

Sebastian Krieger

*Estudo da variabilidade na distribuição espectral
das ondas de Rossby baroclínicas no Atlântico e
em particular na região do arquipélago de
Abrolhos*

Dissertação apresentada ao Instituto Oceanográfico da Universidade de São Paulo, como parte dos requisitos para obtenção do título de Mestre em Ciências, área de Oceanografia Física

Orientador: Prof. Dr. Paulo S. Polito

São Paulo, SP

2008

UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO
INSTITUTO OCEANOGRÁFICO

*Estudo da variabilidade na distribuição espectral
das ondas de Rossby baroclínicas no Atlântico e
em particular na região do arquipélago de
Abrolhos*

Sebastian Krieger

Dissertação apresentada ao Instituto Oceanográfico da Universidade de São Paulo, como parte dos requisitos para obtenção do título de Mestre em Ciências, área de Oceanografia Física

Julgada em ____ / ____ / _____ por

Prof(a). Dr(a).

Conceito

Prof(a). Dr(a).

Conceito

Prof(a). Dr(a).

Conceito

*Em memória de meu pai
e à minha mãe, com carinho.*

Agradecimentos

Agradeço ao meu orientador Prof. Dr. Paulo Simionatto Polito e sua esposa Dra. Olga Tiemi Sato por compartilharem seus vastos conhecimentos e experiência.

Minha gratidão aos professores doutores Belmiro Mendes de Castro Filho, Edmo José Dias Campos, Ilana Elazari Klein Coaracy Wainer, Ison Carlos Almeida da Silveira, José Carlos Simon de Miranda, Joseph Harari e Sueli Susana de Godoi pela paciência e dedicação no decorrer das disciplinas por eles ministradas.

Aos amigos e colegas Bruno, Diogo, Fabíola, Fabrício, Henrique, Ingrid, Lucas, Mariana, Olaf, Patrick, Paulo, Pedro, Rafael, Raquel, Sandro, Victor, Wandrey e Zé Du pelo companheirismo, pelas dicas, pela ajuda e por tornar a vida acadêmica mais fácil.

Ao *Jet Propulsion Laboratory* da NASA por disponibilizar os dados utilizados neste estudo.

E finalmente aos amigos que, apesar de não contribuírem diretamente na elaboração desta dissertação, sempre me fizeram lembrar que a vida não é só feita de equações e belos gráficos.

*“O futuro pertence àqueles
que acreditam na beleza de seus sonhos.”*

Eleanor Roosevelt

Resumo

Um conjunto de 15 anos de dados de anomalia da altura da superfície do mar (η) dos altímetros TOPEX/Poseidon e Jason-1 interpolado por um método de médias ponderadas pelos coeficientes de autocorrelação é utilizado para verificar as variações espectrais de ondas de Rossby do primeiro modo baroclínico no Oceano Atlântico. O método de interpolação é inovador e foi desenvolvido especificamente para esta finalidade. Médias, tendência e climatologias mensais são calculadas para todo o globo. As tendências globais mostram regiões com tendência de aumento do nível do mar que podem superar a marca de 10mm ano^{-1} e algumas regiões com tendência de rebaixamento de mesma ordem de grandeza. Uma metodologia de análise com base em ondaletas bidimensionais foi desenvolvida inteiramente no curso deste trabalho e é aplicada de forma inédita aos dados altimétricos. Através do filtro de ondaletas bidimensional, diagramas zonais temporais de η são decompostos para obter-se a variação do ciclo sazonal e o sinal propagante associado a estas ondas em determinadas latitudes. A metodologia é inicialmente aplicada no Oceano Pacífico a $28,5^\circ\text{N}$ para validar os resultados com a literatura disponível e em seguida ao Oceano Atlântico e detalhada nas latitudes $32,5^\circ\text{N}$ e $17,5^\circ\text{S}$. As velocidades de fase calculadas para o Atlântico variam de -20km dia^{-1} em latitudes de 10° e -2km dia^{-1} em latitudes de 38° . A variação espectral de ondas de Rossby é analisada em três localidades: $28,5^\circ\text{N } 134,3^\circ\text{E}$, $32,5^\circ\text{N } 73,5^\circ\text{W}$ e $17,5^\circ\text{S } 35,2^\circ\text{E}$. Em todos os casos é observada variação espectral no tempo, nas bandas anual, semestral e trimestral tanto de intensidade quanto de persistência. Além disso, através da análise da distribuição zonal-temporal da potência espectral em várias bandas, nota-se variabilidade espacial no espectro das ondas de Rossby.

Abstract

Fifteen years of sea surface height anomaly (SSHA) from merged TOPEX/Poseidon and Jason-1 datasets gridded using an autocorrelation-based interpolation method are used to test the spectral variability of first mode baroclinic Rossby waves in the Atlantic Ocean. The gridding method is innovative and was specifically developed for this purpose. Mean SSHA, trends and monthly climatologies were determined globally. The global SSHA trends show regions of rising sea level of more than 10 mm yr^{-1} and some regions of sinking the same order of magnitude. A two-dimensional wavelet analysis-based methodology was entirely developed for the purpose of this study and is unprecedentedly applied to the altimetry data. SSHA longitude-time diagrams are filtered through the two-dimensional wavelet filter and decomposed to obtain at certain latitudes the variation of the seasonal cycle and of the propagating signal linked to these waves. The methodology is first applied to the Pacific Ocean at $28,5^{\circ}\text{N}$ to validate the results with the available literature and then applied to the Atlantic Ocean with detail at the latitudes $32,5^{\circ}\text{N}$ and $17,5^{\circ}\text{S}$. The calculated phase velocities for the Atlantic range from -20 km day^{-1} at 10° latitude to -2 km day^{-1} at 38° latitude. The spectral variability of Rossby waves is analysed at three locations: $28,5^{\circ}\text{N } 134,3^{\circ}\text{E}$, $32,5^{\circ}\text{N } 73,5^{\circ}\text{W}$ and $17,5^{\circ}\text{S } 35,2^{\circ}\text{E}$. In all cases spectral change is observed in time, at the annual, semi-annual and quarterly spectral bands both in intensity and in persistence. Furthermore, through the longitude-time spectral power distribution analysis in various spectral bands, there is spatial variability in the Rossby wave spectrum.

Sumário

Lista de Figuras	p. viii
Lista de Tabelas	p. xi
1 Introdução	p. 1
1.1 Física das ondas de Rossby	p. 3
1.2 Observação de ondas de Rossby	p. 11
2 Objetivos	p. 14
3 Área de estudo	p. 16
4 Materiais e métodos	p. 17
4.1 Dados altimétricos	p. 17
4.2 Método de interpolação	p. 19
4.2.1 Pré-interpolação	p. 20
4.2.2 Autocorrelação	p. 21
4.2.3 Médias e tendências	p. 22
4.3 Filtro de ondaletas	p. 22
4.3.1 Ciclo sazonal	p. 29
4.3.2 Sinais propagantes	p. 29
4.3.3 Variação espectral	p. 33
5 Resultados e discussão	p. 36

5.1	Mapas globais interpolados	p. 36
5.2	Filtro de ondaletas	p. 48
5.3	Oceano Atlântico	p. 56
5.3.1	Atlântico subtropical norte – Bermuda	p. 61
5.3.2	Atlântico tropical sul – Abrolhos	p. 67
6	Conclusões	p. 76
	Referências Bibliográficas	p. 79
	Apêndice A – Ondaletas	p. 84
A.1	Análise de Fourier	p. 84
A.1.1	Transformada de Fourier	p. 85
A.1.2	Convolução	p. 87
A.1.3	Filtro de resposta impulsiva	p. 88
A.1.4	Propriedades importantes	p. 89
A.2	Análise de ondaletas	p. 90
A.2.1	Frequência e escala	p. 93
A.2.2	Função Escala	p. 96
A.2.3	Transformada de ondaletas discreta	p. 97
A.2.4	Escalograma	p. 98
A.2.5	Ondaletas ortogonais	p. 101

Lista de Figuras

1.1	Modelo de duas camadas	p. 7
1.2	Diagrama de dispersão de ondas planetárias e frequência angular	p. 9
1.3	Conservação de vorticidade potencial para três casos distintos	p. 11
4.1	Trajétoria do satélite para cada ciclo completo	p. 18
4.2	Limites das principais bacias oceânicas	p. 19
4.3	Decomposição do sinal simulado pelo filtro de ondaletas	p. 26
4.4	Decomposição do sinal simulado através da análise de multi-resolução bidimensional	p. 27
4.5	Componentes do ciclo sazonal do sinal simulado	p. 30
4.6	Média zonal do ciclo sazonal simulado e seu espectro de Fourier	p. 30
4.7	Autocorrelação horizontal da componente de detalhe horizontal norma- lizada sem defasagem vertical do sinal simulado	p. 32
4.8	Componentes do sinal propagante simulado.	p. 33
4.9	Escalogramas, espectros globais e potenciogramas do sinal sazonal e propagante de η simulado	p. 35
5.1	Exemplo de mapa de η interpolado através do método de médias pon- deradas por coeficientes de autocorrelação	p. 37
5.2	Diferença entre mapa interpolado pelo método de autocorrelação e o método de curvatura mínima.	p. 38
5.3	Diagramas zonais-temporais de η no Oceano Pacífico a 28,5°N	p. 42
5.4	Mapas de média, tendência e desvio de η globais	p. 43
5.5	Médias climatológicas de η globais para os meses de janeiro, fevereiro e março.	p. 44

5.6	Médias climatológicas de η globais para os meses de abril, maio e junho.	p. 45
5.7	Médias climatológicas de η globais para os meses de julho, agosto e setembro.	p. 46
5.8	Médias climatológicas de η globais para os meses de outubro, novembro e dezembro.	p. 47
5.9	Decomposição do sinal original através do filtro de ondaletas no Oceano Pacífico a $28,5^\circ\text{N}$	p. 48
5.10	Componentes sazonais no Oceano Pacífico a $28,5^\circ\text{N}$	p. 50
5.11	Componentes propagantes trimestrais, semi-anuais, anuais, bianuais e tetra-anuais no Oceano Pacífico a $28,5^\circ\text{N}$	p. 50
5.12	Autocorrelação horizontal normalizada no Oceano Pacífico a $28,5^\circ\text{N}$	p. 51
5.13	Componente propagante, média quadrática e batimetria no Oceano Pacífico a $28,5^\circ\text{N}$	p. 53
5.14	Escalogramas, espectros globais e potenciogramas do sinal sazonal e propagante no Oceano Pacífico a $28,5^\circ\text{N}$ e $134,3^\circ\text{E}$	p. 55
5.15	Mapas de autocorrelação horizontal normalizada no Oceano Atlântico em diferentes escalas	p. 59
5.16	Estimativas para a distribuição das velocidades de propagação de ondas de Rossby e razão entre velocidades observadas e estimadas teoricamente.	p. 60
5.17	Decomposição do sinal original através do filtro de ondaletas no Oceano Atlântico a $32,5^\circ\text{N}$	p. 61
5.18	Componentes sazonais no Oceano Atlântico a $32,5^\circ\text{N}$	p. 63
5.19	Componentes propagantes trimestrais, semi-anuais, anuais, bianuais e tetra-anuais no Oceano Atlântico a $32,5^\circ\text{N}$	p. 63
5.20	Componentes propagantes, média quadrática e batimetria no Oceano Atlântico a $32,5^\circ\text{N}$	p. 64
5.21	Escalogramas, espectros globais e potenciogramas do sinal sazonal e propagante no Oceano Atlântico a $32,5^\circ\text{N}$ e $73,5^\circ\text{W}$	p. 66

5.22	Decomposição do sinal original através do filtro de ondaletas no Oceano Atlântico a $17,5^{\circ}\text{S}$	p. 67
5.23	Componentes sazonais no Oceano Atlântico a $17,5^{\circ}\text{S}$	p. 69
5.24	Componentes propagantes trimestrais, semi-anuais, anuais, bianuais e tetra-anuais no Oceano Atlântico a $17,5^{\circ}\text{S}$	p. 69
5.25	Componentes propagantes, média quadrática e batimetria no Oceano Atlântico a $17,5^{\circ}\text{S}$	p. 70
5.26	Escalogramas, espectros globais e potenciogramas do sinal sazonal e propagante no Oceano Atlântico a $17,5^{\circ}\text{S}$ e $35,2^{\circ}\text{E}$	p. 72
5.27	Diagramas zonais-temporais de potência para as médias trimestrais, semestrais, anuais e bianuais do ciclo anual e do sinal de ondas de Rossby no Oceano Atlântico a $17,5^{\circ}\text{S}$	p. 74
5.28	Componentes propagantes, média quadrática e batimetria nas três grandes bacias a $17,5^{\circ}\text{S}$	p. 75
A.1	Comparação entre a análise espectral de dois sinais periódicos com mesmas frequências	p. 86
A.2	As ondaletas de Morlet e Chapéu mexicano e suas transformadas de Fourier	p. 92
A.3	As ondaletas de Morlet e Chapéu mexicano em diferentes escalas	p. 94
A.4	Caixas de Heisenberg e cone de influência	p. 96
A.5	Escalograma e diagrama de fase dos dois sinais periódicos	p. 100
A.6	Espectro de ondaletas global e espectro de potência de Fourier normalizados	p. 101
A.7	Sinal em diferentes resoluções e decomposto pela análise de multi-resolução utilizando a ondaleta de Haar	p. 104
A.8	Ondaleta de Daubechies D4	p. 105
A.9	Sinal em diferentes resoluções e decomposto pela análise de multi-resolução utilizando a ondaleta de Daubechies D4.	p. 105

Lista de Tabelas

5.1	Médias de η e de tendência globais e por bacia.	p. 39
5.3	Ângulos de rotação e velocidades de propagação dos sinais de ondas de Rossby para o Oceano Pacífico a $28,5^\circ\text{N}$	p. 49
5.5	Ângulos de rotação e velocidades de propagação dos sinais de ondas de Rossby para o Oceano Atlântico a $32,5^\circ\text{N}$	p. 62
5.7	Ângulos de rotação e velocidades de propagação dos sinais de ondas de Rossby para o Oceano Atlântico a $17,5^\circ\text{S}$	p. 68
5.9	Velocidades de propagação dos sinais de ondas de Rossby nas principais bacias oceânicas a $17,5^\circ\text{S}$	p. 73
A.1	Propriedades importantes da transformada de Fourier	p. 90

1 *Introdução*

Ondas de Rossby pertencem a uma classe especial de ondas planetárias sub-inerciais de larga escala, tanto nos oceanos quanto na atmosfera, cuja força restauradora é dada pela variação do parâmetro de Coriolis com a latitude e pela conservação da vorticidade potencial (ROSSBY *et al.*, 1939).

O modelo mais simplificado que admite ondas de Rossby como solução é um modelo de oceano invíscido, hidrostático, quase-geostrófico, com fundo plano, de águas rasas e aproximado pelo plano beta. Este modelo é descrito formalmente mais adiante. O padrão geral da variação da densidade da água com a profundidade mostra uma camada superficial de densidade praticamente constante, conhecida por camada de mistura. Abaixo dela ocorre uma região de rápida transição, a picnoclina, até que densidade atinja novamente valores constantes e maiores que persistem ao longo do resto da coluna de água. As variações de densidade dependem intimamente da salinidade e da temperatura, sendo, na vasta maioria dos casos, a segunda dominante. Assim, a região da picnoclina pode muitas vezes ser aproximada pela da termoclina. Estas observações levam à criação de um modelo simplificado dos oceanos: um sistema de duas camadas com a camada superficial de água mais quente e menos densa e a camada de fundo mais fria e densa. Em relação à variação vertical da velocidade horizontal, este modelo admite duas soluções oscilatórias ou modos. Na primeira solução o campo de velocidades é verticalmente homogêneo, também chamado de modo barotrópico. Na segunda solução as velocidades horizontais mudam de sentido entre as camadas, o modo baroclínico.

As ondas de Rossby longas do primeiro modo baroclínico, objeto do presente estudo, são causadas por oscilações verticais da interface entre as duas camadas, a termoclina, com propagação para oeste, escala espacial horizontal da ordem de centenas a milhares de quilômetro e podendo levar de meses a anos para atravessar uma bacia oceânica. Esta classe de ondas é de grande interesse pois são o principal mecanismo de transferência de energia através das bacias oceânicas, responsáveis pelo estabelecimento da principal

característica da circulação em larga escala, a intensificação oeste dos grandes giros (ANDERSON; GILL, 1975). Estas ondas planetárias também são o mecanismo dinâmico para o ajuste transiente do oceano a forçantes atmosféricas de escala global. Elas afetam as correntes e transportam momentum e energia através das principais bacias oceânicas. Também influem nos efeitos de grandes eventos climáticos na circulação oceânica e governam o tempo de resposta dos oceanos às forçantes atmosféricas. Juntamente com as ondas de Kelvin equatoriais, são parte importante do fenômeno *El Niño*. A descrição precisa de suas características e distribuição é fundamental e pode ajudar a comunidade científica a aperfeiçoar os modelos oceânicos e de mudanças climáticas (CIPOLLINI *et al.*, 2000).

A vorticidade é a quantidade de rotação de um fluido. A vorticidade de um fluido na Terra possui duas componentes de vorticidade, a local e a planetária. Uma coluna de água no oceano é caracterizada tanto por sua vorticidade absoluta quanto por sua estratificação, definindo-se então uma nova grandeza, a vorticidade potencial. Assim, por conservação de energia, mais precisamente de momento angular, a vorticidade potencial de uma parcela de água deve ser conservada. A geração de ondas de Rossby depende de mecanismos físicos que introduzem perturbações no campo de vorticidade potencial como:

1. Variações de larga escala no rotacional da tensão de cisalhamento do vento superficial, que originam o bombeamento de Ekman;
2. Variações de larga escala na direção do vento paralela à costa leste;
3. Fluxo médio sobre a topografia;
4. Acoplamento entre os modos barotrópico e baroclínico;
5. Instabilidade baroclínica;
6. Advecção da vorticidade potencial;
7. Aquecimento e resfriamento da camada superior;
8. Ondas de Kelvin confinadas à costa.

A teoria das ondas de Rossby é amplamente discutida em Dickinson (1978), LeBlond e Mysak (1978), Gill (1982), Pedlosky (1987), Kundu (1990) e suas principais características estão resumidas a seguir.

1.1 Física das ondas de Rossby

Equações do movimento Para o estudo de ondas planetárias assume-se um modelo de fluido em rotação invíscido, incompressível e homogêneo cuja dinâmica é regida pela equação do movimento,

$$\frac{\partial \vec{v}}{\partial t} + \vec{v} \cdot \nabla \vec{v} + 2\vec{\Omega} \times \vec{v} = \frac{\nabla p}{\rho} + \vec{g} \quad (1.1)$$

e, por conservação de massa, pela equação da continuidade

$$\nabla \cdot \vec{v} = 0, \quad (1.2)$$

onde t é o tempo, \vec{v} é o vetor velocidade, $\vec{\Omega}$ é a velocidade angular da Terra, p é a pressão, ρ é a densidade do fluido e \vec{g} a força de gravidade.

Escala de grandeza Os movimentos descritos pela física de ondas de Rossby são movimentos de longo período e de larga-escala. Sendo Ω a velocidade angular da Terra, o foco são fenômenos cuja escala temporal $\tau \gg \Omega^{-1}$, ou seja, períodos consideravelmente maiores a um dia, neste caso, da ordem de meses. Tanto nos oceanos quanto na atmosfera a escala vertical usualmente satisfaz $D \leq 10 \text{ km}$. Os movimentos geralmente considerados possuem escala horizontal L grande quando comparadas à escala vertical mas não maiores que o raio da Terra R . Assim,

$$D \ll L \leq R.$$

Uma medida importante para a significância da rotação da Terra sobre um fenômeno em particular é o número de Rossby ε . Ele é a razão entre a aceleração de Coriolis e a aceleração relativa do movimento. Para movimentos com escalas de velocidade horizontal U e distância horizontal L o número de Rossby ε é definido como segue,

$$\varepsilon = \frac{U}{2\Omega L}. \quad (1.3)$$

Os movimentos ora considerados possuem gradientes de velocidade horizontal pequenos comparados com a rotação da Terra, de modo que $\varepsilon \ll 1$.

Vorticidade potencial Seja o vetor de vorticidade $\vec{\zeta}$ definido como o rotacional do campo de velocidades

$$\vec{\zeta} = \nabla \times \vec{v}. \quad (1.4)$$

Nota-se que, para um fluido submetido a uma rotação uniforme com velocidade angular $\vec{\Omega}$ e com vetor de posição \vec{r} do eixo de rotação, sua velocidade é $\vec{v} = \Omega \times \vec{r}$, logo, pode-se afirmar que neste caso a vorticidade é $2\vec{\Omega}$. A vorticidade de um fluido visto a partir de um sistema de coordenadas inercial e sem rotação é chamada de vorticidade absoluta e é simplesmente o rotacional da velocidade observada a partir deste sistema de coordenadas, ou seja, $\vec{\nabla} \times (\vec{v} + \vec{\Omega} \times \vec{r}) = \vec{\zeta} + 2\vec{\Omega}$. Em outras palavras, a vorticidade absoluta é a soma de duas componentes, a vorticidade local e a vorticidade planetária. Utilizando-se a igualdade vetorial $\vec{v} \cdot \nabla \vec{v} = (\vec{\nabla} \times \vec{v}) \times \vec{v} + \frac{1}{2} \nabla (\vec{v} \cdot \vec{v})$ e aplicando-se o rotacional na equação (1.1) obtém-se

$$\frac{\partial}{\partial t} (\vec{\zeta} + 2\vec{\Omega}) + \vec{\nabla} \times [(\vec{\zeta} + 2\vec{\Omega}) \times \vec{v}] = \frac{\vec{\nabla} \rho \times \vec{\nabla} p}{\rho^2}. \quad (1.5)$$

Utilizando a propriedade $\nabla \times (A \times B) = A \nabla \cdot B + (B \cdot \nabla) A - B \nabla \cdot A - (A \cdot \nabla) B$ e como o divergente de $\vec{\zeta} + 2\vec{\Omega}$ é nulo e pela equação da continuidade (1.2), a expressão (1.5) pode ser reescrita na forma,

$$\frac{d}{dt} (\vec{\zeta} + 2\vec{\Omega}) = [(\vec{\zeta} + 2\vec{\Omega}) \cdot \vec{\nabla}] \vec{v} + \frac{\vec{\nabla} \rho \times \vec{\nabla} p}{\rho^2}. \quad (1.6)$$

Assim, a vorticidade absoluta pode ser alterada ao longo de um caminho por estiramento de vórtice dado pelo termo $[(\vec{\zeta} + 2\vec{\Omega}) \cdot \vec{\nabla}] \vec{v}$ ou devido a torques baroclínicos dados por $\frac{\vec{\nabla} \rho \times \vec{\nabla} p}{\rho^2}$.

