro, em diferentes direções (6,97 e 15,79 Hz). Os demais modos de movimentos, com frequências mais altas, estão explicitados na Tabela 6.5 e podem ser observados com detalhes, no ambiente de pós-processamento do programa. A seguir são apresentadas, algumas figuras ilustrando a movimentação modal do truque.

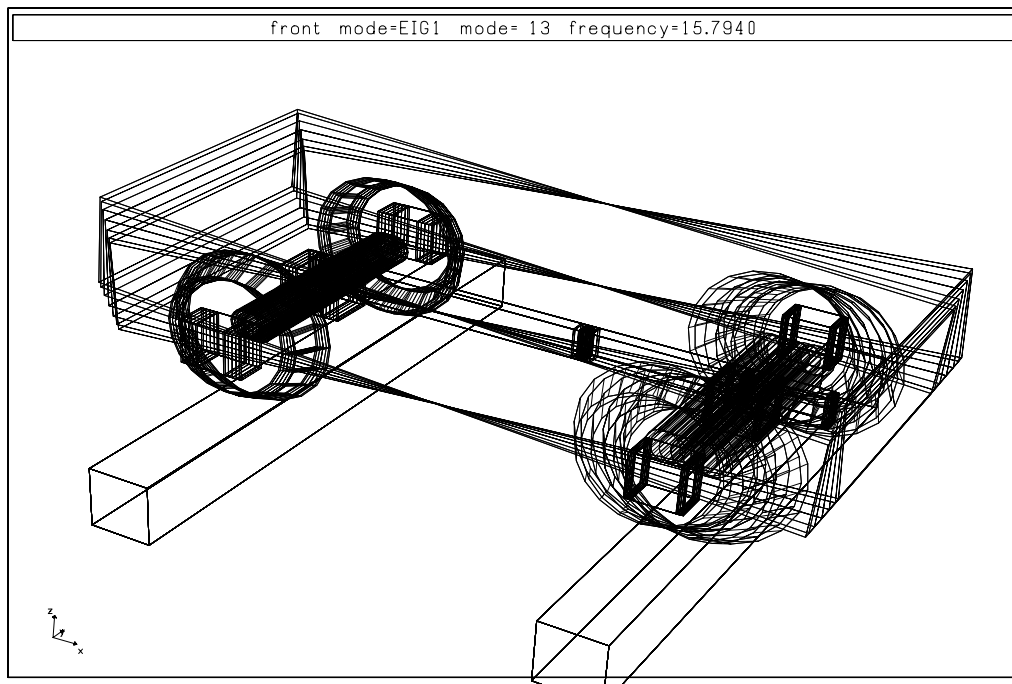


Figura 6.28 - Representação do Modo Arfagem

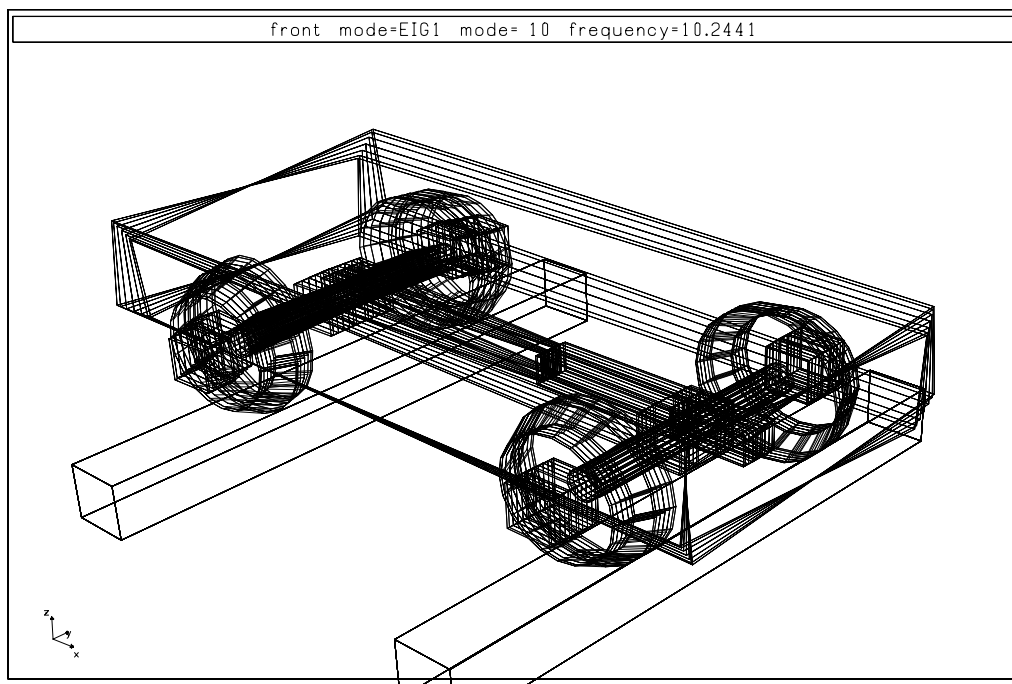


Figura 6.29 - Representação do Modo de Balanço Lateral Superior

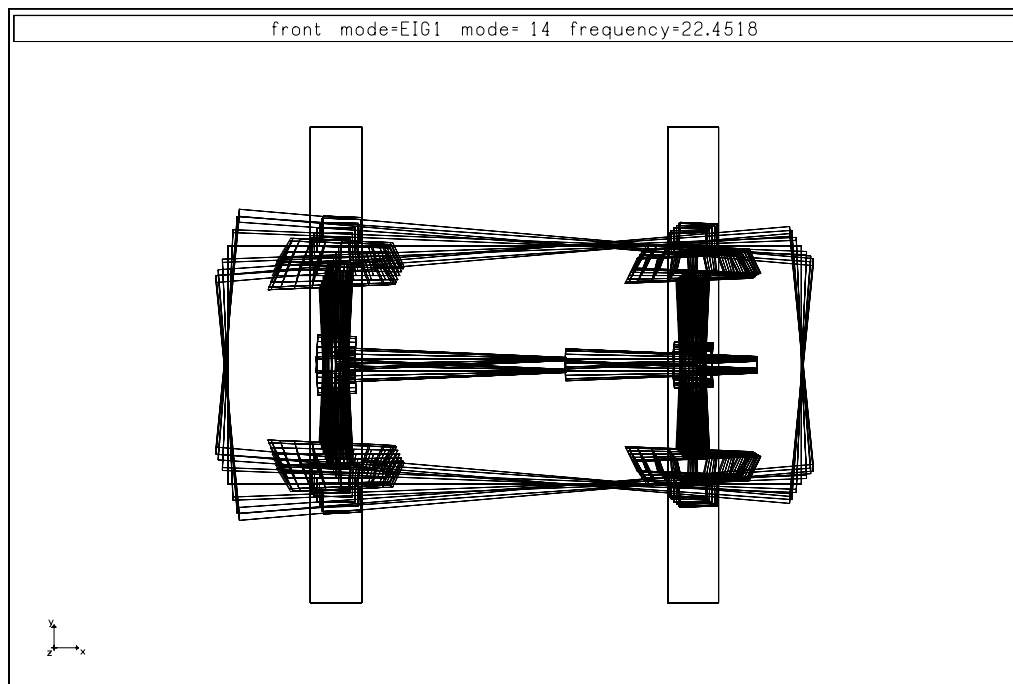


Figura 6.30 - Representação do Modo Lateral 3 (22,45 Hz)

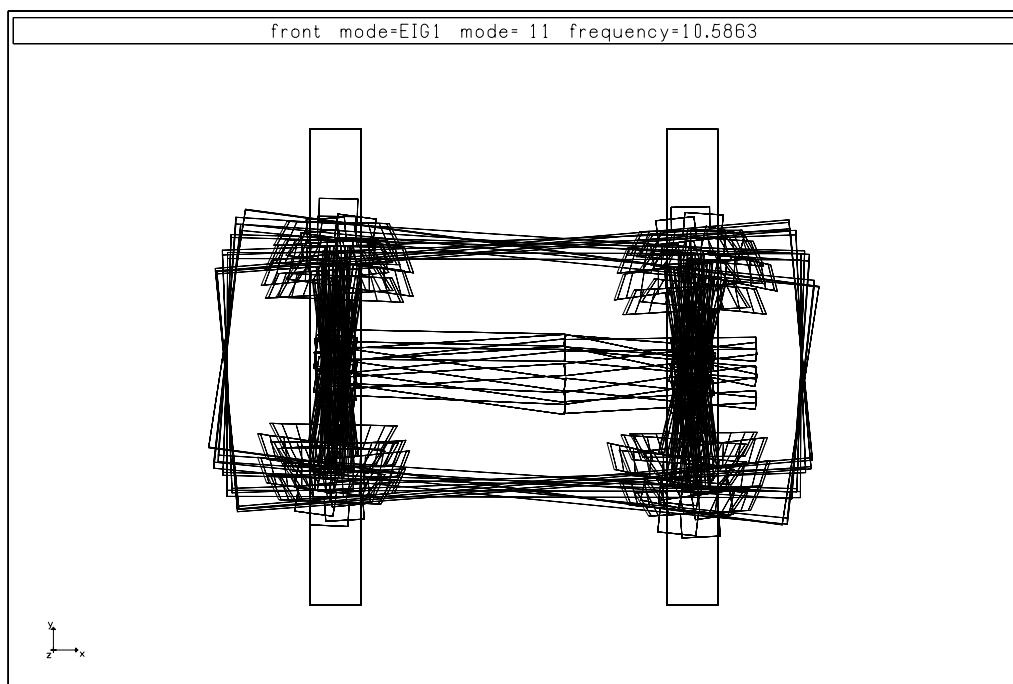


Figura 6.31 - Representação do Modo de Lacet 2 (cplx)

6.6.3 Veículo

Dos resultados temporais obtidos, observa-se que o rodeiro de ataque ficou menos solicitado que o rodeiro traseiro do primeiro truque. Este fato aparentemente deve-se ao sistema de ligação cruzada (usualmente o rodeiro dianteiro é mais solicitado). Esta situação inverteu-se para o segundo truque. Os valores de L/V foram baixos, indicando que esta condição, está folgada do ponto de vista de segurança. As forças verticais, ficam nitidamente moduladas, devido movimento de balanço lateral da caixa.

Pode-se comparar os valores de frequência de balanço lateral da caixa de 0,62 Hz com resultados publicados (0,6 Hz, Voco; 0,66 Hz, Sidive). A posição de equilíbrio estático, devido a excentricidade do centro de massa do veículo, produz ângulo de inclinação da caixa de $\psi = -60,8$ mrad (Voco: -61,7 mrad; Medyna: -60,9 mrad e Sidive: -60,8 mrad). O deslocamento lateral de $u_y = 3,6$ mm, medido na linha horizontal do carro na altura de 1,1 m (Voco: -6,0 mm; Medyna: -3,5 mm e Sidive: -3,9 mm - Fonte Guiménez, 1993). Estes resultados, apresentam boa adesão aos valores publicados.

A análise modal, realizada no domínio da frequências, identificou os modos naturais de movimento do veículo. A análise, foi realizada, vinculando os movimentos dos rodeiros no plano (junta planar) e utilizando a matriz dinâmica, linearizada em torno de um ponto de operação, para o cálculo dos auto-valores e auto-vetores. A Tabela 6.6 apresenta o resumo destes valores e modos de oscilação.

Observa-se, nos modos mais baixos, os movimentos dominantes do veículo. Os movimentos de balanço lateral, com centro de giro baixo (*low. sway*) e centro de giro alto (*upper sway*), foram identificados com frequências de 0,73 Hz e 1,75 Hz (ver Figura 6.32 e Figura 6.33), respectivamente. O movimento vertical (*bounce*), tem

freqüência de 0,97 Hz. O movimento de arfagem (*pitch*) do veículo, apresentou freqüência de 1,09 Hz.

Tabela 6.6 - Freqüências e Modos de Vibrar do Veículo

ID	Modo	Freqüência	Caixa	Truque 1	Truque 2
14	Balanço Lateral (inferior)	0,73 Hz	Y, $-\omega x$	$-\omega x$	$-\omega x$
15	Vertical (bounce)	0,97 Hz	Z	---	---
16	Arfagem (pitch)	1,09 Hz	ωy	---	---
17	Direção dos Truque (yaw)	1,10 Hz	---	ωz	$-\omega z$
18	Direção dos Truque (yaw)	1,11 Hz	---	ωz	ωz
19	Balanço Lateral (superior)	1,75 Hz	Y, ωx	$-\omega x$	$-\omega x$
20	Direção (Yaw)	1,75 Hz	ωz	ωz	ωz
21	Arfagem dos Truques	3,15 Hz	---	ωy	$-\omega y$
22	Longitudinal (surge)	3,42 Hz	X	X, ωy	X, ωy
23	Direção dos Rodeiros	6,05 Hz	---	ωz , $-\omega z$	$-\omega z$, ωz
24	Direção dos Rodeiros	6,05 Hz	---	$-\omega z$, ωz	ωz , $-\omega z$
25	Vertical dos Truques	8,52 Hz	---	Z	Z

Obs.: Os modos, são identificados pelos movimentos principais, de translação (X, Y, Z) e rotação (ωx , ωy e ωz) para cada corpo. Os demais modos, são mais altos (máximo de 38,6 Hz) e relativos a movimentos entre rodeiros e não foram apresentados.

Os demais modos de movimentos, com freqüências mais altas, estão explicitados na Tabela 6.6 e podem ser observados com detalhes, no ambiente de pós-processamento do programa. O modo de movimento de rotação ωz dos rodeiros, que faz com que as barras de ligação trabalhem, está na faixa de 17,52 Hz. A seguir, são apresentadas duas figuras, ilustrando a movimentação modal do veículo.

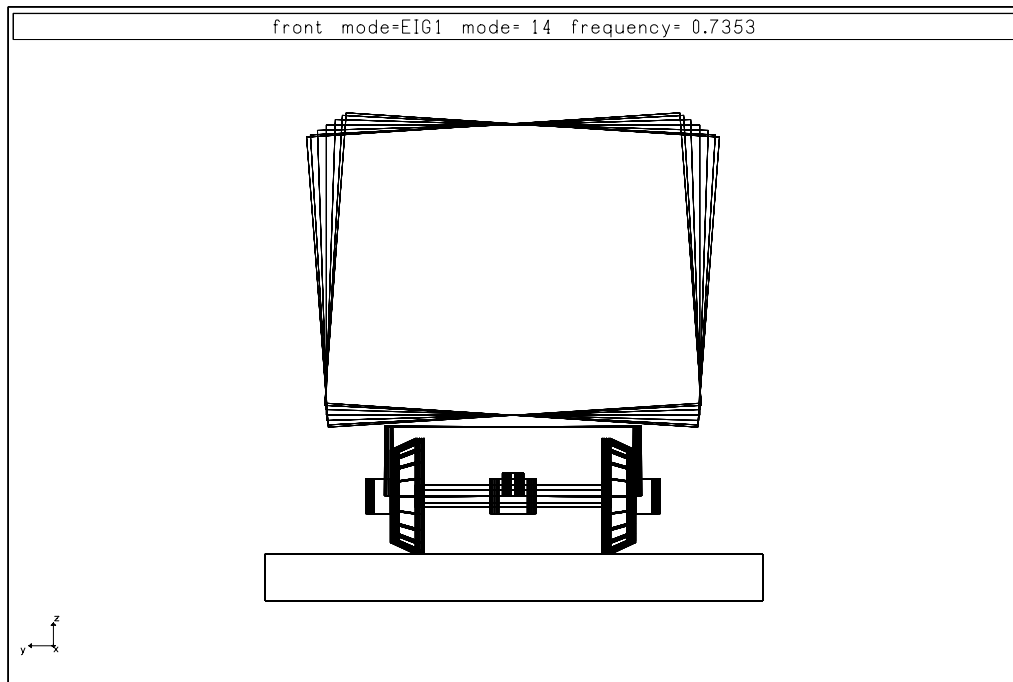


Figura 6.32 - Modo de Balanço Lateral (centro de giro abaixo)

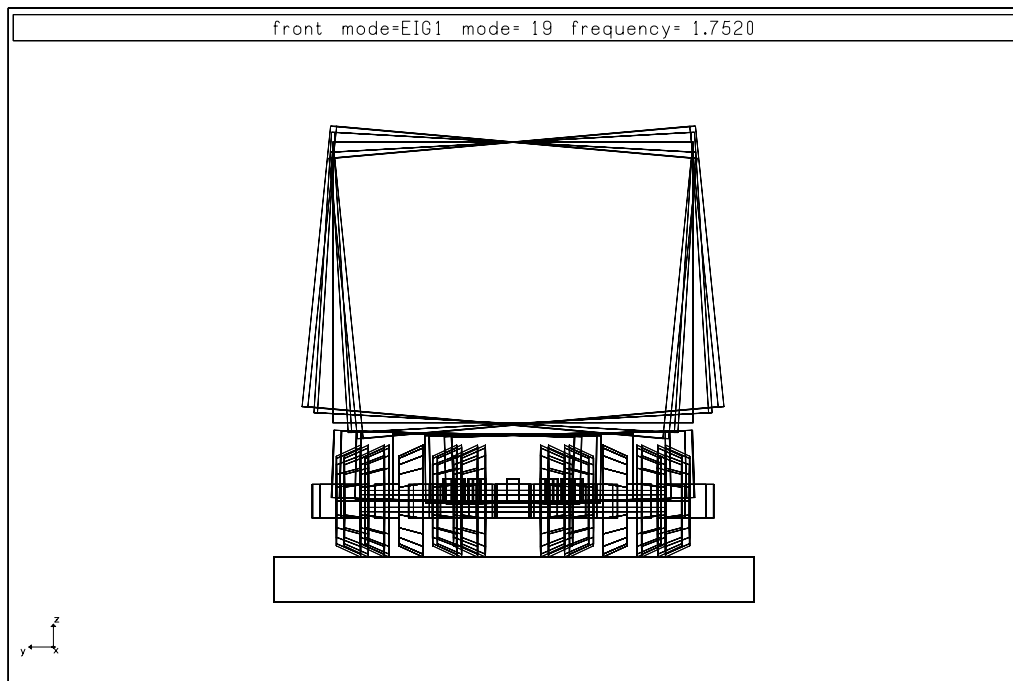


Figura 6.33 - Modo de Balanço Lateral (centro de giro acima)

Os valores de frequência natural calculados, foram comparados (Tabela 6.7) com os resultados disponíveis, publicados por Guiménez (1991). Nota-se, boa diferença entre a frequência de balanço lateral (inferior), obtida durante a simulação (0,62 Hz) e a análise modal (0,73 Hz). Este fato, pode ser explicado pelo tipo de vínculo, utilizado na análise modal e forma de modelagem dos elementos elásticos da suspensão. Esta justificativa, aplica-se também ao movimento de balanço lateral (superior). Os demais valores, apresentaram boa concordância.

Tabela 6.7 - Comparação de Resultados da Análise Modal do Veículo

Modo	Calculado	Guiménez	Diferenças
Balanço Lateral (inferior)	0,73 Hz	0,66 Hz	+10,6 %
Vertical do Veículo (bounce)	0,97 Hz	0,96 Hz	+1,0 %
Arfagem do Veículo (pitch)	1,09 Hz	1,10 Hz	-0,9 %
Direção do Veículo (yaw)	1,10 Hz	1,02 Hz	+7,8 %
Balanço Lateral (superior)	1,75 Hz	1,13 Hz	+54,8 %
Vertical dos Truques	8,52 Hz	8,51 Hz	-0,1 %
Balanço dos Truques	12,11 Hz	11,80 Hz	2,6 %

Fonte: Guiménez, 1991

6.6.4 Desempenho Computacional

Os modelos gerados, para cada caso de simulação, possuem tamanho e complexidade próprios. O número de graus de liberdade (G.L.) e conseqüentemente de equações algébrico/diferenciais a serem resolvidas, estão descritos na Tabela 6.8. Nota-se, a progressão do número de equações, em função da complexidade do modelo, partindo de 200 equações para o rodeiro (4 G.L.) a mais de 1120 para o veículo completo (35 G.L.).

O desempenho computacional é avaliado, pela proporção entre tempo de simulação, contra o tempo gasto para o cálculo. O tempo de cálculo, depende do passo utilizado na simulação, sendo inversamente proporcional da rigidez do sistema. Como os programas trabalham com passo variável, o tempo total de simulação, depende do grau de rigidez do caso calculado. Como o modelo, leva em consideração as não linearidades dos componentes, o comportamento varia bastante, dependendo da situação. As máquinas utilizadas na simulações foram: um PC - Pentium 75 MHz, para o rodeiro (SD-Fast) e uma estação de trabalho, Sun Ultra Spark I de 167 Mhz para todos os casos.

Tabela 6.8 - Desempenho Computacional

Caso	Programa	Corpos	G. L.	Juntas	Mot.	Eq.	Desemp.
Rodeiro	SD-Fast	5	7	1P+3R+1T	3	n/d	10:1
Rodeiro	Adams	8	4	1P+3R+3T	5	200	5:1
Truque	Adams	17	14	2P+6R+6T	10	509	10~20:1
Veículo	Adams	34	35	4P+12R+15T	22	1120	20~50:1

n/d - não disponível

Obs. 1: Tipo de juntas: P- planar, R - revolução, T - translação. Movimento Prescrito - Mot. As juntas quantificadas são do modelo contendo o veículo e a via.

Obs. 2: Os valores de desempenho apresentados são baseados nos casos simulados servindo apenas como ordem de grandeza.

Obs. 5: No caso do SD-Fast foi utilizado intervalo de integração de 0,5 ms.

Obs. 4: Tempo de geração as equações do sistema multicorpos no ADAMS é de 1,5 segundos para o rodeiro (2,2 segundos no SD-FAST), 3,1 segundos para o truque e 6,7 segundos para o veículo completo.

Cabe ressaltar, o grau de dificuldade do exercício proposto, para a simulação da inscrição do truque em desvio. Neste caso, o processo de integração numérica, chegou a atingir passo de tempo da ordem de 10^{-8} segundos, o que corresponde a uma

freqüência de Nyquist de 50 MHz, acomodando suficientemente a rigidez do contato de rolamento.

6.7 Conclusões

Foi possível realizar a simulação do comportamento dinâmico de um sistema Multicorpos, representando um veículo completo, contendo 35 graus de liberdade, com 1120 equações algébrico/diferenciais (DAE) a serem integradas. Apesar da complexidade do modelo, devido a capacidade das computadores modernos, as velocidades de simulação (20~50:1, dependendo do caso e rigidez do sistema), são razoáveis para a realização de estudo de engenharia (segundo Pascal, 1991b; desempenho de 60~300:1, foram obtidos em um Macintosh II com cartão de processamento paralelo RP88 Tektronix).

Observa-se nos resultados obtidos da simulação do rodeiro no domínio do tempo, boa concordância com os valores publicados por outros autores (diferenças menores que 8%). Estes resultados, dependem principalmente, da técnica empregada na modelagem para a determinação das velocidades relativas, que definem os escorregamentos. Dependem também, das rotinas de cálculo das forças de contato e saturação.

A simulação da inscrição do truque num desvio em baixa velocidade foi realizada, produzindo resultados que servem como base para futuras investigações desta proposição. Observou-se, trabalho intenso nos braços de ligação cruzada, revelando sua importância na inscrição de curvas de pequeno raio. Pode-se ressaltar, a diferença de três vezes, obtida no cálculo dos ângulos entre rodeiros e aqueles que seriam determinados, através de modelos linearizados. Isto mostra a ordem de grandeza, da influência da abordagem de Multicorpos, nos estudos de problemas com grandes deformações e ângulos. A análise modal, realizada a partir da linearização do sistema em torno de um ponto de operação, determinou as freqüências e modos de movimento. Permitiu também observar o modo de *lacet* com freqüência de 0,5 Hz,

que possui auto-vetores complexos conjugados, gerando ângulos de fase entre cada grau de liberdade (movimento) do modelo. Na velocidade que os modos foram identificados (20 km/h), produz-se um comprimento de onda da ordem de 11 metros.

A simulação do veículo permitiu verificar a influência do sistema de ligação cruzada, que faz uma melhor inscrição em curvas do rodeiro de ataque. Entretanto, esta vantagem, parece não estar presente no truque traseiro. Nos transitórios gerados pelo início da inscrição na curva, observou-se comportamento oscilatório, provavelmente conectado com o sistema de barras de ligação. A frequência natural amortecida do movimento de balanço lateral foi de 0,62 Hz. Este valor é compatível com valores obtidos na literatura (0,60 Hz, Voco; 0,66 Hz, Sidive). A análise modal realizada, permitiu quantificar e observar os vários modos de movimento. Os valores obtidos foram comparados com números publicados e algumas discrepâncias foram encontradas. Os modos que incluem os efeitos laterais do rodeiro apresentaram diferenças daqueles obtidos pela solução temporal. Este fato, pode-se justificar pelo tipo de vínculo utilizado, para realizar a análise no domínio da frequência. O modo de balanço lateral apresentou grande variação, devido provavelmente à forma de modelagem dos elementos da suspensão do veículo. Os demais modos apresentaram boa adesão aos valores publicados.

Finalmente, pode-se considerar aplicável a técnica de Multicorpos, na modelagem de sistemas dinâmicos, voltado para a análise e desenvolvimento de projeto de veículos guiados. Novos tipos de veículos, tais como, o sistema de suspensão pendular que possui grandes movimentos angulares, podem ser investigados neste ambiente de fácil concepção do modelo, com possibilidade de incluir a via, na sua geometria tridimensional completa. Concepções modernas de truques articulados, podem ser avaliados em seus aspectos atrativos de estabilidade e inscrição em curvas.

Capítulo VII

7. Conclusões

A proposição desta tese consistiu na aplicação da técnica de Sistemas Multicorpos a veículos guiados. Com este objetivo, realizou-se uma revisão das técnicas de modelagem utilizadas a partir da metade da década de 60, para análise do comportamento dinâmico de sistemas veiculares. Nesta área, existem dois tipos de abordagem utilizadas até o momento: a obtenção manual do modelo ou através de códigos gerados por computador. Os modelos produzidos manualmente, são geralmente simples e obtidos, a partir dos princípios básicos da física. São pequenos e quase sempre linearizados, o que permite observar, poucos e limitados aspectos do sistema modelado. A utilização de modelos linearizados, na abordagem de problemas que contenham grandes deslocamentos e ângulos, típicos de veículos guiados, podem produzir resultados não confiáveis, possuindo portanto, limitações para o estudo de problemas mais complexos.

Observa-se, uma tendência na adoção da Técnica de Multicorpos como formalismo matemático; e álgebra simbólica na geração das equações na forma de códigos de computador, especialmente na aplicação de modelos mais complexos. Desta forma, torna-se possível atacar problemas de maior complexidade com a segurança da geração automática das equações de movimento, permitindo maior facilidade de manutenção através da concepção topológica dos modelos. Nesta tese, o formalismo matemático e a natureza da implementação computacional na geração das equações de movimento, foram abordados e amplamente descritos.

Foram apresentadas de forma didática, a organização e as características dos vários aspectos relacionados com a técnica de modelagem de veículos guiados. Pretende portanto, servir como base para principiantes, na área de dinâmica veicular. Modelos simplificados utilizados para o estudo da dinâmica lateral de veículos guiados foram desenvolvidos. A solução destes modelos permite quantificar os movimentos fundamentais de direcionamento e velocidade crítica, através da análise de suas auto-propriedades. A dinâmica vertical e lateral produzida pelo sistema de suspensão do veículo, foram reveladas através de solução no domínio da frequência, da função de transferência do sistema excitado pela base. Desta análise pode-se identificar, em conjunto com o espectro de comprimento de onda dominantes das irregularidades da via, as velocidades de maior excitação do veículo. Pode-se também desenvolver critérios de manutenção seletiva da via, pela identificação de comprimentos de onda mais influentes para uma determinada condição de operação (velocidade e frequência natural do veículo).

A teoria de mecânica de contato, fundamental para o cálculo das forças de contato entre o veículo e a guia, foi exposta detalhadamente. Sua validação foi efetuada através de ensaios de bancada em laboratório, realizados no INRETS (França), onde o coeficiente de rigidez tangencial de contato foi medido. Constatou-se que os valores experimentais obtidos aproximam-se dos valores tabelados por Kalker. Além disto, as curvas de saturação apresentaram boa concordância com os valores teóricos calculados, com auxílio do algoritmo Fastsim. Este algoritmo foi adotado como rotina de cálculo das forças de contato nesta tese.

A técnica de modelagem de Sistemas Multicorpos, foi aplicada na avaliação do comportamento dinâmico de veículos guiados. Neste sentido, a elaboração do modelo através da descrição topológica, a obtenção das equações de movimentos e a simulação do comportamento foram realizadas. A validação deste método de cálculo foi realizada, a partir da comparação de resultados dos estudos de caso propostos. Foram selecionados na literatura internacional, os *benchmarks* propostos pela *International Association of Vehicle System Dynamics (IAVSD)* para avaliação de veículos guiados. Além disto, um estudo de caso novo, foi proposto por este autor.