A vorticidade não é localmente conservada em um fluido estratificado e em rotação. No entanto, tomando o produto escalar da equação (1.5) com $\vec{\nabla} \rho$, obtém-se

$$\vec{\nabla} \rho \cdot \frac{\partial}{\partial t} (\vec{\zeta} + 2\vec{\Omega}) + \vec{\nabla} \rho \cdot \vec{\nabla} \times [(\vec{\zeta} + 2\vec{\Omega}) \times \vec{v}] = 0, \quad (1.7)$$

que, utilizando-se a identidade $\vec{\nabla} \cdot (\vec{A} \times \vec{B}) = \vec{B} \cdot (\vec{\nabla} \times \vec{A}) - \vec{A} \cdot (\vec{\nabla} \times \vec{B})$, pode ser reescrita na forma

$$\vec{\nabla} \rho \cdot \frac{\partial}{\partial t} (\vec{\zeta} + 2\vec{\Omega}) - \vec{\nabla} \cdot \left\{ \vec{\nabla} \rho \times [(\vec{\zeta} + 2\vec{\Omega}) \times \vec{v}] \right\} = 0. \quad (1.8)$$

Lembrando que $A \times B \times C = B(A \cdot C) - C(A \cdot B)$ e considerando $\frac{\partial \rho}{\partial t} + \vec{v} \cdot \vec{\nabla} \rho = 0$, o produto vetorial triplo do segundo termo da equação (1.8) leva a

$$\vec{\nabla} \rho \times [(\vec{\zeta} + 2\vec{\Omega}) \times \vec{v}] = -(\vec{\zeta} + 2\vec{\Omega}) \frac{\partial \rho}{\partial t} - [(\vec{\zeta} + 2\vec{\Omega}) \cdot \vec{\nabla} \rho] \vec{v}. \quad (1.9)$$

Portanto, aplicando-se em (1.8) e desde que $\vec{\nabla} \cdot \vec{\Omega} = 0$, obtém-se

$$\frac{d}{dt} [(\vec{\zeta} + 2\vec{\Omega}) \cdot \vec{\nabla} \rho] = 0. \quad (1.10)$$

Este resultado mostra que $(\vec{\zeta} + 2\vec{\Omega}) \cdot \vec{\nabla}\rho$, chamada de vorticidade potencial, é conservada.

Plano β A projeção da vorticidade planetária num ponto sobre a superfície da Terra a uma latitude ϕ é dada pelo parâmetro de Coriolis

$$f = 2\Omega \sin \phi. \quad (1.11)$$

Por expansão em série de Taylor,

$$f = 2\Omega \sin \phi_0 + 2\Omega \left(\frac{y}{R}\right) \cos \phi_0 + \dots \quad (1.12)$$

obtém-se a aproximação do plano β ,

$$f = f_0 + \beta y, \quad (1.13)$$

onde f_0 é o parâmetro de Coriolis local na latitude ϕ_0 , x e y são coordenadas cartesianas locais nas direções zonal e meridional respectivamente e o parâmetro β é dado por

$$\beta = \frac{\partial f}{\partial y} = \frac{1}{R} \frac{\partial f}{\partial \phi} = \frac{2\Omega}{R} \cos \phi_0. \quad (1.14)$$

Considerando apenas as componentes horizontais, a equação do movimento (1.1) é reescrita para a aproximação do plano β ,

$$\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} - fv = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x}, \quad (1.15)$$

$$\frac{\partial v}{\partial t} + u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} + fu = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial y}. \quad (1.16)$$

Como a escala horizontal do movimento é muito maior que a escala vertical, considerando-se um modelo em que a vorticidade local independe da profundidade e para um fluido hidrostático a equação de conservação da vorticidade potencial é

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\zeta + f}{h} \right) = 0 \quad (1.17)$$

que pode ser expandida na forma

$$h \frac{d}{dt} (\zeta + f) - (\zeta + f) \frac{dh}{dt} = 0. \quad (1.18)$$

Seja h a espessura da coluna de água

$$h = H(x, y) + \eta(x, y, t), \quad (1.19)$$

onde $H(x, y)$ é a profundidade média e $\eta(x, y, t)$ representa pequenos deslocamentos na superfície. Assim, a equação (1.18) torna-se

$$(H + \eta) \left(\frac{\partial \zeta}{\partial t} + u \frac{\partial \zeta}{\partial x} + v \frac{\partial \zeta}{\partial y} + \beta v \right) - (\zeta + f_0) \left(\frac{\partial \eta}{\partial t} + u \frac{\partial \eta}{\partial x} + v \frac{\partial \eta}{\partial y} \right) = 0. \quad (1.20)$$

Nota-se que neste caso $\frac{df}{dt} = v \frac{df}{dy} = \beta v$ e que em primeira ordem $f \approx f_0$. Linearizando a equação (1.20) obtém-se

$$H \frac{\partial \zeta}{\partial t} + H \beta v - f_0 \frac{\partial \eta}{\partial t} = 0. \quad (1.21)$$

Aproximação quase-geostrófica Assumindo que as componentes horizontais do movimento estejam aproximadamente em balanço geostrófico, ou seja,

$$u \approx -\frac{g}{f_0} \frac{\partial \eta}{\partial y} \quad \text{e} \quad v \approx \frac{g}{f_0} \frac{\partial \eta}{\partial x}, \quad (1.22)$$

a vorticidade local é

$$\zeta = \frac{g}{f_0} \left(\frac{\partial^2 \eta}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \eta}{\partial y^2} \right) \quad (1.23)$$

e aplicando na equação (1.21) resulta em

$$\frac{gH}{f_0} \frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{\partial^2 \eta}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \eta}{\partial y^2} \right) + \frac{gH\beta}{f_0} \frac{\partial \eta}{\partial x} - f_0 \frac{\partial \eta}{\partial t} = 0.$$

Denotando $c = \sqrt{gH}$, tem-se

$$\frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{\partial^2 \eta}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \eta}{\partial y^2} - \frac{f_0^2}{c^2} \eta \right) + \beta \frac{\partial \eta}{\partial x} = 0, \quad (1.24)$$

que é a forma quase-geostrófica da equação da vorticidade linearizada que governa o fluxo de movimentos de larga-escala. A razão $\frac{c}{f_0}$ é o raio de deformação de Rossby.

Relação de dispersão Assumindo uma solução ondulatória para a equação (1.24) na forma

$$\eta = \hat{\eta} e^{i(kx + ly - \omega t)}$$

obtém-se a seguinte relação de dispersão

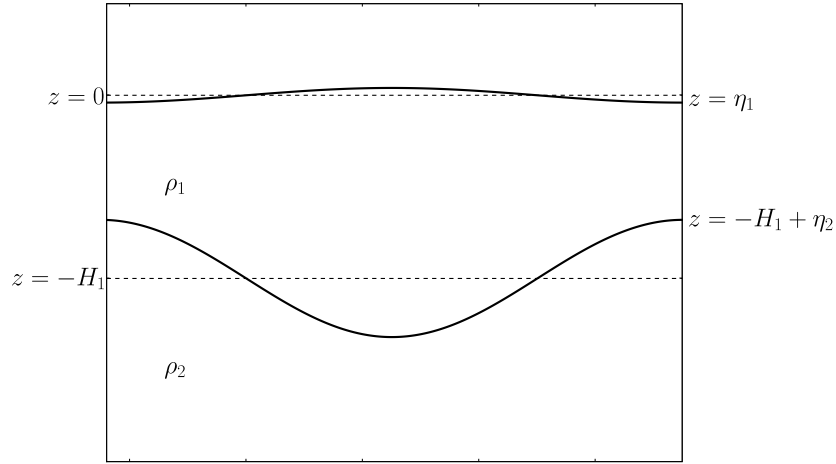


Figura 1.1: Modelo de duas camadas, adaptado de Gill (1982).

$$\omega = -\frac{\beta k}{\left(k^2 + l^2 + \frac{f_0^2}{c^2}\right)} \quad (1.25)$$

para ondas de Rossby.

Modos verticais A descrição apresentada até o momento leva em conta um oceano homogêneo não estratificado. A equação de conservação da vorticidade (1.24) pode ser estendida para um modelo de duas camadas com densidades distintas $\rho_1 < \rho_2$ como ilustra a figura (1.1). Neste caso o parâmetro c é reescrito na forma $c_n = \sqrt{\frac{\Delta\rho}{\rho_0} g H_n}$, onde $\Delta\rho$ é a diferença entre as densidades das duas camadas, ρ_0 é a densidade média do oceano e H_n é a profundidade média da camada n . Ignorando dissipação e batimetria, as equações para movimentos de pequena amplitude são

$$\frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{\partial^2 \eta_1}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \eta_1}{\partial y^2} - \frac{f_0^2}{c_1^2} (\eta_1 - \eta_2) \right) + \beta \frac{\partial \eta_1}{\partial x} = 0, \quad (1.26)$$

$$\frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{\partial^2 \eta_2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \eta_2}{\partial y^2} - \frac{f_0^2}{c_2^2} (\eta_2 - \eta_1) \right) + \beta \frac{\partial \eta_2}{\partial x} = 0. \quad (1.27)$$

No plano horizontal infinito, busca-se por soluções da forma

$$\eta_1 = \hat{\eta}_1 e^{i(kx + ly - \omega t)}, \quad (1.28)$$

$$\eta_2 = \hat{\eta}_2 e^{i(kx + ly - \omega t)}. \quad (1.29)$$

Aplicando-se as equações (1.28) e (1.29) em (1.26) e (1.27) obtém-se duas equações acopladas para as amplitudes $\hat{\eta}_1$ e $\hat{\eta}_2$

$$\hat{\eta}_1 \left[\omega \left(K^2 + \frac{f_0^2}{c_1^2} \right) + \beta k \right] + \hat{\eta}_2 \left[-\omega \frac{f_0^2}{c_1^2} \right] = 0, \quad (1.30)$$

$$\hat{\eta}_1 \left[-\omega \frac{f_0^2}{c_2^2} \right] + \hat{\eta}_2 \left[\omega \left(K^2 + \frac{f_0^2}{c_2^2} \right) + \beta k \right] = 0, \quad (1.31)$$

onde $K^2 = k^2 + l^2$. Soluções não triviais para $\hat{\eta}_1$ e $\hat{\eta}_2$ são dadas pelo determinante do sistema resolvendo-se a seguinte equação quadrática

$$\omega^2 K^2 \left(K^2 + \frac{f_0^2}{c_1^2} + \frac{f_0^2}{c_2^2} \right) + \omega \beta k \left(2K^2 + \frac{f_0^2}{c_1^2} + \frac{f_0^2}{c_2^2} \right) + \beta^2 k^2 = 0 \quad (1.32)$$

cujas raízes são

$$\omega_1 = -\frac{\beta k}{K^2}, \quad (1.33)$$

$$\omega_2 = -\frac{\beta k}{\left(K^2 + \frac{f_0^2}{c_1^2} + \frac{f_0^2}{c_2^2} \right)}. \quad (1.34)$$

Aplicando-se as raízes obtidas nas equações (1.30) e (1.31) obtém-se a razão entre as amplitudes $\hat{\eta}_1$ e $\hat{\eta}_2$ a seguir

$$\hat{\eta}_1 = \hat{\eta}_2, \quad \omega = \omega_1, \quad (1.35)$$

$$\hat{\eta}_1 H_1 = -\hat{\eta}_2 H_2, \quad \omega = \omega_2. \quad (1.36)$$

A primeira raiz corresponde ao modo barotrópico. Como as amplitudes são iguais, o movimento nas duas camadas é idêntico, a velocidade é independente da profundidade e o deslocamento da interface é nulo. Assim, pode-se afirmar que o modo barotrópico, quando existe, é independente da natureza da estratificação. Por outro lado a relação obtida em (1.34) mostra que a relação de dispersão no modo baroclínico depende da diferença de densidade entre as duas camadas. Nota-se que a amplitude na interface entre as camadas é proporcional à razão da espessura entre elas. No oceano em geral, a camada superficial é consideravelmente menos espessa que a camada de fundo e a razão $\frac{\Delta\rho}{\rho_0} \ll 1$, fazendo com que pequenas variações na superfície equivalham a grandes variações na interface e com sinal oposto. Nos oceanos a profundidade da termoclina está intrinsecamente relacionada à quantidade de radiação que incide sobre a superfície. Assim, na região tropical a termoclina é mais rasa com profundidades entre 50 e 150m, enquanto que nas regiões subtropicais ela varia entre 250 e 500m, podendo chegar a até 1000m em

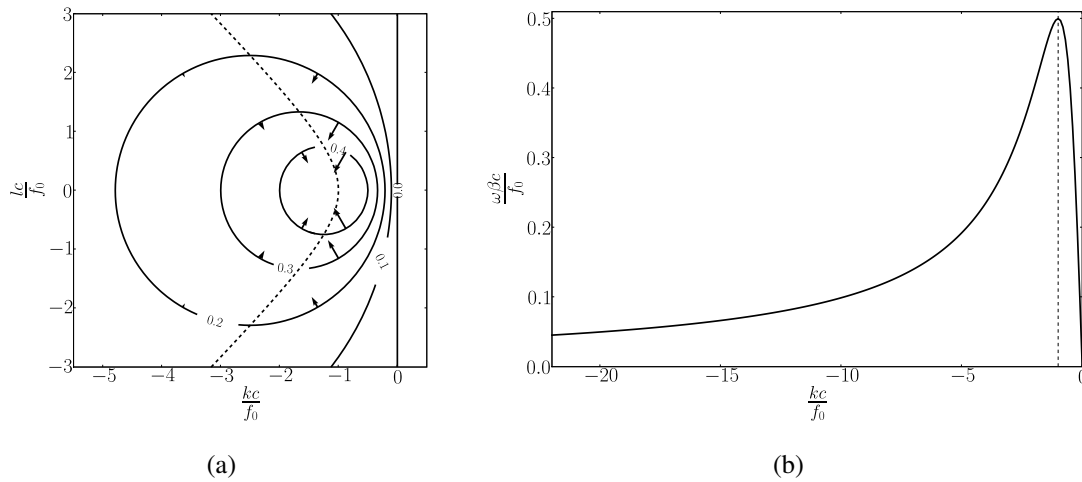


Figura 1.2: (a) Diagrama de dispersão de ondas planetárias em função dos números de onda zonal e meridional. As setas indicam a velocidade de grupo. (b) Frequência angular em função do número de onda zonal. Em ambas as figuras as frequências são escaladas por $\frac{\beta c}{f_0}$ e as linhas tracejadas destacam a frequência máxima. Adaptado de Gill (1982).

determinadas regiões. Em altas latitudes a termoclina pode ocorrer apenas sazonalmente.

Velocidade de grupo Pela relação de dispersão obtida na equação 1.25, contornos de frequência angular ω constantes no espaço dos números de onda são os círculos

$$\left(k + \frac{\beta}{2\omega}\right)^2 + l^2 = \left(\frac{\beta}{2\omega}\right)^2 - \left(\frac{f_0}{c}\right)^2 \quad (1.37)$$

e ilustrados na figura 1.2. A velocidade de grupo é definida como o gradiente de ω no espaço dos números de onda. As componentes da velocidade de grupo para ondas com relação de dispersão dadas pela equação (1.25) são

$$c_g \equiv \nabla_K \omega = \frac{\beta}{\left(k^2 + l^2 + \frac{f_0^2}{c^2}\right)^2} \left[\left(k^2 - l^2 - \frac{f_0^2}{c^2}\right) \hat{i} + 2kl \hat{j} \right], \quad (1.38)$$

onde ∇_K é o gradiente no espaço dos números de onda e \hat{i} e \hat{j} são versores de direção zonal e meridional respectivamente. A linha de frequência angular ω máxima, que separa as ondas com velocidade de grupo para oeste das para leste, é dada pela hipérbole

$$k^2 = l^2 + \frac{f_0^2}{c^2}. \quad (1.39)$$

As ondas planetárias com propagação para leste e comprimento de onda mais curto são chamadas de ondas de Kelvin. O sinal da velocidade de grupo meridional é oposta ao

da velocidade de fase meridional $\frac{\omega}{l}$. Assim, ondas com a componente meridional da velocidade de fase em direção ao norte possuem propagação de grupo para o sul e vice-versa. A figura (1.1) ilustra a variação de ω em função do número de onda zonal para o caso com propagação puramente zonal e é evidente a presença de um máximo em $k = -\frac{f_0}{c}$.

Assumindo apenas propagação zonal ($l = 0$) de ondas longas, ou seja $k \ll \left(\frac{f_0^2}{c_1^2} + \frac{f_0^2}{c_2^2}\right)$, a relação de dispersão de ondas de Rossby do primeiro modo baroclínico dada pela equação (1.36) pode ser reescrita na forma,

$$\omega = -\beta k R_o^2, \quad (1.40)$$

onde $R_o = \frac{c_1 c_2}{|f_0|} \frac{1}{\sqrt{c_1^2 + c_2^2}}$. Deste modo, a velocidade de grupo é

$$c_g = -\beta R_o^2 \quad (1.41)$$

e possui grande dependência com a latitude ϕ através do parâmetro β . Além disto, a propagação de ondas de Rossby longas é sempre de leste para oeste. Vale lembrar que ondas não dispersivas possuem velocidade de grupo igual à velocidade de fase.

Latitude crítica A frequência máxima para ondas planetárias é, a partir da equação (1.25),

$$\omega_{max} = \frac{1}{2}\beta a = \frac{\beta c}{2f_0} = \frac{c}{2R} \cot \theta_0, \quad (1.42)$$

onde a é o raio de deformação de Rossby e R o raio médio da Terra. Neste caso, a velocidade de grupo destas ondas é nula. Esta relação também pode ser utilizada para determinar a latitude máxima em que ondas de certo período podem ocorrer, a latitude crítica. Exemplificando para ondas do primeiro modo baroclínico no oceano, com $c = 2,5 \text{ m s}^{-1}$, a latitude crítica associada ao período anual é 45° . Isto significa que este modelo não admite ondas de Rossby para além de 45° de latitude.

Mecanismos das ondas planetárias A figura 1.3 ilustra o efeito da conservação de vorticidade potencial sobre uma coluna de água. É evidente, a partir das relações de dispersão das ondas planetárias, que elas podem existir apenas na presença de variação da vorticidade potencial. Imaginando uma coluna de água inicialmente em repouso, se ela for perturbada de tal modo que ela se desloque para uma região de maior vorticidade planetária, por conservação, ou a vorticidade relativa da coluna diminui ou a sua altura aumenta. No primeiro caso, a coluna começa a girar anti-ciclonicamente. No segundo, conservando

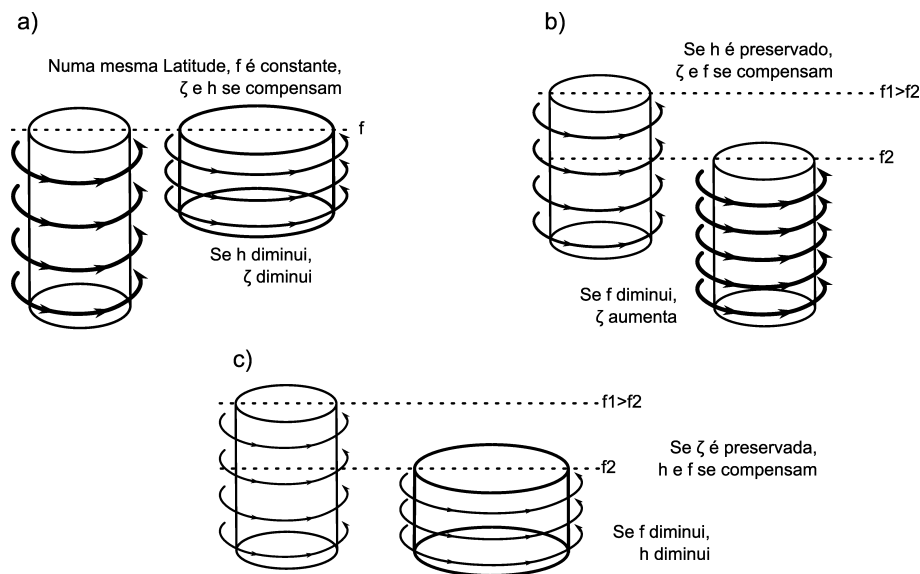


Figura 1.3: Conservação de vorticidade potencial para três casos distintos. (a) Sem variação de latitude, um fluido que é comprimido perde vorticidade relativa. (b) Fluido que mantém a espessura da coluna de água e se move para latitudes mais baixas adquire vorticidade relativa. (c) Um fluido que mantém sua vorticidade relativa mas é comprimido move-se para latitudes mais baixas.

tanto o volume quanto a massa da coluna, ocorre uma elevação da superfície de modo que a pressão local aumente, induzindo por geostrofia uma corrente anti-ciclônica. Esta circulação introduzirá momento à sua volta, fazendo com que de um lado a água se mova para latitudes mais baixas e do outro para latitudes mais altas. A vorticidade potencial das vizinhanças é alterada, gerando dois novos centros de circulação, um ciclônico e outro anti-ciclônico, respectivamente. Estes novos centros podem induzir o primeiro a retornar em direção à sua posição original que, por inércia, é transposta, continuando assim a oscilação.

Em regiões de contorno continentais ou no equador onde ocorram ventos intensos, o transporte gerado leva água para fora da região, dando início ao processo de bombeamento de Ekman. Assim, a superfície do mar é rebaixada e ocorre o soergimento da termoclina como resposta baroclínica à ação do vento, alterando a vorticidade local e propagando-se para oeste como uma onda de Rossby longa.

1.2 Observação de ondas de Rossby

Considerando-se o primeiro modo baroclínico, as variações na altura da superfície do mar espelham as variações na profundidade da termoclina com sinal oposto e com

amplitude de aproximadamente três ordens de grandeza maior (GILL, 1982). A grande diferença entre as escalas horizontal e vertical faz com que a identificação destas ondas planetárias na superfície seja difícil pois além de, para oscilações da ordem de 50 m na termoclina, a variação na superfície ser da ordem de 5 cm, o comprimento destas ondas é da ordem de centenas de metros e períodos longos. Muitas vezes elas não possuem períodos bem definidos, tomando a forma de ondas solitárias (BOYD, 1980; JACOBS *et al.*, 1994). Dados a imensa escala horizontal, amplitude na superfície da ordem de centímetros e na termoclina da ordem de dezenas de metros e os longos períodos de propagação, a observação de ondas de Rossby com técnicas *in situ* é difícil e restrita a regiões específicas com abundância em dados e séries temporais longas.

Estudos pioneiros de temperatura da água do mar mostram que ondas de Rossby baroclínicas nos Oceanos Pacífico Norte e Atlântico Norte são geradas quando os rotacionais da tensão de cisalhamento do vento são intensos, principalmente nas bordas leste, propagando-se através das bacias em forma de ondas longas e livres com velocidade de grupo para oeste (MEYERS, 1979; PRICE; MAGAARD, 1986).

A partir do advento dos altímetros a bordo de satélites oceanográficos foi possível medir com maior precisão o nível do mar em escala global. Com o lançamento dos satélites TOPEX/Poseidon em 1992 e Jason-1 em 2001 dados quase globais com precisão aproximada de 2 cm e em intervalos de aproximadamente 10 dias tornaram-se disponíveis. Os dados fornecidos pelos satélites altimétricos são particularmente importantes para o hemisfério sul, em especial o Atlântico Sul, por ser relativamente pobre em dados *in situ* e principalmente pela falta de longas séries temporais. Devido a sua resolução espacial e temporal, os dados altimétricos adequam-se melhor a estudos de meso e larga escala. Através deles observa-se claramente padrões sazonais e de propagação associadas a ondas de Rossby longas nas regiões de latitudes médias. No equador observam-se também ondas de Kelvin com propagação de oeste para leste e intensos sinais inter-anuais, como o ciclo *El Niño / La Niña* no Oceano Pacífico. Em latitudes mais altas e nas regiões polares predominam os vórtices associados à turbulência de meso-escala (POLITO, 2005).

As primeiras identificações de ondas planetárias através de altímetros (CHELTON; SCHLAX, 1996; POLITO; CORNILLON, 1997; CIPOLLINI *et al.*, 1997; KILLWORTH *et al.*, 1997; POLITO; LIU, 2003) apresentam a progressão das mesmas através das bacias oceânicas e quantificam principalmente a velocidade de fase em médias latitudes. Há estudos que identificam ondas de Rossby através de outras variáveis como a temperatura da superfície do mar (HILL *et al.*, 2000), variações da profundidade da isoterma de

20°C (WHITE, 1977; KESSLER, 1990), perfis de temperatura subsuperficial (CHU *et al.*, 2007) ou através da concentração de clorofila (CIPOLLINI *et al.*, 2001; KILLWORTH *et al.*, 2004) com resultados bastante convincentes e correlacionados (QUARTLY *et al.*, 2003).

2 *Objetivos*

A hipótese científica deste trabalho é que a energia associada à banda do espectro zonal-temporal teoricamente ocupada por ondas de Rossby baroclínicas do primeiro modo sofre significativas variações temporais. No intuito de testar esta hipótese, o presente trabalho visa identificar e caracterizar as ondas de Rossby do primeiro modo baroclínico no Oceano Atlântico a partir de dados de altimetria por satélite. Serão utilizados filtros de ondaleta bidimensionais para a decomposição da anomalia da altura do nível do mar em sinais com características propagantes associadas a tais ondas planetárias e sinais não propagantes associados à sazonalidade, a fenômenos do tipo *El Niño / La Niña* e a vórtices de meso-escala.

Motivados pelo crescente interesse em assuntos ligados a mudanças climáticas, em especial quanto a eventos extremos, o objetivo principal é determinar a variabilidade nos espectros obtidos para as ondas de Rossby. Esta variação pode ser determinada aplicando-se técnicas também oriundas da análise de ondaletas nos dados filtrados.

Uma vez caracterizada esta classe particular de ondas planetárias e determinada sua variação, os resultados são particularizados para a região do complexo recifal de Abrolhos. Este arquipélago tem atraído a atenção da comunidade científica por possuir grande potencial para a exploração de petróleo e gás natural. No entanto trata-se de uma região rica em biodiversidade e frágil a qualquer estresse ambiental.

Objetivos específicos

- Desenvolver, testar e implantar um algoritmo de interpolação similar à análise objetiva (CARTER; ROBINSON, 1987). Porém, por basear-se na autocorrelação local em um espaço tridimensional, apresenta vantagens particularmente no caso de sinais propagantes e cuja distribuição espectral de energia é variável.
- Desenvolver, testar e implantar um filtro de ondaletas para decompor sinais com

orientação específica e assim separar sinais propagantes de sinais não propagantes através de análise de multi-resolução (MALLAT, 1989a; MALLAT, 1989b). A transformada de ondaletas discreta projeta variações do sinal original em subespaços formados por bases ortonormais distintas. Cada um destes subespaços é ortonormal entre si e compreende uma banda espectral específica, tornando possível reconstruir os dados originais completamente.

- Identificar e quantificar a variabilidade espectral dos sinais filtrados através da transformada de ondaleta contínua. Um complemento à análise de Fourier, ela possibilita a localização e quantificação de eventos nos espaços tanto do tempo quanto da frequência.
- Aplicar a metodologia aos dados de anomalia da altura da superfície do mar no Oceano Atlântico e discutir os principais resultados obtidos na latitude próxima à do complexo recifal de Abrolhos com o auxílio de diagramas zonais-temporais.

3 *Área de estudo*

A área de estudo abrange a bacia do Oceano Atlântico, com especial interesse na região do arquipélago de Abrolhos. Apesar dos dados altimétricos abrangerem as regiões entre 66°S e 66°N aproximadamente, o estudo das ondas de Rossby estará limitado à faixa de 10° e 38° em ambos os hemisférios.

O arquipélago de Abrolhos localiza-se aproximadamente entre as latitudes 17°S e 18°S e as longitudes 38°W e 39°W. Ele possui a mais extensa área de recifes de coral do Brasil e do Oceano Atlântico Sul, que, por sua vez, possui menos de um por cento dos ecossistemas recifais da Terra. Trata-se, portanto, de uma região com características bem particulares e raras, de grande importância científica (LEÃO, 2002). Considerados “florestas tropicais dos oceanos” em termos de biodiversidade, os recifes de coral são ambientes sensíveis ao estresse ambiental.

Qualquer elevação da temperatura na coluna de água aumenta o nível do mar por expansão térmica. A altura da superfície do mar medida pelos altímetros pode ser um indicador para o calor armazenado na água (CHAMBERS *et al.*, 1997; POLITO *et al.*, 2000b; SATO; POLITO, 2008). Portanto, qualquer variação significativa no espectro de ondas de Rossby pode ter consequências sobre o ambiente marinho.

4 *Materiais e métodos*

Neste estudo são utilizados os dados de anomalia da altura da superfície do mar (η) medidos pelos altímetros TOPEX/Poseidon (T/P) e Jason-1 (J-1) fornecidos pelo *Physical Oceanography Distributed Active Archive Center* do *Jet Propulsion Laboratory* da agência espacial norte-americana (NASA – *National Aeronautics and Space Administration*), disponíveis para os períodos de 22 de setembro de 1992 a 8 de outubro de 2005 e de 15 de janeiro de 2002 até o presente respectivamente. Um ciclo de repetição exata, com 254 passagens, é gerado a cada 9 dias, 21 horas, 58 minutos e 31,3 segundos (aproximadamente a cada 10 dias) ao longo da trajetória do satélite (BERWIN, 2003a).

Além dos dados altimétricos, também são utilizados os dados topográficos ETOPO2v2 disponibilizados pela *National Oceanic and Atmospheric Administration* (NOAA). Estes dados com resolução de 2 minutos são empregados em comparações dos sinais filtrados de η com a batimetria local.

4.1 **Dados altimétricos**

Lançado em 10 de agosto de 1992, o satélite T/P iniciou a coleta de dados a partir de 25 de setembro do mesmo ano. A missão do T/P foi originalmente concebida para durar de três a cinco anos, no entanto permaneceu em operação até 8 de outubro de 2005 superando consideravelmente as expectativas. Seu sucessor, o satélite J-1, foi lançado em dezembro de 2001 e a partir da metade de janeiro de 2002 iniciou a coleta de dados. Durante a fase de calibração ambos os satélites descreviam a mesma trajetória. Entre os dias 15 de agosto e 16 de setembro de 2002 ano o satélite T/P foi manobrado para uma órbita paralela a fim de dobrar a resolução espacial.

A cada ciclo, o satélite faz um mapa global de η como ilustra a figura 4.1. Nota-se que a distribuição dos dados é regular, porém mais densa em altas latitudes. Assim, é necessário interpolá-los para obter-se mapas com a mesma métrica em todas as latitudes.

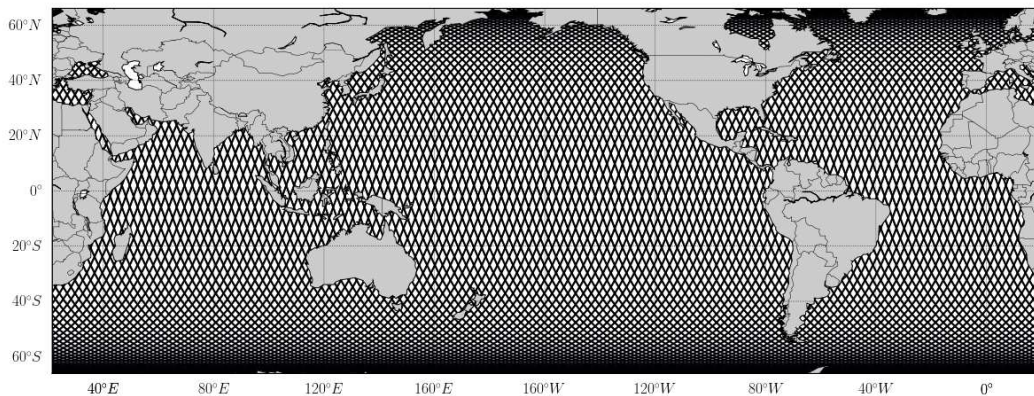


Figura 4.1: Trajetória de um ciclo completo. Os satélites T/P e J-1 varrem o globo entre as latitudes $66,03^{\circ}S$ e $66,03^{\circ}N$. Note como em latitudes mais altas a resolução espacial é consideravelmente mais densa. Durante o período simultâneo dos satélites T/P e J-1 a resolução espacial é dobrada

Neste caso, a interpolação adotada utiliza o método de médias ponderadas em uma grade regular de $1^{\circ} \times 1^{\circ}$, cujos pesos são calculados através dos coeficientes de autocorrelação espaço-temporal dos dados ao redor de cada ponto da grade. O método de interpolação será tratado mais detalhadamente adiante.

A anomalia da superfície do oceano é a diferença entre a melhor estimativa da altura da superfície e sua altura média. Os dados de altura da superfície do mar (ASM) utilizados neste estudo são dados pré-processados pelo JPL que corrige os efeitos atmosféricos (ionosfera, troposfera úmida e seca), efeitos devido às condições de superfície (desvio eletromagnético) e outras contribuições (marés oceânicas, continentais, polares e barômetro invertido) (BERWIN, 2003b), além de validar e pré-interpolar os dados ao longo de uma passagem canônica igualmente espaçada como ilustrada na figura 4.1.

No presente trabalho são utilizados os dados medidos pelos satélites entre os anos de 1993 e 2007, formando assim um conjunto robusto de 15 anos completos de dados de $\eta(x, y, t)$. Apesar do período amostral ser relativamente curto para análises climatológicas, este conjunto de dados oferece informação estatisticamente significativa para a análise da variabilidade em larga-escala com períodos de ordem anual como os das ondas de Rossby.

Máscara de continentes e bacias oceânicas Para reduzir os efeitos de borda e problemas inerentes aos dados altimétricos, regiões de águas rasas ($H < 1000m$) são excluídas

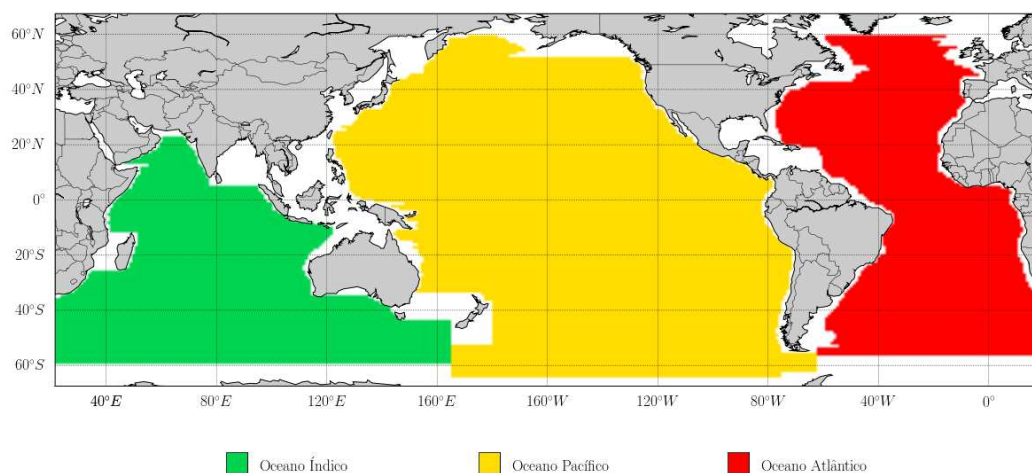


Figura 4.2: Limites das principais bacias oceânicas.

das análises e pequenas ilhas são ignoradas. Além disso o próprio modelo teórico que descreve a dinâmica das ondas de Rossby assume grandes profundidades. A figura 4.2 ilustra as regiões de águas profundas no globo e os limites das grandes bacias oceânicas.

4.2 Método de interpolação

Ao utilizar os coeficientes de autocorrelação espaço-temporal, informação estatisticamente robusta sobre o padrão de propagação dominante é incorporada ao método de interpolação (POLITO *et al.*, 2000a). Assim, comparado ao método de interpolação por médias ponderadas pelo inverso da distância, por exemplo, espera-se observar feições propagantes melhor representadas. Métodos que não incorporem o tempo, como o de curvatura contínua mínima (SMITH; WESSEL, 1990), podem não reproduzir adequadamente estes fenômenos, principalmente nas regiões em que as trajetórias ascendentes e descendentes se cruzam no espaço mas estão distantes no tempo.

O método de análise objetiva (CARTER; ROBINSON, 1987), amplamente utilizado para interpolação, utiliza como função peso uma função gaussiana ajustada à localização dos dados. O ajuste é feito através de uma matriz de auto-correlação bidimensional circularmente simétrica no espaço, obtida através do ajuste de uma função unidimensional de decaimento gaussiano aos dados. O algoritmo de análise objetiva introduz uma inversão de matriz e portanto não é incondicionalmente estável como o método aqui proposto.

Baseado em Polito *et al.* (2000a), o método de interpolação adotado é dividido em duas

partes. Como a métrica dos dados é irregular, primeiramente é feita uma pré-interpolação dos dados de η em uma resolução relativamente alta. Em seguida são calculados os coeficientes de autocorrelação destes dados pré-interpolados. O coeficiente de autocorrelação espaço-temporalmente mais próximo de cada medida original é utilizado como peso no cálculo da média ponderada.

Para o período em que os satélites T/P e J-1 operam simultaneamente, de janeiro de 2002 a outubro de 2005, os ciclos são mesclados para formar um novo conjunto de dados interpolado através do método aqui descrito. Assim espera-se que diferenças de medida dos dois altímetros não corrigidas (CHAMBERS *et al.*, 2003; LEBEN; POWELL, 2003; LEULIETTE *et al.*, 2004) sejam amenizadas, tornando a transição mais suave.

4.2.1 Pré-interpolação

O método de interpolação por autocorrelação calcula os coeficientes utilizando mapas pré-interpolados em uma grade regular com resolução de $0,25^\circ \times 0,25^\circ \times 3,3$ dias a partir das medidas de cinco ciclos consecutivos, centrados no ciclo a ser estudado. A pré-interpolação é gaussiana e descrita através da seguinte equação (ZLOTNICKI; BECKLEY, 2002), onde x , y e t são as coordenadas do dado espaciais e temporais, h é o dado medido pelo satélite, H o valor pré-interpolado, w_ϕ , w_λ e w_t são, respectivamente, os parâmetros de busca zonal, meridional e temporal, ϕ é a latitude, λ é a longitude e τ é o tempo,

$$H(\phi, \lambda, \tau) = \frac{\sum_i h(x_i, y_i, t_i) e^{-0.6931 \left[\left(\frac{\phi - x_i}{w_\phi} \right)^2 + \left(\frac{(\lambda - y_i) \cos(\phi)}{w_\lambda} \right)^2 + \left(\frac{\tau - t_i}{w_\tau} \right)^2 \right]}}{\sum_i e^{-0.6931 \left[\left(\frac{\phi - x_i}{w_\phi} \right)^2 + \left(\frac{(\lambda - y_i) \cos(\phi)}{w_\lambda} \right)^2 + \left(\frac{\tau - t_i}{w_\tau} \right)^2 \right]}}. \quad (4.1)$$

Para um ponto de grade (ϕ, λ, t) , todos os pontos dentro do volume delimitado por

$$(|\phi - x_i| \leq w_\phi, |\lambda - y_i| \leq w_\lambda, |\tau - t_i| \leq 2,5 \cdot w_\tau)$$

são utilizados para o cálculo da média, determinando-se assim a variável de iteração i . Como a densidade amostral dos dados varia em função da latitude (figura 4.1), os parâmetros de busca zonal e meridional também são variáveis. Isto evita que possíveis medidas com valor absoluto alto e relativamente distantes contaminem a média ou que, em altas latitudes, ocorra uma suavização grosseira de pequenos vórtices intensos. Além disso, a

variação destes parâmetros garante que não haja lacunas nos mapas interpolados, principalmente nas regiões tropicais. Para garantir simetria e não dar preferência a uma das direções, os parâmetros espaciais são idênticos. Eles variam entre $0,25^\circ$ em altas latitudes e 1° no equador a passos múltiplos inteiros de $0,25^\circ$ proporcionais à variação da distância meridional entre medidas consecutivas ao longo da trajetória em função da latitude. O parâmetro temporal w_t é 9,9156 dias. Nesta configuração o raio de procura temporal é relativamente maior que o espacial para garantir que todas as medidas localmente próximas ao ponto da grade (ϕ, λ, τ) dos cinco ciclos consecutivos contribuam significativamente para a média do mapa pré-interpolado.

4.2.2 Autocorrelação

Para cada ciclo interpolado pelo método de médias ponderadas pelos coeficientes de autocorrelação são utilizados 15 mapas pré-interpolados nas coordenadas (ϕ, λ, τ) como descrito no item anterior para gerar mapas em (Φ, Λ, T) com resolução de $1^\circ \times 1^\circ \times 9,9156$ dias a partir das medidas de 5 ciclos consecutivos centrados no ciclo a ser estudado. Para cada ponto de grade (Φ, Λ, T) são selecionados os pontos (ϕ, λ, t) a $\pm 1^\circ$ nos mapas pré-interpolados. Sejam $\Delta\phi, \Delta\lambda, \Delta\tau$ respectivamente $0,25^\circ, 0,25^\circ$ e $3,3$ dias a resolução dos mapas pré-interpolados e sejam $\Delta\Phi, \Delta\Lambda, \Delta T$ respectivamente $1^\circ, 1^\circ$ e $9,9156$ dias a resolução dos mapas interpolados pelos coeficientes de autocorrelação. O conjunto de pontos nos mapas interpolados

$$\{H(\phi, \lambda, \tau) \mid |\phi - \Phi| \leq \Delta\Phi, |\lambda - \Lambda| \leq \Delta\Lambda, |\tau - T| \leq \Delta T\}$$

forma uma matriz tridimensional de dimensões $9 \times 9 \times 15$, pela qual é calculada a matriz de coeficientes de autocorrelação R . Para cada (Φ, Λ, T) a matriz R é calculada conforme a equação (4.2) a seguir, lembrando que H é o valor pré-interpolado e onde i, j, k são respectivamente os índices de defasagem zonal, meridional e temporal e u, v e w são respectivamente os índices zonal, meridional e temporal dos dados pré-interpolados,

$$R(i, j, k) = \frac{\sum_{u,v,w} (H_{u,v,w}) (H_{u-i,v-j,w-k})}{\sum_{u,v,w} (H_{u,v,w})^2}. \quad (4.2)$$

A matriz R possui dimensões $17 \times 17 \times 29$. Cada valor da matriz é utilizado então como peso no cálculo da média ponderada. O ponto central da matriz $R(9, 9, 15) = 1$, logo

todos os valores de h dentro dos limites

$$(|\Phi - x| \leq \Delta\phi, |\Lambda - y| \leq \Delta\lambda, |\tau - t| \leq \Delta\tau)$$

possuem peso $r(x, y, t) = 1$. De modo geral, todo h limitado ao cubo

$$(|\Phi + i\Delta\phi - x| \leq \Delta\phi, |\Lambda + j\Delta\lambda - y| \leq \Delta\lambda, |\tau + k\Delta\tau - t| \leq \Delta\tau)$$

possui peso $r(x, y, t) = R(i, j, k)$. Para qualquer ponto fora dos limites $r(x, y, t) = 0$. Finalmente, a média ponderada pelo coeficiente de autocorrelação é dada por

$$\eta(\Phi, \Lambda, T) = \frac{\sum_{x,y,z} r(x, y, z) h(x, y, z)}{\sum_{x,y,z} r(x, y, z)}. \quad (4.3)$$

Este processo é repetido em cada ponto da grade interpolada (Φ, Λ, T) para todo o período analisado.

4.2.3 Médias e tendências

Com a finalidade de ilustrar os resultados obtidos através do método de interpolação proposto, são calculadas as médias globais, as climatologias mensais e as tendências de η para cada ponto da grade ao longo dos 15 anos analisados. As tendências são determinadas através de regressão linear de uma função polinomial de grau um pelo método dos mínimos quadrados. Os desvios são calculados pela diferença quadrática média entre a função ajustada e os dados interpolados.

4.3 Filtro de ondaletas

A aplicação da transformada de ondaletas para estudos geofísicos teve início no princípio dos anos 1980 com a análise de sinais sísmicos (MORLET *et al.*, 1982a; MORLET *et al.*, 1982b) e posteriormente formalizada por Grossmann e Morlet (1984) e Goupillaud *et al.* (1984). Avanços importantes foram feitos por Daubechies (1988), Mallat (1989a) e Mallat (1989b). O formalismo matemático da análise de ondaletas é descrito em Daubechies (1992), Härdle *et al.* (1998) e Morettin (1999). Mallat (1999) descreve extensamente a aplicação da análise de ondaletas para processamento de sinais. Farge (1992), Meyers *et al.* (1993), Weng e Lau (1994), Lau e Weng (1995), Kumar e Foufoula-Georgiou (1997) e Torrence e Compo (1998) introduzem a análise de ondaletas para aplicações geofísicas, em especial meteorológicas e oceanográficas. Conceitos importantes e formalismo

matemático a respeito da análise de ondaletas podem ser consultados no apêndice A do presente documento. Por conveniência e para evitar definições duplicadas, alguns destes conceitos serão omitidos nesta seção.

Para este estudo a propriedade mais importante das ondaletas é a localização de eventos nos espaços do tempo e da frequência. Ela permite o estudo de características locais do sinal com detalhes correspondentes à escala, ou seja, características amplas em grandes escalas e características detalhadas em escalas pequenas. As ondaletas também podem ser utilizadas para decomposição ou expansão em série, semelhante às séries de Fourier. A representação de um processo através de ondaletas é composto por uma expansão em série infinita de um conjunto de versões escalonadas e transladadas de uma ondaleta mãe multiplicadas por coeficientes apropriados.