O primeiro estudo de caso, consistiu em modelar o rodeiro ferroviário e as forças desenvolvidas no contato roda/trilho. A concepção do modelo para a determinação dos escorregamentos, a escolha das rotinas de cálculo das forças de contato e saturação são de fundamental importância para a representatividade do modelo. Os resultados obtidos foram comparados com os valores publicados por outros autores, tendo apresentado boa concordância, validando plenamente o modelo e as rotinas desenvolvidas.

Como novidade, realizou-se a simulação da inscrição de um truque em desvio. Esta proposição reveste-se de especial importância, pois permite a verificação de diversos aspectos de modelagem. Por exemplo; a descrição da geometria da via e seus transitórios no plano e o comportamento angular entre os elementos de suspensão primária, compostos de barras de ligação cruzada. Possui elevado grau de dificuldade devido ao tempo de resposta das forças de contato em baixa velocidade. Este caso, também permite verificar as condições de segurança de tráfego do veículo (descarrilamento em desvio à baixa velocidade). Foram encontradas dificuldades de integração durante a simulação temporal, em função da elevada rigidez do contato roda/trilho, que possui constantes de tempo mínimas. Na simulação da inscrição do truque em um desvio, durante o deslocamento lateral elevado, a disputa entre as forças de contato e ângulo de ataque, resultaram em intervalos de integração de até 10^{-8} segundos.

O veículo completo foi modelado contendo 35 graus de liberdade, gerando mais de 1120 equações algébrico/diferenciais (DAE). O modelo desenvolvido contempla os elementos da suspensão primária e secundária do veículo, as ligações cruzadas definidas na concepção do truque e as forças de contato roda/trilho. A simulação temporal do comportamento do veículo permitiu verificar a influência do sistema de ligação cruzada no desempenho da inscrição do rodeiro em curvas. Este aspecto tem sido objeto de estudo e concepção de novos truques e pode ser avaliado neste ambiente.

A análise modal realizada através da linearização do sistema em torno de um ponto de operação, permitiu quantificar e observar os vários modos de movimento. Os valores obtidos foram comparados com números publicados e algumas discrepâncias, foram encontradas e justificadas. De forma geral, os resultados obtidos tanto na análise temporal, como no domínio da frequência, apresentaram boa concordância com os resultados publicados por outros autores. Estes resultados encorajadores promovem a confiança na técnica de Multicorpos, sendo estímulo para aplicação no desenvolvimento de novos projetos.

O tamanho do modelo desenvolvido, por ser bastante extenso, aproximou-se das limitações da versão do programa utilizada (Adams 8.1). Versões mais recentes, permitem alocar, maior quantidade de memória, possibilitando o tratamento de sistemas com ainda maior número de equações. Apesar da quantidade de equações resultantes do modelo praticado, o tempo de processamento despendido, da ordem de 50:1, ainda é razoável para a aplicação em estudos de engenharia.

Finalmente, as maiores contribuições deste trabalho foram as modelagens, simulações temporais e análise no domínio da frequência, realizadas no âmbito da dinâmica de sistemas veiculares. Isto possibilitou a revelação de aspectos importantes do comportamento de veículos guiados, enriquecendo o conhecimento na área. Compõe-se desta forma, um conjunto de estudos, com descrição detalhada dos conceitos envolvidos, com progressivo grau de dificuldade, permitindo a consolidação gradativa da experiência acumulada. Isto reforça a aplicabilidade e flexibilidade da técnica de Multicorpos como ferramenta de modelagem em veículos guiados.

Neste sentido, os modelos desenvolvidos podem ser estendidos em sua utilização, para atender estudos de novos projetos. Assim, por exemplo, a aplicação no estudo de truque com barra de ligação cruzada, permite explorar os aspectos de estabilidade e inscrição de curva, compromisso em geral buscado. Também a aplicação na análise de segurança, através da avaliação do desempenho na inscrição em curvas de pequeno raio e desvios. Aplicação no estudo de veículos pendulares (grandes

ângulos), inovação em desenvolvimento na Europa, como também no conjunto de veículos (trem) onde os efeitos longitudinais, influenciam a dinâmica do veículo. Concluindo, este trabalho produzido na língua portuguesa, revela o conhecimento da tecnologia de veículos guiados comparável às melhores instituições internacionais, podendo ser utilizado como contribuição para estudos de outros pesquisadores. Considera-se portanto, que os objetivos propostos nesta tese, de aplicação da técnica de Sistemas Multicorpos a veículos guiados, foram integralmente atingidos através dos modelos elaborados, dos resultados e análises realizadas e da validação das simulações produzidas.

Como recomendação para estudos futuros, sugere-se o investimento na mecânica de contato com vistas à inclusão das deformações elásticas dos corpos envolvidos, permitindo a melhor identificação das propriedades de contato e especialmente no trato do problema de contato em múltiplos pontos. Para o estudo de segurança de tráfego, onde o descarrilamento é aspecto de importância fundamental, a geometria da via contribui de forma relevante. Deve-se portanto, englobar no sistema, a rigidez da via como elemento de viga, buscando melhor representatividade deste aspecto no modelo.

ANEXOS

A. ANEXO A

A.1 Cinemática do Rodeiro

Neste anexo, será apresentada, a dedução completa dos cálculos realizados, para obtenção dos estados do rodeiro, em função do deslocamento lateral.

Durante o movimento lateral do rodeiro em relação aos trilhos, cada roda toca o trilho respectivo, num ponto determinado pela geometria da superfície dos corpos. Como a pista de rolamento da roda é cônica e o perfil possui um ressalto (friso), o passeio lateral gera, diferentes raios de rolamento entre as rodas, inclinando e elevando o rodeiro, em relação a linha horizontal definindo um centro de rotação.

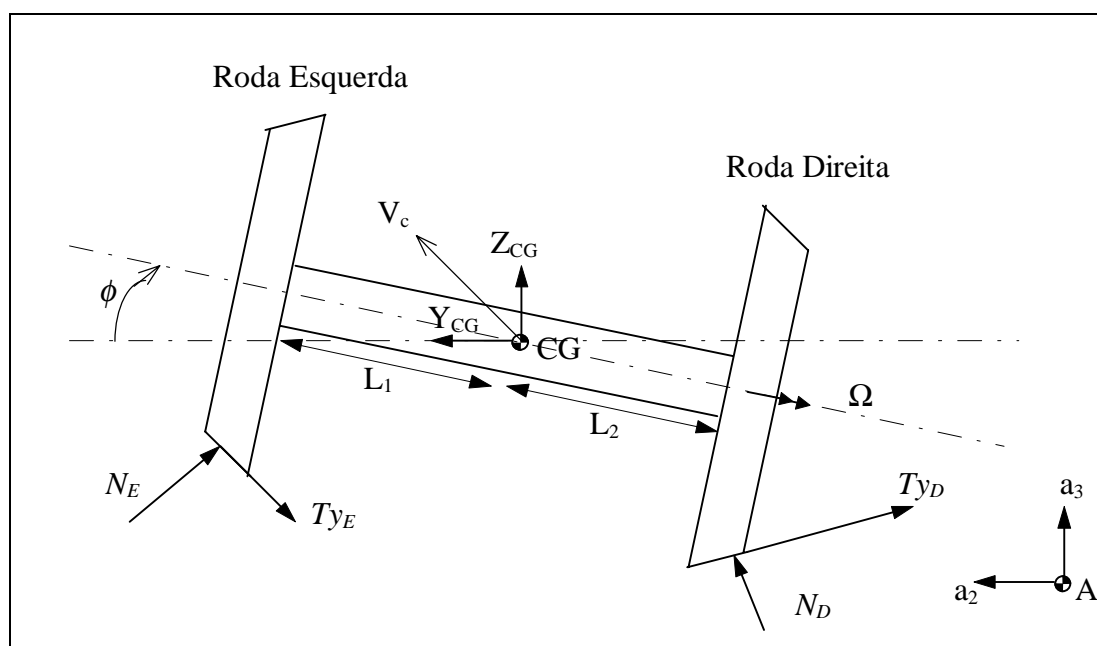


Figura A.1 - Esquema da Localização dos Esforços no Rodeiro

A perpendicular as velocidades instantâneas nos pontos de contato, convergem para um único ponto denominado centro instantâneo de rotação. Estas informações,

permitem calcular as acelerações vertical e angular do centro de massa do rodeiro, em função da velocidade e aceleração lateral.

As relações cinemáticas do rodeiro, estão apresentadas na Figura A.2. As relações entre os movimentos: lateral, vertical e rotação são deduzidos, a partir do modelo planar, bidimensional. Como a superfície da roda é cônica, em sua região central e possui um friso, o passeio lateral do rodeiro, induz a rotação no eixo longitudinal (ϕ) e elevação do centro de massa (C), devido a diferença de altura, entre os pontos de contato de cada roda. Este movimento, possui um centro instantâneo de rotação, apresentado na figura abaixo e serve como base para o cálculo das velocidades ($V_{1,2}$), nos pontos a e b (ponto de contato roda esquerda e direita respectivamente), no plano de contato.

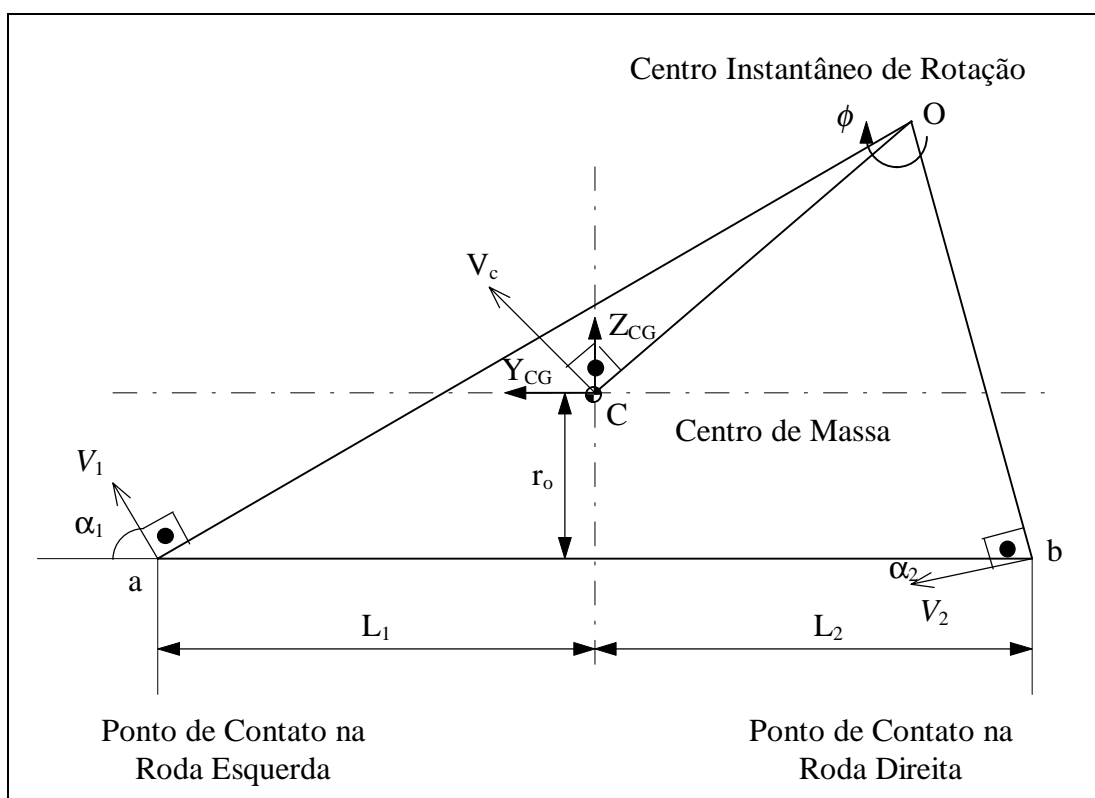


Figura A.2 - Localização do Centro Instantâneo de Rotação

As grandezas: L_1 , L_2 , α_1 , α_2 , r_o , são dados necessários, para a solução do problema. Por relação elementares de triângulos (Karmel - 1984), é possível determinar a distancia \overline{OC} , do centro de massa, ao centro instantâneo de rotação, necessário para a determinação das velocidades, nos pontos de contato. Esta abordagem, permite identificar também a aceleração vertical e angular do rodeiro.

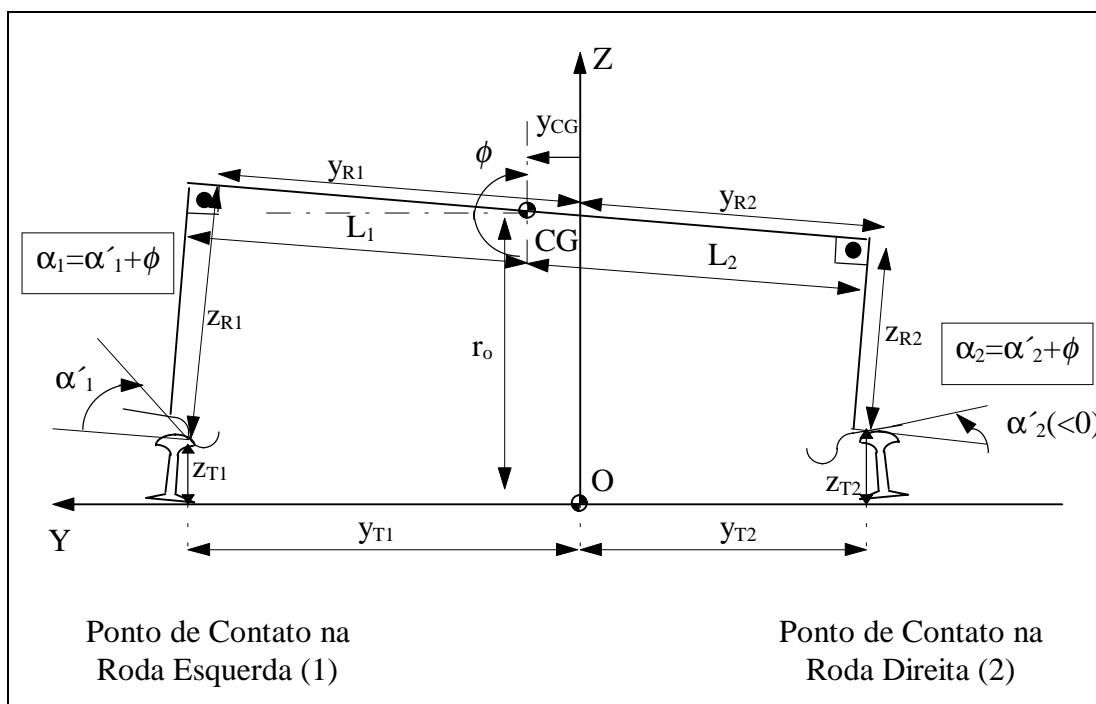


Figura A.3 - Dimensões do Rodeiro e Trilho

Algumas considerações geométricas são necessárias, para a completa identificação do rodeiro em relação ao trilho. A altura do centro de massa do rodeiro é função dos raios de rolamento que cada roda assume durante, o movimentos lateral. Portanto $r_o = (z_{R1} + z_{T1}) + (z_{R2} + z_{T2})/2$, conforme pode ser visto na Figura A.3. A distância entre o centro de massa e o ponto de contato, são dados por: $L_1 = y_{R1} - y_{CG}$ e $L_2 = y_{R2} + y_{CG}$.

Devido a inclinação do rodeiro (Pascal 1993), os ângulos dos planos de contato para a roda esquerda e direita (α_1' e α_2' respectivamente), obtidos no arquivo de propriedades de contato, devem ser corrigidos. Segundo o sistema de referencia

adotado, os ângulos no sentido horário, são positivos. Portanto, o ângulo do plano de contato é composto da soma ($\alpha_{1,2} = \alpha'_{1,2} + \phi$), entre o ângulo do perfil (ângulo $\alpha'_{1,2}$), no ponto de contato (ou ângulo do plano de contato) e o ângulo de rotação do rodeiro (ângulo ϕ)

Uma vez identificadas as grandezas necessárias para o cálculo do centro de rotação, emprega-se relações trigonométricas elementares, para a solução geométrica do problema.

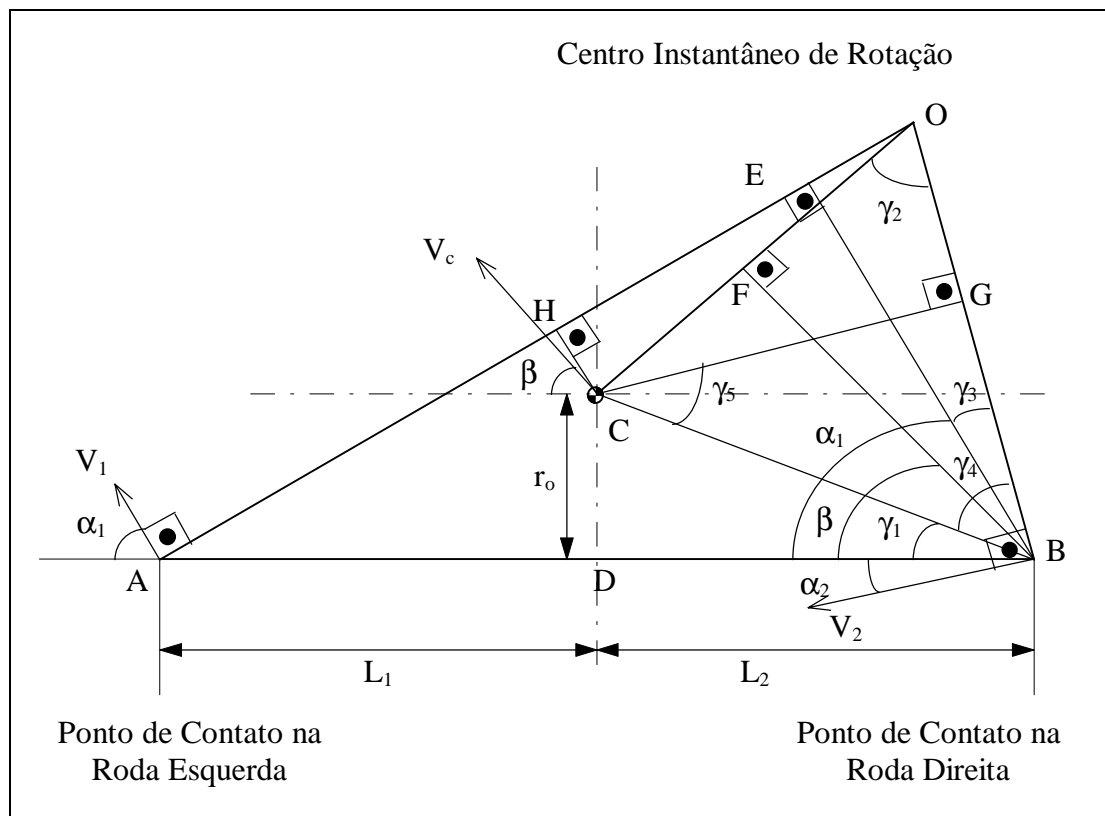


Figura A.4 - Determinação Geométrica de Lados e Ângulos

Com a construção de triângulos auxiliares e definição dos ângulos γ , tem-se que $\tan \gamma_1 = r_o / L_2$ e obtém-se no triângulo BCD $L_2 = \overline{BC} \cos \gamma_1$ e portanto $\overline{BC} = L_2 / \cos \gamma_1$. No triângulo ABE, tem-se $\overline{BE} = (L_1 + L_2) \sin(90 - \alpha_1)$ e portanto

$\overline{BE} = (L_1 + L_2) \cos \alpha_1$. No triângulo BOE, tem-se $\gamma_3 = 90 - (\alpha_1 + |\alpha_2|)$ e $\overline{BE} = \overline{OB} \cos \gamma_3$ e portanto $\overline{BE} = \overline{OB} \sin(\alpha_1 + |\alpha_2|)$. Substituindo, o valor de \overline{BE} na expressão anterior, obtém-se finalmente $\overline{OB} = (L_1 + L_2) \cos \alpha_1 / \sin(\alpha_1 + |\alpha_2|)$. Fazendo uso da lei dos co-senos, tem-se no triângulo BOC, a seguinte expressão: $\overline{OC}^2 = \overline{BC}^2 + \overline{OB}^2 - 2\overline{BC} \overline{OB} \cos \gamma_4$, onde $\gamma_4 = 90 - (\gamma_1 + \alpha_2)$ o que resulta em:

$$\overline{OC}^2 = \frac{L_2^2}{\cos^2 \gamma_1} + \frac{(L_1 + L_2)^2 \cos^2 \alpha_1}{\sin^2(\alpha_1 + |\alpha_2|)} - 2 \frac{L_2}{\cos \gamma_1} \frac{(L_1 + L_2) \cos \alpha_1}{\sin(\alpha_1 + |\alpha_2|)} \sin(\gamma_1 + \alpha_2) \quad (\text{A1.1})$$

No triângulo BCG, tem-se $\gamma_5 = \gamma_1 + |\alpha_2|$ e portanto $\overline{CG} = \overline{BC} \cos(\gamma_1 + |\alpha_2|)$. No triângulo COG, $\sin \gamma_2 = \overline{CG} / \overline{OC}$ como $\overline{BC} = L_2 / \cos \gamma_1$ resulta em : $\sin \gamma_2 = L_2 \cos(\gamma_1 + |\alpha_2|) / \overline{OC} \cos(\gamma_1)$

$$\gamma_2 = \sin^{-1} \left[L_2 \cos(\gamma_1 + |\alpha_2|) / \overline{OC} \cos(\gamma_1) \right] \quad (\text{A1.2})$$

Finalmente, por observação do segmento DBOC, com relação a linha horizontal, facilmente verifica-se:

$$\beta = \gamma_2 - |\alpha_2| \quad (\text{A1.3})$$

A projeção da velocidade do centro de massa V_c , no sistema cartesiano de coordenadas, resulta em $V_y = V_c \cos \beta$ e $V_z = V_c \sin \beta$, sendo portanto, $\tan \beta = V_z / V_y$. A velocidade angular é dada por $\dot{\phi} = V_c / \overline{OC}$, como $V_c = V_y / \cos \beta$ resulta em $\dot{\phi} = V_y / \overline{OC} \cos \beta$. Destas expressões, pode-se escrever, as derivadas parciais de Z e ϕ em relação a Y da seguinte forma:

$$\frac{\partial Z}{\partial Y} = \tan \beta \quad (\text{A1.4})$$

$$\frac{\partial \phi}{\partial Y} = \frac{1}{\overline{OC} \cos \beta} \quad (\text{A1.5})$$

Isto permite, o cálculo da velocidade vertical e angular do centro de massa:

$$\dot{Z} = \frac{\partial Z}{\partial Y} \dot{Y} \quad (\text{A1.6})$$

$$\dot{\phi} = \frac{\partial \phi}{\partial Y} \dot{Y} \quad (\text{A1.7})$$

Uma vez determinadas as restrições geométricas geradas pelo movimento lateral, pode-se calcular, as velocidades tangenciais, no ponto de contato no plano do rodeiro em função da velocidade lateral do rodeiro e velocidade angular (em relação ao centro instantâneo de rotação). Para tanto, de expressões anteriores, tem-se que, a velocidade no ponto de contato na direção lateral é igual a $V_{2,1} = \overline{OA} \dot{\phi}$ para a roda direita e $V_{2,2} = \overline{OB} \dot{\phi}$ para roda esquerda. Expandindo, tem-se:

$$V_{21} = \frac{(L_1 + L_2) \cos \alpha_2}{\text{sen}(\alpha_1 + |\alpha_2|)} \frac{\partial \phi}{\partial Y} \dot{Y} \quad (\text{A1.8})$$

$$V_{22} = \frac{(L_1 + L_2) \cos \alpha_1}{\text{sen}(\alpha_1 + |\alpha_2|)} \frac{\partial \phi}{\partial Y} \dot{Y} \quad (\text{A1.9})$$

A aceleração vertical e de rolamento para o centro de massa do rodeiro, são obtidas diretamente pela aplicação da regra da cadeia, nas expressões das velocidades, resultando em:

$$\ddot{Z} = \frac{\partial Z}{\partial Y} \ddot{Y} + \frac{\partial^2 Z}{\partial Y^2} \dot{Y}^2 \quad (\text{A1.10})$$

$$\ddot{\phi} = \frac{\partial \phi}{\partial Y} \ddot{Y} + \frac{\partial^2 \phi}{\partial Y^2} \dot{Y}^2 \quad (\text{A1.11})$$

A obtenção das segundas derivadas parciais são feitas com auxílio das expressões anteriores. Considerando que, a variação angular da posição do centro de massa em relação o centro instantâneo de rotação ϕ , é igual a variação do ângulo β , tem-se: que $1/\cos \beta = \sec \beta$ resultando em:

$$\partial \beta = \partial \phi = \frac{\partial Y}{OC \cos \beta} \text{ e portanto } \frac{\partial \beta}{\partial Y} = \frac{1}{OC \cos \beta} \quad (\text{A1.12})$$

Utilizando as propriedades de derivadas de funções trigonométricas, tem-se que, a derivada em relação a β de $\sec \beta = \sec \beta \tan \beta$, o que resulta em:

$$\frac{\partial \left(\frac{\partial \phi}{\partial Y} \right)}{\partial \beta} = \frac{1}{OC} \frac{\text{sen } \beta}{\cos^2 \beta} \quad (\text{A1.13})$$

Para a segunda derivada parcial, tem-se:

$$\frac{\partial^2 \phi}{\partial Y^2} = \frac{\partial \left(\frac{\partial \phi}{\partial Y} \right)}{\partial Y} = \frac{\partial \left(\frac{\partial \phi}{\partial Y} \right)}{\partial \beta} \frac{\partial \beta}{\partial Y} = \frac{1}{OC} \left(\frac{\text{sen } \beta}{\cos^2 \beta} \right) \left(\frac{1}{OC \cos \beta} \right) = \frac{\text{sen } \beta}{OC^2 \cos^3 \beta} \quad (\text{A1.14})$$

Resultando em:

$$\frac{\partial^2 \phi}{\partial Y^2} = \frac{\text{sen } \beta}{OC^2 \cos^3 \beta} \quad (\text{A1.15})$$

Para a altura Z do centro de massa tem-se que, $\partial Z / \partial Y = \tan \beta$, cuja derivada em relação a β , resulta em $\sec^2 \beta$ ou $1/\cos^2 \beta$. Rearranjando resulta nas seguintes expressões:

$$\frac{\partial^2 Z}{\partial Y^2} = \frac{\partial \left(\frac{\partial Z}{\partial Y} \right)}{\partial Y} = \frac{\partial \left(\frac{\partial Z}{\partial Y} \right)}{\partial \beta} \frac{\partial \beta}{\partial Y} = \frac{1}{\cos^2 \beta} \left(\frac{1}{\overline{OC} \cos \beta} \right) = \frac{1}{\overline{OC} \cos^3 \beta}$$

(A1.16)

E finalmente tem-se:

$$\frac{\partial^2 Z}{\partial Y^2} = \frac{1}{\overline{OC} \cos^3 \beta}$$

(A1.17)

B. ANEXO B

B.1 Propriedades de Contato

No corpo do texto desta tese, foram apresentadas as propriedades de contato, do par de rolamento. Elas, são necessárias para o cálculo das forças de contato, desenvolvidas pelo rodeiro. Neste anexo são apresentados os gráficos, contendo os resultados de todas as propriedades de contato. Este cálculo é realizado com auxílio do programa CCRT, desenvolvido no IPT, com esta finalidade.

Recapitulando, o rodeiro é composto de duas rodas unidas rigidamente por um eixo e a via constituída de dois trilhos unidos pelos dormentes. A seção do plano de contato é mostrada na Figura B.1. Em função do passeio lateral do rodeiro em relação a via, os pontos de contato, variam de posição, gerando raios de rolamento diferenciados.

Para a determinação das propriedades de contato do par de rolamento é necessário o conhecimento do perfil de cada roda $Pr_{E,D}$ e a distância entre elas no rodeiro. É necessário também, perfil de cada trilho $Pt_{E,D}$, inclinação do trilho e respectiva distância, entre a origem de cada sistema de coordenadas locais. Os perfis, podem ser gerados, a partir de definição normalizada ou medidos diretamente com aparelhos apropriados. Estes, são integralmente descritos, no plano de contato por splines cúbicas.