Para uma aplicação geofísica em particular, deve-se primeiramente determinar se a representação por ondaletas é apropriada para posteriormente definir qual a melhor representação de ondaletas para o problema a ser analisado. Portanto, é necessária uma boa compreensão das propriedades das ondaletas e de como aplicá-las para extrair determinada informação de um processo (KUMAR; FOUFOULA-GEORGIOU, 1997).

A primeira escolha que pode ser feita é entre o uso da Transformada de Ondaleta Contínua (CWT – *Continuous Wavelet Transform*) ou da Transformada de Ondaleta Discreta (DWT – *Discrete Wavelet Transform*). Apesar de que numericamente os dados sempre são tratados de maneira discreta, a CWT pode ser discretizada de forma bastante flexível tornando-se uma ferramenta importante para a identificação e localização de eventos em cada faixa de frequências (ou escalas). Por outro lado, a DWT, que possui apenas escalas múltiplas de potência de dois da ondaleta escolhida, é uma ferramenta poderosa para a decomposição, filtragem e reconstrução de dados.

O altímetro mede o estado integrado do nível do oceano que representa a soma de distintos processos geofísicos, como por exemplo a expansão térmica da coluna de água, as correntes geostróficas, os grandes giros, os vórtices de meso-escala, o ciclo *El Niño / La Niña* e as ondas planetárias. Identificar cada um destes processos a partir dos dados de satélite não é sempre um processo direto. No caso de ondas de Rossby, como descrito na introdução, elas possuem propagação predominantemente zonal para oeste e, em primeira ordem, velocidades de fase apenas em função da latitude. É intuitivo procurar identificá-las a partir de diagramas zonais-temporais. Neste tipo de diagrama nota-se a predominância de dois tipos de movimento: ciclos de elevação e rebaixamento de η ao longo de toda a bacia e com período próximo a um ano e feições propagantes para oeste.

O primeiro é identificado como o ciclo sazonal e o segundo é usualmente atribuído à propagação de ondas de Rossby. Estas observações motivam o uso da transformada de ondaletas como filtro para decompor o sinal original em componentes não propagantes e propagantes. Dado que a propagação de ondas de Rossby envolve pelo menos duas dimensões, longitude e tempo, é preciso que a decomposição seja capaz de diferenciar os sinais em cada uma das dimensões. Esta decomposição pode ser obtida através da DWT bidimensional (2D).

Ondaleta bidimensional

Partindo dos espaços formados por bases ortonormais de ondaletas de suporte compacto (DAUBECHIES, 1988) e dos conceitos da análise de multi-resolução (MALLAT, 1989a; MALLAT, 1989b) a representação por ondaletas pode ser estendida para duas dimensões através de um produto tensorial de espaços ortonormais distintos. A notação utilizada no presente trabalho foi escolhida de modo que o espaço V_0 seja o espaço de mais alta resolução, ou seja, onde encontram-se os dados de η originais, logo os subespaços V_j para $j > 0$ estão relacionados como segue,

$$\dots \subset V_j \subset V_{j-1} \subset \dots \subset V_1 \subset V_0.$$

Sendo assim, o espaço de ondaletas bidimensional na escala 0 é formado pelo produto tensorial de dois subespaços zonal V_j^x e temporal V_j^t idênticos

$$V_0 = V_0^x \otimes V_0^t.$$

Na análise de multi-resolução unidimensional o espaço V_0 é a soma dos espaços de aproximação V_1 e detalhe W_1 , ou seja, no caso generalizado,

$$V_j = V_{j+1} \oplus W_{j+1}, \quad j \geq 0.$$

Portanto, para o caso bidimensional obtém-se

$$\begin{aligned} V_0 = V_0^x \otimes V_0^t &= (V_1^x \oplus W_1^x) \otimes (V_1^t \oplus W_1^t) \\ &= (V_1^x \otimes V_1^t) \oplus (V_1^x \otimes W_1^t) \oplus (W_1^x \otimes V_1^t) \oplus (W_1^x \otimes W_1^t). \end{aligned}$$

O espaço V_0 pode então ser decomposto em quatro subespaços distintos:

- $V_1^x \otimes V_1^t$ – Filtro de passa-baixa zonal e temporal. Apresenta a informação aproximada contida no espaço inicial.

- $V_1^x \otimes W_1^t$ – Filtro de passa-baixa zonal e passa-alta temporal.
- $W_1^x \otimes V_1^t$ – Filtro de passa-alta zonal e passa-baixa temporal.
- $W_1^x \otimes W_1^t$ – Filtro de passa-alta zonal e temporal.

Na prática uma imagem é decomposta aplicando-se inicialmente os filtros de ondaleta na horizontal, por exemplo, obtendo-se as componentes de aproximação e detalhe horizontais. Em seguida o mesmo filtro é aplicado nas duas componentes, no entanto na direção vertical, resultando nas quatro componentes finais.

Séries diádicas

Uma característica importante da DWT é que a cada aplicação a série é decimada, ou seja, se a série possui inicialmente n elementos, após a aplicação do filtro, as séries de aproximação e detalhe obtidas possuem $\frac{n}{2}$ elementos. Sendo assim a DWT opera idealmente com séries diádicas, em outras palavras, séries que possuam $n = 2^j$ elementos, onde $j \in \mathbb{N}$. O conjunto de dados utilizado compreende 15 anos de dados de η e é composto por 553 mapas com resolução de $1^\circ \times 1^\circ$. Para uma dada latitude, o diagrama zonal temporal global é composto então por uma matriz de 553 linhas e 360 colunas. Esta imagem é então linearmente interpolada nas direções zonal e temporal para que seja composta por uma matriz de 1024×1024 elementos. A interpolação temporal é feita de tal modo que para um intervalo de um ano a série seja diádica, resultando em 15 séries distintas e em seguida preenchida com uma série de zeros para que se obtenha 16 séries diádicas anuais.

Resultados simulados

Para ilustrar o funcionamento do filtro de ondaletas é utilizado um sinal simulado com características que reproduzam um sinal sazonal e um sinal propagante para oeste. A simulação é feita por um período de 16 anos ao longo de um paralelo completo e descrita pela equação a seguir,

$$\eta = (A_t + \alpha_t t) \sin(\omega_t t) + \frac{x^2 e^{-\frac{x^2}{2a^2}}}{a^3 N} (A_R + \alpha_R t) \sin(k_R x - \omega_R t) + A_0. \quad (4.4)$$

O sinal sazonal tem amplitude $A_t = 60 \text{ mm}$ com tendência de aumento $\alpha_t = 5 \text{ mm ano}^{-1}$ e frequência angular ω_t anual. O sinal propagante possui amplitude $A_R = 50 \text{ mm}$ e tendência de aumento $\alpha_R = 2 \text{ mm ano}^{-1}$. Sua frequência angular ω_R também é anual e o

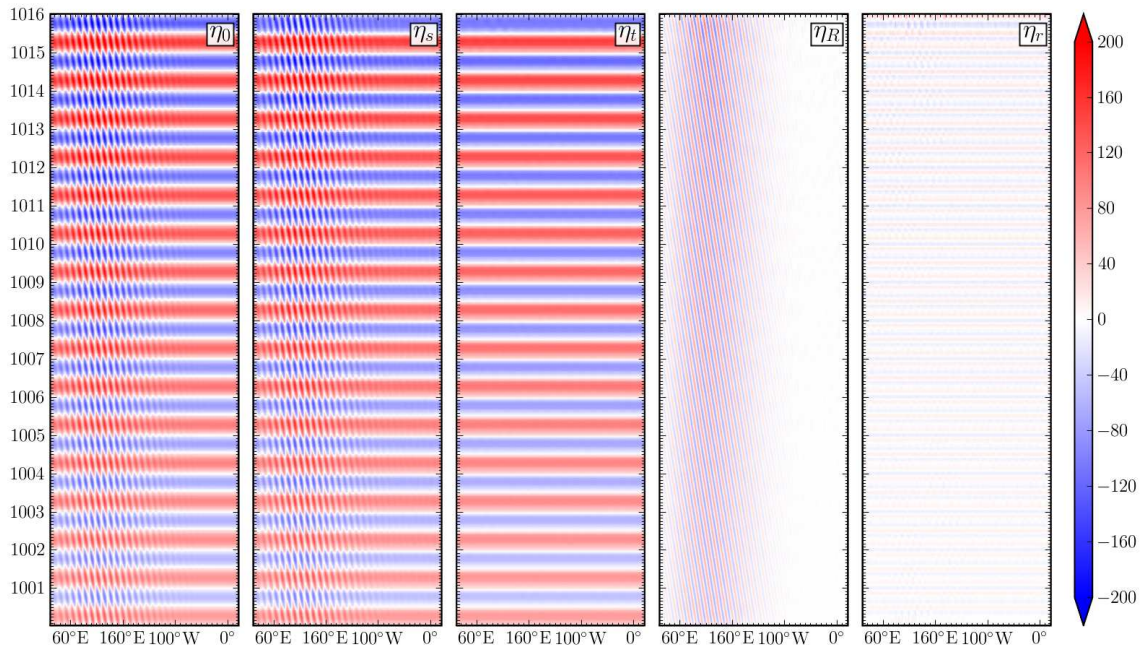


Figura 4.3: Decomposição do sinal simulado pelo filtro de ondaletas. η_0 é o sinal original dado pela equação 4.4. η_t e η_R são respectivamente as componentes sazonal e propagante. η_s é a soma das duas componentes e η_r é o resíduo.

número de onda k_R é tal que a velocidade de fase da onda seja de $-3,2 \text{ km dia}^{-1}$ a uma latitude de $28,5^\circ$. Além disso o sinal propagante também é amortecido por uma função semelhante à função de distribuição de probabilidade de Maxwell-Boltzmann com desvio $a = 80,625$ e normalizada pelo coeficiente N para que sua amplitude seja unitária. Ao sinal é adicionado um valor médio $A_0 = 15 \text{ mm}$. O tempo é dado por t e a longitude por x . Os dados simulados e sua decomposição estão ilustrados na figura 4.3. Antes de apresentar o funcionamento do filtro mais adiante, nota-se que ele distingue satisfatoriamente as componentes sazonal η_t e propagante η_R . O resíduo η_r possui média de $0,1 \text{ mm}$ e desvio padrão de $8,3 \text{ mm}$. Apesar da regularidade do sinal, o resíduo pode ser devido à interferência do sinal sazonal e do sinal propagante, mas é importante lembrar também que o sinal possui forma senoidal, diferente da forma da ondaleta adotada.

A DWT-2D é calculada através de um algoritmo piramidal (MALLAT, 1989b), como descrito na seção (A.2.5), aplicado à imagem original para obter-se os coeficientes da aproximação e dos detalhes horizontal (zonal), vertical (temporal) e diagonal. A ondaleta utilizada para a decomposição do sinal é a ondaleta de Daubechies D4, cuja forma está ilustrada na figura (A.8) do apêndice. O filtro é aplicado ao sinal original, que é representado pelo espaço V_0 , primeiramente em cada linha, obtendo-se duas imagens, uma

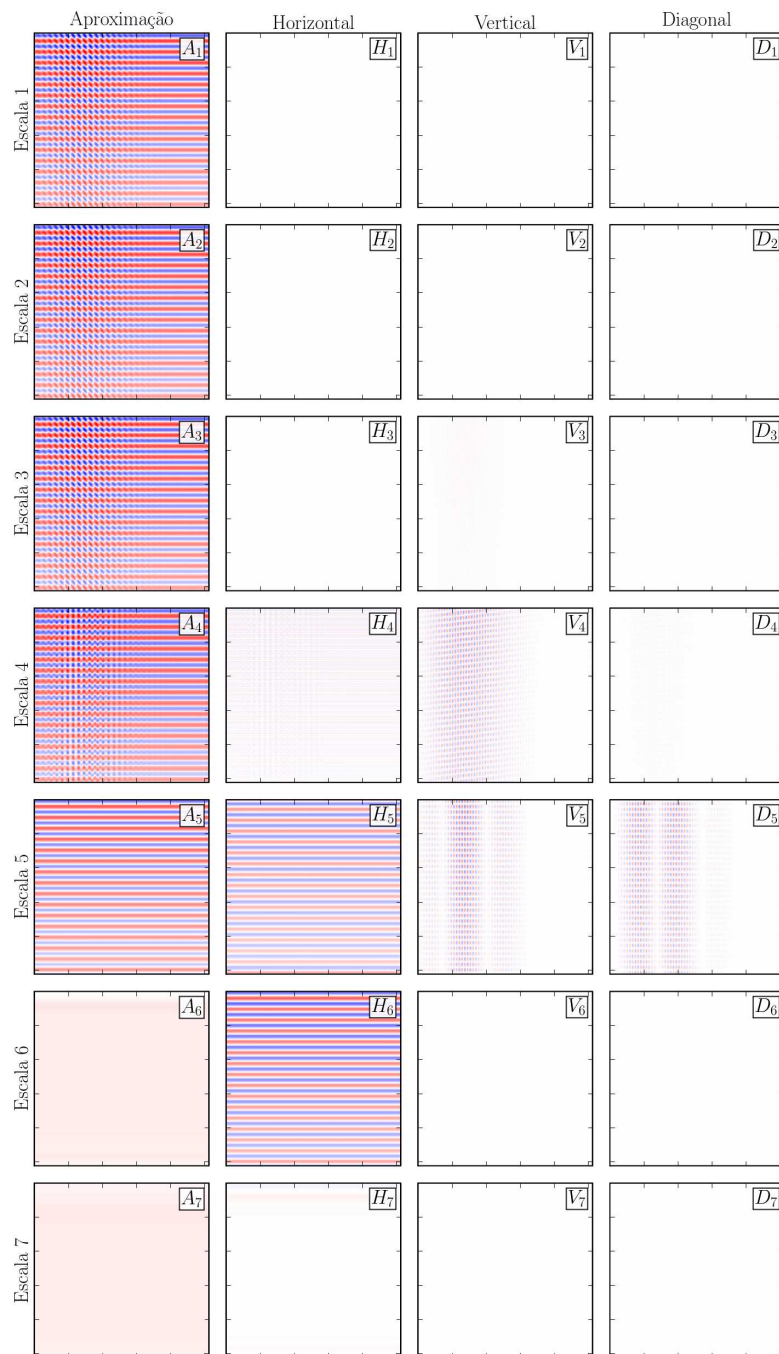


Figura 4.4: Decomposição do sinal simulado através da análise de multi-resolução bi-dimensional utilizando a ondaleta Daubechies D4. A cada escala obtém-se uma aproximação A_j do sinal em uma determinada resolução e os respectivos detalhes horizontal (zonal) H_j , vertical (temporal) V_j e diagonal D_j . Note que a soma das quatro componentes de cada escala dá a aproximação da escala anterior.

de aproximação e a outra de detalhes zonais. Em seguida o mesmo filtro é aplicado às colunas de ambas as imagens, obtendo-se quatro novas imagens, a imagem de aproximação zonal e temporal ($V_1^x \otimes V_1^t$), a imagem de aproximação zonal e detalhe temporal ($V_1^x \otimes W_1^t$), a imagem de detalhe zonal e aproximação temporal ($W_1^x \otimes V_1^t$) e finalmente a imagem de detalhe zonal e temporal ($W_1^x \otimes W_1^t$). O filtro é então sucessivamente aplicado da mesma forma às imagens de aproximação zonal e temporal até que o sinal não possa mais ser decimado. Como a visualização da representação por ondaletas do sinal original não é intuitiva, aplica-se a transformada inversa para cada uma das componentes separadamente. A reconstrução do sinal simulado através da ondaleta de Daubechies D4 nas diferentes componentes é ilustrada na figura 4.4. Nota-se nitidamente como o nível de detalhamento das aproximações diminui com a escala até reduzir-se ao valor médio A_0 na escala 7. É importante salientar que a soma de cada uma das componentes de dada escala resulta na aproximação da escala anterior, ou seja, somando-se a aproximação e as componentes de detalhe horizontal, vertical e diagonal da escala 7 obtém-se a aproximação da escala 6 e assim sucessivamente até obter-se a reconstrução do sinal original. Sejam os sinais reconstruídos da aproximação horizontal e vertical, do detalhe horizontal e aproximação vertical, da aproximação horizontal e do detalhe vertical e do detalhe horizontal e vertical para a escala j respectivamente dados por,

$$A_j = \mathcal{W}^{-1} (V_{j+1}^x \otimes V_{j+1}^t),$$

$$H_j = \mathcal{W}^{-1} (W_{j+1}^x \otimes V_{j+1}^t),$$

$$V_j = \mathcal{W}^{-1} (V_j^x \otimes W_{j+1}^t) \mathbf{e}$$

$$D_j = \mathcal{W}^{-1} (W_{j+1}^x \otimes W_{j+1}^t),$$

onde \mathcal{W}^{-1} denota o operador de inversão da transformada de ondaletas. A reconstrução do sinal original é

$$\eta_0 = A_1 + H_1 + V_1 + D_1 = A_2 + \sum_{i=1}^2 (H_i + V_i + D_i) = \dots = A_J + \sum_{i=1}^{J-1} (H_i + V_i + D_i),$$

onde J é a escala de decomposição máxima.

A presença do ciclo sazonal é bastante marcante nas escalas 5 e 6 da componente horizontal enquanto que o sinal propagante está dividido entre as componentes vertical e diagonal nas escalas 4 e 5. No segundo caso, nota-se claramente a presença do amortecimento do sinal propagante. Como o sinal é bastante regular e sem ruído, não há praticamente contribuição das componentes horizontal, vertical e diagonal das escalas de

1 a 3 nem da escala 7. As componentes horizontal e vertical da escala 4 e as componentes vertical e diagonal da escala 6 possuem valores muito baixos comparados aos das componentes mais marcantes, provavelmente devido à interferência dos sinais e à escolha da ondaleta.

4.3.1 Ciclo sazonal

É bastante intuitivo assumir que as componentes de detalhe horizontal (zonal) ilustradas na figura 4.4 representem o ciclo sazonal de maneira bastante adequada. Assumindo que o ciclo sazonal é composto pela componente horizontal nas escalas 6 a 7 e pela aproximação na escala 7, subtrai-se inicialmente do sinal original a aproximação da escala 7 e a componente horizontal das escalas 6 e 7. Apenas após a filtragem dos sinais propagantes, aplica-se novamente o filtro para obter a componente horizontal da escala 5 e completar assim o ciclo sazonal. Isto é feito pois observa-se, principalmente em latitudes mais baixas, a ocorrência de feições propagantes nesta componente. A baixas latitudes a teoria de ondas de Rossby prevê ondas com propagação relativamente rápida que implicam em feições propagantes quase horizontais nos diagramas zonais temporais. Nestas latitudes é difícil distinguir-se o sinal propagante do não propagante.

As componentes do ciclo sazonal do sinal simulado estão ilustradas na figura 4.5. Nota-se neste caso como escala e frequência não são equivalentes. O sinal sazonal possui período estritamente anual, mas, como o filtro de ondaletas opera em faixas de frequência que podem se sobrepor entre duas escalas contíguas, a componente semi-anual η_{t6} também apresenta valores significativos e defasados em relação à componente anual η_{t12} .

A figura 4.6 ilustra a média zonal do sinal sazonal η_t obtido a partir do filtro de ondaletas e seu espectro de Fourier. Nota-se que a forma da onda não é estritamente senoidal, apresentando leves distorções devido à forma da ondaleta escolhida. A amplitude é bem representada e a tendência de aumento do sinal é preservada pelo filtro. Como esperado, o espectro de Fourier apresenta um pico marcante no período de um ano.

4.3.2 Sinais propagantes

A partir dos dados de η medidos pelos altímetros nota-se que há predominância de sinais sazonais e sinais propagantes para oeste. Supondo que o filtro de ondaletas identifique satisfatoriamente o ciclo sazonal como descrito anteriormente é razoável estender-se o uso da DWT-2D para a filtragem do sinal propagante. O primeiro passo para a identi-

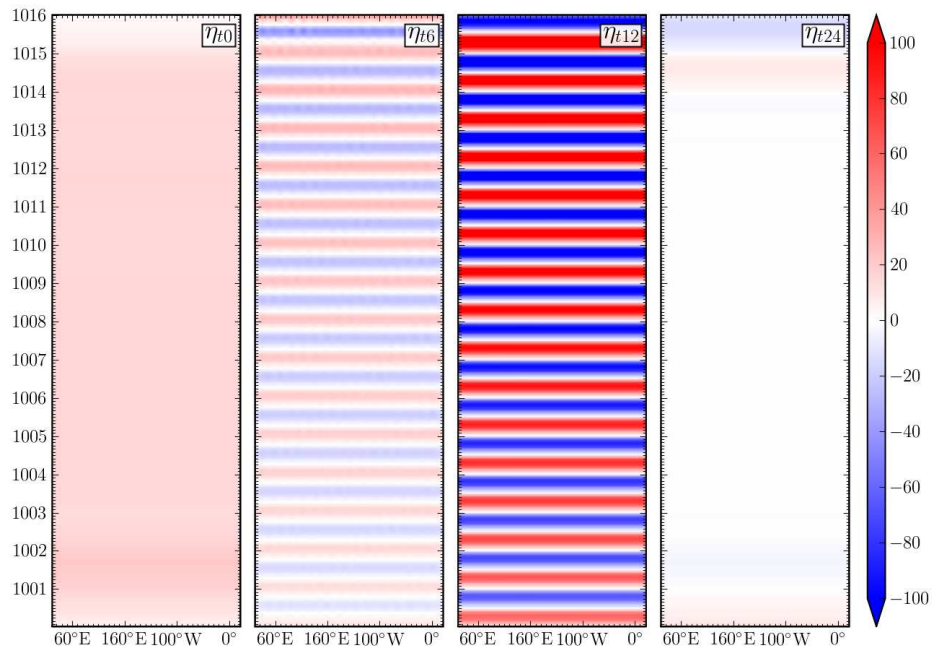


Figura 4.5: Componentes do ciclo sazonal do sinal simulado. Primeiramente são obtidas a aproximação η_{t0} e as componentes anual e bianual η_{t12} e η_{t24} . A componente semi-anual η_{t6} é determinada após a filtragem das feições propagantes.