As propriedades de contato, em função do deslocamento lateral, são:

- Raio de rolamento da roda (Direita e Esquerda)
- Ângulo do plano de contato (Direita e Esquerda)
- Ângulo de inclinação do rodeiro (ϕ)
- Dimensões (a e b) da elipse de contato (Direita e Esquerda)

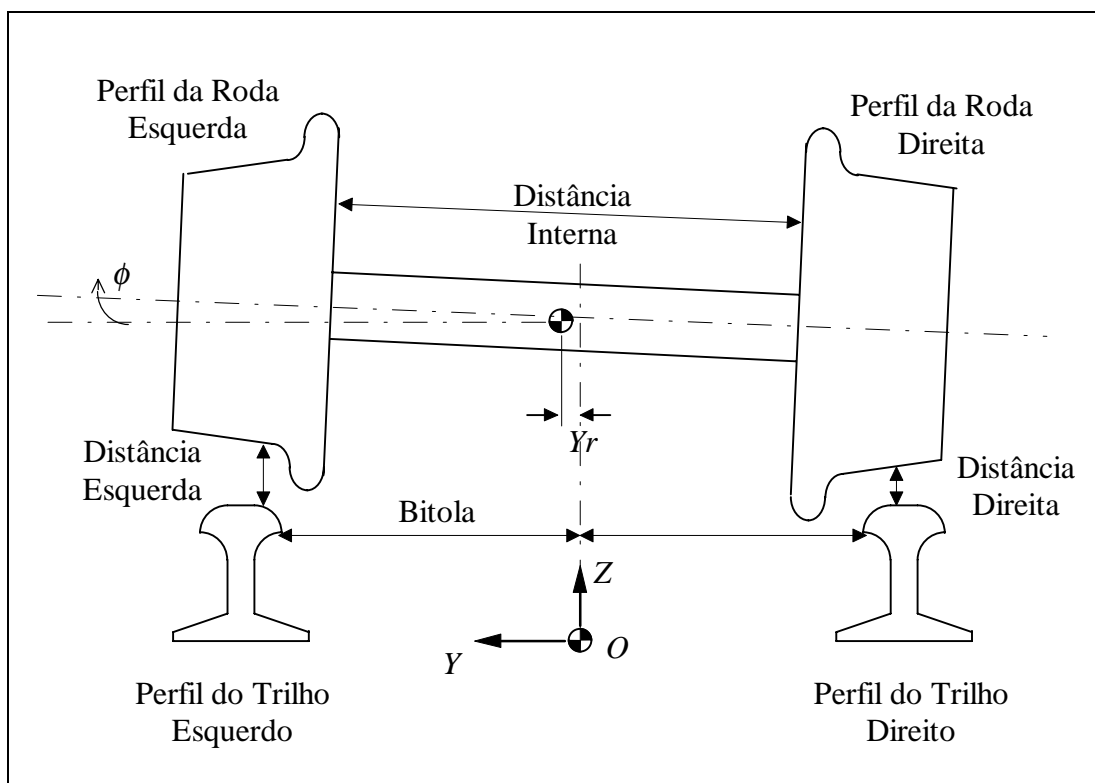


Figura B.1 -Disposição do Rodeiro e Via

Estes valores das dimensões da elipse de contato, são obtidos com auxílio da teoria de *Hertz*, que permite calcular para uma carga normal unitária, o comprimento e largura da elipse, a partir do raio longitudinal e transversal dos corpos (roda e trilho), no ponto de contato. Adicionalmente, por questão de facilidade, o produto dos coeficientes de Kalker (C_{ij}), pelas dimensões da elipse (ab) e características do material (G) são calculados e armazenadas em tabela para posterior consulta e utilização durante a simulação. Os valores são:

- $G ab C_{11}$
- $G ab C_{22}$
- $G (ab)^{3/2} C_{23}$

Considerando, o sistema de coordenadas YOZ locado no centro da via, conforme apresentado na figura acima, a posição lateral do rodeiro em relação a via é dado pelas distancias lateral Y_r . A determinação da posição angular do rodeiro em relação a via, é feita pela solução das funções que expressam as distancias, entre pontos dos perfis de roda/trilho para uma determinada posição lateral. Estas funções, são expressas pela distancia mínima $D_{E,D}$ (min), entre os perfis da roda Pr e do trilho Pt dado por:

$$D_{E,D}(\text{min}) = Pr_{E,D}.f(Pr_{E,D}, \phi) - Pt_{E,D} \quad (\text{B.1})$$

Entretanto, para uma dada posição lateral Y_r , o ângulo de inclinação do rodeiro ϕ em relação a via, é dado por:

$$\phi = \tan^{-1} (D_E - D_D)/b \quad (\text{B.2})$$

Um processo recursivo, a partir de uma estimativa inicial, permite determinar o angulo do rodeiro em relação a via e respectivos pontos de contato, para um dado deslocamento lateral. Uma vez identificados, os pontos de contato, as curvaturas das funções que descrevem os perfis, podem ser utilizadas para o cálculo dos raios nos pontos de contato. A aplicação da teoria de *Hertz*, permite calcular as dimensões da elipse de contato (\mathbf{a} e \mathbf{b}). A partir da proporção das dimensões da elipse (\mathbf{a}/\mathbf{b}), obtêm-se os valores C_{ij} de *Kalker*, através de consulta em tabela ou interpolação polinomial. Note que, esta solução é geométrica, não considerando as deformações dos corpos nos pontos de contato. Outros autores (*Pascal*, 1993), desenvolveram métodos para cálculo de propriedades, considerando a deformação elástica, entre os corpos particularmente interessante, para casos de pontos de contato duplo.

Além das propriedades de contato, algumas informações geométricas adicionais, são necessárias para a simulação. Do rodeiro, utiliza-se o angulo de inclinação ϕ . Para cada lado, utiliza-se o angulo do plano de contato e respectivo raio de rolamento. Os

cálculos, são realizados previamente uma única vez, em razão das propriedades serem função apenas do movimento lateral e independente da simulação. Com isto, reduz-se o custo computacional durante a simulação.

Os gráficos típicos destes cálculos, são apresentados a seguir:

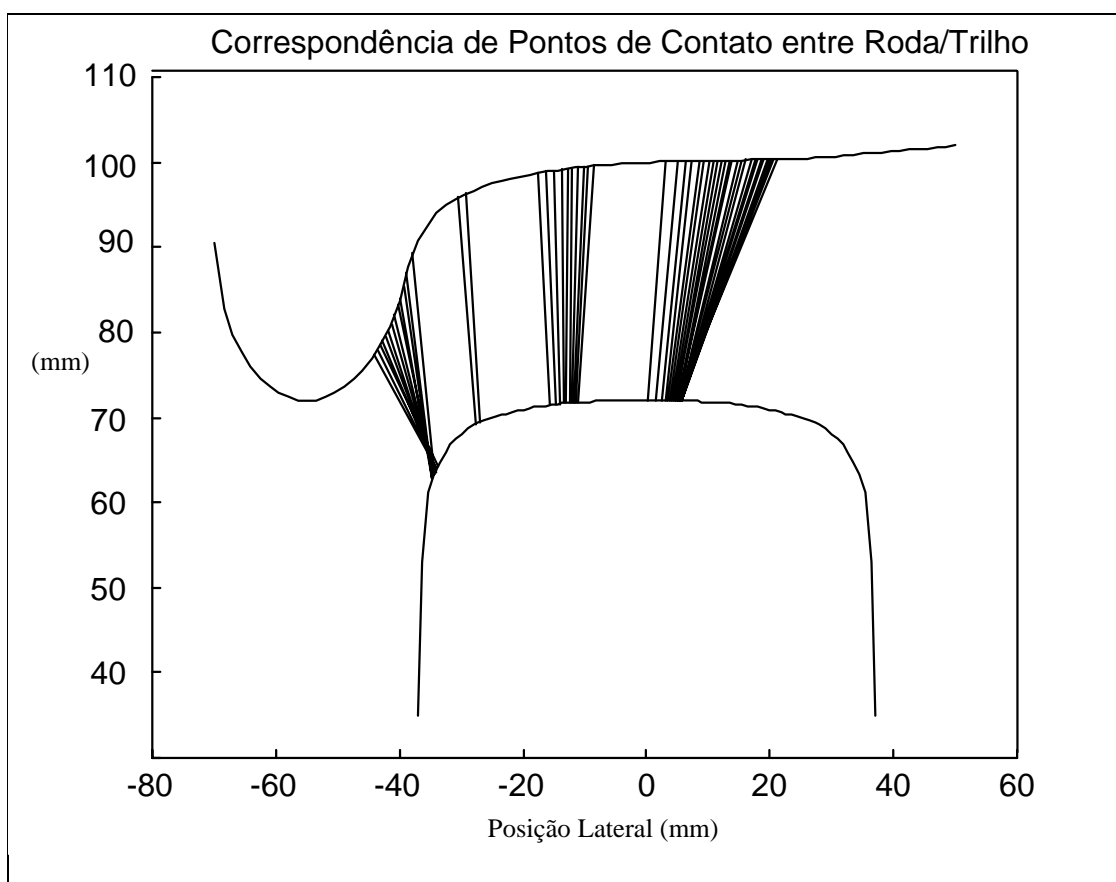


Figura B.2 - Correspondência entre os Pontos de Contato entre Roda/trilho

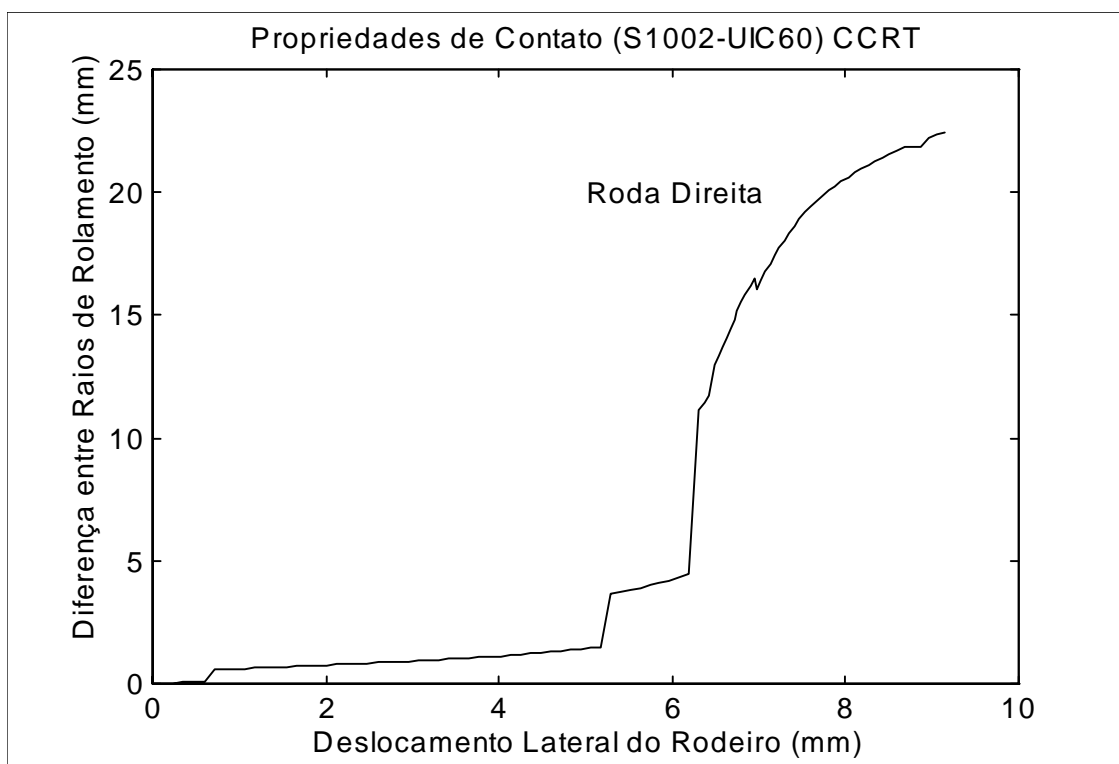


Figura B.3 - Diferença entre Raios de Rolamento

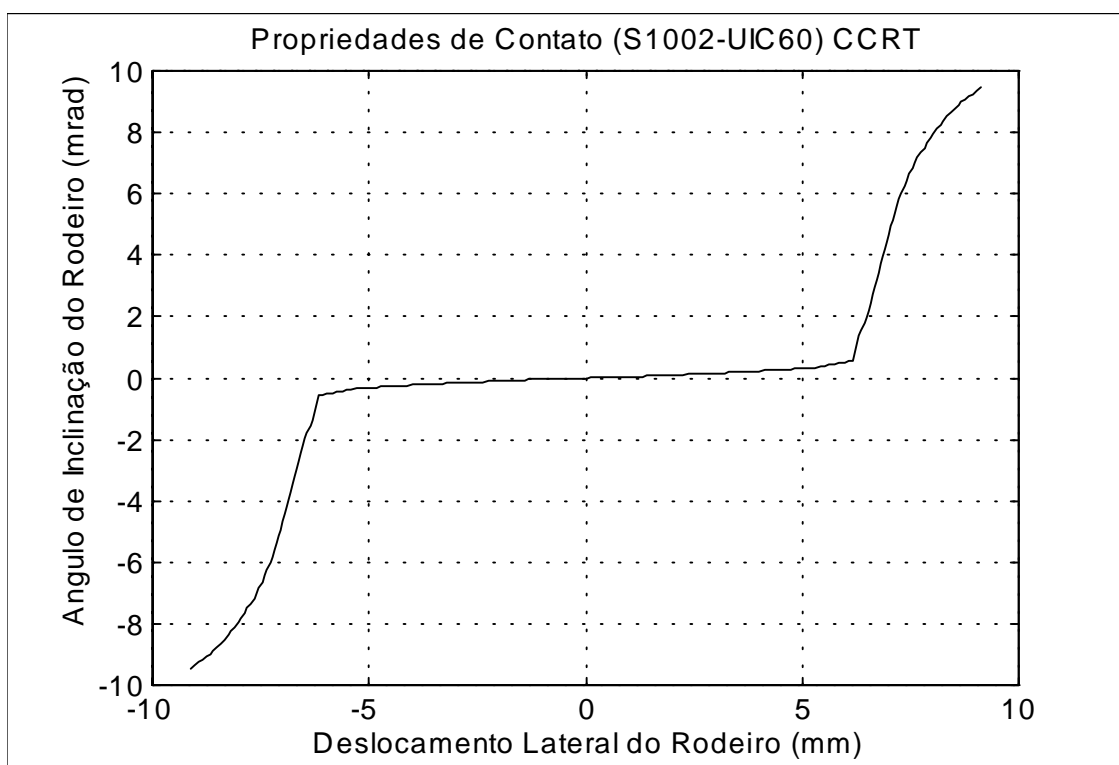
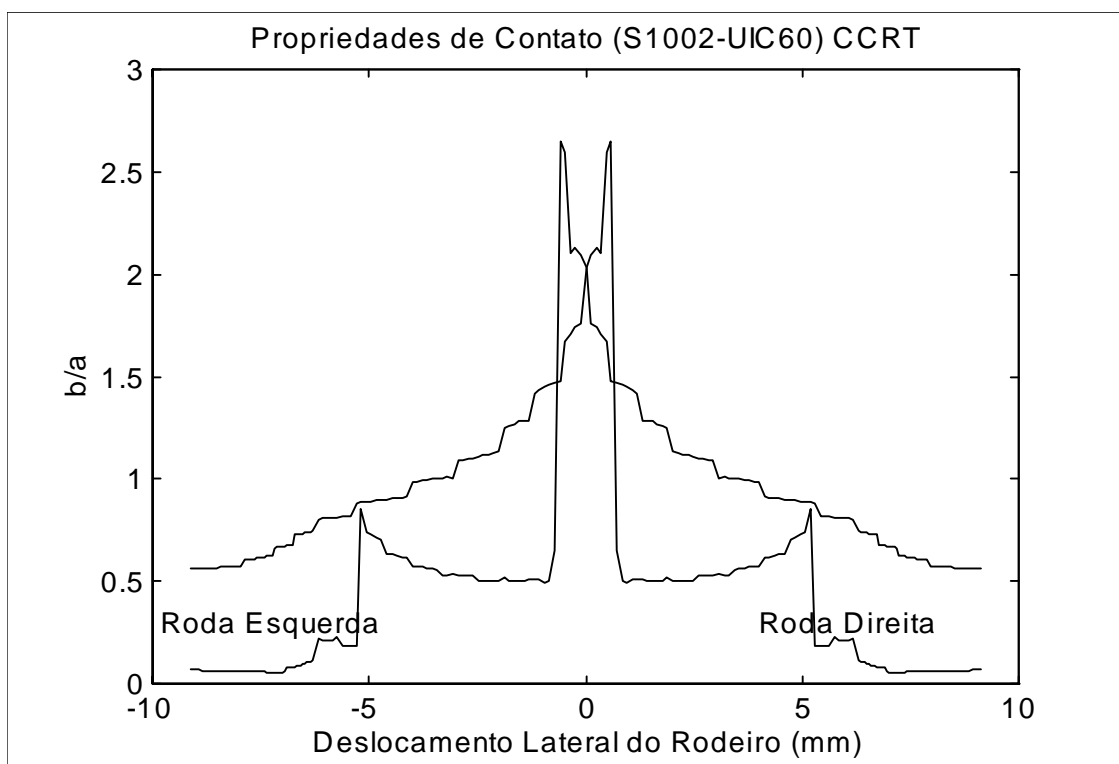
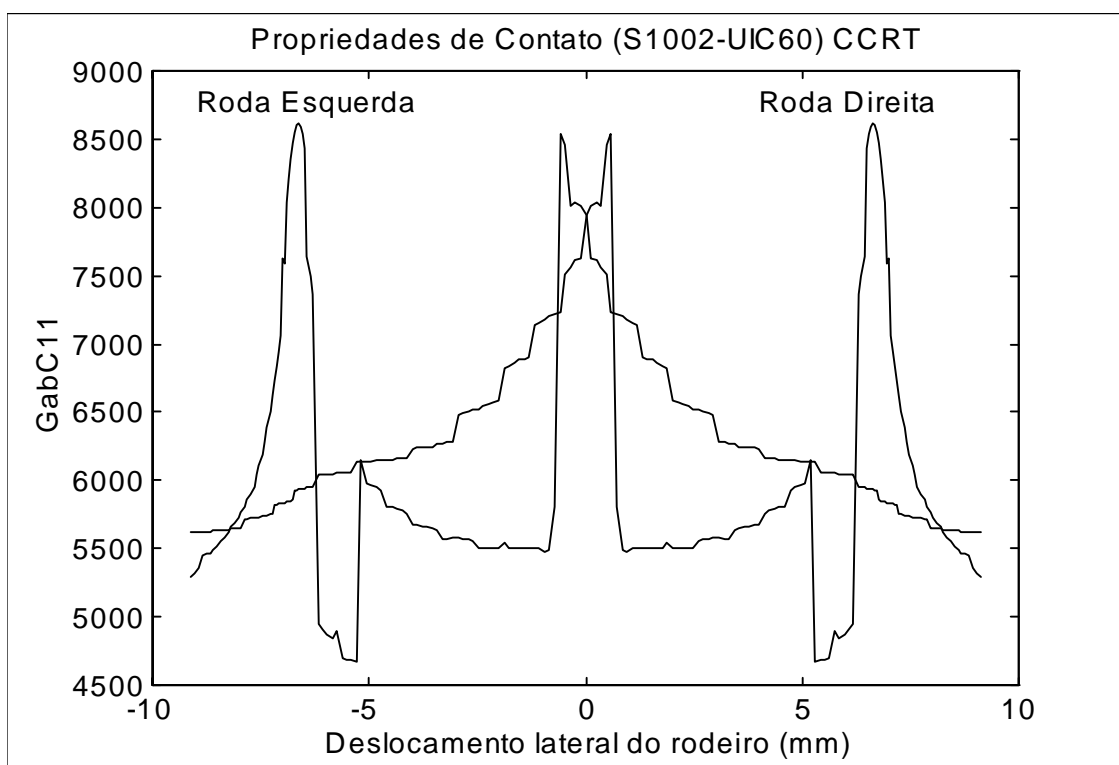
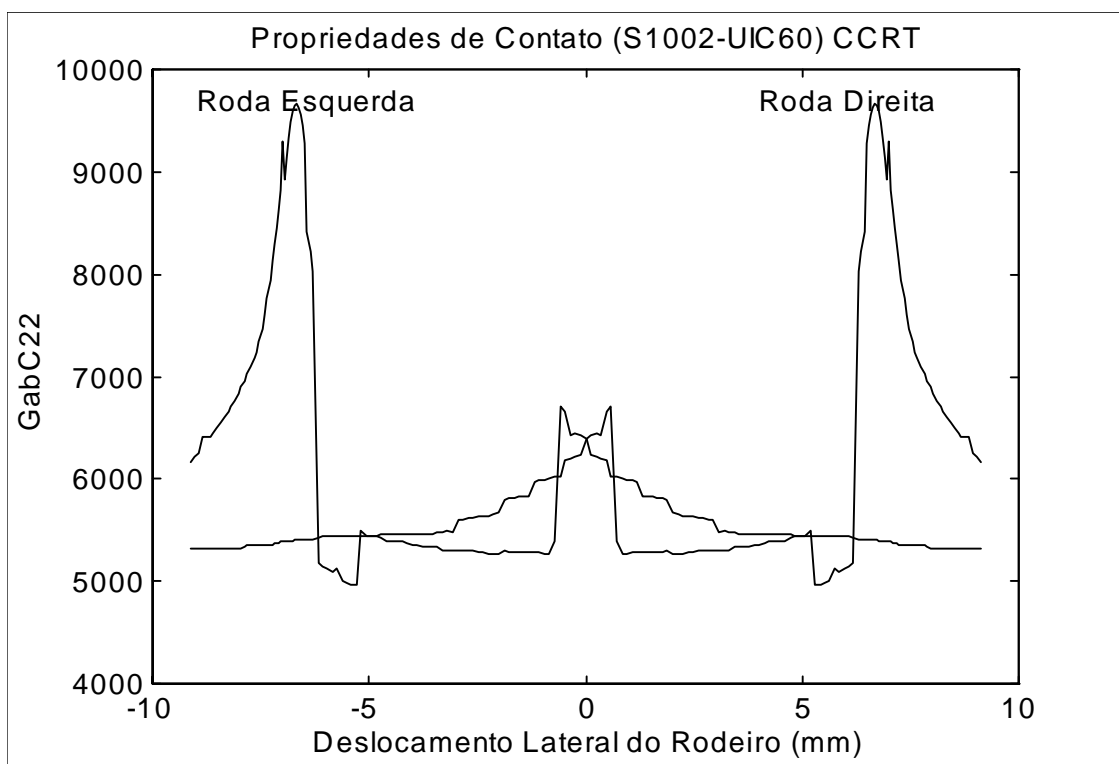
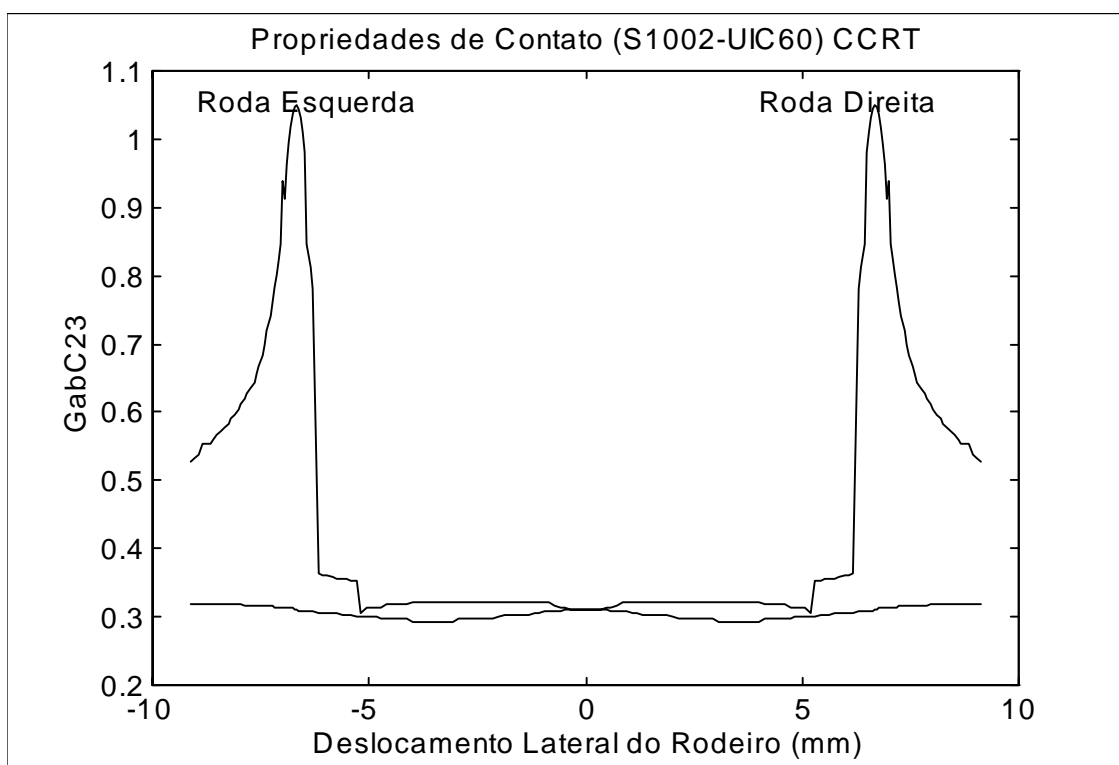


Figura B.4 - Ângulo de Inclinação do Rodeiro

Figura B.5 - Relação entre as Dimensões da Elipse de Contato (b/a)Figura B.6 - Coeficiente G ab C_{11}

Figura B.7 - Coeficiente G ab C_{22} Figura B.8 - Coeficiente $G (ab)^{3/2} C_{23}$

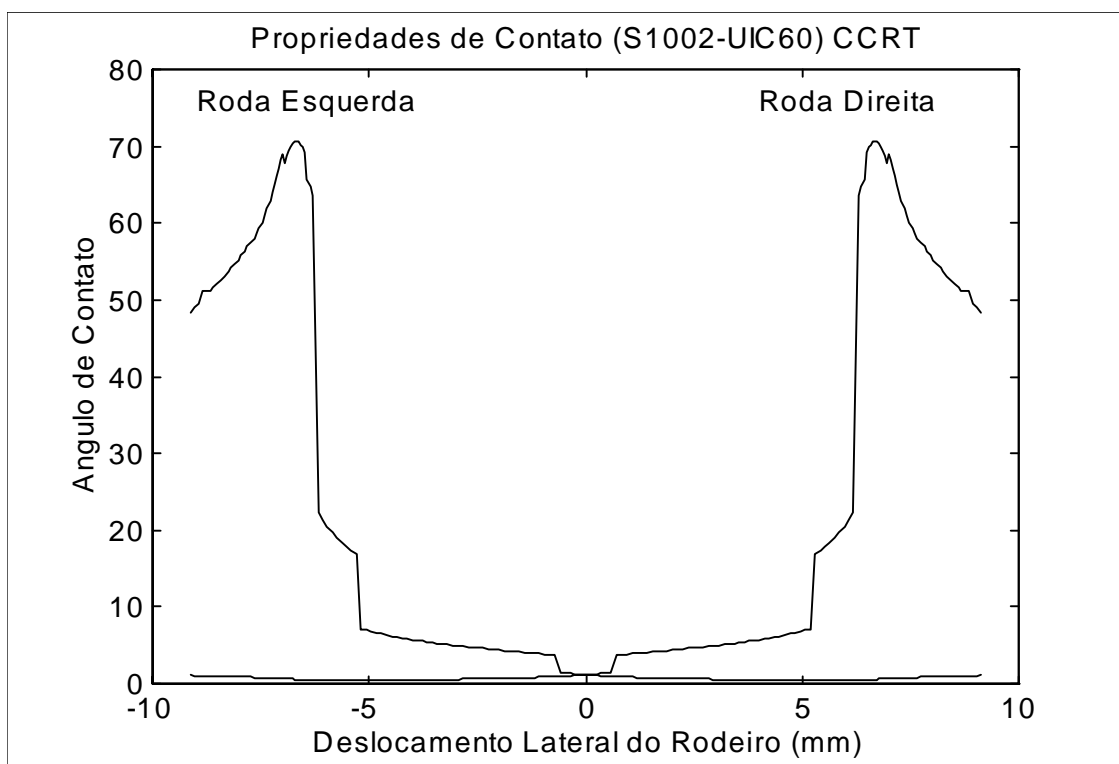


Figura B.9 - Ângulo de Contato

B.2 Coeficiente de Contato de Kalker

Os coeficientes de rigidez de contato (C_{11} , C_{22} e C_{23}), foram tabelados por Kalker, em função da proporção das dimensões da elipse de contato (a/b) e características do material. No caso particular, roda/trilho o contato é entre aço/aço. Para permitir uma interpolação entre valores intermediários, um conjunto de polinômios foram identificados.