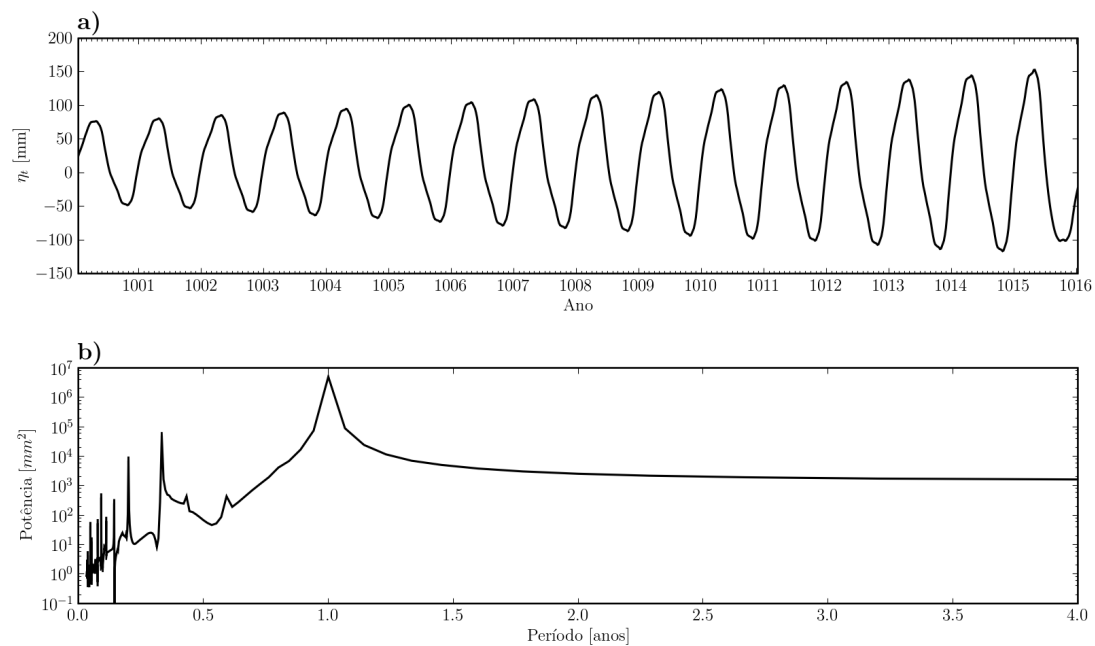


Figura 4.6: Média zonal do ciclo sazonal simulado (a) e seu espectro de Fourier (b).

ficação do sinal propagante é subtrair do sinal original todo o sinal sazonal, salvo o sinal dado pela componente horizontal da escala 5 como mencionado anteriormente, garantindo assim que não haja interferência.

O sinal propagante é dividido entre as componentes vertical e diagonal, como ilustra a figura 4.4. Os espaços formados pelas ondaletas são ortonormais, então pode-se dizer que os resultados da DWT-2D mostram a projeção do sinal propagante nas componentes verticais e diagonais em cada escala. É natural então impor que o sinal propagante seja unicamente projetado em uma das componentes através da rotação da imagem. No entanto, o ângulo de rotação não é arbitrário, ele indica a velocidade de fase da onda. Para o caso do sinal simulado, determinar o ângulo de rotação é simples, pois a velocidade de fase é imposta. Mas, no caso real é preciso determinar-se um critério para a rotação da imagem, garantindo assim que o sinal propagante dominante seja projetado para uma das componentes da DWT-2D, neste caso a horizontal.

O critério adotado para determinar o ângulo de rotação da imagem, e assim a velocidade de fase das ondas propagantes, é o ângulo no qual a autocorrelação horizontal dos coeficientes de ondaleta da componente horizontal é máxima. Ou seja, a DWT-2D é aplicada e então é calculada a autocorrelação dos coeficientes de ondaleta do detalhe horizontal em cada escala. Soma-se então os coeficientes de autocorrelação horizontal que passam pela origem, sem defasagem vertical. Espera-se que este novo coeficiente seja máximo quando o sinal propagante mais significativo estiver alinhado com a horizontal. A figura 4.7 apresenta estes coeficientes de autocorrelação horizontais para cada escala em função do ângulo de rotação do sinal simulado. Fica evidente a presença de picos de máxima autocorrelação ao redor de 62° nas escalas 2 a 5 o que equivale a uma velocidade de propagação de $-3,2 \text{ km dia}^{-1}$ a uma latitude de $28,5^\circ$, exatamente a velocidade simulada. Como o sinal propagante é unicamente anual, os picos nas escalas 3 a 5 são os mais dominantes. A alta autocorrelação, principalmente nas escalas 4 e 5 para rotação nula, é devida à presença de parte do ciclo sazonal não subtraído do sinal original. Observações prévias das ondas de Rossby baroclínicas, indicam a predominância de sinais com propagação semi-anual, anual e bianual. Portanto apenas as escalas 3 a 7 serão consideradas para a filtragem destes sinais, esperando obter-se também os sinais trimestrais e tetra-anuais de menor intensidade.

Uma vez determinado o ângulo de rotação para cada escala, o sinal é então filtrado da mesma maneira que o ciclo sazonal e em seguida desfeita a rotação para obter os resultados ilustrados na figura 4.8 no caso do sinal simulado. Nota-se que, assim como

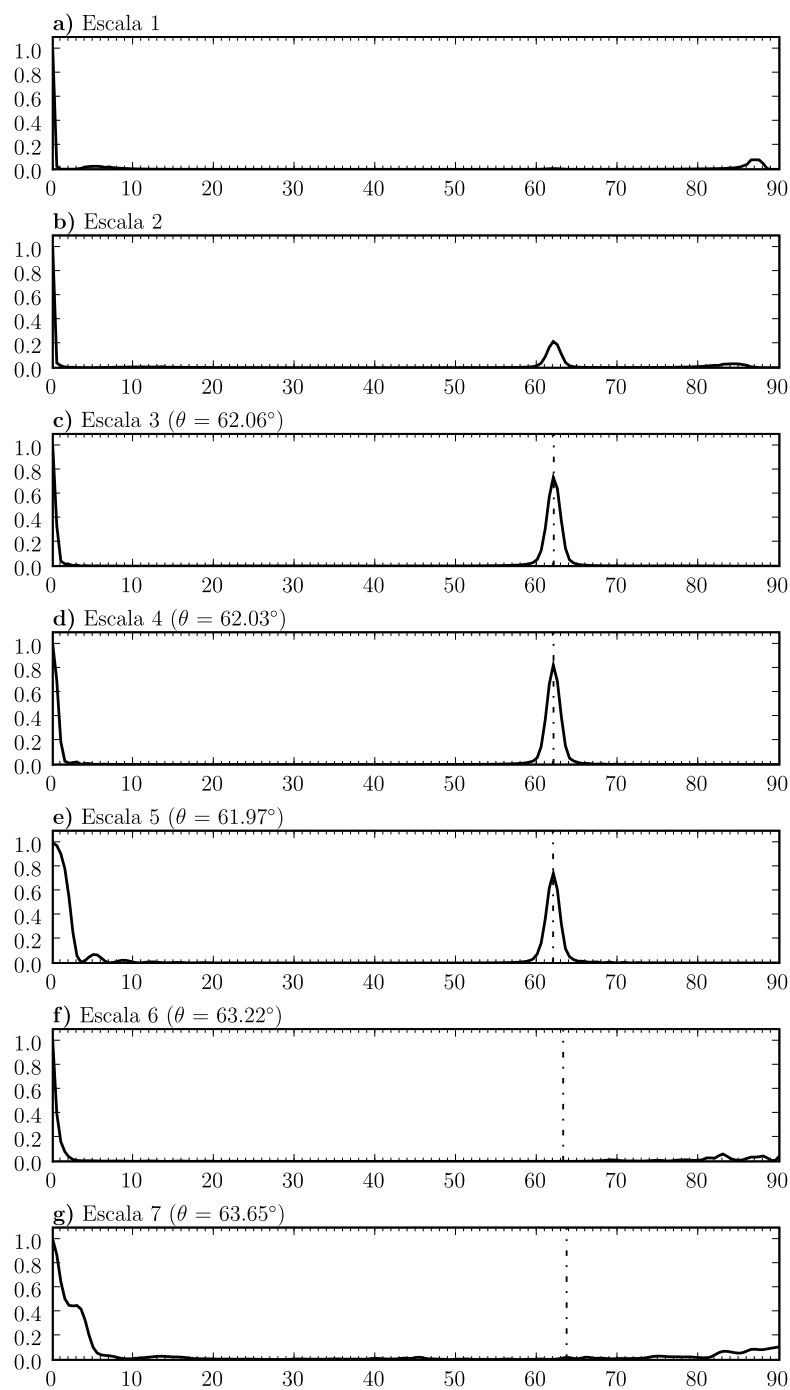


Figura 4.7: Autocorrelação horizontal da componente de detalhe horizontal normalizada sem defasagem vertical do sinal simulado em função do ângulo de rotação da imagem. Nota-se que para ângulos nulos o coeficiente é bastante significativo devido aos resíduos do sinal sazonal.

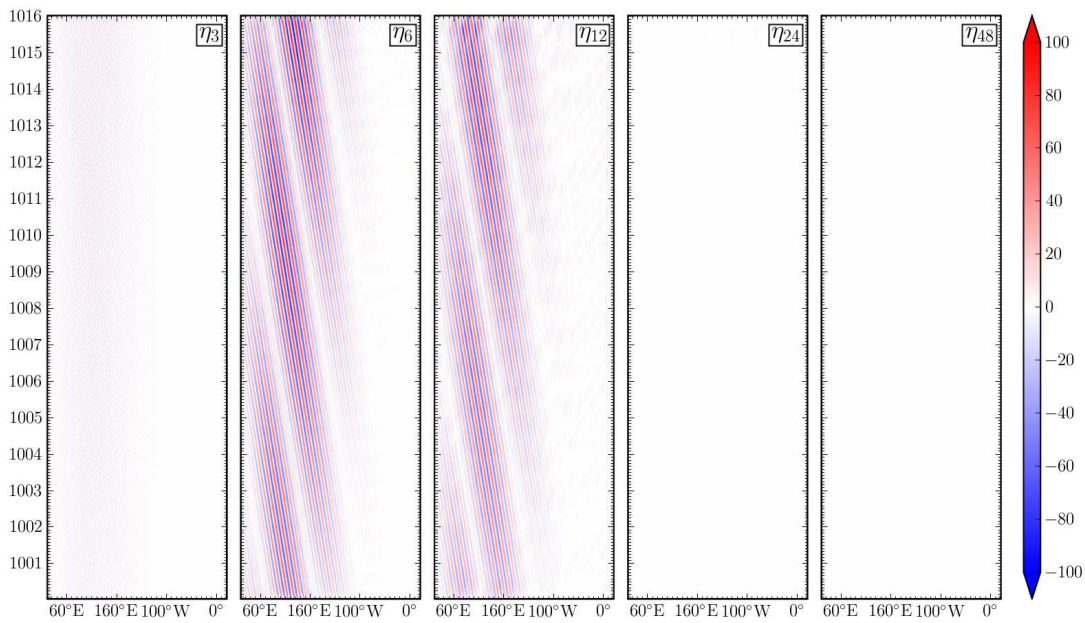


Figura 4.8: Componentes do sinal propagante simulado.

no caso do filtro sazonal, há sobreposição de frequências entre as escalas.

4.3.3 Variação espectral

Espera-se que os resultados obtidos pelo filtro de ondaletas tanto para o ciclo sazonal quanto para os sinais propagantes possuam média praticamente nula, salvo a componente de aproximação do ciclo sazonal. No entanto pode haver variação de amplitude do sinal oscilatório e mudança no regime de frequências. Utilizando a transformada de ondaletas contínua, esta variação pode ser observada através dos escalogramas definidos na seção A.2.4. Nota-se nos escalogramas (i) e espectros de ondaleta globais (ii) das componentes sazonais (a) e propagantes filtradas (b) do sinal simulado ilustrados na figura 4.9 a predominância do sinal anual. O espectro de potência de Fourier (ii) também apresenta um pico de alta energia no período anual, indício de que a transformada de ondaletas identifica os períodos de processos oscilatórios adequadamente. O escalograma (i) apresenta aumento marcante na intensidade do sinal, tendência que fica ainda mais nítida ao somar-se o espectrograma ao longo dos períodos, criando-se assim um potenciograma (iii).

A ondaleta escolhida para a análise de variação espectral é a ondaleta de Morlet com $\omega_0 = 6$ dada pela equação (A.30). Seguindo a sugestão de Torrence e Compo (1998), as

escalas da CWT são discretizadas como segue,

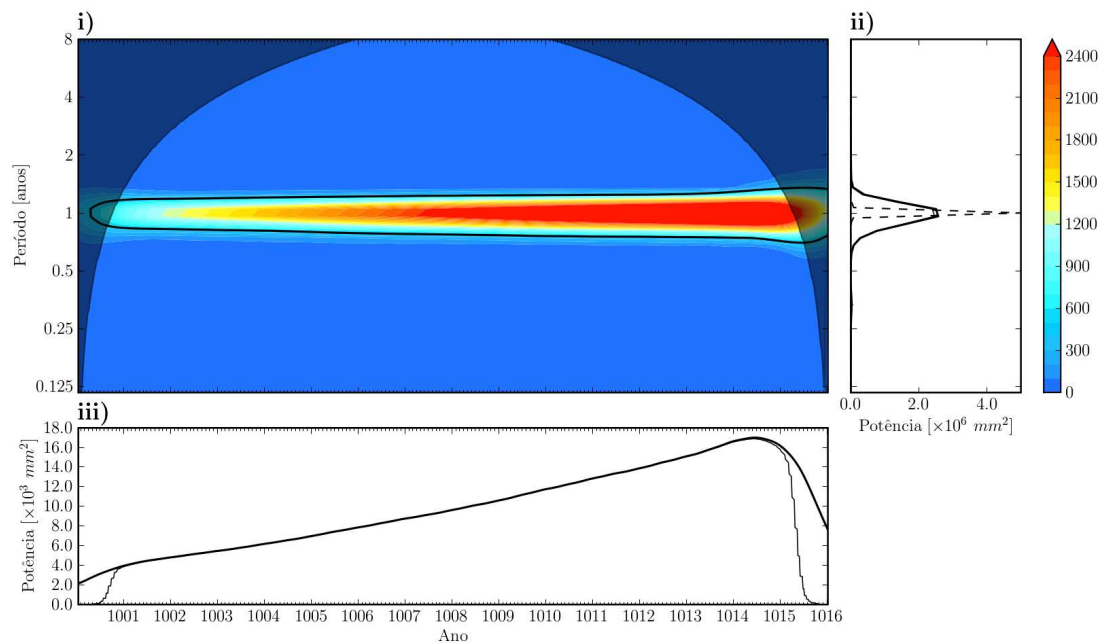
$$s_{,j} = s_0 2^{j\delta j}, \quad j = 0, 1, \dots, J, \quad (4.5)$$

$$J = \frac{\log_2 \left(\frac{N\delta t}{s_0} \right)}{\delta j}, \quad (4.6)$$

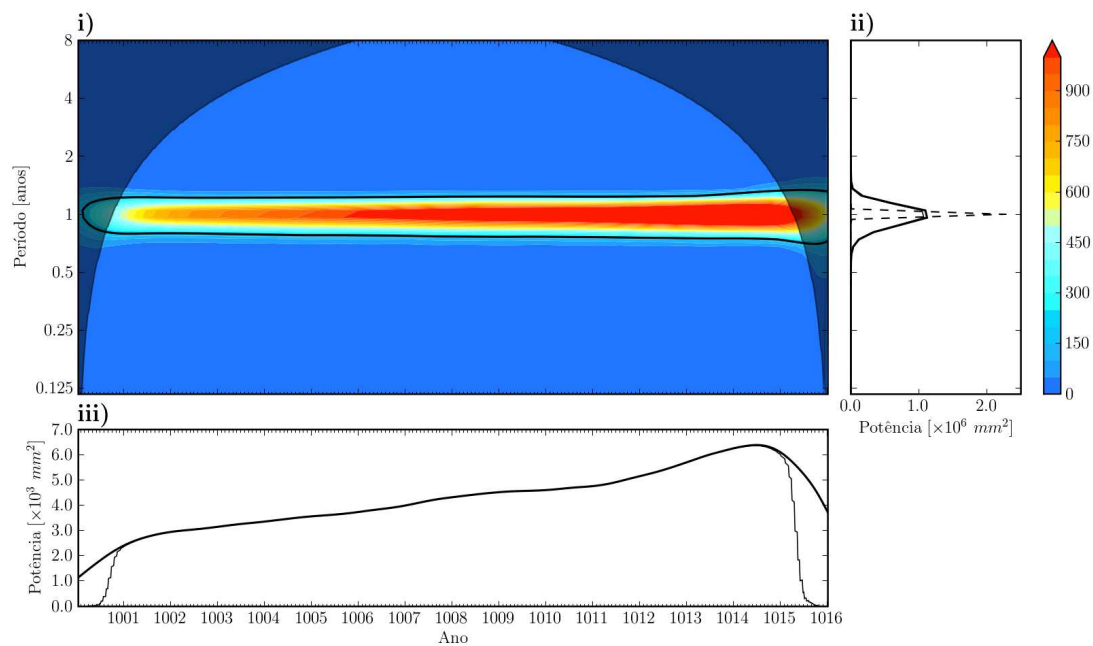
onde s_0 é a menor escala, J determina a escala máxima, δj dá a razão entre escalas sucessivas, δt é a taxa de amostragem e N é o número de amostras. Para os casos analisados, $s_0 = 2\delta t$ e $\delta j = \frac{1}{8}$.

A região em que o cone de influência da ondaleta (seção A.2.1) excede o domínio do sinal está indicada como a região sombreada do espectrograma ilustrado na figura 4.9 (i). O efeito desta região também pode ser identificado pela difusão do espectro nas bordas. Além disto os potenciogramas (iii) também apresentam uma queda abrupta nas bordas, estendendo-se por até um ano e meio. Esta queda é ainda mais acentuada quando o potenciograma engloba apenas o sinal delimitado pelo cone de influência como indica a linha contínua fina na figura 4.9 (iii).

Para verificar a significância dos coeficientes de ondaleta do espectrograma, ele é comparado ao espectro ruidoso de um sinal aleatório normalmente distribuído e com média e desvio padrão idênticos ao sinal original. Se um pico no espectro de ondaleta for significativamente maior que o espectro ruidoso, ele pode ser considerado relevante. Nas análises apresentadas serão considerados níveis de significância de 5%, ou seja, qualquer pico maior ou igual à média mais duas vezes o desvio padrão do espectro ruidoso será considerado confiável. As linhas de contorno pretas nos espectrogramas ilustrados na figura 4.9 (i) indicam estas regiões significativas.



(a)



(b)

Figura 4.9: Escalogramas (i), espectros globais (ii) e potenciograma (iii) adotando a ondaleta Morlet ($\omega_0 = 6$). A região sombreada demarca os limites do cone de influência, a linha de contorno delimita as regiões com potência significativa, a linha tracejada é o espectro de Fourier e as linhas contínuas finas são as potências dentro dos limites do cone de influência. Em (a) o ciclo sazonal e em (b) o sinal propagante de η simulado na localidade de máxima variância.

5 *Resultados e discussão*

5.1 Mapas globais interpolados

Seguindo a metodologia de interpolação proposta, são obtidos 553 mapas globais de η durante o período de 5 de janeiro de 1993 a 31 de dezembro de 2007, formando assim um conjunto de dados com 15 anos de duração. A figura 5.1 ilustra o exemplo do dia 21 de junho de 1998, final do *El Niño* de 1997/1998. Nota-se os padrões de larga escala bem definidos e intensos, como por exemplo as duas faixas extensas de elevação alta e baixa respectivamente na região equatorial do Oceano Pacífico, os vórtices de meso-escala das principais correntes oceânicas como a Corrente do Golfo (CG), a Corrente das Agulhas (CA), a Corrente de Kuroshio (CK), a Corrente Circumpolar Antártica (CCA) e a Confluência das Correntes Brasil-Malvinas (CCBM).

Antes de analisar os dados obtidos, é importante verificar se os resultados do método de interpolação adotado são representativos e comparáveis a resultados de outros métodos. Um método de interpolação comumente utilizado é o método de curvatura contínua mínima (SMITH; WESSEL, 1990). A figura 5.2 apresenta um mapa da diferença entre o método aqui proposto e o de curva contínua mínima. Neste caso, a diferença média é de $(4,6 \pm 104,2)$ mm. À primeira vista pode-se dizer que a diferença é consideravelmente alta, no entanto é preciso levar em conta o funcionamento de cada um dos métodos. No método utilizado no presente trabalho, cada mapa é gerado a partir da média de 5 imagens consecutivas, equivalente a um intervalo de aproximadamente 50 dias, portanto, naturalmente é de se esperar imagens mais difusas. Deste modo, a comparação entre os mapas gerados por cada um dos métodos não é adequada. Vale ressaltar que a diferença entre os mapas médios calculados através de cada um dos métodos ao longo de todo o período analisado possui média $(0,4 \pm 7,4)$ mm. Portanto, a comparação entre a evolução temporal em uma localidade parece mais adequada para comparar os dois métodos.

A a latitude de $28,5^\circ\text{N}$ no Oceano Pacífico foi escolhida para esta comparação pois

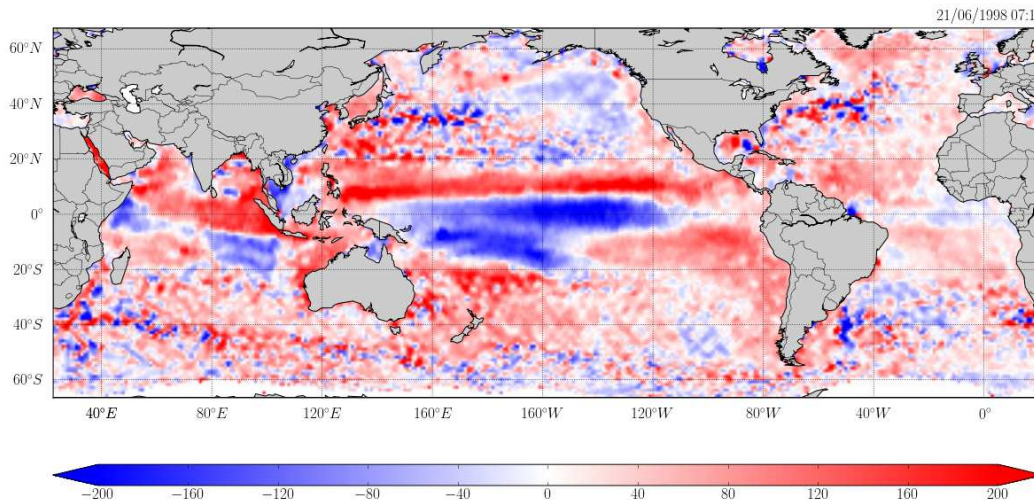


Figura 5.1: Exemplo de mapa de η (em mm) interpolado através do método de médias ponderadas por coeficientes de autocorrelação para o dia 21 de junho de 1998.

trata-se de uma região extensamente estudada, com sinais intensos e onde a ocorrência de ondas de Rossby é bastante evidente (POLITO; LIU, 2003). A figura 5.3 apresenta diagramas zonais-temporais durante todo o período estudado. Nota-se em ambos os casos um padrão sazonal em todas as longitudes, feições propagantes para oeste bem definidas e uma tendência de aumento da variância no sinal em direção a oeste. O sinal obtido pelo método de Smith e Wessel (1990) é mais intenso e ruidoso. Lembrando que este método procura ajustar uma superfície às medidas, assumindo quase sinopticidade nos dados de cada ciclo. Assim, eventos que ocorrem em intervalos que podem chegar a aproximadamente 10 dias, mas que espacialmente são próximos, são tratados da mesma forma que eventos subsequentes. O método de médias ponderadas pelos coeficientes de autocorrelação resulta em um sinal mais suave e menos ruidoso, preservando as principais características observadas. A diferença entre os dois métodos, apesar de possuir valores bastante significativos principalmente nas regiões de transição, indica que o método de interpolação adotado neste estudo é bastante robusto.

A dinâmica de meso e larga escalas ficam ainda mais evidentes observando-se os mapas interpolados em sequência na forma de animação. Desta forma nota-se a presença de vórtices persistentes nas principais correntes de borda oeste e uma sutil variação do ciclo sazonal da ASM nos dois hemisférios. Na região equatorial nota-se a ocorrência de uma série de eventos propagantes tanto para oeste quanto para leste e também intensos eventos climáticos de larga escala como o *El Niño / La Niña* de 1997 e 1998 por exemplo. Os principais eventos de meso e larga escalas recorrentes serão descritos mais adiante

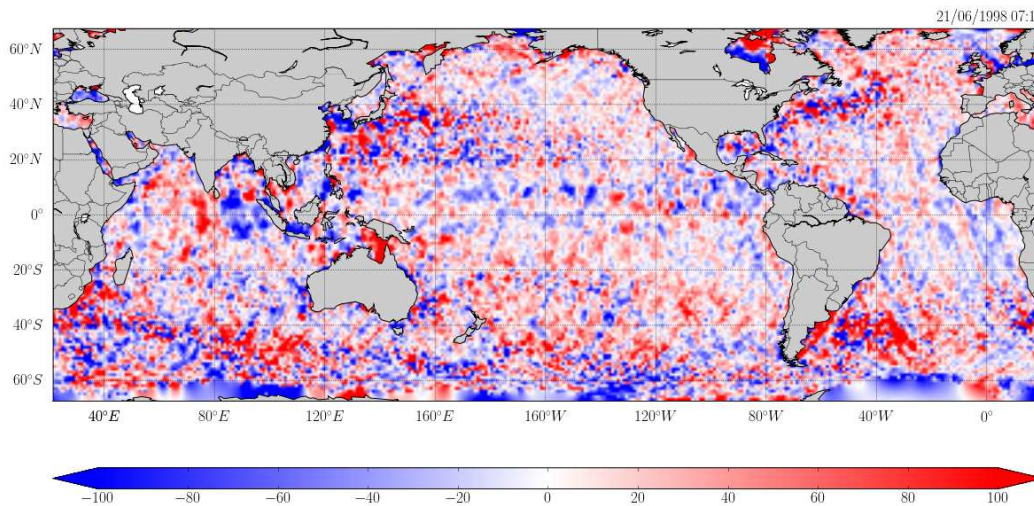


Figura 5.2: Diferença entre mapa interpolado pelo método de autocorrelação e o método de curvatura contínua mínima (em mm) para o dia 21 de junho de 1998. É possível identificar algumas passagens da trajetória do satélite principalmente na região do Atlântico sul e do Pacífico norte.

através da climatologia mensal dos 15 anos analisados.

Todo o conjunto de dados de η possui média, tendência e desvio globais como ilustrado na figura 5.4. Fica evidente que em média η é positivo em todas as bacias, salvo em regiões como a costa oeste da América do Norte e Central, uma larga extensão da CG, uma porção da CCA no Oceano Pacífico e uma região a noroeste no Oceano Índico. A média de η no Oceano Atlântico é mais uniforme que nas demais bacias.

A tendência não é homogênea no globo. No Oceano Pacífico tropical, entre 20°S e 20°N aproximadamente, observa-se uma gradual elevação da borda oeste da ordem de 5 mm ano^{-1} enquanto que na borda leste ocorre um rebaixamento de aproximadamente mesma magnitude. Esta tendência dá indícios de que a superfície livre do oceano tende a inclinar-se cada vez mais. No Oceano Índico ocorre tendência de aumento da inclinação do nível do mar semelhante na região tropical, no entanto com orientação norte-sul. No Oceano Atlântico observa-se tendências mais fracas na região tropical e aumento no hemisfério norte e rebaixamento no hemisfério sul. As regiões das grandes correntes apresentam tendências bem marcantes. A porção norte da CK possui tendência de rebaixamento que se estende desde a costa do Japão até a costa do Alasca, enquanto que a porção sul possui tendência de aumento da elevação. A região do giro subtropical do Atlântico Norte, inclusive a CG, possui tendência de rebaixamento considerável atingindo mais de 10 mm ano^{-1} . Por outro lado, no giro subtropical do Atlântico Sul observa-se

Tabela 5.1: Médias de η e de tendência globais e por bacia.

	η [mm]	Tendência [mm ano ⁻¹]
Global	19,5 ± 147,0	1,3 ± 5,4
Oceano Índico	24,4 ± 160,9	1,8 ± 5,6
Oceano Pacífico	17,4 ± 143,1	1,2 ± 5,4
Oceano Atlântico	19,3 ± 140,3	1,1 ± 5,1

tendência de elevação, principalmente da região da CCBM. A CCA possui tendência de elevação positiva, no entanto em diversos trechos ocorrem faixas em que há alternância entre regiões de tendência positiva e negativa.

A tabela 5.1 resume os valores médios e de tendência globais e para cada bacia oceânica com intervalo de confiança de duas vezes o desvio padrão (95%). Lembrando que bacias são delimitadas como ilustrado na figura 4.2. Considerando-se que a elevação da coluna de água pode ser em primeira instância devido à expansão térmica, sua tendência de aumento pode ser um indicador de aquecimento da água do mar. As tendências de elevação e rebaixamento observadas principalmente na região da CK podem indicar seu deslocamento para o sul. A falta de tendência de elevação ao sul da CG, como ocorre na CK, pode até ser indício de enfraquecimento da intensidade da mesma.

Nota-se, a partir do desvio, que a variabilidade nos oceanos é bastante intensa nas grandes correntes, no Pacífico tropical norte, no Índico tropical sul e sobre as plataformas continentais. Padrões médios de variabilidade são ilustrados nos mapas das médias climatológicas mensais das figuras 5.5 a 5.8. É preciso notar que estas médias ilustram eventos recorrentes limitados a períodos de um a doze meses. Nota-se um ciclo sazonal bem marcante nas regiões subtropicais. A elevação do nível do mar é mínima entre os meses de março e abril, e máxima entre os meses de setembro e outubro no hemisfério norte e vice-versa no hemisfério sul. Observa-se os padrões de circulação persistentes dos grandes giros subtropicais e as intensas correntes de borda oeste.

Observando-se os mapas climatológicos, nota-se um intenso padrão de propagação ao examinar-se a região equatorial, principalmente no Oceano Pacífico. A partir do mês de julho, aproximadamente, ocorrem regiões de η baixo na costa do Panamá e na costa do Peru e da Bolívia que aumentam de intensidade e extensão até que em novembro formam-se duas “línguas” com η da ordem de -100 mm no hemisfério norte e -60 mm no hemisfério sul. Gradualmente elas se deslocam para o equador e entre fevereiro e março elas se encontram. Ao norte desta nova língua, a aproximadamente 10°N há um estreita

faixa com acúmulo de água mais elevada ($\sim 110\text{mm}$). A língua começa a propagar-se então para oeste e perde intensidade até os meses de agosto e setembro.

No Oceano Índico também há presença de um padrão propagante. Assim como no Pacífico, aproximadamente em julho ocorre uma região com η baixo, da ordem de -120mm , na costa oeste da Índia. Este núcleo começa a aumentar e a propagar-se para o equador e para oeste quando nos meses de dezembro a janeiro ele atinge a costa leste africana. Aparentemente este núcleo de água baixa é refletido e propaga-se rapidamente para oeste até atingir o sudeste asiático em março. Também em janeiro, aproximadamente, surge na Índia um novo núcleo, no entanto de água mais elevada, da ordem de 100mm , que se dirige para a África equatorial quando em março é refletido e rapidamente propaga-se ao longo do equador até atingir a Indonésia entre abril e maio. Aparentemente a intensidade deste segundo núcleo é inferior à do primeiro. No hemisfério sul, na costa noroeste australiana forma-se mais um núcleo elevado, com η em torno de 130mm , que se propaga para oeste ganhando também mais intensidade. Ao atingir aproximadamente 80°E , longitude de Sri Lanka, entre outubro e novembro, este núcleo elevado dissipa ao encontrar a porção refletida do primeiro núcleo baixo formado na costa indiana.

No Oceano Atlântico observa-se a formação de um núcleo de η baixo, da ordem de -30mm , por volta de janeiro na costa da Guiné. Ele aumenta de intensidade e aparentemente propaga-se em direção à costa do estado do Pará onde é refletido entre os meses de abril e maio e continua propagando-se para leste ao longo do equador. Entre agosto e setembro toda anomalia negativa atinge a costa da África. No mês de março surge na costa da Nigéria um núcleo de água mais elevada, da ordem de 40mm , que se propaga zonalmente para oeste e, ao atingir a costa brasileira aproximadamente em outubro, reflete e rapidamente volta a atingir a costa africana. Aparentemente, este núcleo de anomalia elevada, ao propagar-se para oeste, encontra o núcleo de anomalia baixa formada na costa da Guiné forçando parte do segundo para uma latitude mais alta onde continua sua propagação para oeste. Por volta de setembro, outubro, observa-se a formação de outro núcleo na costa da Guiné, também de anomalia alta, com elevação de aproximadamente 90mm e propagação praticamente zonal para oeste. Estes dois últimos núcleos, ao aproximarem-se da costa sul-americana, aproximadamente na latitude da Guiana Francesa, são defletidos parcialmente em direção ao Caribe e ao equador.

Estes padrões propagantes levam a crer na ocorrência de ondas planetárias tropicais recorrentes. As ondas geradas nas costas leste com propagação para oeste devem ser ondas de Rossby com período anual, semi-anual ou trimestral. Por outro lado as ondas

refletidas observadas no Oceano Índico e Atlântico são associadas a ondas de Kelvin com propagação para leste .

A propagação destes padrões será analisada mais adiante em certas localidades indicando se realmente tratam-se de ondas de Rossby ou Kelvin.

No Oceano Pacífico, a língua de elevação baixa aparentemente é gerada na região da zona de convergência intertropical (ZCIT) onde os ventos alíseos convergem dando início a um processo de ressurgência devido ao transporte divergente de água. Com o deslocamento da ZCIT para o sul, este núcleo também é deslocado e, ao encontrar o equador, que age como um contorno meridional, ele começa a se propagar para oeste em forma de onda de Rossby.

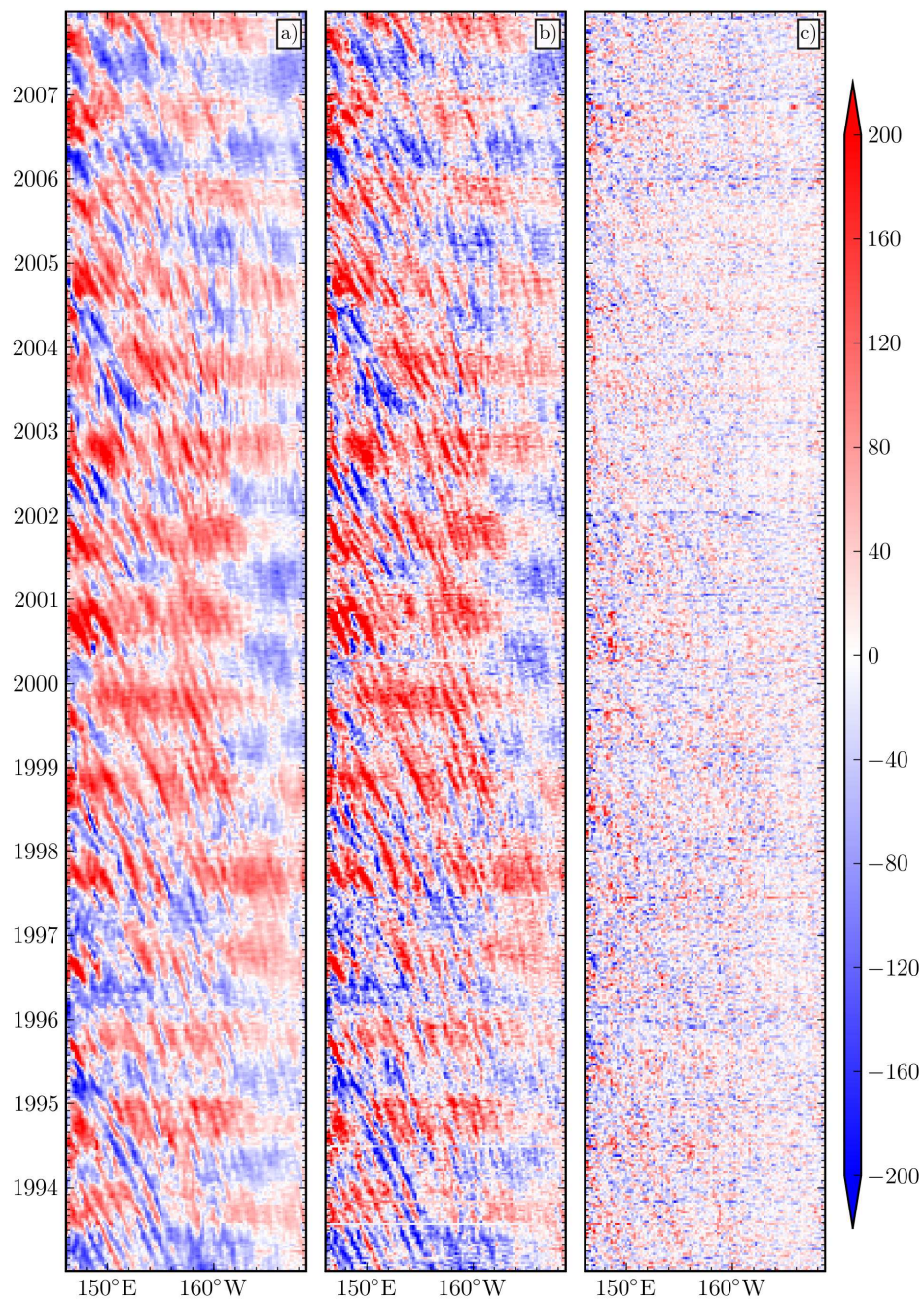


Figura 5.3: Diagramas zonais-temporais de η (em mm) no Oceano Pacífico a $28,5^\circ\text{N}$ interpolados pelo método de autocorrelação (a), curvatura contínua mínima (b) e a diferença do primeiro com o segundo (c).

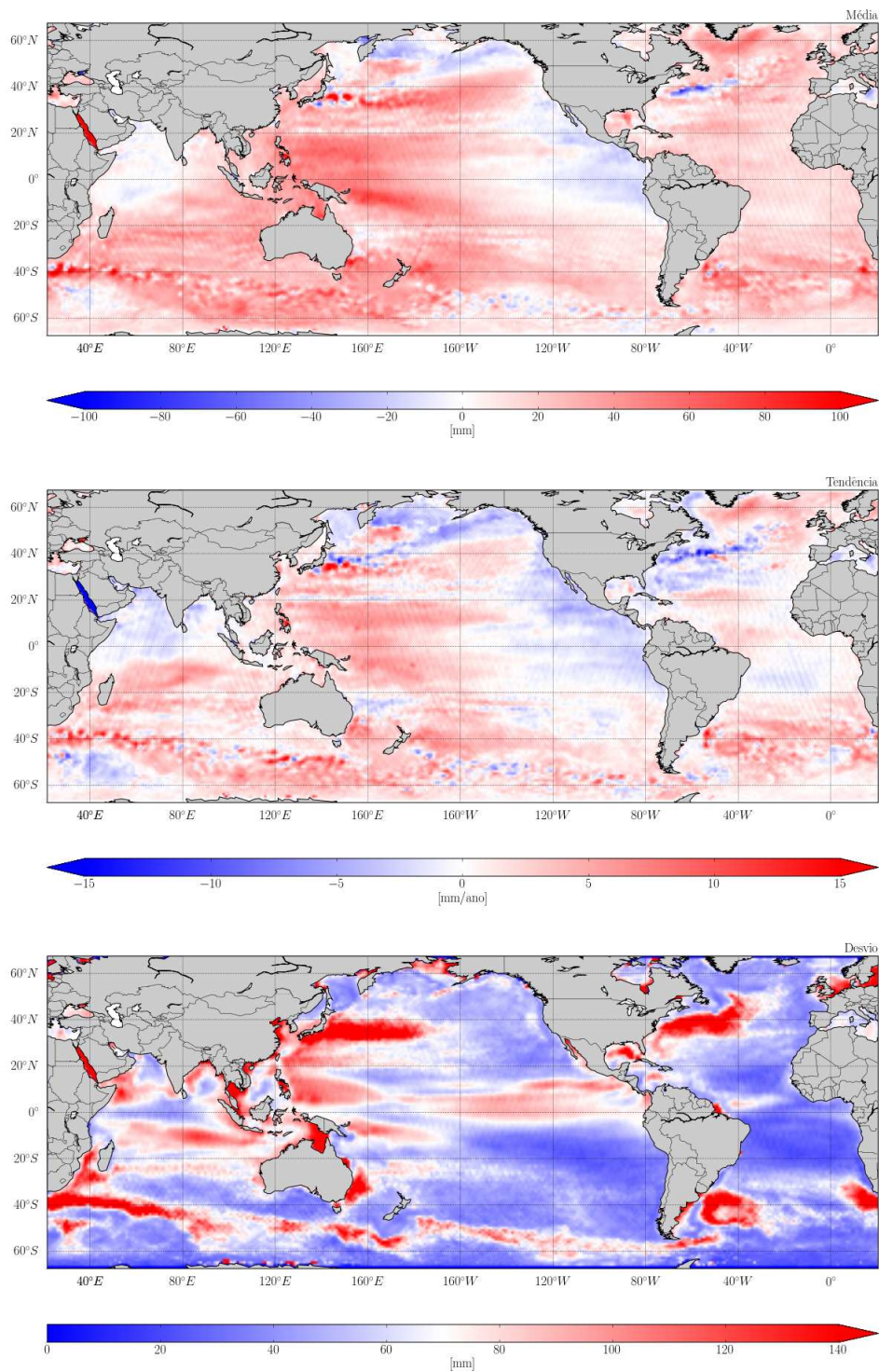


Figura 5.4: Mapas de média, tendência e desvio de η globais.

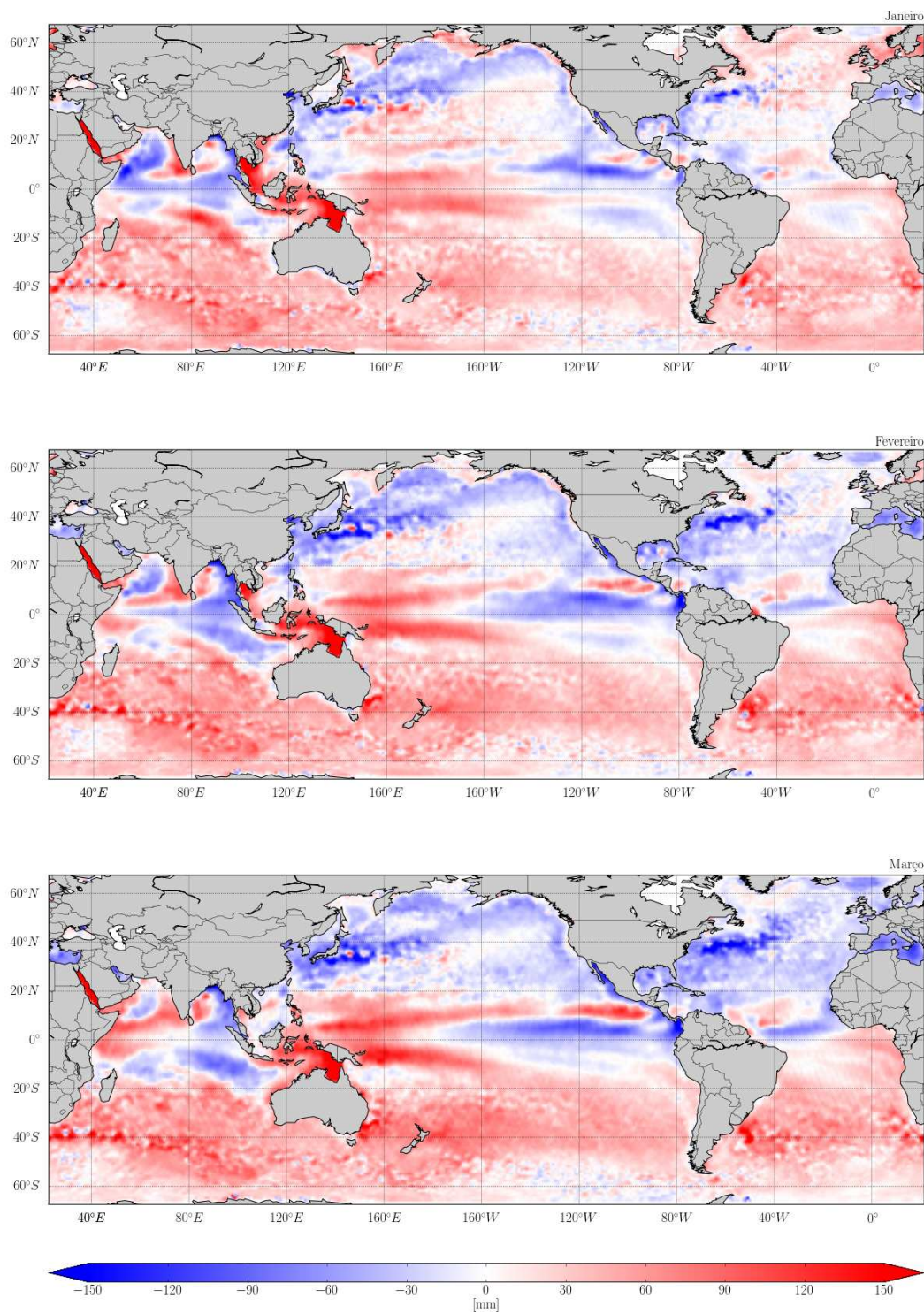


Figura 5.5: Médias climatológicas de η globais para os meses de janeiro, fevereiro e março.