O ajuste da função polinomial para representação dos pontos tabelados, foi obtido pelo método dos mínimos quadrados. Foram escolhidos, polinômios de segunda e terceira ordem, conforme necessidade e adotados truncamentos para valores extremos de a/b . Os resultados, são apresentados nas próximas equações:

$$C_{11} = -205.8 \times 10^{-6} (a/b)^3 - 0.006482 (a/b)^2 + 0.9454 (a/b)^1 + 3.309 \quad (\text{B.3})$$

para $(a/b) > 30$, $C_{11} = 20.00$.

$$C_{22} = -65.74 \times 10^{-6} (a/b)^4 + 0.003334 (a/b)^3 - 0.06005 (a/b)^2 + 1.41 (a/b)^1 + 2.359 \quad (\text{B.4})$$

para $(a/b) > 28.62$, $C_{22} = 27.60$.

$$C_{23} = -8.923 \times 10^{-6} (a/b)^4 - 0.001461 (a/b)^3 + 0.05922 (a/b)^2 + 1.016 (a/b)^1 + 0.4084 \quad (\text{B.5})$$

para $(a/b) > 28.52$, $C_{23} = 37.75$.

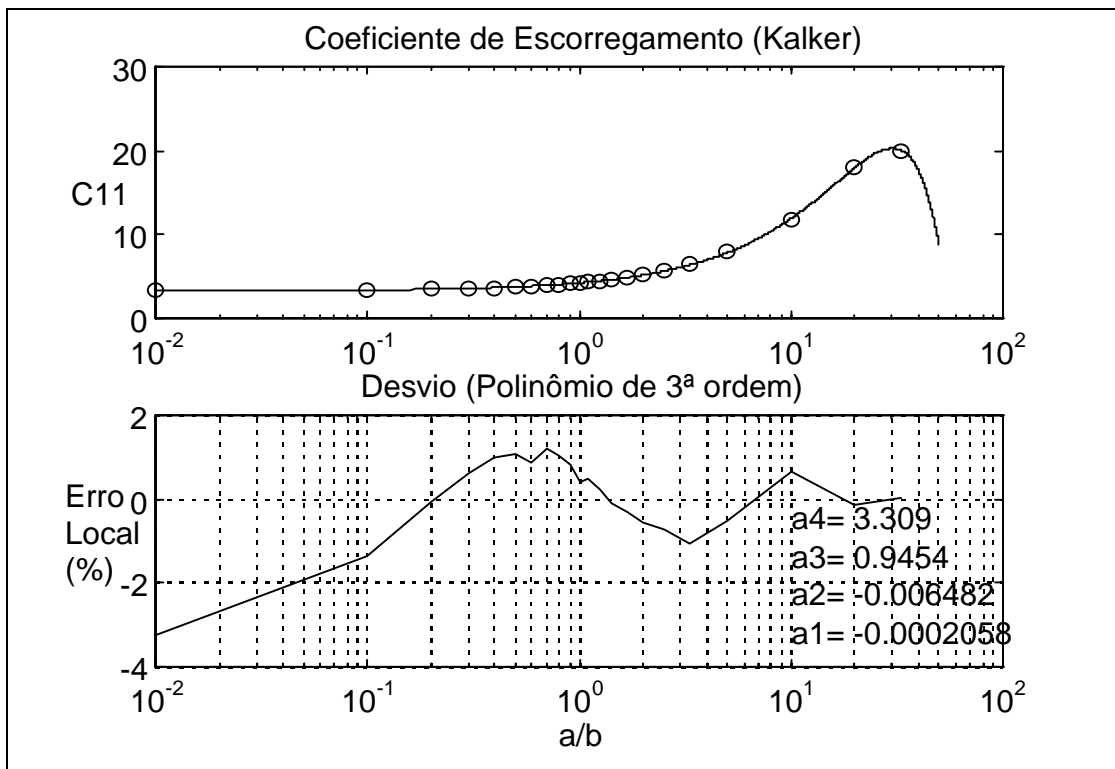


Figura B.10 - Ajuste dos Pontos de C_{11} da Tabela de Kalker (Polinômio de 3ª ordem)

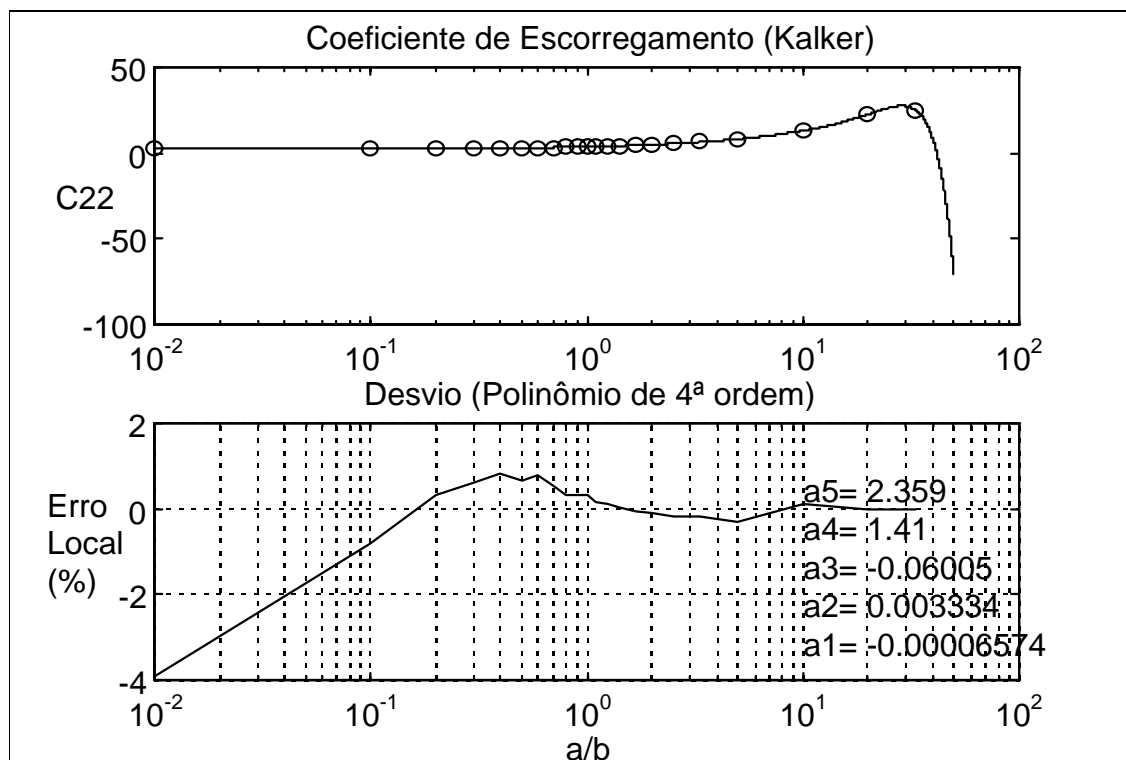


Figura B.11 - Ajuste dos Pontos de C_{22} da Tabela de Kalker (Polinômio de 4ª ordem)

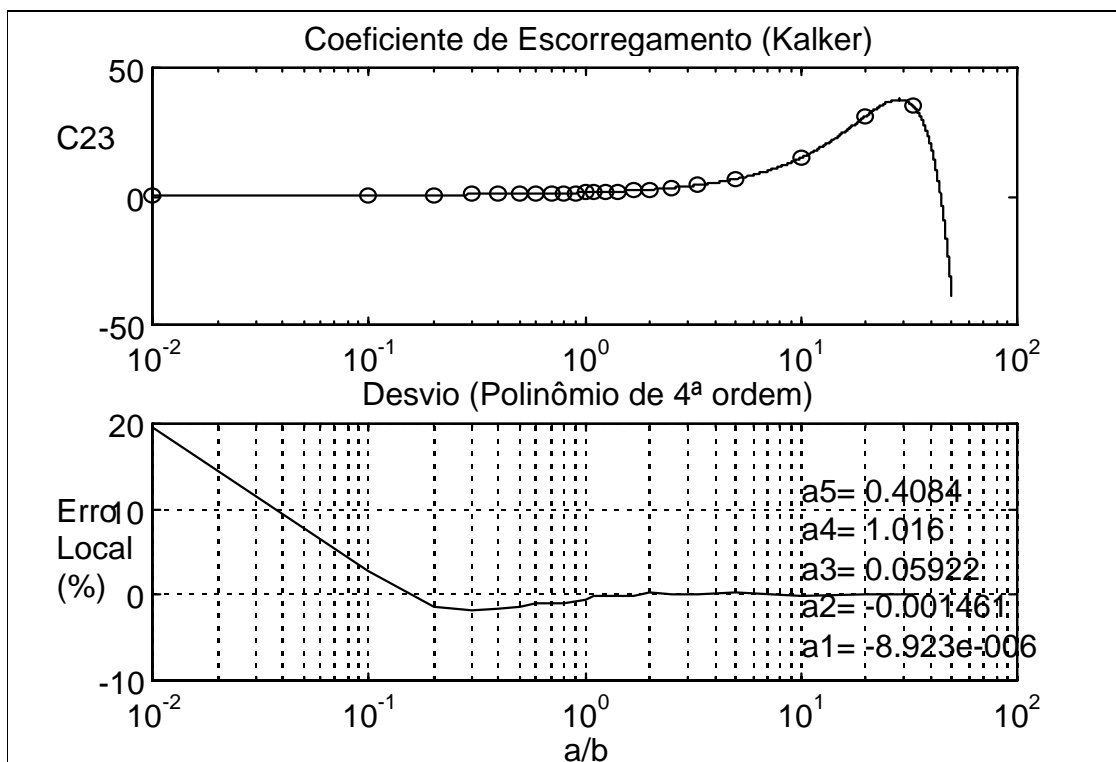


Figura B.12 - Ajuste dos Pontos de C_{23} da Tabela de Kalker (Polinômio de 4ª ordem)

As Figura B.10 até Figura B.12 apresentam os gráficos dos pontos da tabela proposta por Kalker, e o erro local percentual, entre os valores calculados com os polinômios e estes pontos. Observa-se que, os erros locais, são menores que 3 e 4% para C_{11} e C_{22} respectivamente. Para C_{23} , o melhor ajuste obtido mesmo com polinômio de 4 ordem apresentou erro de 20% para a/b igual a zero. Entretanto, próximo de $a/b=1$ (região de uso) os erros caem para valores aceitáveis (3%). Como pode ser observado para valores acima da faixa, o polinômio diverge, em outra direção sendo necessário o truncamento, a partir do valor máximo tabelado. Nas proporções da elipse, “ a ” corresponde ao eixo na direção longitudinal e “ b ” ao semi eixo na direção lateral.

Tabela B.1 - Valores de Coeficiente de Contato

g	a/b	C ₁₁	C ₂₂	C ₂₃
0.0	0.0	3.43	2.47	0.350
0.1	0.1	3.45	2.52	0.497
0.2	0.2	3.50	2.63	0.623
0.3	0.3	3.57	2.76	0.732
0.4	0.4	3.65	2.89	0.838
0.5	0.5	3.74	3.03	0.944
0.6	0.6	3.84	3.16	1.050
0.7	0.7	3.92	3.30	1.160
0.8	0.8	4.02	3.44	1.270
0.9	0.9	4.12	3.57	1.380
1.0	1.0	4.23	3.70	1.490
0.9	1.1111	4.33	3.85	1.610
0.8	1.2500	4.47	4.03	1.770
0.7	1.4286	4.65	4.26	1.980
0.6	1.6667	4.88	4.56	2.260
0.5	2.0000	5.20	4.97	2.660
0.4	2.5000	5.67	5.57	3.290
0.3	3.3333	6.45	6.52	4.390
0.2	5.0000	7.89	8.31	6.760
0.1	10.000	11.83	13.12	14.950
0.05	20.000	18.00	22.70	31.300
0.03	33.300	20.00	27.60	37.750

onde $g = \min(a/b, b/a)$ e coeficiente de *poisson* de 0,287

B.3 Formulação do FASTSIM

Foi utilizado para o cálculo das forças no plano de contato entre dois corpos rolantes, o algoritmo FASTSIM, baseado na teoria simplificada de contato de rolamento, publicado por Kalker (1982), que é um algoritmo com reconhecimento internacional e um dos mais aceitos para esta finalidade.

As variáveis de entradas desta rotina, consiste do escorregamento longitudinal (v_x), lateral (v_y) e rotacional (v_{sp}), correspondente aos movimentos relativos entre a roda e trilho. Proporções das elipses de contato e força tangencial máxima (*Coulomb*), são suficientes para a determinação das forças normalizadas pela carga vertical unitária, apresentado nas seguintes expressões:

$$NUX = \frac{9}{32} \frac{2\pi}{3} \frac{G ab C_{11}}{\mu N} v_x \quad (B.6)$$

$$NUY = \frac{9}{32} \frac{2\pi}{3} \frac{G ab C_{22}}{\mu N} v_y \quad (B.7)$$

$$FIY = 2 \frac{G ab C_{23} \sqrt{ab}}{\mu N} v_{sp} \quad (B.8)$$

$$FIX = \frac{b}{a} FIY \quad (B.9)$$

Como os valores tabelados de $(G ab C_{11})_{1N}$ são calculados para a carga unitária (1 Newton), estes devem ser corrigidos, pelo valor de carga normal N a superfície de contato naquele ponto. Portanto $(G ab C_{11}) = (G ab C_{11})_{1N} N^{2/3}$. (Note que $9*2*\pi/(3*32) = 0.589$)

A discretização (número de elementos na direção X e Y), e tolerância utilizado pelo método, são explicitadas pelas variáveis MX, MY e TOL com valores recomendados de: 10, 10 e 0.02. Como saída da rotina, tem-se as forças tangenciais ao plano de contato (longitudinal e lateral - TX, TY), normalizadas pela seu valor máximo (μN).

Para a reconstituição final das forças no plano (FX, FY), multiplica-se pelo limite proposto pela lei de Coulomb.

$$[TX, TY] = \text{FASTSIM}(\text{NUX}, \text{NUY}, \text{FIX}, \text{FIY}, \text{MX}, \text{MY}, \text{TOL}) \quad (\text{B.10})$$

$$[FX, FY] = [TX, TY] * \mu N \quad (\text{B.11})$$

O atrativo deste algoritmo baseia-se na sua eficiência de cálculo entre 15 a 25 vezes mais rápido, que outros programas similares do próprio autor (Simrol, Duvorol), e produz erros da ordem de, 0.2 em relação a estes.

B.4 Verificação da rotina de cálculo FASTSIM

Com efeito de visualizar os resultados obtidos com auxílio da rotina de cálculo FASTSIM, foram preparados os gráficos abaixo contendo o valor de solicitação normalizada, na direção longitudinal e lateral (fx e fy) para variação de escorregamento longitudinal, transversal, rotacional normalizados (ux, uy e fx=fy).

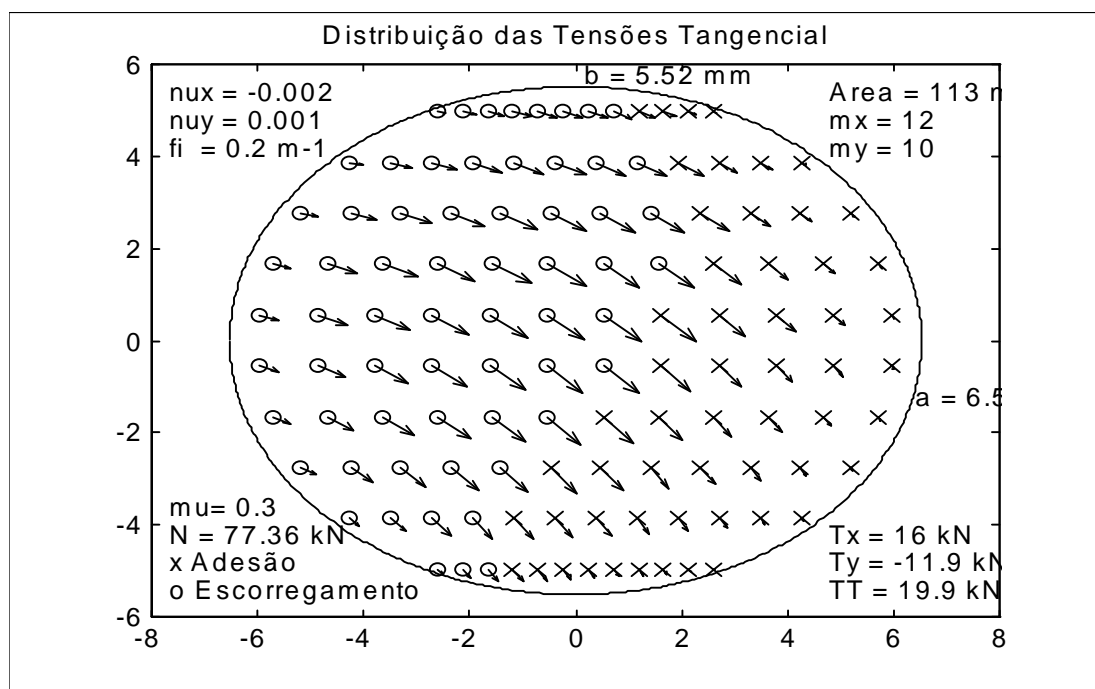


Figura B.13 - Distribuição das Tensões Tangenciais de Contato

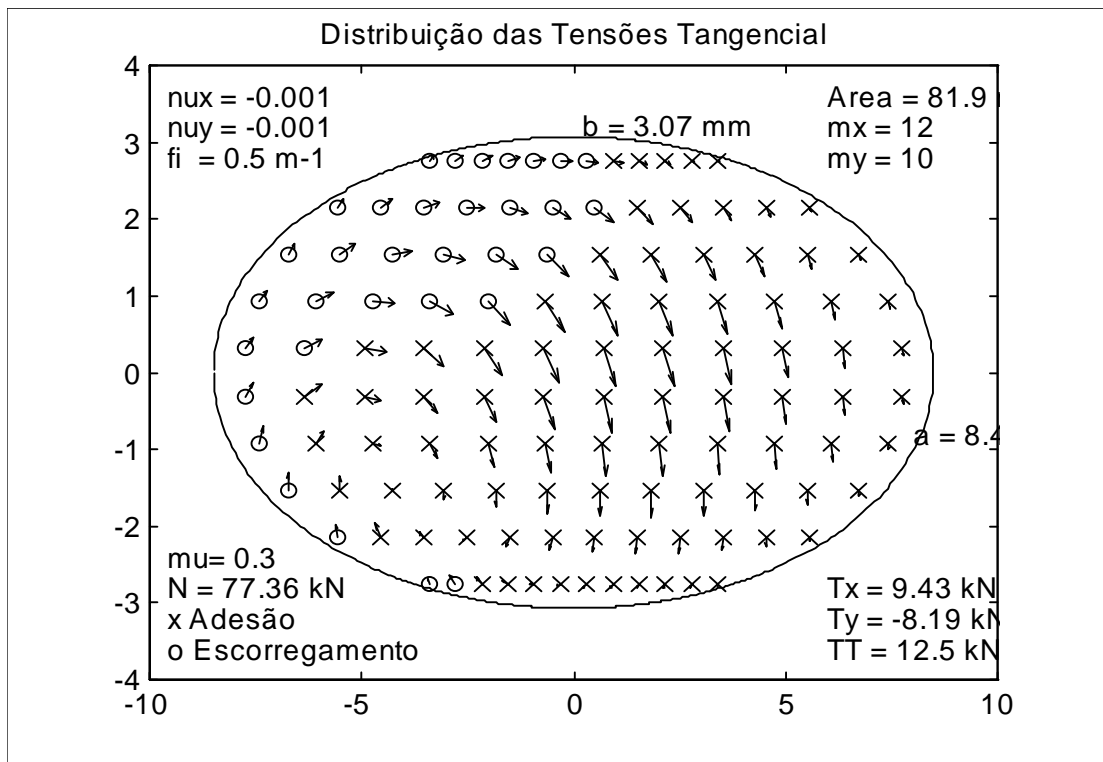


Figura B.14 - Distribuição das Tensões Tangenciais de Contato (spin elevado)

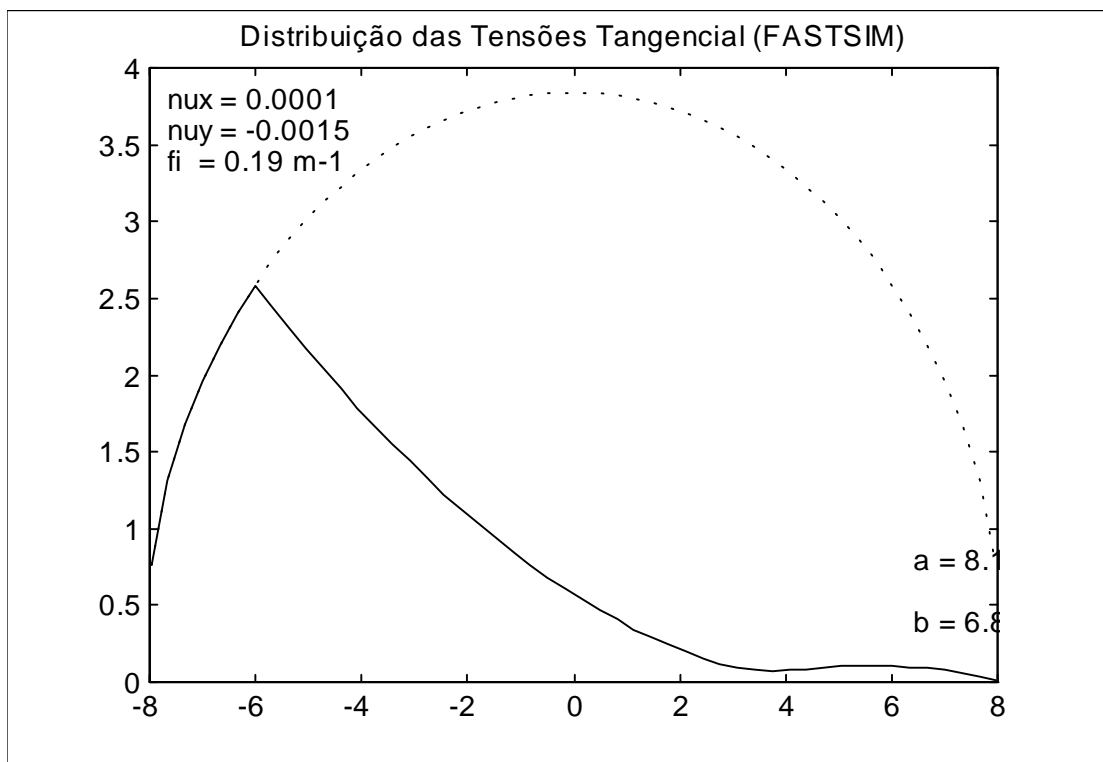


Figura B.15 - Distribuição das Tensões Tangenciais de Contato (Baixa solicitação)

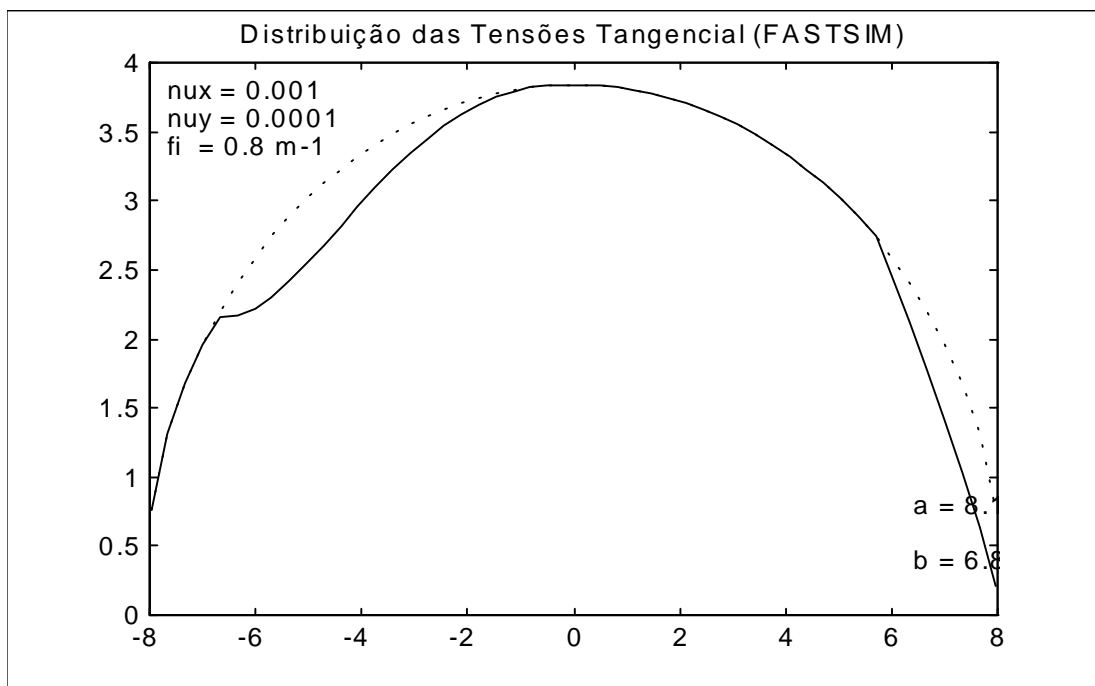


Figura B.16 - Distribuição das Tensões Tangenciais de Contato (spin elevado)

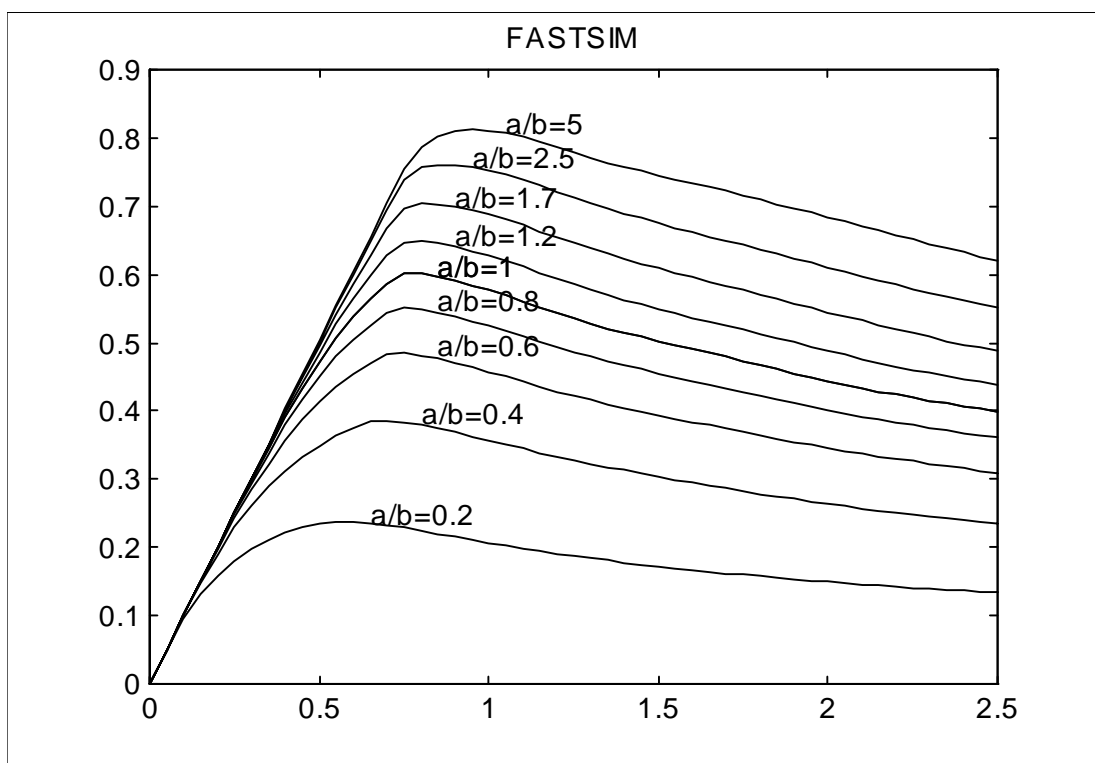


Figura B.17 - Solicitação Normalizada em Função do Escorregamento de Rotação

Anexo C

C. Verificação Experimental do Coeficiente de Rigidez Tangencial de Contato

Neste anexo, são apresentados os resultados completos, das medidas experimentais do coeficiente de rigidez tangencial de contato. Além disto, os detalhes de cálculos das forças gravitacionais e respectivas projeções no plano de contato, são deduzidas.

C.1 Introdução

Os resultados completos das medidas experimentais, do coeficiente de rigidez tangencial de contato, realizadas no Laboratoire des Technologies Nouvelles (LTN) do Institut National de Recherche sur le Transporte et leur Sécurité (INRETS) na França (BARBOSA, 1996), são apresentados.

As medidas foram realizadas sobre um dispositivo de ensaio composto de um cilindro, que rola sobre uma superfície plana, onde foram medidas a força lateral e o ângulo de ataque da roda, sobre diferentes cargas normais e condições da superfície. Estes valores, permitem calcular os coeficientes de rigidez tangencial de contato.

C.2 Disposição do Ensaio

O dispositivo utilizado para a realização do ensaio, consiste em uma roda, guiada por um sistema deslizante retilíneo, que rola sobre uma superfície metálica plana. Sistema de medição de força lateral e sistema de controle e medida de ângulo de direção.