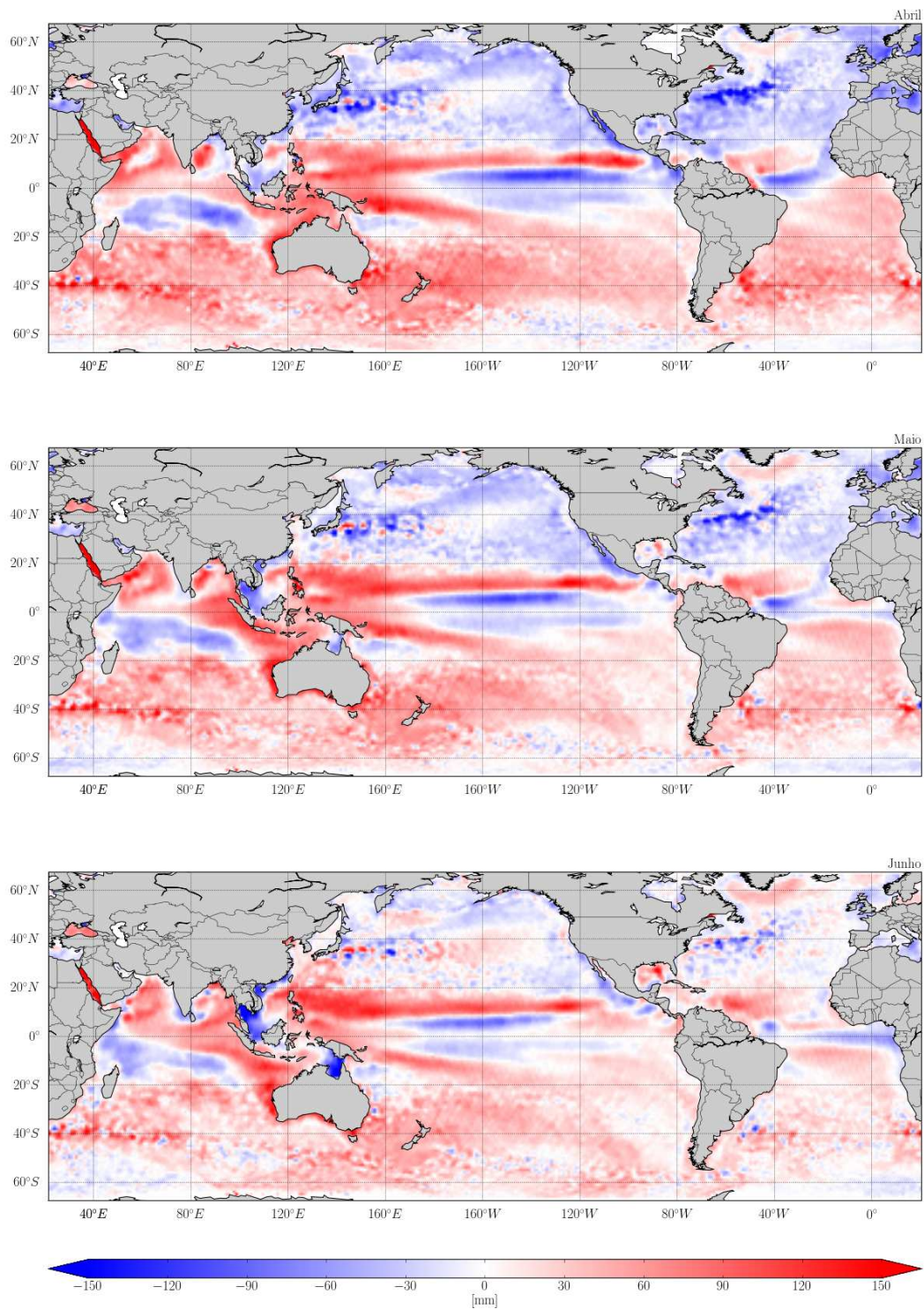


Figura 5.6: Médias climatológicas de η globais para os meses de abril, maio e junho.

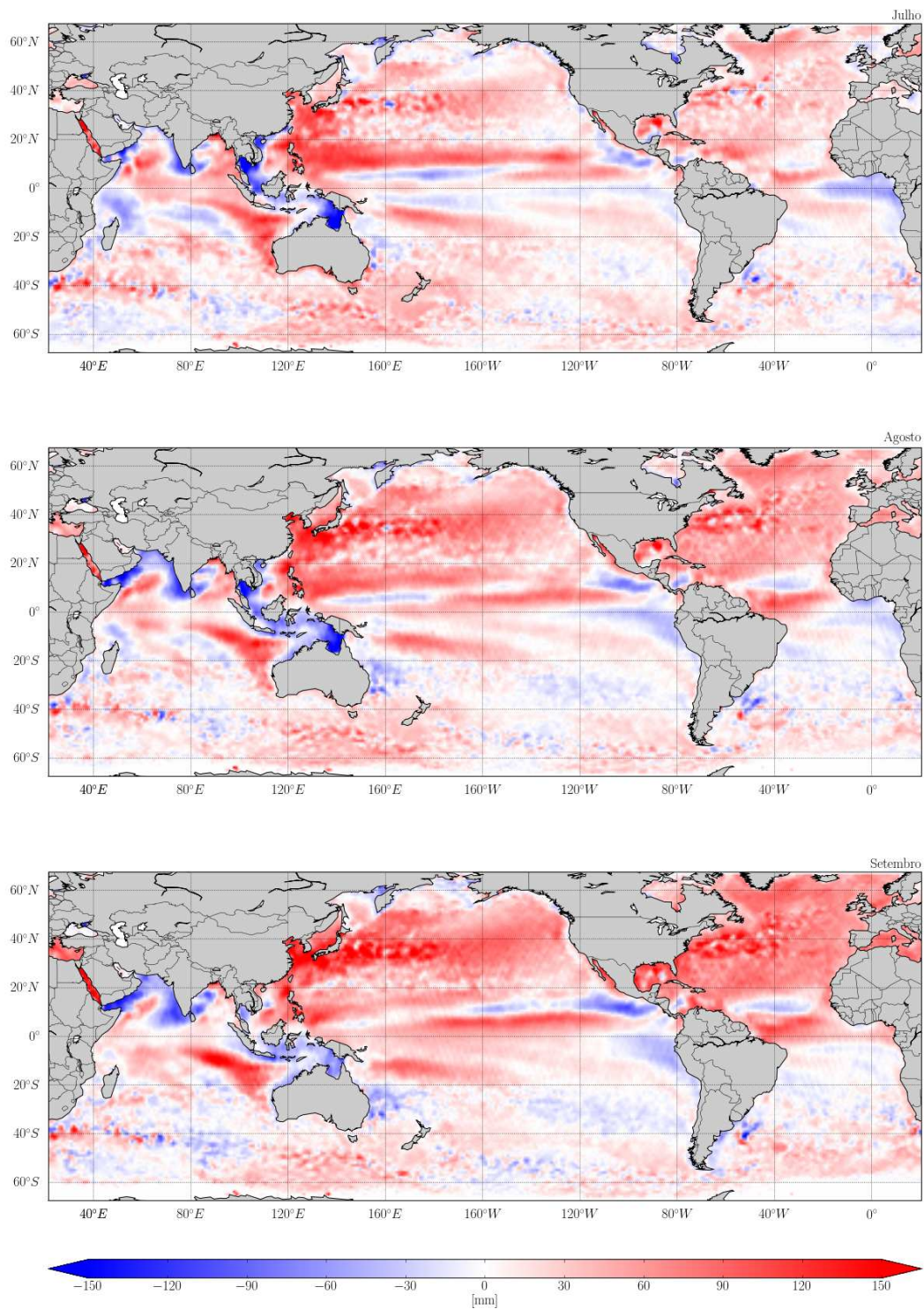


Figura 5.7: Médias climatológicas de η globais para os meses de julho, agosto e setembro.

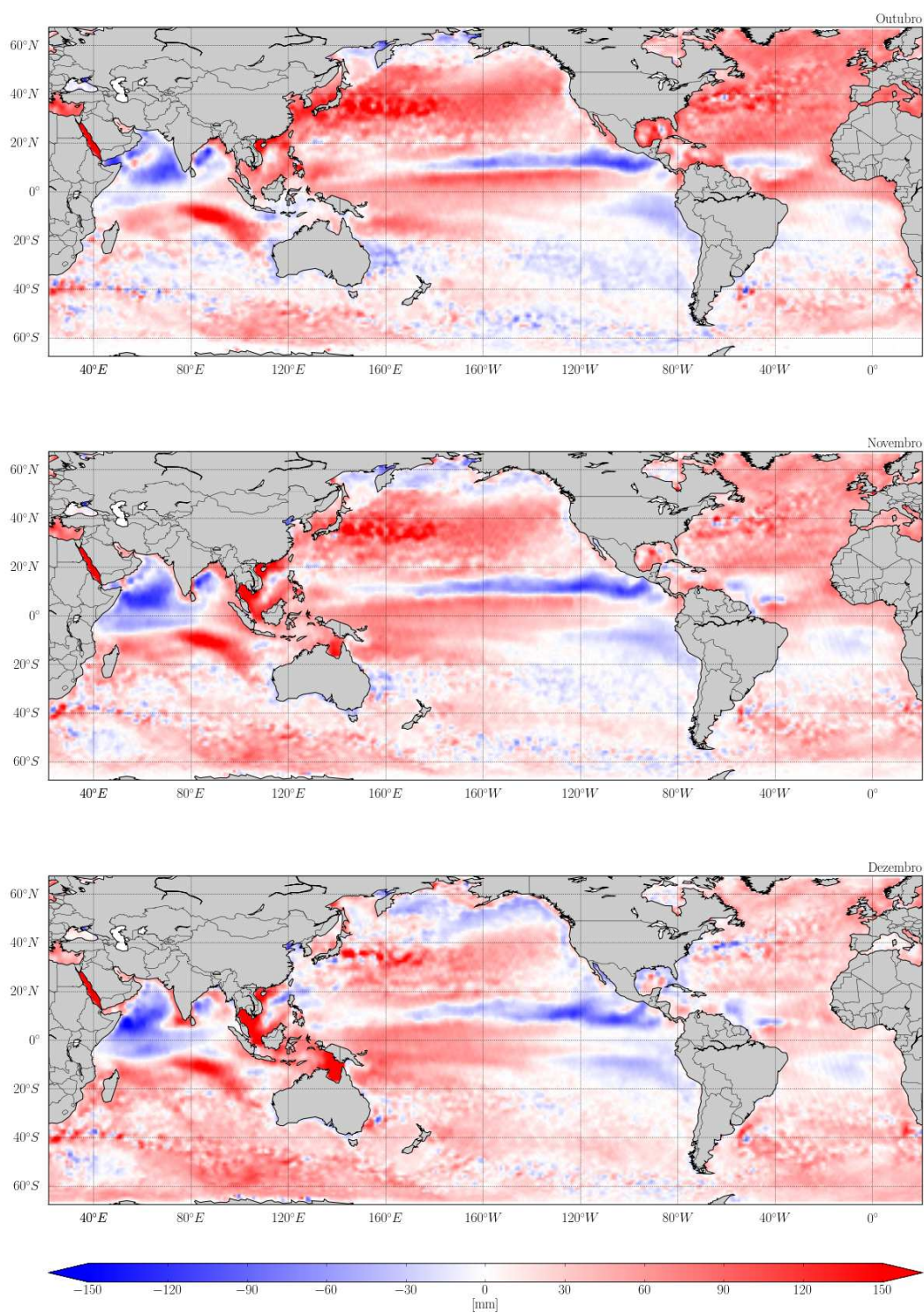


Figura 5.8: Médias climatológicas de η globais para os meses de outubro, novembro e dezembro.

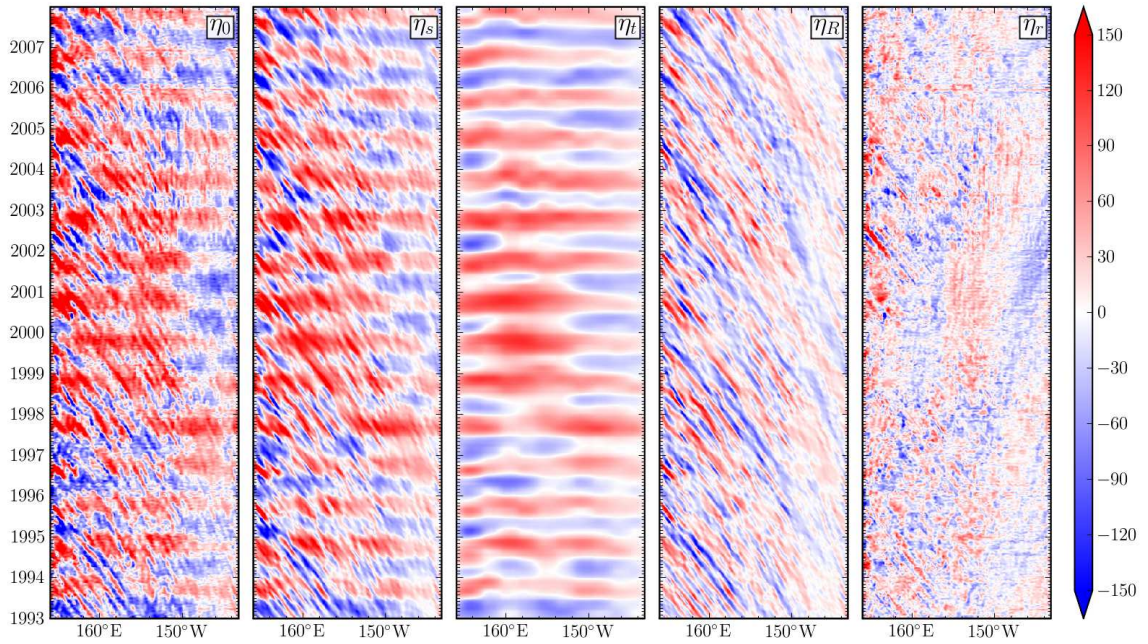


Figura 5.9: Decomposição do sinal original η_0 através do filtro de ondaletas em componentes sazonais η_t e propagantes η_R , a soma das duas componentes η_s e o resíduo η_r no Oceano Pacífico a $28,5^\circ\text{N}$.

5.2 Filtro de ondaletas

O funcionamento do filtro é verificado aplicando-o à latitude de $28,5^\circ\text{N}$ no Oceano Pacífico seguindo a metodologia proposta. O formalismo matemático da análise de ondaletas está descrito no apêndice A. Os resultados obtidos são comparados em seguida com resultados de outros autores. As saídas do filtro de ondaletas estão ilustradas na figura 5.9. A soma das componentes do ciclo sazonal η_t e do sinal propagante para oeste η_R , associadas à ocorrência de ondas de Rossby, é dada por η_s . Comparando-se o sinal original η_0 com η_s , nota-se que o filtro não altera as principais características dos dados. No entanto, o resíduo η_r apresenta além de provável ruído dois padrões de sinais propagantes, um sinal de alta frequência para oeste e um de baixa frequência para leste. Como o principal interesse é a observação de ondas de Rossby longas, pode-se assumir que o filtro utilizado não altera as características de fase ou velocidade de propagação de sinais de meso e larga-escalas.

Relembrando a metodologia do filtro, a primeira etapa da filtragem é a remoção do ciclo sazonal como ilustrada na figura 5.10. Inicialmente as componentes η_{t0} , η_{t12} e η_{t24} são filtradas do sinal original para então aplicar o filtro de sinais propagantes e posteri-

Tabela 5.3: Ângulos de rotação e velocidades de propagação dos sinais de ondas de Rossby para o Oceano Pacífico a $28,5^\circ\text{N}$.

Escala	Ângulo [$^\circ$]	Velocidade de propagação [$km\ dia^{-1}$]
3	52,3	-5,1
4	50,2	-4,9
5	48,8	-5,3
6	51,3	-5,1
7	54,5	-5,9
Média	51,4	-5,3

ormente remover a última componente sazonal η_{t6} . Nota-se como as componentes mais marcantes do sinal sazonal são as componentes η_{t0} e η_{t12} . Pela metodologia adotada, o sinal η_{t0} é a aproximação do sinal original com a menor resolução possível. Ela é relativamente homogênea com valores em torno de 30mm . Possui, no entanto, um pico bem marcante entre aproximadamente a segunda metade de 1999 e a primeira metade de 2001 a 158°E e quatro momentos em que η_{t0} está próxima de -10mm . É importante enfatizar que todos os sinais obtidos através do filtro de ondaletas possuem sinais bem alinhados em cada escala. Este alinhamento é reflexo do uso de bases ortonormais para formar os espaços das transformadas de ondaleta na análise de multi-resolução.

Parte fundamental para a obtenção dos eventos propagantes ilustrados na figura 5.11 é a determinação das velocidades de propagação ou, mais precisamente, do ângulo de rotação da imagem. É importante lembrar que a velocidade de propagação é inferida através do ângulo de rotação no qual a soma dos coeficientes de autocorrelação horizontal que passam pela origem é máxima. A figura 5.12 apresenta estes coeficientes normalizados para cada escala em função do ângulo de rotação da imagem. Os ângulos para cada escala e a respectiva velocidade de propagação determinados pelo filtro de ondaletas no Oceano Pacífico a $28,5^\circ\text{N}$ estão relacionados na tabela 5.3. O valor médio da velocidade de propagação é $-5,3\text{km}\ \text{dia}^{-1}$. Apesar de esperar-se da teoria de ondas de Rossby dada pela equação (1.41) que a velocidade de propagação não dependa da frequência, nota-se na figura 5.12 que o coeficiente de autocorrelação horizontal não é semelhante em todas as escalas. Neste caso, o ângulo no qual o máximo coeficiente de autocorrelação horizontal da escala 7 é aproximadamente 68° , um ângulo consideravelmente maior que nas demais escalas. Para garantir que as velocidades de propagação nas diferentes escalas sejam próximos é selecionado o máximo local mais próximo dos máximos das demais escalas.

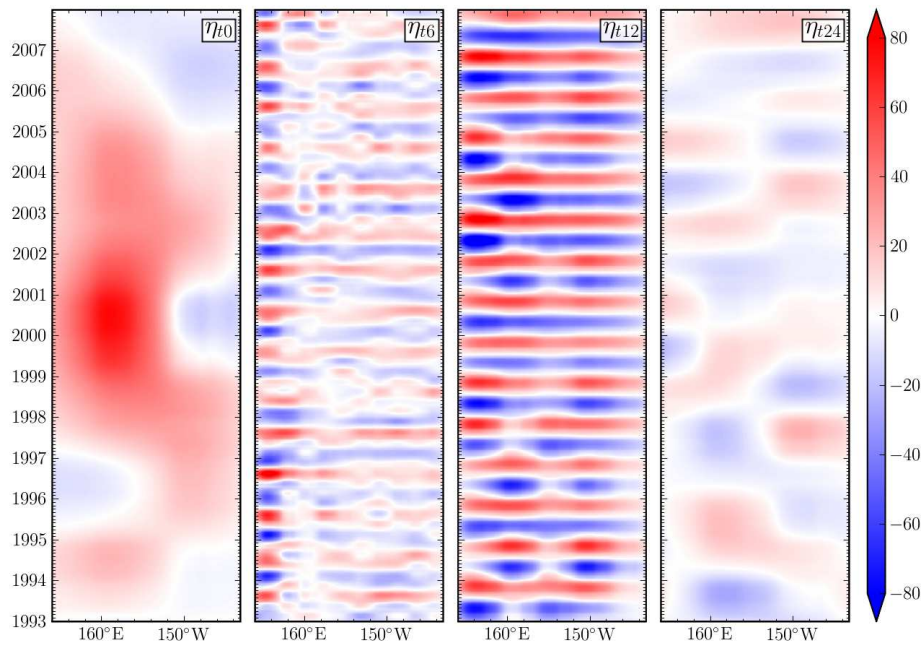


Figura 5.10: As componentes sazonais calculadas através do filtro de ondaletas no Oceano Pacífico a $28,5^{\circ}\text{N}$. A decomposição é feita em duas etapas. Primeiramente são obtidas a aproximação η_{t0} e as componentes anual e bianual η_{t12} e η_{t24} . A componente semi-anual η_{t6} é determinada após a filtragem das feições propagantes.

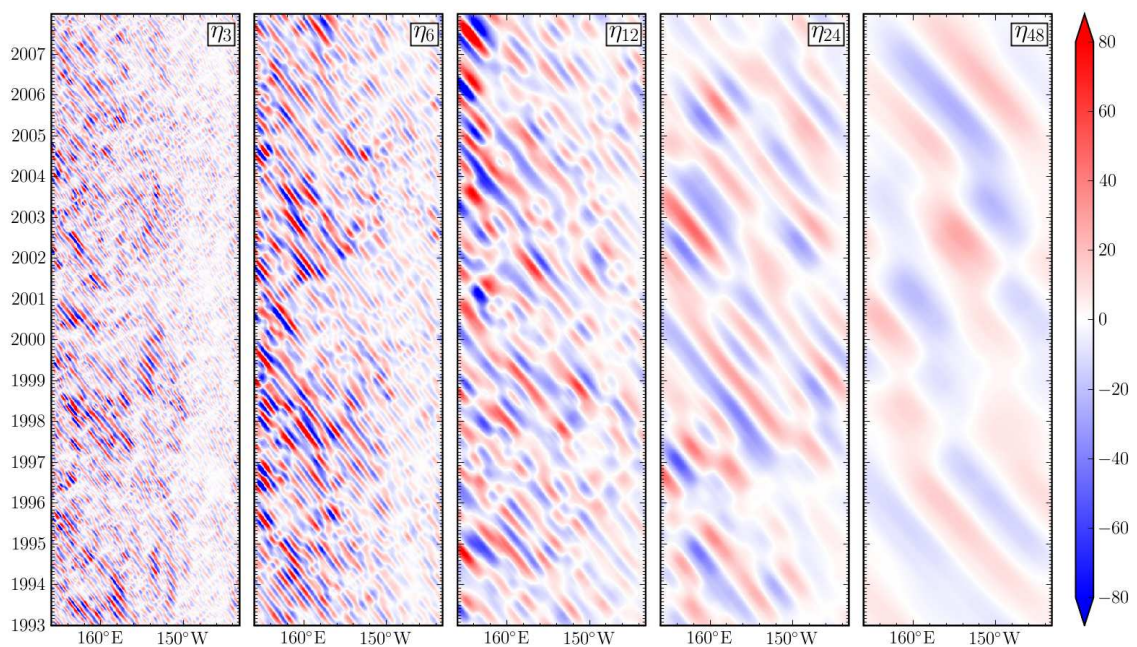


Figura 5.11: Componentes propagantes trimestrais, semi-anuais, anuais, bianuais e tetra-
anuais no Oceano Pacífico a $28,5^{\circ}\text{N}$.