O roda está suportada por mancais de rolamento, fixados a uma estrutura (carro), ligada ao sistema deslizante, por meio de três tirantes articulados. Este sistema permite que o carro se movimente livremente, na direção vertical. Um dos tirantes contem uma célula de carga, que mede as forças laterais. Outro, possui um parafuso com rosca micrométrica, que controla o ângulo do movimento da roda em relação a direção do movimento (ângulo de ataque).

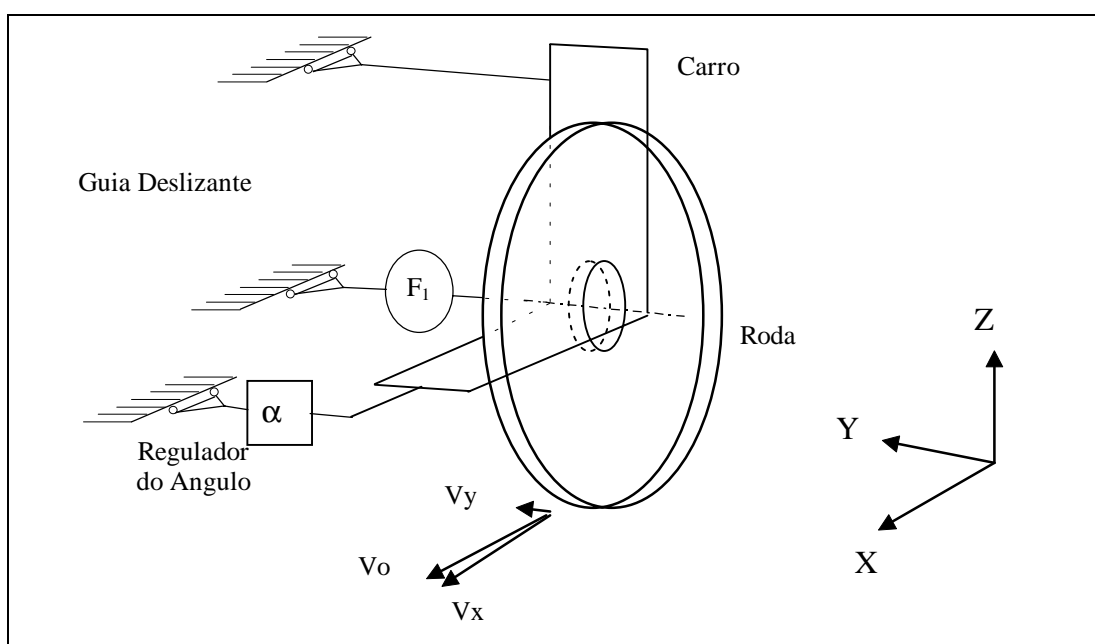


Figura C.1 - Dispositivo de Ensaio

A roda possui um diâmetro de 0.250 metros e raio de arredondamento da superfície de 0.125 metros. Como sistema deslizante, foi utilizado o barramento de um torno universal, cujo carro foi alterado para receber a fixação do sistema de tirantes. Uma chapa de aço plana e retificada (0.60 x 0.56 m), foi utilizada como base de rolamento da roda.

O sistema para medida de ângulo, deve possuir precisão suficiente, para identificar ângulos menores que décimos de mili radianos. Para tanto, um sistema de referência

externo foi utilizado para evitar eventuais deflexões, devido a rigidez do dispositivo. A Figura C.2, apresenta um diagrama do sistema de medidas, com dois relógios comparadores.

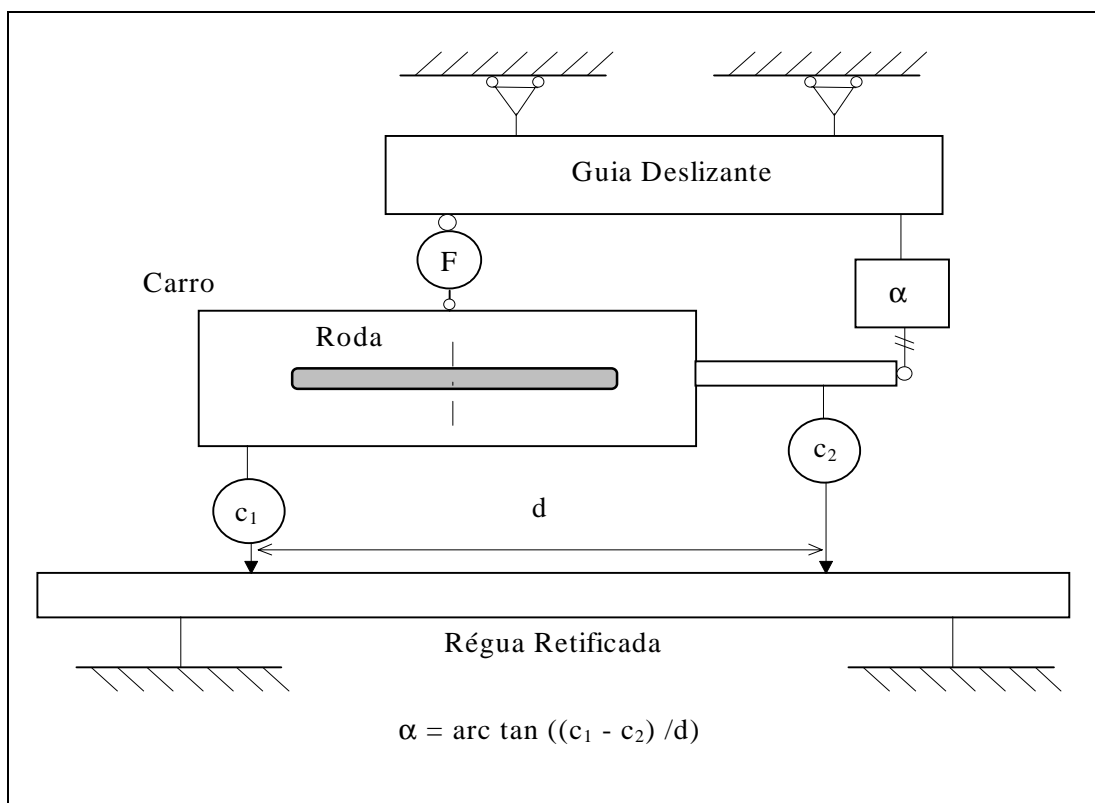


Figura C.2 - Diagrama para Medida do Ângulo de Ataque

A medida de força na região de contato também requer um tratamento especial, devida a impossibilidade de fixação da célula de carga naquela região. A Figura C.2, mostra o esquema utilizado para corrigir, os valores medidos.

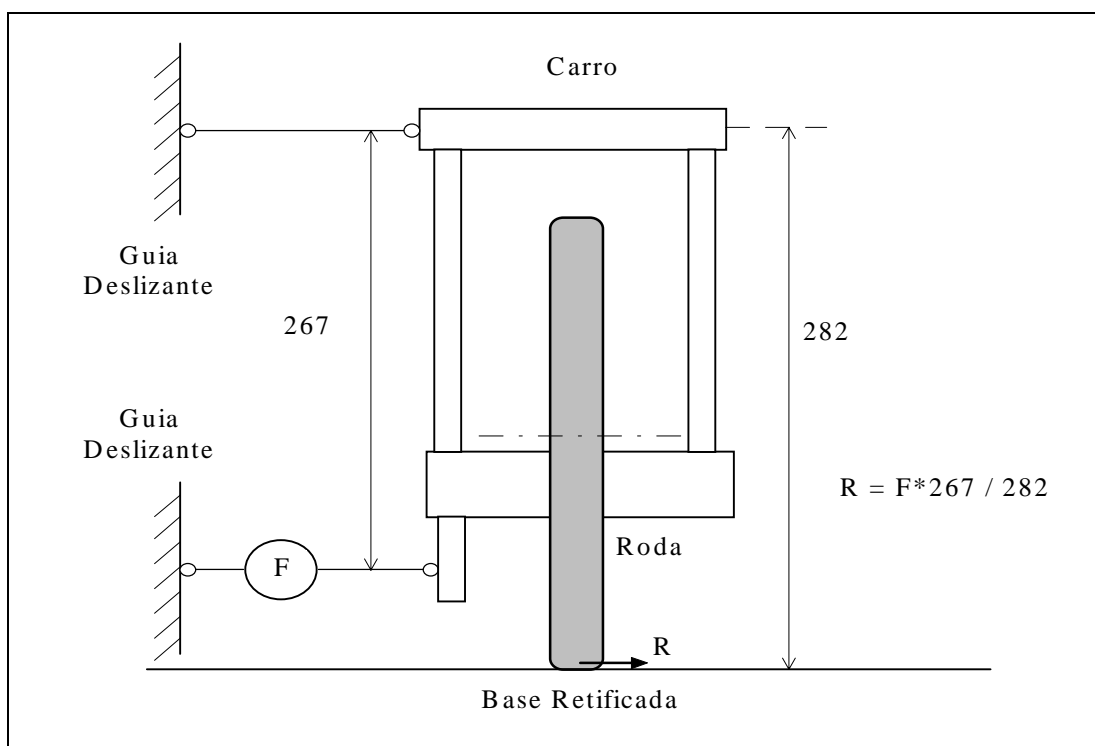


Figura C.3 - Constante de Correção das Forças no Ponto de Contato

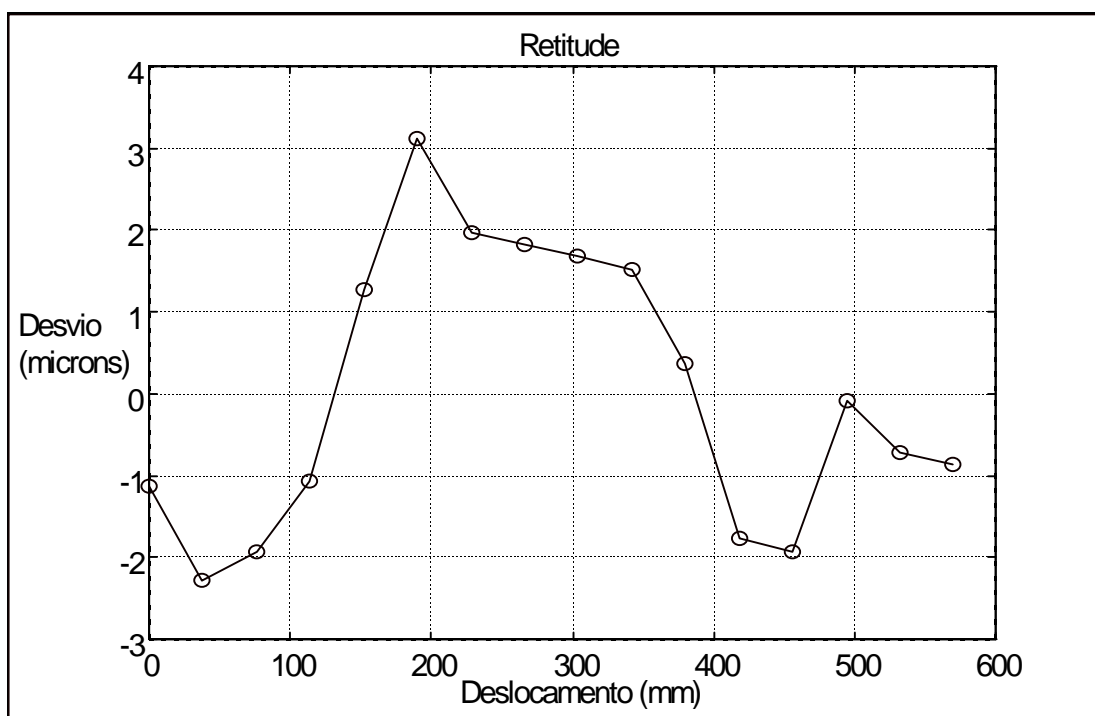


Figura C.4 - Gráfico dos Erros de Retitude do Sistema de Deslizamento

A retitude do sistema de direcionamento foi avaliado por medida direta, com auxílio de relógio comparador, utilizando como referência, uma barra metálica retificada com tolerância micrométrica. O erro máximo identificado de retitude do sistema de deslizamento (barramento do torno), foi da ordem de 3 micros, após uma seqüência de medidas, alterando o sentido da barra de referência (redução do erro próprio).

C.3 Resultados

Os resultados dos ensaios foram previamente tratados, pois a cada valor de ângulo adotado a força tangencial desenvolvida, cresce até o valor de regime (fechamento de folgas) e oscila em torno do valor médio devido as imperfeições das superfícies e rigidez dos dispositivos. Portanto para cada par de pontos obtidos em cada ensaio: ângulo e força estabilizada média, obtém-se um ponto do gráfico de rigidez de contato. A Figura C.5, mostra um gráfico típico, com resultados de uma bateria de ensaios para uma condição de pista (seca ou com óleo) e um valor de carga vertical.

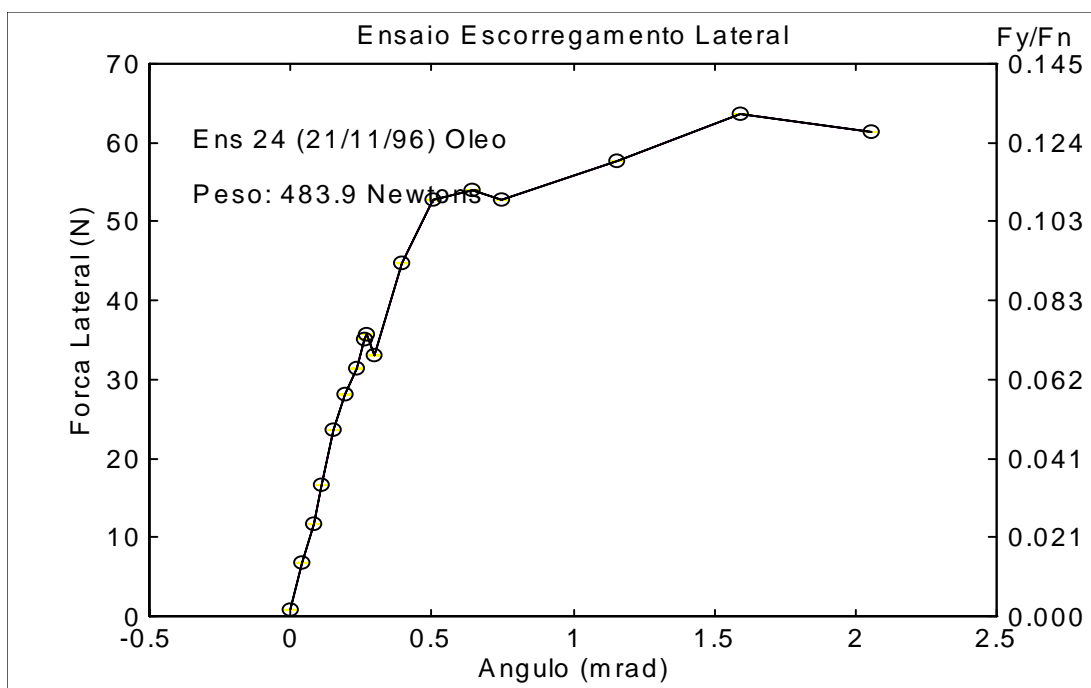


Figura C.5 - Gráfico Típico de Resultados de Ensaio

Através da seleção dos pontos mais próximos de zero, pode-se calcular a inclinação da curva, na origem que corresponde à rigidez tangencial do contato. Note que é necessário, uma série de pontos (no mínimo dois), para poder calcular um valor estatisticamente representativo (método dos mínimos quadrados), da inclinação na origem.

Para finalizar a análise, foi traçado sobre o mesmo gráfico, a curva teórica saturada (calculada a partir do ponto mais alto) com auxílio da rotina FASTSIM, que permite comparar os resultados em sua totalidade.

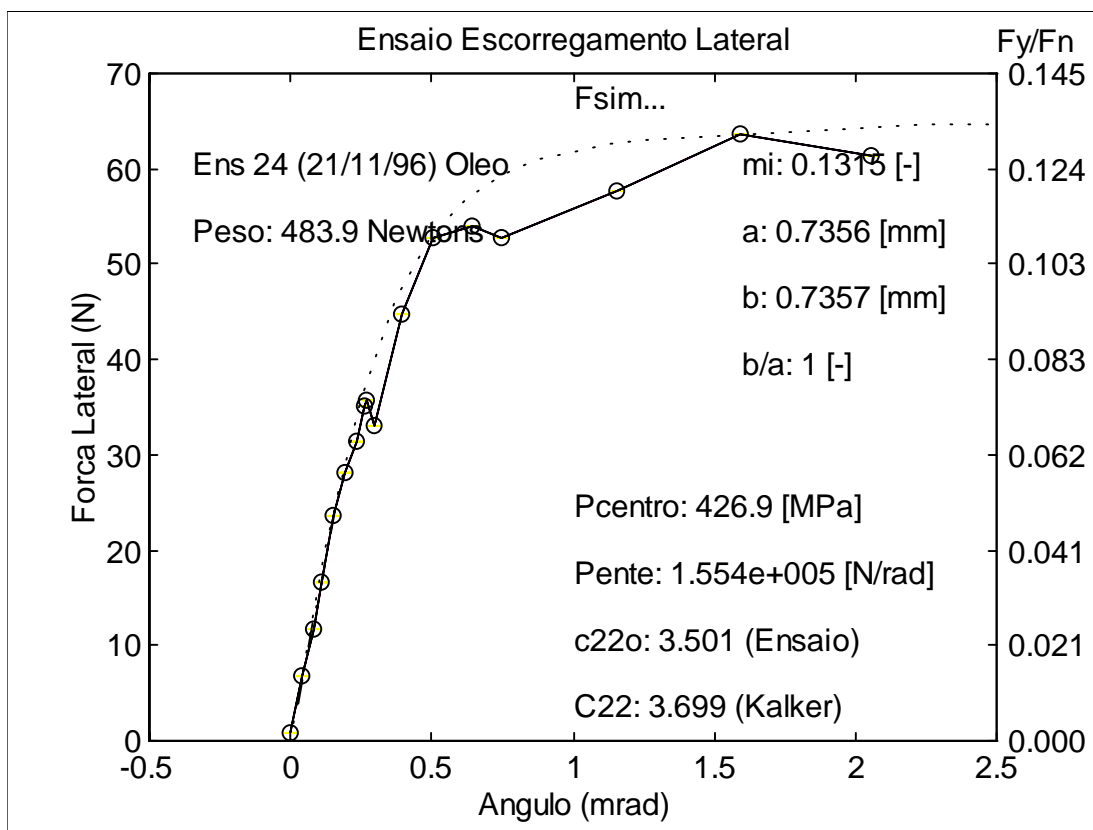


Figura C.6 - Gráfico Típico de Resultados Finais com a Curva Saturada

C.4 Variação do Atrito em Função da Velocidade

Observou-se grande variação da medida do coeficiente de atrito, com óleo mineral sobre a superfície. Com objetivo de identificar esta função de variação do coeficiente de atrito em função da velocidade, uma bateria de ensaios foi realizada.

Cada ensaio foi realizado em uma velocidade diferente, para dois valores de peso (27.0 kg e 50.6 kg). O ângulo utilizado, foi suficiente para em cada caso saturar completamente a força lateral. Os valores máximos, foram identificados e estão apresentados na C.7 em função das velocidades correspondentes.

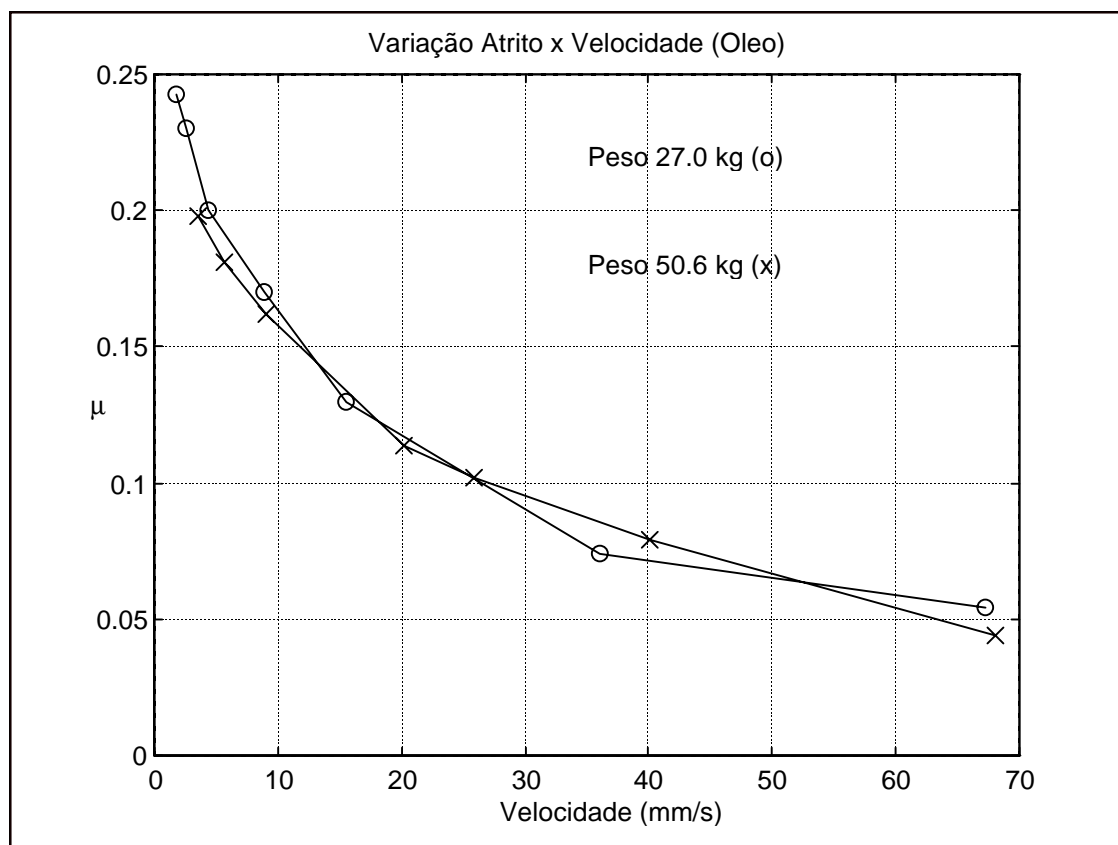


Figura C.7 - Variação do Atrito em Função da Velocidade

Nas próximas figuras, são apresentados os resultados dos ensaios realizados em laboratório, para as medidas do coeficiente de rigidez tangencial de contato.

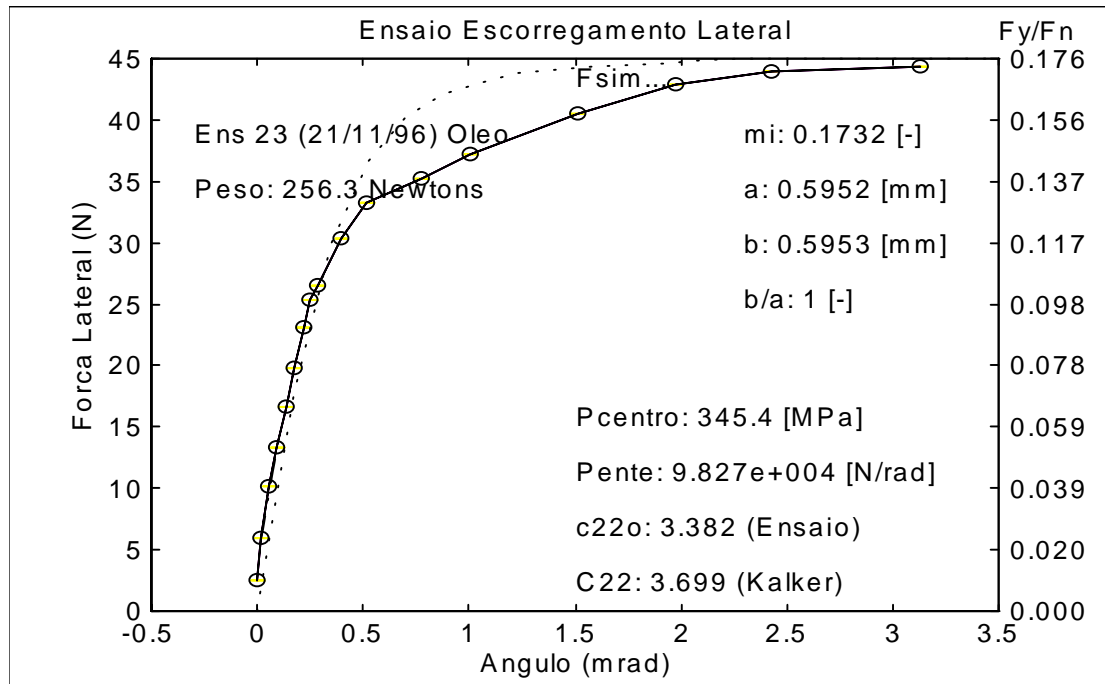


Figura C.8 - Resultados da Curva de Saturação do Contato (com óleo)

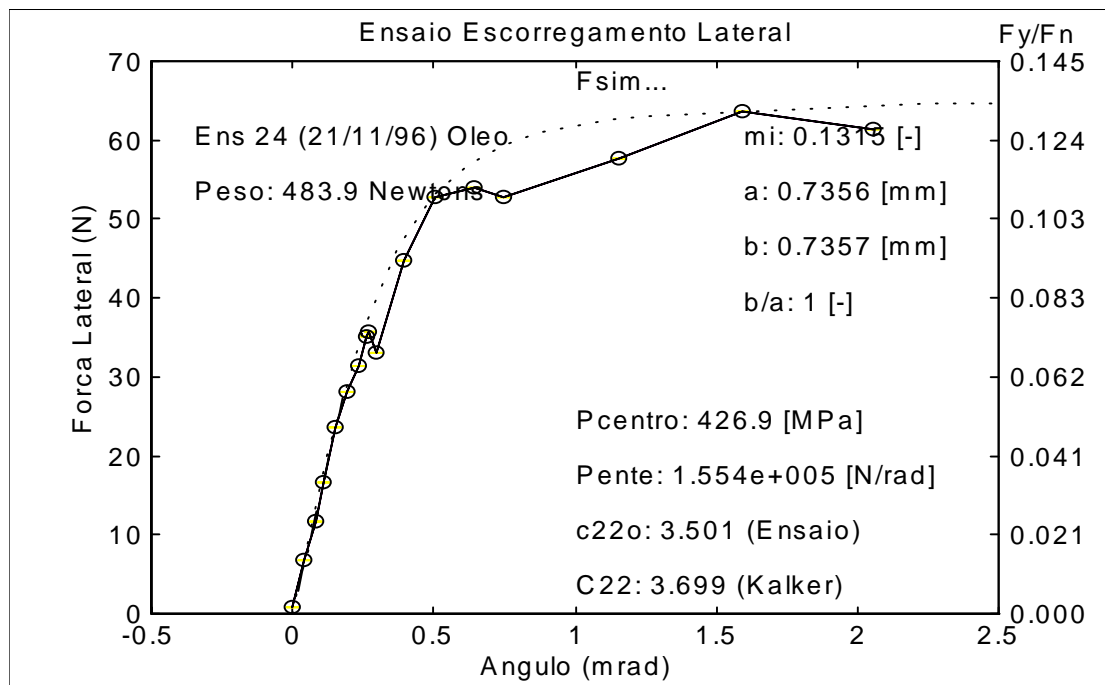


Figura C.9 - Resultados da Curva de Saturação do Contato (com óleo)

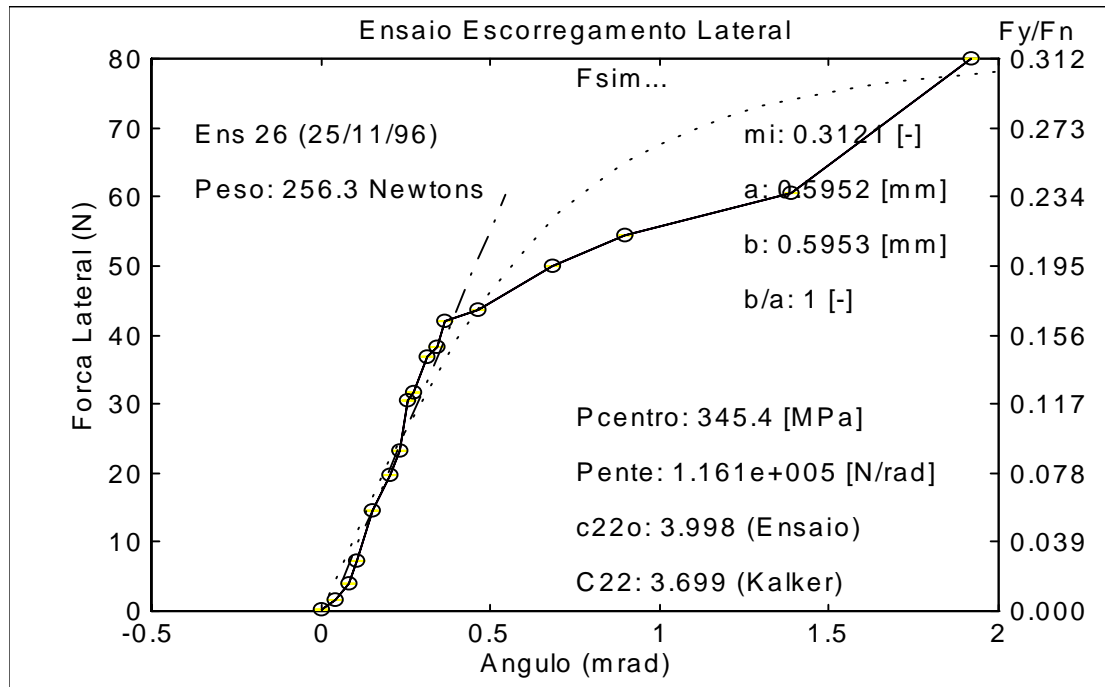


Figura C.10 - Resultados da Curva de Saturação do Contato

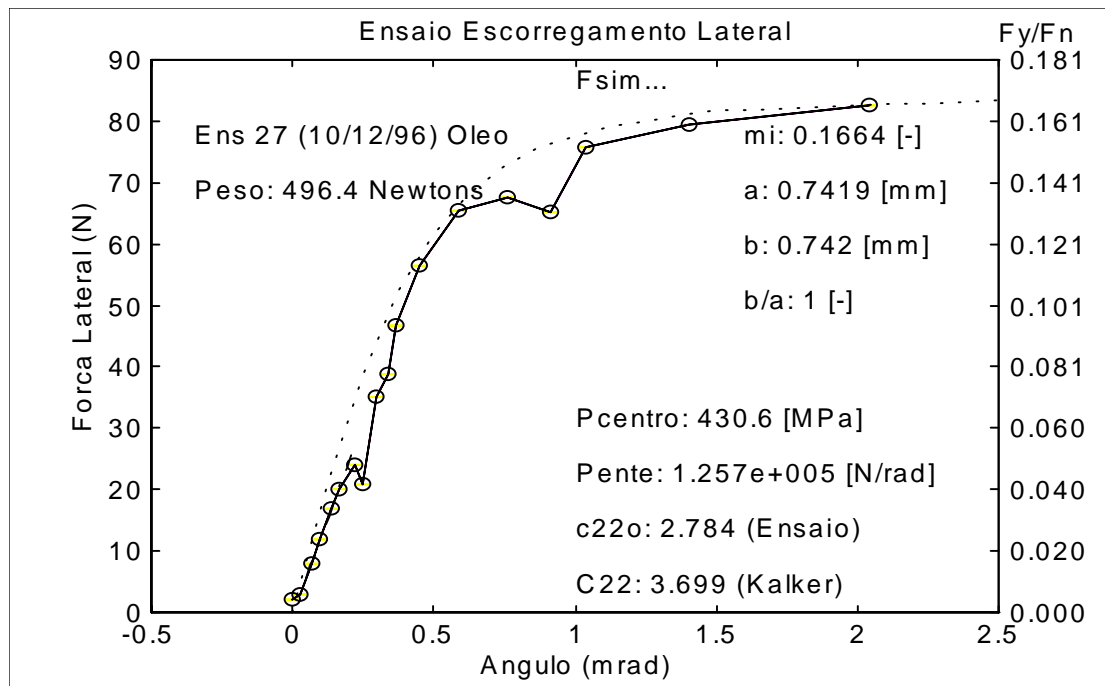


Figura C.11 - Resultados da Curva de Saturação do Contato (com óleo)

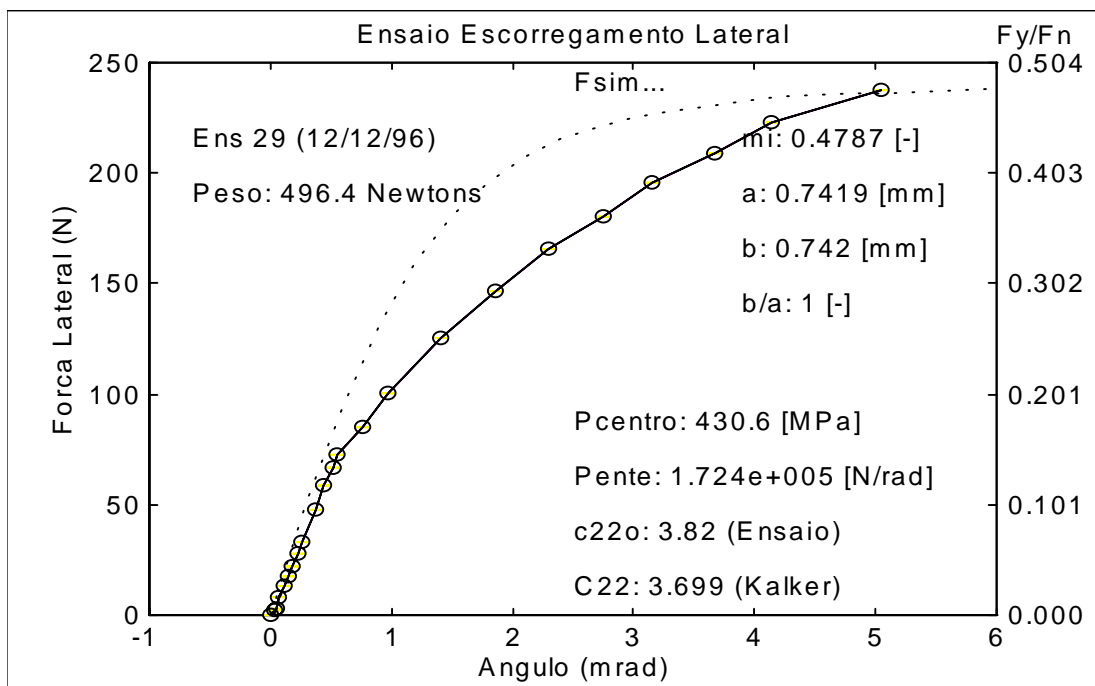


Figura C.12 - Resultados da Curva de Saturação do Contato

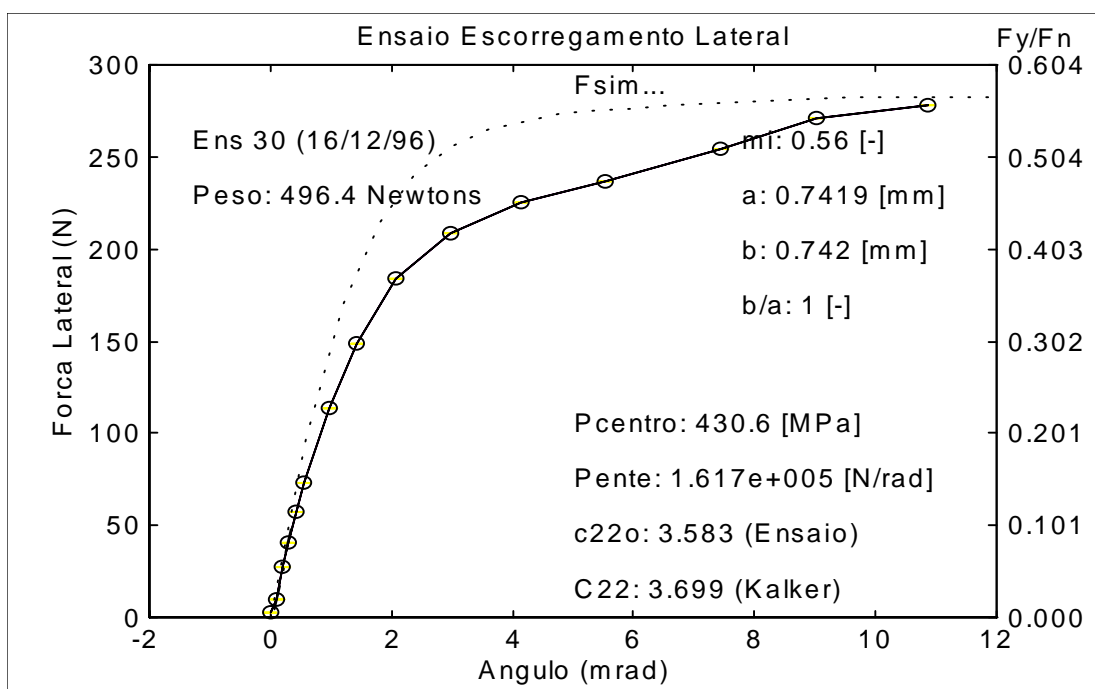


Figura C.13 - Resultados da Curva de Saturação do Contato

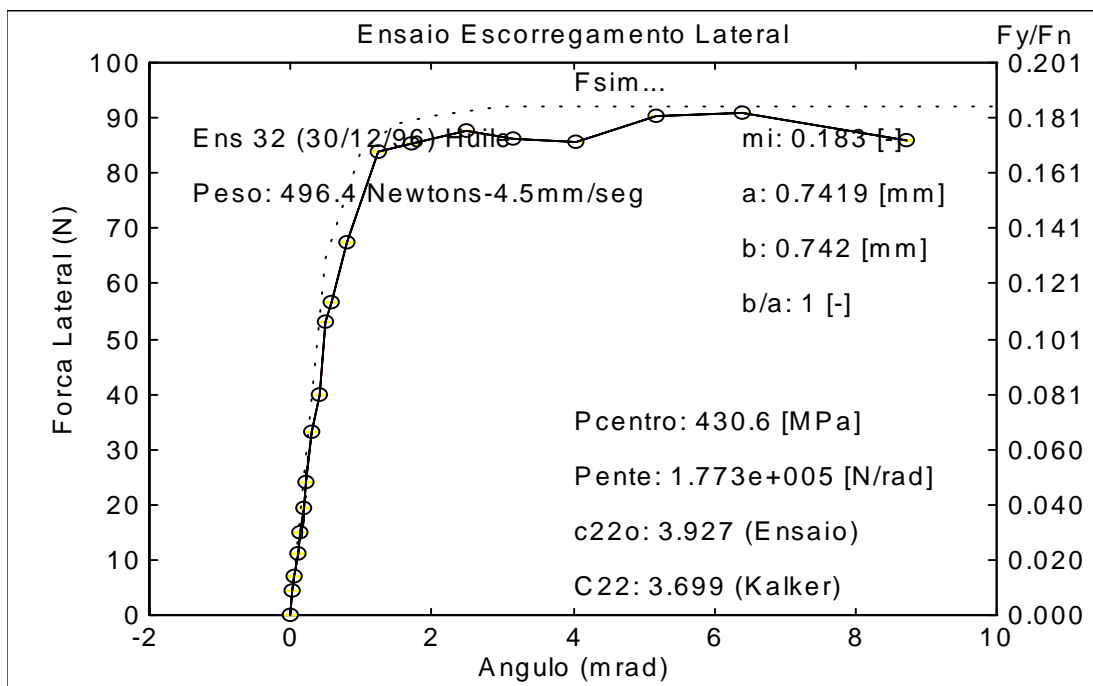


Figura C.14 - Resultados da Curva de Saturação do Contato (com óleo)

C.5 Conclusões

A teoria linear proposta por Kalker, foi verificada neste estudo e os valores de inclinação na origem, que correspondem ao coeficiente de rigidez tangencial de contato entre dois sólidos obtidos, foram comparáveis aos valores tabulados. Observou-se uma boa concordância entre os resultados experimentais e a curva de saturação teórica, calculada com auxílio da rotina FASTSIM.

Foram obtidos valores de coeficiente de atrito, para a superfície seca e limpa com acetona (tipicamente 0.55) e para superfície com óleo, que dependem da velocidade (tipicamente 0.18 à 5 mm/s).

C.6 Coeficiente de Atrito

Para o cálculo da saturação da força de contato, é necessário o conhecimento do valor do coeficiente de atrito entre a roda e o trilho. Cuidados especiais devem ser tomados para escolha deste valor, pois no caso particular de curvas, é comum utilizar graxa na face lateral do trilho, o que acarreta valor diferenciado, para cada posição da roda.

Valores experimentais de coeficiente de atrito entre roda e trilho, medidos em campo, foram obtidos por Lyon (Heavy Hall; 1982), para diferentes condições climáticas. Os valores estatísticos e respectiva distribuição do coeficiente de atrito são:

- $\mu_{\text{médio}} = 0,266 - 1 \text{ desvio padrão } 0.0514$
- $\mu_{\text{chuva}} = 0,204 - 1 \text{ desvio padrão } 0.0478$

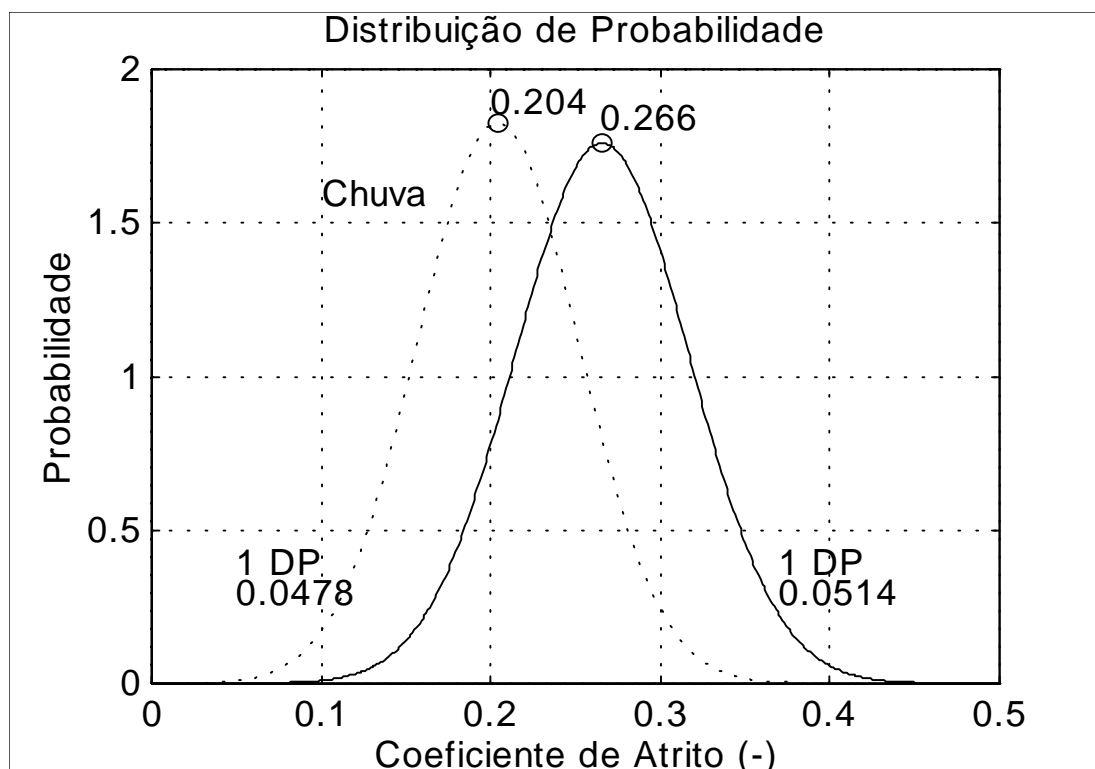


Figura C.15 - Distribuição de Probabilidade do Coeficiente de Atrito

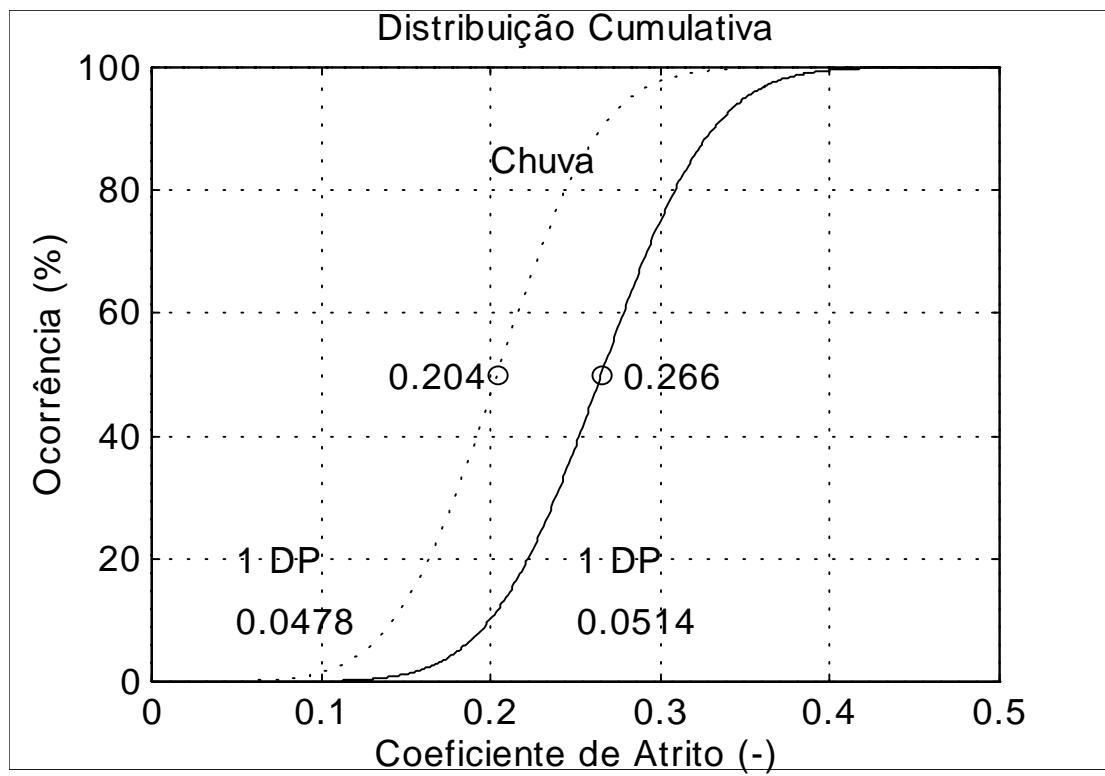


Figura C.16 - Distribuição Cumulativa do Coeficiente de Atrito

D. Determinação das Forças no Plano de Contato

As forças no contato, são produzidas pelo efeito gravitacional e pela dinâmica vertical e lateral do rodeiro. Para o cálculo das forças de contato, é conveniente projetar estas forças, no plano de contato. A Figura D.17, mostra a projeção da força vertical (V) e lateral (L) no plano de contato de ângulo α em relação a horizontal.

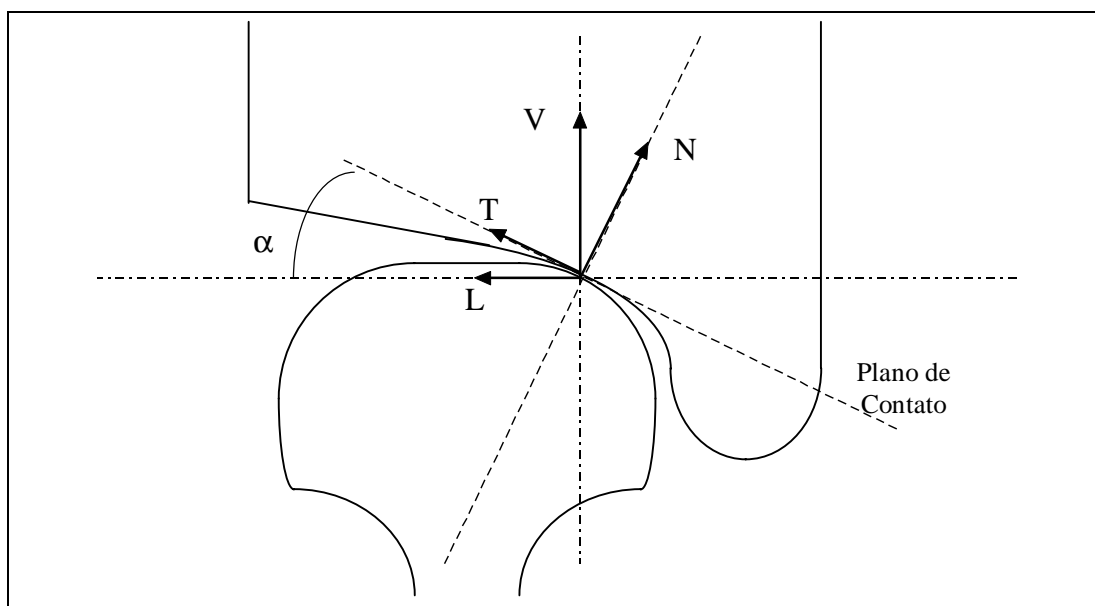


Figura D.17 - Distribuição das Forças no plano de contato

A força vertical V_E e V_D , são obtidas a partir do equilíbrio de momentos no plano ZY. A primeira parcela é produzida pela força vertical F_z , desenvolvida pela aceleração da gravidade e dinâmica vertical, aplicadas à massa do rodeiro multiplicada pela metade da distância, entre os apoios (d_2). A segunda e terceira parcelas, correspondem ao momento da força lateral F_y , multiplicado pelo raio nominal de rolamentos r_o e do momento (M_{xx}) no eixo x. As próximas expressões, mostram estes valores:

$$V_E = -\frac{F_z d_2 - F_y r_o + M_{xx}}{(d_1 + d_2)} \quad (\text{C.1})$$

$$V_D = -\frac{F_z d_1 + F_y r_o - M_{xx}}{(d_1 + d_2)} \quad (\text{C.2})$$

A resultante da projeção da força vertical e lateral é identificada como força normal (N) ao plano de contato e força tangencial (T) e descritas pelas formulas:

$$T = +L \cos(\alpha) + V \sin(\alpha) \quad (\text{C.3})$$

$$N = -L \sin(\alpha) + V \cos(\alpha) \quad (\text{C.4})$$

ou na forma matricial por:

$$\begin{Bmatrix} T \\ N \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \alpha & \sin \alpha \\ -\sin \alpha & \cos \alpha \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} L \\ V \end{Bmatrix} \quad (\text{C.5})$$

O valor da força normal (N), é utilizado para a determinação da elipse de contato. A proporção da dimensão da elipse (a/b), permite identificar os coeficientes de Kalker (C_{11} e C_{22}) e calcular a rigidez de contato (G ab C_{11} e G ab C_{22}). Os movimentos de corpo rígido do rodeiro produzem os escorregamentos, que permitem calcular as forças tangenciais de contato (mecânica de contato), nas direções lateral (F_y) e longitudinal (F_x), no plano de contato.

Uma vez calculadas as forças tangenciais no plano de contato, o retorno ao plano vertical é realizado pela transformação inversa.

$$L = T \cos(-\alpha) + N \sin(-\alpha) \quad (\text{C.6})$$

$$V = -T \sin(-\alpha) + N \cos(-\alpha) \quad (\text{C.7})$$

Considerando, que a força normal, não se altera durante os cálculos dos escorregamentos tangenciais, pode-se substituir N , por suas componentes. Para ângulos pequenos, e termos em seno^2 desprezíveis, obtém-se:

$$L = T \cos(\alpha) - (-L \text{sen}(\alpha) + V \cos(\alpha)) \text{sen}(\alpha) \quad (\text{C.8})$$

$$L = T \cos(\alpha) - V \cos(\alpha) \text{sen}(\alpha) \quad (\text{C.9})$$

Observa-se que o segundo termo ($V \cos(\alpha) \text{sen}(\alpha)$) corresponde a projeção da força gravitacional. Desta, forma obtém-se o valor da força lateral no contato, a partir do conhecimento do estado de forças iniciais, projeção no plano de contato via transformação, aplicando a mecânica de contato para cálculo das forças tangenciais e retorno ao sistema de coordenadas inicial. Especial atenção deve ser tomada, na determinação da força lateral antes do início do processo de cálculo.

Observe que, considerando a força tangencial máxima no plano de contato limitada pela lei de Coulomb ($T = \mu N$), pode-se obter a expressão de Nadal, dividindo as duas expressões:

$$L = +T \cos(\alpha) + N \text{sen}(\alpha) \quad (\text{C.10})$$

$$V = -T \text{sen}(\alpha) + N \cos(\alpha) \quad (\text{C.11})$$

$$\frac{L}{V} = \frac{\mu + \tan(\alpha)}{1 - \mu \tan(\alpha)} \quad (\text{C.12})$$

A relação L/V , expressa o limite, a partir do qual o rodeiro tem condições para desenvolver movimento no sentido de descarrilamento. É portanto, um índice de segurança do rodeiro. A relação, embora simplificada, permite obter facilmente valores a partir da condição geométrica do contato (ângulo de contato) e da condição da superfície (coeficiente de atrito). A expressão de Nadal é conservadora, sendo que valores mais precisos foram obtidos, considerando a mecânica de contato e dinâmica completa do rodeiro (Pascal, 1992).

Anexo E

E. Detalhes de Modelagem da Via

E.1 Super Elevação da Via

A introdução da super elevação da via, na simulação, pode ser realizada de diferentes maneiras. A proposição do 2# Benchmark do IAVSD, sugere que, a super-elevação, seja linearmente crescente, ao longo da curva de transição. A implementação deste método é bastante simples, produzindo entretanto transitórios indesejáveis no início e fim do trecho. Alternativa mais suave, foi buscada, utilizando a função co-seno. O ângulo de inclinação α , da via conforme mostrado na Figura E.1, é obtido pela relação apresentada na seguinte equação:

$$\alpha = a \tan\left(\frac{cant}{2bo} F\right) \quad (D.1)$$

onde $cant$ é o valor máximo da super elevação, $2 bo$ a bitola da via e F a função unitária de variação do super elevação para o tempo qualquer t .

$$F = \frac{1 - \cos(\omega t - \phi)}{2} \quad (D.2)$$

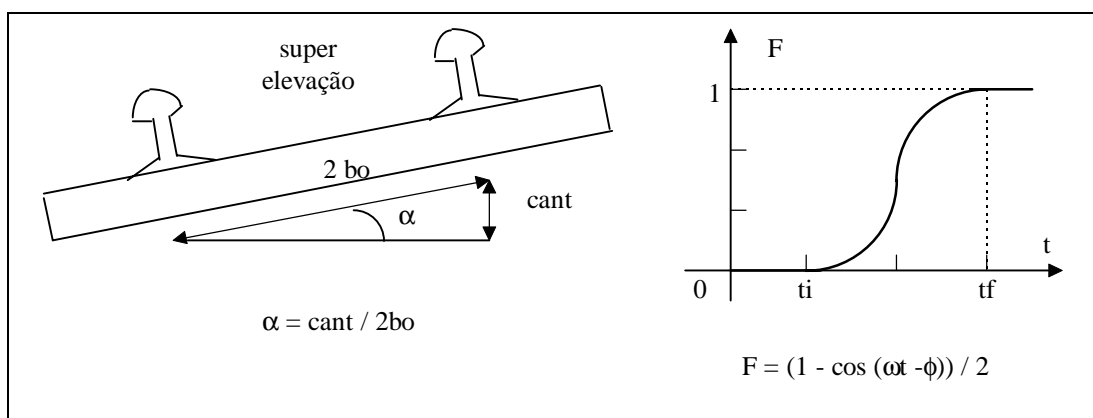


Figura E.1 - Posição de Super Elevação

Definido o início da super elevação como t_i e final como t_f , como $\omega = 2\pi f$ e $f = 1/T$ e $T = 2(t_f - t_i)$ obtém-se, $\omega = \pi / (t_f - t_i)$. Como o atraso ϕ é dado por $\phi = \pi t_i / (t_f - t_i)$ e substituindo na expressão acima tem-se:

$$F = 0.5 \left(1 - \cos \left(\frac{\pi(t - t_i)}{t_f - t_i} \right) \right) \quad (D.3)$$

E.2 Modelagem do Ângulo do Desvio

A modelagem realizada para o ângulo de desvio da via, foi baseada na transição circular de pequeno raio (grande curvatura). O ângulo do desvio, conhecido no meio ferroviário, como aparelho de mudança de via (amv), correspondente ao ângulo formado entre a direção do trilho da linha principal e o trecho de trilho reto da ponta de agulha. Está baseado na representação desta mudança de direção por um pequeno trecho de círculo com (pequeno raio).

Para tanto, supõe-se que, o rodeiro que trafega a uma velocidade constante sobre o amv, percorra este trecho de círculo, durante o intervalo de integração do programa

de calcula o comportamento dinâmico. Isto, corresponde praticamente, a uma mudança instantânea de direção.

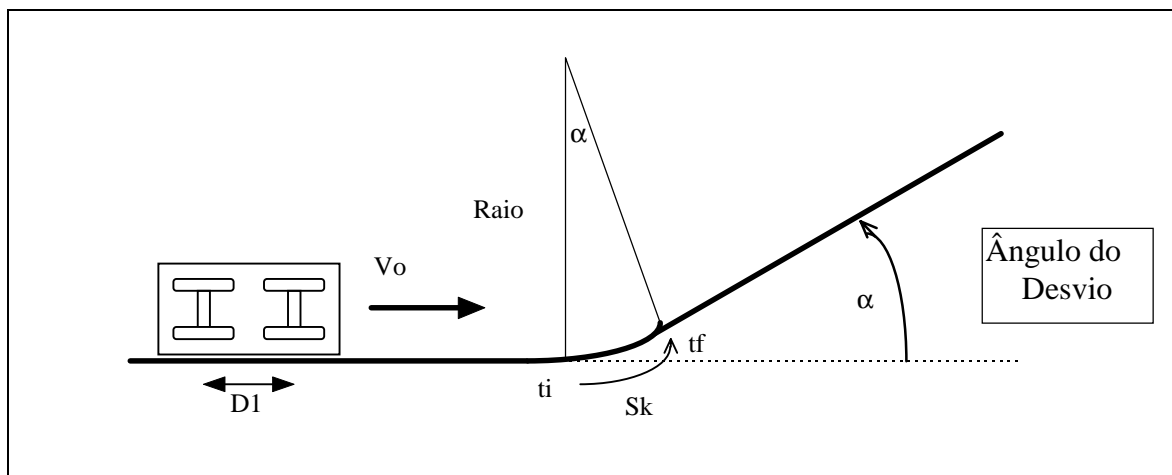


Figura E.2 - Descrição do Ângulo do Desvio

Então, para uma velocidade V_o , o tempo de passagem sobre o comprimento deste arco, corresponde a $\Delta t = S_k / V_o$. Portanto o raio decorrente desta formulação é

$$R = \frac{V_o \Delta t}{\alpha} \text{ pois } \alpha = \frac{S_k}{R} \quad (\text{D.4})$$

Assim sendo, para representar a entrada do ângulo de desvio, é suficiente conduzir o corpo de via, por uma trajetória correspondente a uma curva de raio R , por um intervalo de tempo de integração Δt .

F. Anexo F

F.1 Diagrama da Suspensão do Veículo

Neste anexo estão apresentados, os detalhes das características da suspensão do veículo utilizada nas simulações. As informações, foram retiradas do IAVSD *Benchmark Model #2 - Railway Bogie Vehicle* (Kik, 1991). A seguir, são apresentadas figuras, com a disposição dos corpos e localização dos nós, onde são aplicados os elementos de suspensão.

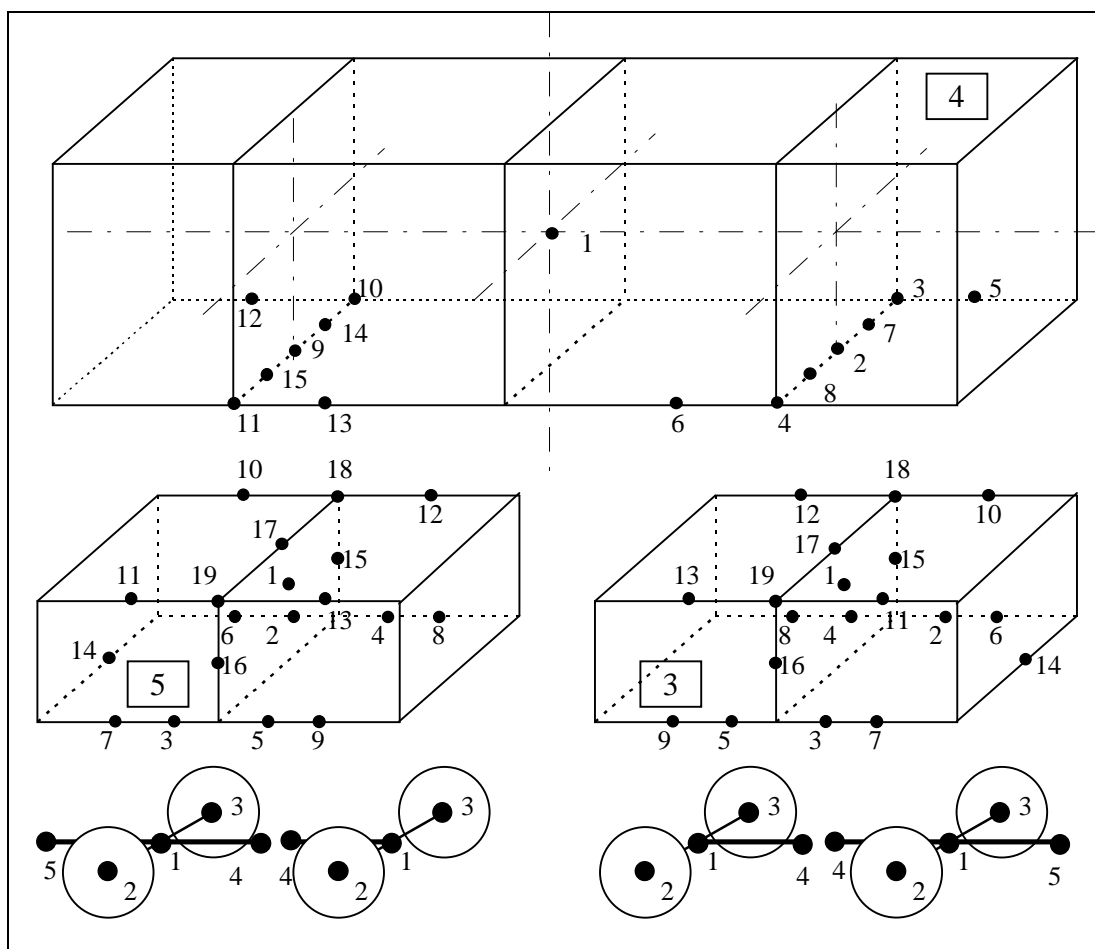


Figura F.1 - Localização dos Nós

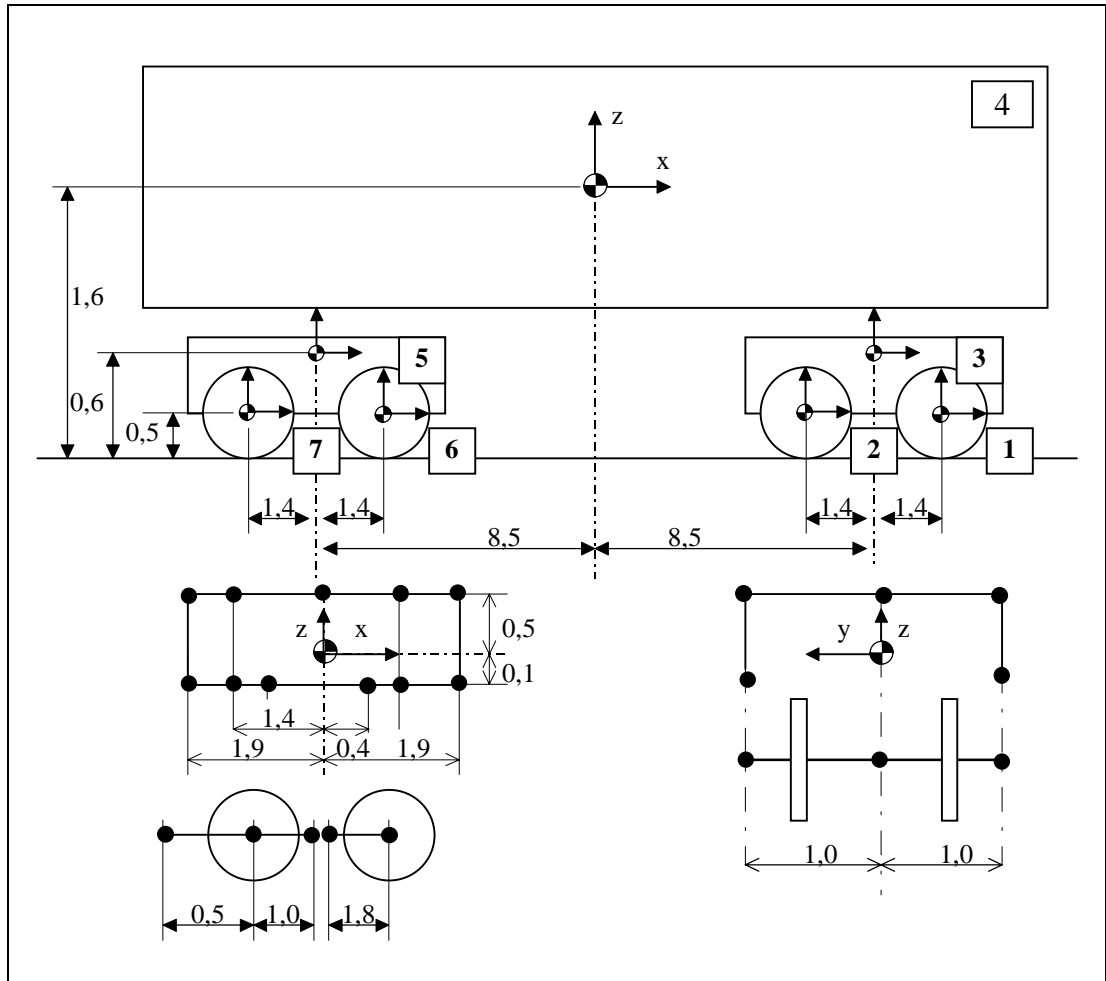


Figura F.2 - Disposição dos Corpos e Dimensões Gerais

F.2 Características da Suspensão Secundária

As características da suspensão secundária estão apresentadas nas próximas tabelas:

Tabela F.1 - Eixo de Tração da Suspensão Secundária

Nome	Valor	Direção	Unidade	Corpo	Nó	Corpo	Nó
TR01	1.0×10^8	Long.	N/m	4	2	3	17
TR01	1.0×10^8	Long.	N/m	4	9	5	17

Tabela F.2 - Batente Lateral da Suspensão Secundária (com folga de 10 mm)

Nome	Valor	Direção	Unidade	Corpo	Nó	Corpo	Nó
BP01	1.0×10^{10}	Lateral	N/m	4	7	3	17
BP02	1.0×10^{10}	Lateral	N/m	4	8	3	17
BP03	1.0×10^{10}	Lateral	N/m	4	14	5	17
BP04	1.0×10^{10}	Lateral	N/m	4	15	5	17

Tabela F.3 - Rigidez e Amortecimento Vertical (Suspensão Secundária)

Nome	Valor	Direção	Unidade	Corpo	Nó	Corpo	Nó
SV01	3.0×10^5	Vertical	N/m	4	3	3	15
SV01	1.0×10^4	Vertical	Ns/m	4	3	3	15
SV02	3.0×10^5	Vertical	N/m	4	4	3	16
SV02	1.0×10^4	Vertical	Ns/m	4	4	3	16
SV03	3.0×10^5	Vertical	N/m	4	10	5	15
SV03	1.0×10^4	Vertical	Ns/m	4	10	5	15
SV04	3.0×10^5	Vertical	N/m	4	11	5	16
SV04	1.0×10^4	Vertical	Ns/m	4	11	5	16

Tabela F.4 - Rigidez e Amortecimento Longitudinal (Suspensão Secundária)

Nome	Valor	Direção	Unidade	Corpo	Nó	Corpo	Nó
SL01	4.0×10^5	Long.	N/m	4	3	3	18
SL01	1.0×10^4	Long.	Ns/m	4	3	3	18
SL02	4.0×10^5	Long.	N/m	4	4	3	19
SL02	1.0×10^4	Long.	Ns/m	4	4	3	19
SL03	4.0×10^5	Long.	N/m	4	10	5	18
SL03	1.0×10^4	Long.	Ns/m	4	10	5	18
SL04	4.0×10^5	Long.	N/m	4	11	5	19
SL04	1.0×10^4	Long.	Ns/m	4	11	5	19

Tabela F.5 - Rigidez e Amortecimento Lateral (Suspensão Secundária)

Nome	Valor	Direção	Unidade	Corpo	Nó	Corpo	Nó
ST01	4.0×10^5	Lateral	N/m	4	3	3	22
ST01	1.0×10^4	Lateral	Ns/m	4	3	3	22
ST02	4.0×10^5	Lateral	N/m	4	4	3	22
ST02	1.0×10^4	Lateral	Ns/m	4	4	3	22
ST03	4.0×10^5	Lateral	N/m	4	10	5	22
ST03	1.0×10^4	Lateral	Ns/m	4	10	5	22
ST04	4.0×10^5	Lateral	N/m	4	11	5	22
ST04	1.0×10^4	Lateral	Ns/m	4	11	5	22

Tabela F.6 - Rigidez e Amortecedor Torcional (Suspensão Secundária em Série)

Nome	Valor	Direção	Unidade	Corpo	Nó	Corpo	Nó
SY01	8.0×10^6	Torção z	Nm/rad	4	5	3	20
SY01	2.0×10^5	Torção z	Nms/rad	4	5	3	20
SY02	8.0×10^6	Torção z	Nm/rad	4	6	3	21
SY02	2.0×10^5	Torção z	Nms/rad	4	6	3	21
SY03	8.0×10^6	Torção z	Nm/rad	4	12	5	20
SY03	2.0×10^5	Torção z	Nms/rad	4	12	5	20
SY04	8.0×10^6	Torção z	Nm/rad	4	13	5	21
SY04	2.0×10^5	Torção z	Nms/rad	4	13	5	21

F.3 Características da Suspensão Primária

As características da suspensão primária, estão apresentadas nas próximas tabelas:

Tabela F.7 - Rigidez Longitudinal da Suspensão Primária

Nome	Valor	Direção	Unidade	Corpo	Nó	Corpo	Nó
pl1	4.0×10^6	Long.	N/m	3	2	1	2
pl2	4.0×10^6	Long.	N/m	3	3	1	3
pl3	4.0×10^6	Long.	N/m	3	4	2	2
pl4	4.0×10^6	Long.	N/m	3	5	2	3

Tabela F.8 - Rigidez Lateral da Suspensão Primária

Nome	Valor	Direção	Unidade	Corpo	Nó	Corpo	Nó
pt1	4.0×10^6	Lateral	N/m	3	6	1	2
pt2	4.0×10^6	Lateral	N/m	3	7	1	3
pt3	4.0×10^6	Lateral	N/m	3	8	2	2
pt4	4.0×10^6	Lateral	N/m	3	9	2	3

Tabela F.9 - Rigidez Vertical da Suspensão Primária

Nome	Valor	Direção	Unidade	Corpo	Nó	Corpo	Nó
pv1	2.0×10^6	Vertical	N/m	3	10	1	2
pv2	2.0×10^6	Vertical	N/m	3	11	1	3
pv3	2.0×10^6	Vertical	N/m	3	12	2	2
pv4	2.0×10^6	Vertical	N/m	3	13	2	3

Tabela F.10 - Ligação Cruzada entre Rodeiros (cross bracing)

Nome	Valor	Direção	Unidade	Corpo	Nó	Corpo	Nó
c_{lon}^+	1.0×10^7	Long.	N/m	1	4	2	4
c_{she}^+	1.0×10^7	Lateral	N/m	1	4	2	4
c_{ben}^+	1.0×10^5	Torção z	Nm/rad	1	4	2	4
c_{lon}^+	1.0×10^7	Long.	N/m	6	4	7	4
c_{she}^+	1.0×10^7	Lateral	N/m	6	4	7	4
c_{ben}^+	1.0×10^5	Torção z	Nm/rad	6	4	7	4

Tabela F.11 - Ligação Cruzada entre Rodeiro e Truque (axle bracing)

Nome	Valor	Direção	Unidade	Corpo	Nó	Corpo	Nó
c_{lon}^{+q}	1.0×10^7	Long.	N/m	1	5	3	14
c_{qlat}^+	1.0×10^7	Lateral	N/m	1	5	3	14
c_{qlon}^+	1.0×10^7	Long.	N/m	7	5	5	14
c_{qlat}^+	1.0×10^7	Lateral	N/m	7	5	5	14

Referências Bibliográficas

- ADAMS/VIEW (1994). User's reference manual, Version 8.0 Mechanical Dynamics, 576 p.
- ALIAS, J. (1977). La voie ferré. Collection des Chemins de fer, Edition Eyrolles.
- ANDERSON, R. J. (1993). The A'GEM multibody dynamics package. Journal of vehicle System Dynamics, Swets & Zeitlinger, v. 22, p. 41-44. Supplement.
- AKININ, P. (1995). Outils de description de la géométrie des voies et déconvolution des relevés expérimentaux (application aux tracés ferroviaires). Paris, France, Institut National de Recherche sur le Transport et leur Sécurité. (Rapport INRETS n. 204), 76 p.
- AUZINSH, J.; SLIEDE, P. (1993). Program LMS. Journal of Vehicle System Dynamics, v. 22, p. 74-78. Supplement.
- BARBOSA, R. S. (1992a). Análise para determinação de causas de descarrilamento – Rede Ferroviária Federal – SR 2. São Paulo, v. 3, 80 p. (Relatório técnico - IPT-DITT/ADF, n. 30.298).
- BARBOSA, R. S. (1992b). Cálculo dos parâmetros de contato roda/trilho do METRO de São Paulo. São Paulo, 93 p. (Relatório técnico - IPT - DITT/ADF, n. 30.788).
- BARBOSA, R. S. (1993a). Manual de utilização do programa de caracterização geométrica do contato roda/trilho (CCRT). São Paulo, 36 p. (Relatório técnico IPT - DITT/ADF, n. 31.576).

-
- BARBOSA, R. S. (1993b). Estudo da dinâmica longitudinal do trem. Dissertação (Mestrado) - Universidade Estadual de Campinas. 119 p.
- BARBOSA, R. S. (1994a). Análise do contato roda/trilho: caso da estrada de ferro Vitória a Minas - CVRD. São Paulo, 36 p. (Relatório técnico IPT - DITT/ADF, n. 32.491).
- BARBOSA, R. S. (1994b). Análise do contato roda/trilho: caso da estrada de ferro Carajás - CVRD. São Paulo, 70 p. (Relatório técnico IPT - DITT/ADF, n. 32.554).
- BARBOSA, R. S. (1995a). Determinação das propriedades de inércia de rodeiros ferroviários. São Paulo, 25 p. (Relatório técnico IPT - DITT/ADF, n. 33.279).
- BARBOSA, R. S.; FERREIRA, S. I. (1995b). Estudo para determinação de causas de descarrilamento: avaliação da resposta dinâmica dos vagões na via - Rede Ferroviária Federal S. A. - SR-10. São Paulo, 94 p. (Relatório técnico IPT - DITT/ADF, n. 33.802).
- BARBOSA, R. S.; WEBER, H. I. (1996a). Dinâmica longitudinal do trem. Revista Brasileira de Ciências Mecânicas - ABCM, v. 18, n. 2, p. 107-116.
- BARBOSA, R. S.; COSTA, A. (1996b). Dinâmica do rodeiro ferroviário. Revista Brasileira de Ciências Mecânicas - ABCM, v. 18, n. 4, p. 318-329.
- BARBOSA, R. S. (1997a). Vérification Expérimentale des Coefficients de Raideur au Contact. Rapport de stage (Doctorat) - Laboratoire des Technologies Nouvelles, l'Institut de Recherche sur le Transporte et leur Sécurité, INRETS-LTN, Paris, France, 56 p.

-
- BARBOSA, R. S. (1997b). Verificação Experimental do Coeficiente de Rigidez Tangencial de Contato. São Paulo, IPT, 15 p. (IPT – Publicação, n. 2.487).
- BARBOSA, R. S. (1997c). Estudo de geometria e trajetória da via férrea com curvatura variável. São Paulo, 25 p. (Relatório técnico IPT - DITT/ADF, n. 35.546).
- BARBOSA, R. S. (1997d). Railway wheelset dynamics. In: International Conference on Dynamic Problems in Mechanics, 7^o DINAME-97, Anais. Rio de Janeiro, ABCM. p. 229-230.
- BHASKAR, A.; JONHSON, K. L. et al. (1997). Wheel-rail dynamics with closely conformal contact, part 1: dynamic modelling and stability analysis. Journal of Rail and Rapid Transit, Institution of Mechanical Engineers - IMechE , part F, v. 211, p. 11-26. Proceedings.
- BHASKAR, A.; JONHSON, K. L. et al. (1997). Wheel-rail dynamics with closely conformal contact, part 2: force response, results and conclusion. Journal of Rail and Rapid Transit, of the Institution of Mechanical Engineers - ImechE, part F, v. 211, p. 27-40. Proceedings.
- BROMMUNDT, E. (1996). Polygonalization of a single rolling wheel by wear. In: 2nd European Non-Linear Oscillations Conference. Prague, Czech Republic, v. 1, p. 101-104.
- CARTER, F. W. (1926). On The Action of a locomotive driving wheel. Proceedings of Royal Society, v. A-112, p. 151-157.
- CERVINKA, J.; HOFMANN F. (1993). A program for computation of multibody systems dynamics, Journal of Vehicle System Dynamics, Multibody Computer

Codes in Vehicle System Dynamics, Swets & Zeitlinger, Supplement to v. 22, p. 140-143.

CHAO, K. (1996). Measurements of path and other parameters in motor vehicle dynamics tests and their errors. *Journal of Vehicle System Dynamics, Swets & Zeitlinger*, v. 26, p. 321-342.

CHOI, J. H.; LEE H. C.; SHABANA, A. A. (1998). Spatial Dynamics of Multibody Tracked Vehicles - Part I: Spatial Equations of Motion. *Journal of Vehicle System Dynamics, Swets & Zeitlinger*, v. 29, p. 27-49.

CHOLLET, H. (1990). Contact roue-rail: vérification expérimentale de la théorie de kalker. Paris, France, Institut National de Recherche sur le Transport et leur Sécurité. (Rapport INRETS, n. 135), 73 p.

CHOLLET, H. (1991). Etude en similitude mécanique des efforts tangents au contact roue-rail. França. Thèse (Doctorat), l'Université Paris VI.

CHOROMANSKI, W.; ZBOINSKI, K. (1991). Optimisation of wheel and rail profiles for various conditions vehicle motions. In: 12th IAVSD-SYMPOSIUM. Proceedings. Layon, France, Swets & Zeitlinger, v. 20, p. 84-98.

COOPERRIDER, N. K. (1975). Railway truck response to random rail irregularities. *Journal of Engineering for Industry, Transactions of the ASME, Winter Annual Meeting*, p. 957-964.

COSTA, A. (1992). Application of multibody system (MBS) techniques to automotive vehicle chassis - simulation for motion control studies, Ph.D. Thesis, University of Warwick, Coventry, UK, v. 1, 213 p.

-
- COSTA, A.; CHERRY, A. S.; JONES, R. P. (1993). An integrated MBS modelling environment for vehicle motion control studies. *Journal of Vehicle System Dynamics*, Swets & Zeitlinger, v. 22, p. 112-115. Supplement.
- DIETZ, S.; NETTER, H.; SACHAU, D. (1998). Fatigue life prediction of a railway bogie under dynamic loads through simulation. *Journal of Vehicle System Dynamics*, Swets & Zeitlinger, v. 29, p. 385-402. Supplement.
- DONG, R. G.; DUKKIPATI, R. V. (1994). A finite element model of railway track and its application to the wheel flat problem. *Journal of Rail and Rapid Transit*, Institution of Mechanical Engineers - ImechE, part F, v. 208, p. 61-72. Proceedings.
- FEDERAL RAILWAY ADMINISTRATION (1973). Track safety standards. Department of Transport, DOT-USA.
- DUFFEK, W.; JASCHINSKI, A. (1981). Efficient Implementation of Wheel Rail Contact Mechanics in Dynamic Curving. *Journal of Vehicle System Dynamics*, Swets & Zeitlinger, v. 10, n. 2/3, p. 184-193.
- DUFFEK, W. (1982). Contact Geometry in Wheel Rail Vehicles. In: *Symposium on Contact Mechanics and Wear of Rail/Wheel Systems*. Vancouver, Canada, University of Waterloo Press, p. 161-181.
- DUKKIPATI, R. V.; et. el. (1998). Comparative Performance of Unconventional Railway Trucks. *International Journal of Vehicle Design*, Interscience Enterprises Ltd, v. 19, n. 3, p. 326-339.
- EICKHOFF, B. M. (1991). The application of independently rotating wheels to rail vehicles. *Journal of Rail and Rapid Transit*, proceedings of the Institution of Mechanical Engineers - IMechE, part F, v. 205, p. 43-54.

-
- EICKHOFF, B. M.; EVANS, J. R.; MINNIS, A. J. (1995). A review of modelling methods for railway vehicle suspension components. *Journal of Vehicle System Dynamics*, Swets & Zeitlinger, v. 24, p. 469-496.
- ELKINS, J. A.; GOSTLING, R. J. (1977). General quasi-static curving theory for railway vehicle, BR. Derby, England, British Rail Board Research and Development Division, 35 p. (Technical Note n. TNDA 48).
- ELKINS, J. A. (1991). Prediction of wheel/rail interaction: the state-of-art. In: 12th IAVSD-SYMPOSIUM. Proceedings. Lyon, France, Swets & Zeitlinger, v. 20, p. 1-27.
- ELKINS, J. A.; CARTER, A. (1993). Testing and analysis techniques for safety assessment of rial vehicles: state-of-the-art. *Journal of Vehicle System Dynamics*, Swets & Zeitlinger, v. 22, p. 185-208.
- ELKINS, J. A. (1995). Prediction of rail roll deflections due to adjacent trucks, interaction of railway vehicles with the track and its substructure. *Journal of Vehicle System Dynamics*, Swets & Zeitlinger, p. 251-264. Supplement 24.
- ENDLICHER, K. O.; LUGNER, P. (1990). Computer-simulation of the dynamical curving behaviour of a railway-bogie. *Journal of Vehicle System Dynamics*, Lisse, Swets & Zeitlinger, v. 19, p. 71-95.
- ESVELD, C. (1989). *Modern Railway Track*, MRT. Production, Holland, 419 p.
- EVANS, J. R. (1991). The modelling of railway passenger vehicles. In: 12th IAVSD-SYMPOSIUM. Proceedings. Lyon, France, v. 20, p. 144-156.

-
- FISSETTE, P.; SAMIN, J. C. (1991). Lateral dynamics of a light railway vehicle with independent wheels. In: 12th IAVSD-SYMPOSIUM. Proceedings. Lyon, France, Swets & Zeitlinger, v. 20, p. 157-171.
- FISSETTE, P.; MAES, P.; SAMIN, J. C. (1993). Autodyn and robotran. Journal of Vehicle System Dynamics, Swets & Zeitlinger, v. 22, p. 41-44. Supplement.
- FRÖHLING, R. D. (1995). Measurement, interpretation and classification of south african track geometry. Journal of Vehicle System Dynamics, Swets & Zeitlinger, v. 24, p. 133-145. Supplement.
- GARG, V. K.; DUKKIPATI, R. V. (1984). Dynamics of railway vehicle systems. Academic Press, Canada, 407 p.
- GASH, R.; KNOTH, K., (1987). Strukturdynamik - Diskreter Systeme. Springer-Verlag, v. 1, 443 p.
- GERADIN, M.; DOAN, B. D.; KLAPKA, I. (1993). MECANO: a finite element software for flexible multibody analysis. Journal of Vehicle System Dynamics, Swets & Zeitlinger, v. 22, p. 87-90. Supplement.
- GILLESPIE, T. D. (1992). Fundamentals of vehicle dynamics. Society of Automotive Engineering (SAE), USA.
- GILMORE, D. C. (1982). The Use of conformal wheel profiles in the development of a light, steerable transit truck. In: Symposium on Contact Mechanics and Wear of Rail/Wheel Systems, Vancouver, Canada, University of Waterloo Press, p. 333-349.

-
- GIMÉNEZ, J. G. et al. (1991). IAVSD railway benchmark #2 SIDIVE and VOCO code solution. In: 12th IAVSD-SYMPOSIUM. Proceedings. Lyon, France, Swets & Zeitlinger, v. 20, p. 172-184.
- GIMÉNEZ, J. G. et al. (1993). Dynamic vehicle simulation “SIDIVE program”. Journal of Vehicle System Dynamics, Swets & Zeitlinger, v. 22, p. 116-121. Supplement.
- GIMÉNEZ, J. G.; KIK W.; Pascal, J. P.; Sauvage, G. (1993). Simulation of the IAVSD Railway Vehicle Benchmark #2 with MEDYNA, SIDIVE and VOCO, Journal of Vehicle System Dynamics, Multibody Computer Codes in Vehicle System Dynamics, Swets & Zeitlinger, Supplement to v. 22, p. 193-214.
- GILCHRIST, A. O.; BRICKIE, B. V. (1976). A re-examination of the proneness to derailment of a railway wheel-set. Journal Mechanical Engineering Science, IMechE, v. 18, n. 3, p. 131-141.
- GIRARDI, L.; RECCHIA, P. (1991). Use of a computational model for assessing dynamical behaviour of a railway structure. In: 12th IAVSD-SYMPOSIUM. Proceedings. Lyon, France , Swets & Zeitlinger, v. 20, p. 185-194.
- GRASSIE, S. L. (1991). A Contribution to dynamic design of railway track. In: 12th IAVSD-SYMPOSIUM. Proceedings. Lyon, France, Swets & Zeitlinger, v. 20, p. 195-209.
- GRASSIE, S. L. (1995). Benchmark test for models of railway track and vehicle/track iteration at relatively high frequencies, interaction of railway vehicles with the track and its substructure. Journal of Vehicle System Dynamics, Swets & Zeitlinger, v. 24, p. 355-362. Supplement.

-
- GROSS-THEBING, A.; KNOTH, K.; KEMPELMANN, K. (1991). Wheel-rail contact mechanics for short wavelengths railway irregularities. In: 12th IAVSD-SYMPOSIUM. Proceedings. Lyon, France, Swets & Zeitlinger, v. 20, p. 210-224.
- GUIZARDI, E. M. (1992). Sistema de medição do perfil da roda e do trilho ferroviário e de cálculo dos parâmetro geométricos de contato. Trabalho de Graduação, Depto de Engenharia Mecânica da EP-USP. 122 p.
- HE, X.; HUILGOL, R. R. (1991). Application of hopf bifurcation at infinity to hunting vibrations of rail vehicle trucks. In: 12th IAVSD-SYMPOSIUM. Proceedings. Lyon, France, Swets & Zeitlinger, v. 20, p. 240-253.
- HEISLER, H. (1989). Advanced vehicle technology. Edward Arnold, USA.
- HELLER, R.; COOPERRIDER, N. K. (1977). User's manual for asymmetric wheel/rail contact characterization program, Report FRA/ORD-78/05, DOT-USA, 99 p.
- HERTZ, H. (1881). On the Contact of Elastic Solids Published *Gesammelte Werke*, v 1, Leipzig 1895, Publised Macmilland Co. 1896.
- HILLER, M.; SCHNELLE, K. P.; ZANTEN, A. (1993). FASIM - A modular program for simulation of nonlinear vehicle dynamics. *Journal of Vehicle System Dynamics*, Swets & Zeitlinger, v. 22, p. 69-73. Supplement.
- HORTON, D.(1993). VDAS - Vehicle analysis software. *Journal of Vehicle System Dynamics*, Swets & Zeitlinger, v. 22, p. 130-136. Supplement.
- HUSTON, R. L. (1996). Multibody Dynamics since 1990. *Applied Mechanics Rewies*, v. 49, n. 10, pt. 2, p. 535-540.

-
- IGELAND, A. (1996). Rail head corrugation growth explained by dynamic iteration between track and bogie wheelsets. *Journal of Rail and Rapid Transit*, London, Institution of Mechanical Engineers - IMechE, part F, v. 210, n. F2, p. 11-20. Proceedings.
- ILLINGWORTH, R.; POLLARD, M. G. (1982). The use of steering axle suspension to reduce wheel and rail wear in curves. *Journal of Rail and Rapid Transit*, London, Institution of Mechanical Engineers - IMechE, part F, v. 196, p. 379-385. Proceedings.
- JASCHINSKI, A.; NETTER H. (1991). Non-linear dynamical investigation by using simplified wheelset models. In: 12th IAVSD-SYMPOSIUM. Proceedings. Lyon, France, Swets & Zeitlinger, v. 20, p. 284-298.
- JASCHINSKI, A. (1995). Multibody simulation of flexible vehicles in interaction with flexible guideways, interaction of railway vehicles with the track and its substructure. *Journal of Vehicle System Dynamics*, Swets & Zeitlinger, v. 24, p. 31-44. Supplement.
- JOHNSON, K. L. (1959). The influence of elastic deformation upon the motion of a ball rolling between two surfaces *Proceedings of the Mechanical Engineering*, v. 176, n. 34, p. 795-810.
- JOHNSON, K. L. (1960). *Tangential traction and micro-slip in rolling contact*. England, Cambridge University.
- JOHNSON, K. L. (1985). *Contact Mechanics*. Cambridge University Press, UK. 452 p.

-
- KADING, R. R.; YEN, J. (1993). An introduction to DADS in vehicle system dynamics. *Journal of Vehicle System Dynamics*, Swets & Zeitlinger, v. 22, p. 153-57. Supplement.
- KALKER, J. J. (1967). On the rolling contact of two elastic bodies in the presence of dry friction. Delft, Netherlands . These (Doctor), Delft University.
- KALKER, J. J. (1979a). Survey of wheel/rail rolling contact theory. *Journal of Vehicle System Dynamics*, Swets & Zeitlinger, v. 5, p. 317-358.
- KALKER, J. J. (1979b). The computation of three-dimensional rolling contact with dry friction. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, John Wiley & Sons, v. 14, p. 1293-1307.
- KALKER, J. J. (1982a). A fast algorithm for the simplified theory of rolling contact. *Journal of Vehicle System Dynamics*, Swets & Zeitlinger, v. 11, p. 1-13.
- KALKER, J. J. (1982b). Introduction to the fortran IV programs DUVOROL and CONTACT for the solution of 3D elastostatic half-space contact problems with and without friction. Delft, Delft University of Technology, 15 p. (Reports of The Department of Mathematics and Informatics, n. 82-29).
- KALKER, J. J. (1982c). The contact between wheel and rail. Delft, Delft University of Technology, 36 p. (Reports of The Department of Mathematics and Informatics, n. 82-27)
- KALKER, J. J. (1990). Three dimensional elastic bodies in rolling contact. Kluwer Publisher, 314 p.
- KALKER, J. J. (1991). Wheel-rail contact theory. *Journal of Wear*, Elsevier Sequoia, Netherlands, v. 144, p. 243-261.

-
- KALKER, J. J. (1994). Consideration on rail corrugation. *Journal of Vehicle System Dynamics, Swets & Zeitlinger*, v. 23, p. 3-28.
- KALKER, J. J. (1996). Discretely supported rails subjected to transient loads. *Journal of Vehicle System Dynamics, Swets & Zeitlinger*, v. 25, p. 71-88.
- KANE, T. R.; LEVINSON, D. A. (1980). Formulation of equations of motion for complex spacecraft. *Journal of Guidance and Control*, article n. 80-4014, v. 3, n. 2, p. 99-112.
- KANE, T. R.; LIKINS, P. W.; LEVINSON, D. A. (1983). *Spacecraft dynamics*. McGraw-Hill, USA, 433 p.
- KANE, T. R.; LEVINSON, D. A. (1985). *Dynamics: theory and applications*. McGraw-Hill, USA, 379 p.
- KARMEL, A.; SWEET, L. M. (1984). Wheelset mechanics during wheelclimb derailment. *Journal of Applied Mechanics, Transactions of the ASME*, v. 51, p. 680-686.
- KIK, W. (1991). Comparison of the behaviour of different wheelset-track models. In: 12th IAVSD-SYMPOSIUM. Proceedings. Lyon, France, Swets & Zeitlinger, p. 325-339.
- KIK W.; Pascal, J. P. (1993). Railway Benchmark #2 Bogie Vehicle, *Journal of Vehicle System Dynamics, Multibody Computer Codes in Vehicle System Dynamics, Swets & Zeitlinger, Supplement to v. 22*, p. 174-192.

-
- KLAUSER, P. (1993). NUCARS - New and untried car analytic regime simulation. *Journal of Vehicle System Dynamics, Swets & Zeitlinger*, v. 22, p. 162-166. Supplement.
- KNOTHE, K.; GRASSIE, S. L. (1993). Modelling of railway track and vehicle/track interaction at high frequencies. *Journal of Vehicle System Dynamics, Swets & Zeitlinger*, v. 22, p. 209-262.
- KNOTHE, K.; STICHEL, S. (1994). Direct covariance analysis of the calculation of creepages and creep-forces of various bogie on straight track with random. *Journal of Vehicle System Dynamics, Lisse, Swets & Zeitlinger*, v. 23, p. 237-251.
- KNOTHE, K. (1995a). Past and future of vehicle/track interaction, interaction of railway vehicles with the track and its substructure. *Journal of Vehicle System Dynamics, Swets & Zeitlinger*, v. 24, p. 3-6. Supplement.
- KNOTHE, K.; RIPKE, B. (1995b). Simulation of high frequency vehicle-track interactions, interaction of railway vehicles with the track and its substructure. *Journal of Vehicle System Dynamics, Swets & Zeitlinger*, v. 24, p. 72-85.
- KNOTHE, K.; WU, Y.; GROOS-THEBING, A. (1995c). Simple, semi-analytical models for discrete-continuous railway track and their use for time-domain solutions, interaction of railway vehicles with the track and its substructure. *Journal of Vehicle System Dynamics, Swets & Zeitlinger*, v. 24, p. 340-352. Supplement.
- KNOTHE, K. (1995d). Benchmark test for models of railway track and vehicle/track interaction in the low frequency range, interaction of railway vehicles with the track and its substructure. *Journal of Vehicle System Dynamics, Swets & Zeitlinger*, v. 24, p. 363-379. Supplement.

-
- KORTÜM, W.; SHARP, R. S. (1991a). A report on the state-of-affairs on application of multibody computer codes to vehicle system dynamics. *Journal of Vehicle System Dynamics*, Swets & Zeitlinger, v. 20, n. 3/4, p. 177-184.
- KORTÜM, W.; SHARP, R. S.; PATER, A. D. de (1991b). Application of multibody computer codes to vehicle system dynamics. Progress report to the IAVSD Symposium on a Workshop and Resulting Activities.
- KORTÜM, W. (1993). Review of multibody computer codes for vehicles system dynamics. *Journal of Vehicle System Dynamics*, Swets & Zeitlinger, v. 22, p. 3-31. Supplement.
- LEE H. C.; CHOI, J. H.; SHABANA, A. A. (1998). Spatial Dynamics of Multibody Tracked Vehicles - Part II: Contact Forces and Simulation Results. *Journal of Vehicle System Dynamics*, Swets & Zeitlinger, v. 29, p. 113-137.
- LEISTER, G.; KREUZER, E.; SCHIEHLEN, W. (1993). The software NEWEUL. *Journal of Vehicle System Dynamics*, Swets & Zeitlinger, v. 22, p. 95-99. Supplement.
- LEGRAND, E.; ROBBE-VALLOIRE, F. (1994). Analyse des efforts tangentiels dans les contacts billes-bagues non lubrifiés. *Bulletin S.M.F. de la Revue Française de Mécanique*, v. 2.
- LI, H.; GOODALL, R. (1998). Modelling and analysis of a railway wheelset for active control. *International Conference on Control*, Conference Publication n° 455, IEE, Part 2, p. 1289-1293 .

-
- LIEN, D. T. (1993). CMSP - Multibody system analysis and optimisation program package. *Journal of Vehicle System Dynamics*, Swets & Zeitlinger, v. 22, p. 61-64 .Supplement.
- LIN, Y.; KORTÜM, W. (1991). Identification of system physical parameters for vehicle system with non-linear components. 12th IAVSD-SYMPOSIUM. Proceedings , Lyon, France, Swets & Zeitlinger, v. 20, p. 354-365.
- LIPSIUS, M. J.; MENSSEN, R. (1991). Steps to optimise high-speed curving performance of the ICE. 12th IAVSD-SYMPOSIUM. Proceedings. Lyon, France, Swets & Zeitlinger, v. 20, p. 366-384.
- LIST, H. (1971). An evaluation of recent development in railway truck design. *Transaction of the ASME*, paper 71, RR-1.
- LORANT, G.; STEPAN, G. (1996). Two contact phenomena in the motion of a single axle bogie. In: 2nd European Non-Linear Oscillations Conference, Prague, Czech Republic, v. 1, p. 269-272.
- LYON, D.; WEEKS, R. J. (1982). The design of bogies for low wear of wheel and rail in rapid transit applications. Derby, England, British Rail Research, 10 p. (Report BR. ref. MR DOS3).
- MAES, P.; SAMIN, J. C.; WILLEMS, P. Y. (1989). *Autodyn and robotran, multibody system handbook*, Springer-Verlang, USA.
- MATSUDAIRA, T. et al. (1968). Problems on hunting of railway vehicle on test stand. *Transaction of the ASME*, paper n. 68-WA/RR-2, p. 227-239. Winter Annual Meeting.

-
- MAUER, L. (1995). Determination of track irregularities and stiffness parameters with inverse transfer functions of track recording vehicles. *Journal of Vehicle System Dynamics*, Swets & Zeitlinger, v. 24, p. 117-132. Supplement.
- McGRATH, J. F.; RAMPALLI, R.; STEIGERWARD, M. F. (1991). ADAMS - Theory Seminar. Mechanical Dynamics, Inc. - MDI, Michigan, EUA.
- McPHEE, J. J.; ANDERSON, R. J. (1996). A model reduction procedure for the dynamic analysis of rail vehicles subjected to linear creep forces. *Journal of Vehicle System Dynamics*, Lisse, Swets & Zeitlinger, v. 25, p. 349-367.
- MEINKE, P.; SZOLC, T. (1996). On discrete-continuous modelling of the railway wheelset for non-linear dynamics analysis in the medium frequency range. In: 2nd European Non-Linear Oscillations Conference. Prague, Czech Republic, v. 1, p. 135-138.
- MEGYERI, J.; CSONTOS, I. (1997). Principles of transition curve calculations (comparative evaluation of the chlothoid and cosine transition curves). In: 6th International Heavy Haul Conference, International Heavy Haul Association - IHHA, Africa do Sul, v. 1, p. 172-192.
- NADAL, M. J. *Locomotives à vapeur*. Paris, France, Bibliothèque de Mécanique Appliquée et Genie. (Collection encyclopédie scientifique, 186).
- NARAYANA, S.; DUKKIPATI, R. V.; OSMAN, M. (1994). A comparative study on lateral stability and steady state curving behaviour of unconventional rail truck models. *Journal of Rail and Rapid Transit*, Institution of Mechanical Engineers, part F, v. 208, p. 1-13. Proceeding.

-
- NETTER, H.; et. al. (1998). New aspects of contact modelling and validation within multibody system simulation of a railway vehicles. *Journal of Vehicle System Dynamics, Swets & Zeitlinger*, v. 28, p. 246-269. Supplement.
- NEWLAND, D. E. (1969). Steering a flexible railway truck on curved track. *Journal of Engineering for Industry, Transactions of the ASME*, p. 908-918.
- OGATA, K., (1970). *Engenharia de controle moderno*. Prentice & Hall do Brasil, 929 p.
- OGATA, K. (1978). *System dynamics*. 2nd edition. Prentice & Hall, USA, 712 p.
- O'NEILL, B. (1982). *Elementary differential geometry*. Academic Press.
- ORLANDEA, C.; ORLANDEA, N. V. (1993). Description of the general three-dimensional computer program 3D-MCADA. *Journal of Vehicle System Dynamics, Swets & Zeitlinger*, v. 22, p. 83-86. Supplement.
- PAN, W.; HANG, E. J. (1997). System-level component mode approach for flexible multibody dynamic simulation. *Mechanics of Structures and Machines*, v. 25, n. 3, p. 335-356.
- PANKIEWICZ, E. (1993). A special multibody system as a part of a modern simulation concept in the automotive industry. *Journal of Vehicle System Dynamics, Multibody Computer Codes, Swets & Zeitlinger*, v. 22, p. 99-104. Supplement.
- PASCAL, J. P. et al. (1990a). Identification des paramètres fonctionnels associés aux profils des roues et des rails ferroviaires. France, Paris, Institut National de Recherche sur le Transport et leur Sécurité, 56 p. (Rapport INRETS, n. 123).

PASCAL, J. P.; AYASSE, J. B. (1990b). Dynamique ferroviaire en corbe. Codes de calcul VOCO. Paris, France, Institut National de Recherche sur le Transport et leur Sécurité, 62 p. (Rapport INRETS, n. 127).

PASCAL, J. P.; SAUVAGE, G. (1990c). Solution of the multiple wheel and rail contact dynamic problem. *Journal of Vehicle System Dynamics*, Swets & Zeitlinger, v. 19, n. 5, p. 257-272.

PASCAL, J. P.; SAUVAGE, G. (1991). New method for reducing the multicontact wheel/rail problem to one equivalent contact patch. In: 12th IAVSD-SYMPOSIUM, Lyon, France. Proceedings. Swets & Zeitlinger, v. 20, p. 475-489.

PASCAL, J. P. (1993a). About multi-hertzian-contact hypothesis and equivalent conicity in the Case of S1002 and UIC60 analytical wheel/rail profiles. *Journal of Vehicle System Dynamics*, Swets & Zeitlinger, v. 22, p. 57-78.

PASCAL, J. P.; SAUVAGE, G. (1993b). The available methods to calculate the wheel/rail forces in non hertzian contact patches. *Journal of Vehicle System Dynamics*, Swets & Zeitlinger, v. 22, p. 263-275.

PASCAL, J. P. et al. (1993c). Calcul dynamique par voco des forces du contact roue/rail. Validation par les essais en ligne d'un wagon a essieux teste par la SNCF entre Hirson et Charleville, Paris, France, Institut National de Recherche sur le Transport et leur Sécurité, 45 p. (Rapport INRETS n. 169).

PASCAL, J. P. (1993d). The railway dynamic codes – VOCO. *Journal of Vehicle System Dynamics*, Swets & Zeitlinger, v. 22, p. 137-139. Supplement.

-
- PASCAL, J. P.; COURTIN, J. (1994a). Comprehensive vehicle testing with the help of numerical modeling. In: Track Interface Dynamics Seminar, Institution of Mechanical Engineers Vehicle.
- PASCAL, J. P. (1994b). Oscillation and chaos behaviour of unstable railway wagons over large distances. *Journal of Chaos, Solitons and Fractals, Applications of Non Linear Oscillations in Science and Engineering*, Pergamon Press.
- PASCAL, J. P. (1996). Analysis of the chaotic behaviour of unstable railway wagons using multibody dynamical codes. In: 2nd European Non-Linear Oscillations Conference. Prague, Czech Republic, v. 3, p. 9-16.
- PATER, A. D. de (1988). The geometrical contact between track and wheelset. *Journal of Vehicle System Dynamics, Swets & Zeitlinger*, v. 17, p. 127-140.
- PEARCE, J. G. (1996). Wheelset guidance - conicity, wheel wear and safety. *Journal of Rail and Rapid Transit*, London, Institution of Mechanical Engineers – IMechE, part F, v. 210, n. F1, p. 1-9. Proceedings.
- PEARCE, J. G. (1973). The theory of railway vehicle dynamics. Part 1. Derivation of the equations of motion, BR. Derby, England, British Rail Board Research and Development Division, 50 p. (Technical Note n. TNDA 31).
- PIOTROWSKI, J. (1982). A theory of wheelset forces for two point contact between wheel and rail. *Journal of Vehicle System Dynamics, Swets & Zeitlinger*, v. 11, p. 69-87.
- POLLARD, M.G. (1979). The development of cross-braced freight bogies, *Rail International Magazine*, p. 736-758.

-
- PRUD'HOMME, A. (1978). Forces and behaviour of railroad tracks at very high train speeds; Standards adopted by SNCF for its future high speed lines (250 to 300 km/h). In: Symposium On Railroad Track Mechanics Technology, Princeton, April 1975. Proceedings, New York, Pergamon Press, p. 79-108.
- RILL, G. (1997). Vehicle modelling for real time applications. *Revista Brasileira de Ciências Mecânicas*, São Paulo, ABCM, v. 19, n. 2, p. 192-206.
- RULKA, W.; EICHBERGER, A. (1993). SIMPACK - An analysis and design tool for mechanical systems. *Journal of Vehicle System Dynamics*, Swets & Zeitlinger, v. 22, p. 122-126. Supplement.
- RYAN, R. R. (1993). ADAMS - Mechanical system simulation software. *Journal of Vehicle System Dynamics*, Swets & Zeitlinger, v. 22, p. 144-148. Supplement.
- SERBAN, R. et al. (1997). Topology-based approach for exploiting sparsity in multibody dynamics in cartesian formulation. *Mechanics of Structures and Machines*, v. 25, n. 3, p. 379-396.
- SCHMIDT, A. (1993). MESA VERDE – Generation and application of complete simulation models for multibody systems. *Journal of Vehicle System Dynamics*, Swets & Zeitlinger, v. 22, p. 158-161. Supplement.
- SCHWARTZ, W. (1993). The multibody program MEDYNA. *Journal of Vehicle System Dynamics*, Swets & Zeitlinger, v. 22, p. 91-94. Supplement.
- SAYERS, M. W.; HEDRICK, J. K. (1977). Track maintenance/railcar suspension trade-offs to obtain acceptable ride quality, passenger vibration in transportation vehicles. *Transaction of the ASME*, v. 24, p. 35-58.

-
- SAYERS, M. W. (1993). AUTOSIM. *Journal of Vehicle System Dynamics*, Swets & Zeitlinger, v. 22, p. 53-56. Supplement.
- SATOU, E.; MIYAMOTO, M. (1991). Dynamics of a bogie with independently rotating wheels. In: 12th IAVSD-SYMPOSIUM, Proceedings. Lyon, France, Swets & Zeitlinger, v. 20, p. 519-536.
- SCHEFFEL, H. (1974). A new design approach for railway vehicle suspension, *Rail International Magazine*, p. 638-651.
- SCHEFFEL, H. (1995). Unconventional bogies designs - their practical basis and historical background. *Journal of Vehicle System Dynamics*, Swets & Zeitlinger v. 24, p. 497-524.
- SCHMID, R.; ENDLICHER, K. O.; LUGNER, P. (1994). Computer-simulation of the dynamical behaviour of a railway-bogie passing a switch. *Journal of Vehicle System Dynamics*, Lisse, Swets & Zeitlinger, v. 23, p. 481-499.
- SCOTT, G. A. (1993). Multibody simulation software – VAMPIRE. *Journal of Vehicle System Dynamics*, Swets & Zeitlinger, v. 22, p. 127-129. Supplement.
- SEELY, F. B.; SMITH, J. O. (1952). *Advanced mechanics of materials*. 2. ed. USA, University of Illinois, John Willey & Sons, p. 342-358.
- SHARP, R. S. (1993). Testing and demonstrating the capabilities of multibody software systems in a vehicles dynamics context. *Journal of Vehicle System Dynamics*, Swets & Zeitlinger, v. 22, p. 32-38. Supplement.
- SHEN, G.; GOODALL, R. (1997). Active yaw relaxation for improved bogie performance. *Journal of Vehicle System Dynamics*, Swets & Zeitlinger, v. 28, p. 273-289.

-
- SHEN, Z. Y. (1991). On the principles and methods to reduce the wheel/rail forces for rail freight vehicles. In: 12th IAVSD-SYMPOSIUM, Proceedings. Lyon, France, Swets & Zeitlinger, v. 20, p. 584-595.
- SHEN, Z. Y.; HENDRICK, J. K.; HELKINS, J. A. (1984). A comparison of alternative creep-force model of rail vehicle dynamics analysis. In: 8th IAVSD SYMPOSIUM, MIT, Cambridge USA, 1984 . Proceedings. MIT, Cambridge USA, Swets & Zeitlinger, p. 591-605.
- SMITH, R. E. (1988). Dynamic characteristics of steered railway vehicles and implications to design. *Journal of Vehicle System Dynamics*, Swets & Zeitlinger, v. 18, p. 45-69.
- SOUA, B. (1997). Etude de l'usure et de l'endommagement du roulement ferroviaire avec des modeles d'essieux non rigide. Paris, France. These (Doctorat) - l'Ecole National des Ponts et Chaussees, 213 p.
- STEJSKAL, V.; VALÁSEK M. (1993). OKAM2 - General kinematic analysis ODAM - general dynamic analysis. *Journal of Vehicle System Dynamics*, Swets & Zeitlinger, v. 22, p. 108-111. Supplement.
- SWEET L. M.; KARMEL, A. (1981). Evaluation of time duration dependent wheel load criteria for wheelclimb derailment. *Journal of Dynamics Systems, Measurement and Control, Transactions of the ASME*, v. 103, p. 219-227.
- TANG, J. S. (1996). Passive and semi-active airspring suspensions for rail passager vehicle - theory and practice. *Journal of Rail and Rapid Transit*, London, Institution of Mechanical Engineers - IMechE, part F, v. 210, n. F2, p. 103-117. Proceedings.

-
- TASSILY, E.; VINCENT, N. (1991). Rail corrugation: analytical model and field tests. *Journal of Wear*, v. 144, p. 163-178.
- TASSILY, E.; VINCENT, N. (1991). Linear model for the corrugation of rails. *Journal of Sound and Vibrations*, v. 150, p. 25-45.
- TRUE, H. (1991). Railway vehicle chaos and asymmetric hunting. In: 12th IAVSD-SYMPOSIUM, Proceedings. Lyon, France, Swets & Zeitlinger, v. 20, p. 625-637.
- VERHEUL, C. H.; PACEJKA, H. B. (1993). Bonde graph based modelling using macros, an introduction to the program BAMMS. *Journal of Vehicle System Dynamics*, Swets & Zeitlinger, v. 22, p. 57-60. Supplement.
- VERMEULEN, P. J.; JOHNSON, K. L. (1964) Contact of nonspherical elastic bodies transmitting tangential forces. *Journal of Applied Mechanics*, Transactions of the ASME, v. 31, p. 338-340. (Série E)
- WEINSTOCK, H. (1984). Wheel climb derailment criteria for evaluation of rail vehicle safety. Transaction of the ASME, paper n. 84-WA/RT-1, / Winter Annual Meeting.
- WICKENS, A. H. (1965a). Lagrangean equation of motion of the four wheeled railway vehicle. Derby, England, British Rail Research Department, 18 p. (Report BR. N. 217-57-2 DYN/2).
- WICKENS, A. H. (1965b). The dynamics stability of railway vehicle wheelsets and bogies having profiled wheels. *International Journal of Solids Structures*, Great Britain, Pergamon Press, v. 1, p. 319-341.

-
- WICKENS, A. H. (1965c). The dynamics stability of a simplified four-wheeled railway vehicle having profiled wheels. *International Journal of Solids Structures*, Great Britain, Pergamon Press, v. 1, p. 385-406.
- WICKENS, A. H. (1975). Steering and Dynamic Stability of Railway Vehicles, *Journal of Vehicle System Dynamics*, Swets & Zeitlinger, v. 5, p. 15-46.
- WICKENS, A. H.; GILCHRIST A. O. (1977). *Vehicles dynamic - a practical theory*. England, Railway Engineer, p. 1-8.
- WICKENS, A. H. (1978). Stability criteria for articulated railway vehicles possessing perfect steering. *Journal of Vehicle System Dynamics*, Swets & Zeitlinger, v. 7, p. 165-182.
- WICKENS, A. H. (1979). Flutter and divergence instabilities in systems of railway wheelsets with semi-rigid articulation. *Journal of Vehicle System Dynamics*, Swets & Zeitlinger, v. 8, p. 33-48.
- WICKENS, A. H. (1982). Static and dynamic stability of unsymmetric two-axle railway vehicles possessing perfect steering. *Journal of Vehicle System Dynamics*, Swets & Zeitlinger, v. 11, p. 89-106.
- WICKENS, A. H. (1988). Stability Optimization of Multi-Axle Railway Vehicles Possessing Perfect Steering, *Measurement and Control*, Transaction of the ASME, v. 110, n. 1, p. 1-7.
- WICKENS, A. H. (1991a). Dynamic of actively guided vehicles. *Journal of Vehicle System Dynamics*, Swets & Zeitlinger, v. 20, n. 3-4, p. 219-242.

-
- WICKENS, A. H. (1991b). Steering and stability of the bogie: vehicle dynamics and suspension design. *Journal of Rail and Rapid Transit*, London, Institution of Mechanical Engineers - IMechE, parte F, v. 205, p. 109-122. Proceedings.
- WICKENS, A. H. (1996a). Railway vehicles with generic bogies capable of perfect steering. *Journal of Vehicle System Dynamics*, Swets & Zeitlinger, v. 25, p. 389-412.
- WICKENS, A. H. (1996b). Static and dynamic instabilities of bogie railway vehicles with linkage steered wheelsets. *Journal of Vehicle System Dynamics*, Swets & Zeitlinger, v. 26, p. 1-16.
- WICKENS, A. H.; IWNICKI, S. D. (1998). Validation of a Matlab Railway Simulation, Using a Scale Roller Rig. *Journal of Vehicle System Dynamics*, Swets & Zeitlinger, v. 30, p. 257-270.
- XU, G. STEINDL A.; TROGER, H. (1991). Non-linear stability analysis of a bogie of a low-platform wagon (Austria). In: 12th IAVSD-SYMPOSIUM. Proceedings. Lyon, France, Swets & Zeitlinger, v. 20, p. 653-665.
- YANG, G.; PATER, A. D. de (1991). The determination of the non-linear motion of a railway vehicle. In: 12th IAVSD-SYMPOSIUM. Proceedings. Lyon, France, Swets & Zeitlinger, v. 20, p. 225-239.
- YANG, G. (1993). Dynamic analysis of railway wheelset and complete vehicle systems, Master of Science Thesis at Delft University of Technology, Holland, 156 p.
- ZHAI, W. M. et al. (1996). Coupling of vertical and lateral vehicle/track interactions. *Journal of Vehicle System Dynamics*, Swets & Zeitlinger, v. 26, p. 61-79.