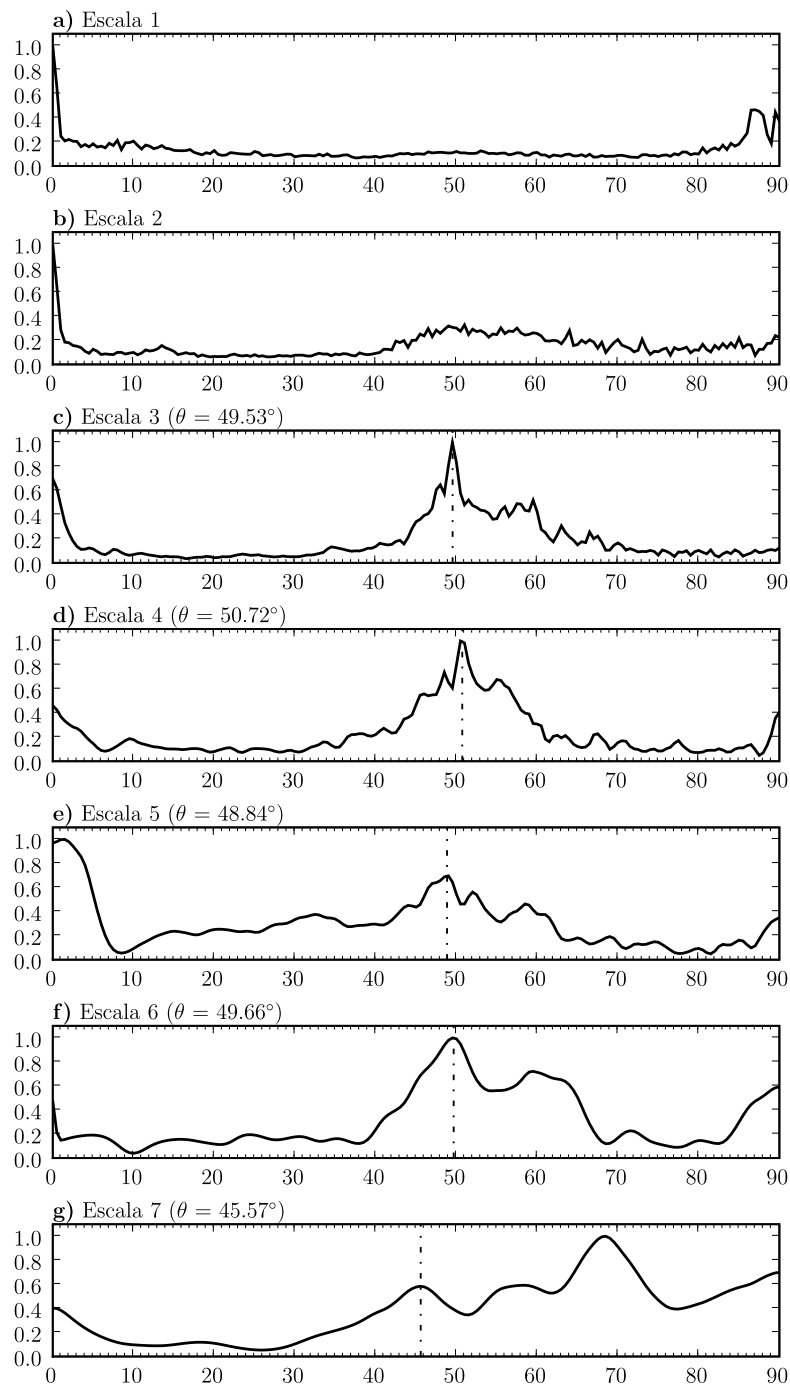


Figura 5.12: Autocorrelação horizontal normalizada em função do ângulo de rotação no Oceano Pacífico a $28,5^{\circ}\text{N}$. O ângulo de rotação estimado para esta latitude é de aproximadamente 62° , equivalente a uma velocidade de propagação de $-3,2\text{ km dia}^{-1}$. Os ângulos determinados pelo filtro para cada escala estão em destaque.

Chelton e Schlax (1996) encontram valores da ordem de $-7,5 \text{ km dia}^{-1}$ para esta latitude enquanto que Zang e Wunsch (1999) observam velocidades que variam entre $-3,5 \text{ km dia}^{-1}$ e $-6,1 \text{ km dia}^{-1}$ aproximadamente a 28°N na faixa entre 150°E e 150°W . Polito e Liu (2003) obtêm velocidades de propagação de ondas de Rossby menores às obtidas pelo filtro de ondaletas para as componentes bianual, anual e semi-anual, cuja média é $-4,6 \text{ km dia}^{-1}$. Comparando-se os sinais filtrados obtidos pelos últimos autores com os obtidos no presente trabalho observa-se padrões de ciclo sazonal η_t semelhantes. Entretanto, entre os anos 1999 e 2000 o sinal sazonal possui na borda leste da bacia elevação negativa enquanto que no presente trabalho ela é positiva como é ilustrado na figura 5.9.

As componentes propagantes ilustradas na figura 5.11 possuem alinhamento bem definido, equivalente ao visto no ciclo sazonal. Nota-se que o sinal da borda oeste possui maior amplitude que o da borda leste. Particularmente nas componentes de maior frequência η_3 e η_6 o sinal propagante é mais intenso a oeste de 150°W . Na componente η_{12} observa-se uma faixa mais intensa a oeste de 162°W a partir do ano 2001 aproximadamente. A figura 5.13 apresenta a soma de todas as componentes propagantes η_R , a média quadrática temporal e a batimetria no Oceano Pacífico a $28,5^\circ\text{N}$. A variância do sinal é nitidamente crescente em direção a oeste, especialmente a partir de 140°W , como indica a média quadrática. Chelton e Schlax (1996) e Polito e Cornillon (1997) também observaram no Oceano Pacífico, no entanto em latitudes diferentes, amplitudes mais altas do sinal de ondas de Rossby a oeste de certas longitudes em particular. Nota-se ainda a ocorrência de uma breve queda de variância em aproximadamente 180° e 140°E , localidades em que ocorrem dois montes submarinos como mostra a batimetria. Como a relação de dispersão das ondas de Rossby depende da profundidade, assim há indícios de uma relação entre a batimetria local e a variância do sinal.

Na latitude $134,3^\circ\text{E}$ ocorre a maior variância no sinal propagante. Através da análise de ondaletas do sinal filtrado para esta localidade pode-se identificar sua variabilidade espectral. A figura 5.14 ilustra os resultados utilizando-se a ondaleta de Morlet tanto para o ciclo sazonal (a) quanto para o sinal propagante (b). Relembrando que as linhas de contorno denotam regiões com significância de 5%, nota-se que o ciclo sazonal apresenta sinal com período anual marcante ao longo de toda a série temporal, possuindo dois picos mais intensos no início de 2002 e na metade de 2006. Durante o intervalo entre meados de 2002 e final de 2004 também ocorrem eventos com período bianual. É importante ressaltar que o espectro global do ciclo sazonal ilustrado na figura 5.14 (a) (ii), quantifica a

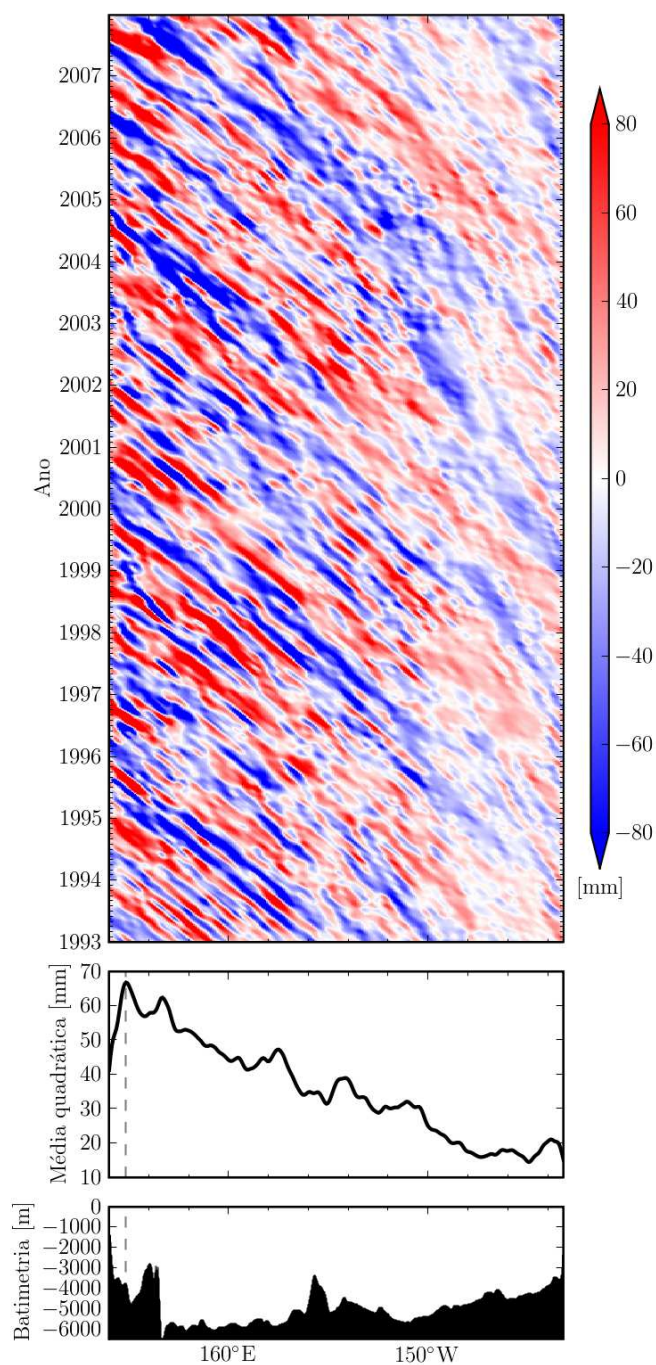
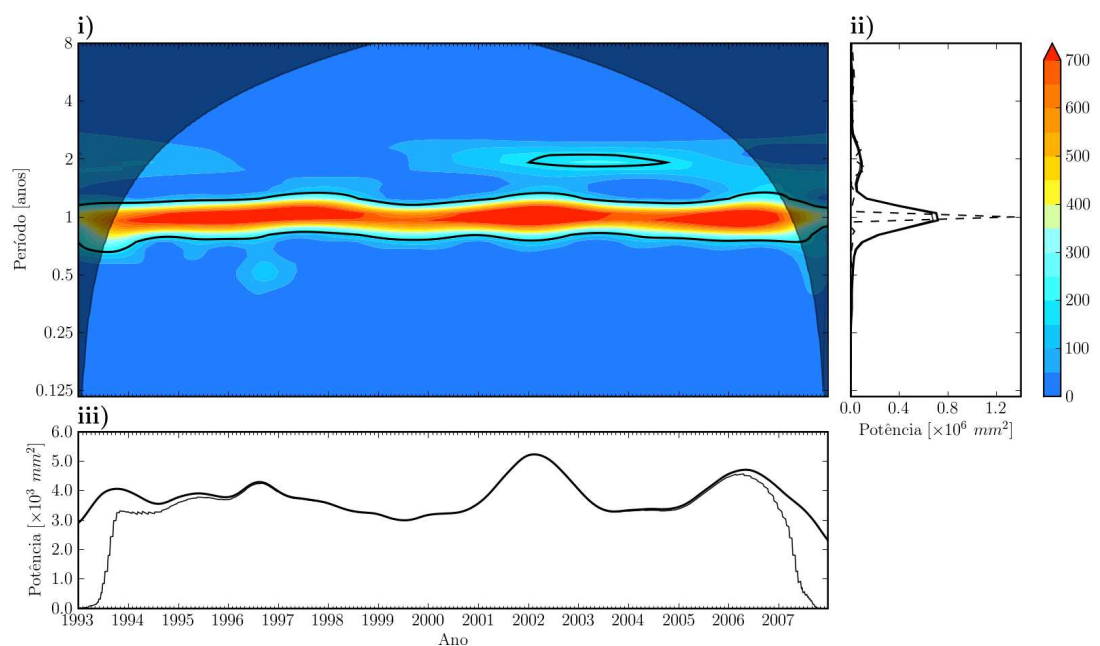


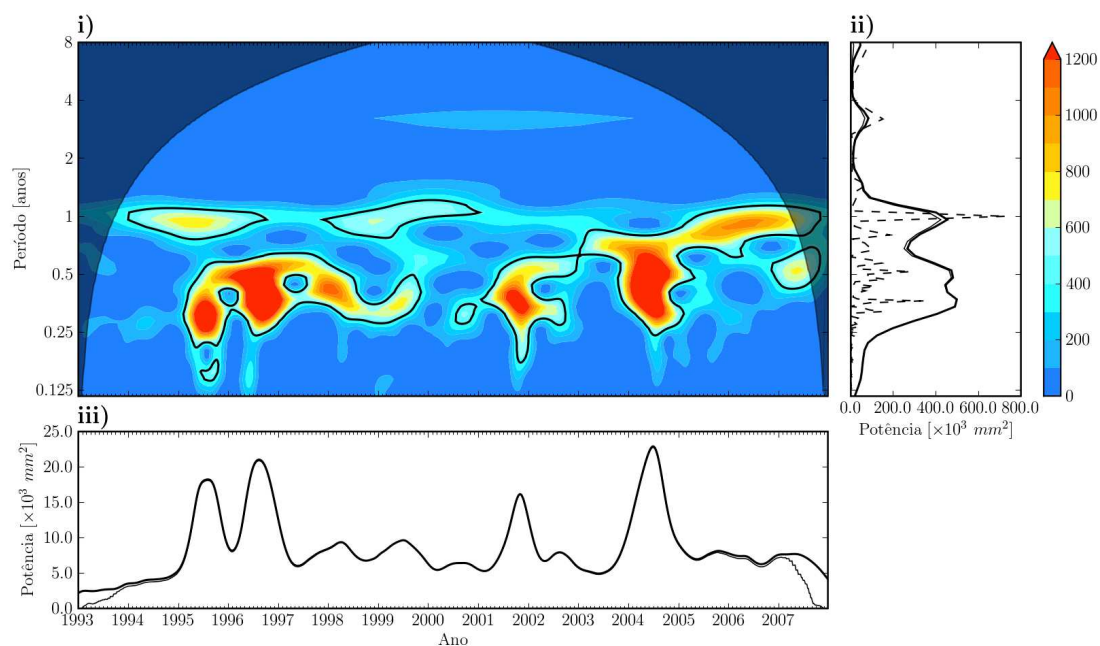
Figura 5.13: Componente propagante η_R calculadas através do filtro de ondaletas (topo) no Oceano Pacífico a $28,5^\circ\text{N}$, média quadrática em função da longitude (meio) e a batimetria local (abaixo). A linha tracejada indica a latitude de maior variância ($134,3^\circ\text{E}$).

potência das oscilações identificadas no sinal de forma análoga à análise de Fourier e com resultados semelhantes. Apesar do pico anual no espectro de Fourier ser praticamente o dobro do pico do espectro de ondaletas global, a área sob as curvas é praticamente a mesma. O potenciograma do ciclo sazonal indica que a potência é praticamente constante, salvo em 2002 e 2006, quando ocorrem dois grandes eventos. Nota-se que a energia do ciclo sazonal é aproximadamente 50% maior que a energia do sinal propagante, apesar dos picos isolados no sinal propagante serem mais potentes.

No caso do sinal propagante, a variação espectral é bastante evidente como mostra a figura 5.14 (b). Nota-se que as ondas de Rossby anuais não são persistentes, ocorrendo em três intervalos distintos, entre 1994 e 1996, entre 1998 e 2001 e entre 2005 e 2007. Antes deste último intervalo, nota-se como há uma progressão de eventos com período de aproximadamente 9 meses a partir de 2003 que evoluem até que sejam observados estes eventos anuais. Observa-se também eventos significativos com períodos entre 3 e 6 meses entre 1995 e 2000 e entre 2001 e 2003. A partir de 2003 nota-se eventos com período entre 3 meses a 9 meses e que evoluem para eventos de período anual como já mencionado. Os eventos com período menor que um ano aparentemente possuem potência mais alta que os eventos anuais. No entanto, analisando-se os espectros de ondaleta globais, nota-se que a potência de eventos anuais é praticamente igual a tanto à potência de eventos semi-anuais quanto trimestrais. Ao contrário, a análise de Fourier do sinal propagante indica a ocorrência de um sinal anual bastante evidente e sinais semi-anuais e trimestrais com praticamente a metade da potência. A partir do potenciograma, nota-se que o sinal propagante possui 4 grandes eventos em meados de 1995, meados de 1996, final de 2001 e meados de 2004. Todos estes picos possuem períodos entre 3 e 6 meses. Salvo em meados de 2005, os eventos precedem a ocorrência de grandes *El Niños* por entre 6 meses a um ano. Esta observação levanta dúvidas a respeito da influência de um sobre o outro. Vale lembrar que a localidade está próxima à borda oeste do Oceano Pacífico e observando-se a figura 5.13 é possível acompanhar esta onda desde a sua origem. Desta forma, nota-se a propagação de um cavado com η_R da ordem de -80 mm a partir do segundo trimestre de 1993 a aproximadamente 175°E que atinge a latitude de $134,3^\circ\text{E}$ em meados de 2002. Os outros 3 eventos significativos podem ser acompanhados de maneira análoga. Nota-se que todos eles possuem altura superficial negativa, ou seja, retratam um soerguimento da termoclina. Aparentemente todos estes eventos são formados na borda leste e aumentam de intensidade consideravelmente ao aproximarem-se da metade da bacia. Estas observações leva a crer que possivelmente estas ondas de Rossby possuam influência sobre o *El Niño*.



(a)



(b)

Figura 5.14: Escalogramas (i), espectros globais (ii) e potenciogramas (iii) adotando a ondaleta Morlet ($\omega_0 = 6$). A região sombreada demarca os limites do cone de influência, a linha de contorno delimita as regiões com potência significativa, a linha tracejada é o espectro de Fourier e as linhas contínuas finas são as potências dentro dos limites do cone de influência. Em (a) o ciclo sazonal e em (b) o sinal propagante no Oceano Pacífico a $28,5^\circ\text{N}$ e $134,3^\circ\text{E}$.

5.3 Oceano Atlântico

Supondo que o filtro de ondaletas adotado separe adequadamente o ciclo sazonal do sinal propagante nos dados originais, ele será aplicado na bacia do Oceano Atlântico. Utilizando os mesmos critérios da seção anterior, os coeficientes de autocorrelação horizontal normalizados para cada latitude são determinados e ilustrados na figura 5.15. Esta figura é análoga à figura 5.12 apresentada para ilustrar a determinação da velocidade de propagação de ondas de Rossby no Oceano Pacífico a $28,5^\circ$. Espera-se que o ângulo de rotação que melhor projete o sinal propagante sobre a componente horizontal na DWT-2D utilizada pelo filtro seja aquele cujo coeficiente de autocorrelação horizontal é máximo. É de se esperar que os coeficientes de autocorrelação horizontal sejam altos sem rotação ou em ângulos bem próximos a zero devido aos resíduos do sinal sazonal ainda presente nos dados. Estes mapas de coeficientes de autocorrelação horizontal podem indicar sinais com diferentes orientações na mesma latitude, levando a crer que o filtro possa ser aplicado sucessivamente para obter diferentes sinais propagantes. Nota-se que a distribuição de feições propagantes no Atlântico é bastante espalhada, dificultando a determinação do ângulo de rotação dos diagramas zonais temporais para a filtragem dos sinais de ondas de Rossby. Em uma dada latitude, os ângulos de que determinam o coeficiente de autocorrelação horizontal máximo não são idênticos em cada uma das escalas. Isto pode significar que podem ocorrer ondas com velocidade de propagação diferentes em bandas de frequência distintas. Por outro lado, como a teoria de ondas de Rossby não prevê velocidades de fase diferentes devida à independência com a frequência, a diferença dos coeficientes entre as escalas pode ser devida a uma relação entre sinal e ruído desfavorável. Portanto, como mencionado anteriormente, os ângulos de rotação são calculados nos máximos locais mais próximos entre as escalas.

Nota-se que existem faixas de ângulos melhor resolvidas nos mapas ilustrados na figura 5.15. Em todas as escalas, os coeficientes são bem determinados entre as latitudes de 20° e 38° em ambos os hemisférios. Apenas nas escalas 5 e 6 é possível determinar mais adequadamente os ângulos de rotação entre as latitudes de 10°N e 20°N , aproximadamente. A faixa de 10°S e 20°S é melhor determinada na escala 5. Esta faixa tropical na escala 7 possui parâmetros altos para qualquer ângulo no hemisfério norte e no hemisfério sul valores baixos. Esta incerteza na determinação dos ângulos de rotação na região do Oceano Atlântico tropical deve ser devida ao sinal com menor variância, como pode ser observado no mapa de desvio ilustrado na figura 5.4. Em praticamente todas as escalas, entre a latitudes maiores que 38° nos dois hemisférios a determinação dos ângulos de ro-

tação é bastante incerta pois há largas faixas de alta autocorrelação horizontal, em alguns casos assumindo praticamente toda a faixa. Este limite de latitude pode ser indício da latitude crítica, que determina o limite superior para a faixa de latitudes na qual a ocorrência de ondas de Rossby é permitida (equação 1.42). Devido à rápida velocidade de propagação de ondas de Rossby equatoriais, este método pode confundir o ciclo sazonal com o sinal propagante pois nos diagramas zonais temporais a inclinação do sinal propagante é muito próximo da horizontal. Sendo assim os estudos são restritos a latitudes entre 10° e 38° .

Um estudo recente sobre o pico de variabilidade espectral de dados da ASM (LIN *et al.*, 2008) mostra alta correlação entre os picos de máxima variabilidade em determinadas faixas espectrais e a respectiva latitude crítica de ondas de Rossby. O estudo destes autores é limitado a latitudes máximas de 40° . Eles observam picos de máxima variância para períodos de 140 dias a aproximadamente 30° de latitude em ambos os hemisférios. É de se esperar que a latitude crítica aumente inversamente em função da frequência. No entanto os resultados aqui apresentados indicam que para latitudes acima de 38° , aproximadamente, os resultados apresentam variação maior quanto à determinação da velocidade de fase. Isto pode ocorrer por diversos fatores como a proximidade com a latitude crítica, baixa amplitude ou baixa razão entre o sinal e o ruído, turbulência devida às correntes de borda oeste ou efeito Doppler devido às correntes de borda oeste. Provavelmente isto deve-se ao fato de o comprimento de ondas de Rossby para uma dada frequência diminuir em função da latitude, de modo que a resolução espacial seja insuficiente para observá-las.

As velocidades de propagação das ondas de Rossby determinadas pelo filtro de ondaletas para o Oceano Atlântico estão ilustradas na figura 5.16. A teoria de ondas de Rossby estabelece uma dependência da velocidade de propagação com a latitude ϕ . O filtro de resposta impulsiva finita bidimensional descrito por Polito *et al.* (2000b) assume que $c_p \propto \frac{\cos \phi}{\sin^2 \phi}$ e faz uma estimativa inicial empírica para velocidade de propagação como segue,

$$\tilde{c}_p = -0,2 \left| \frac{\cos \phi}{\sin^2 \phi} \right|. \quad (5.1)$$

Nas figuras 5.15 e 5.16 esta estimativa é indicada pela linha contínua. Nota-se que esta aproximação ajusta-se relativamente bem aos valores da velocidade de propagação obtidos pelo filtro aqui apresentado como pode ser observado na parte superior da figura 5.16. Tomando-se a razão entre o valor estimado e o valor determinado pelo filtro como ilustra a parte inferior da figura 5.16, nota-se que entre 35° S e 35° N, praticamente todas as velo-

idades obtidas possuem valores entre metade e o dobro das velocidades estimadas pela equação (5.1). Para latitudes acima de 35° a razão excede estes limites em muitos casos e para além de aproximadamente 40° ela fica abaixo.

Desde as primeiras identificações de ondas de Rossby através de dados altimétricos (CHELTON; SCHLAX, 1996; POLITO; CORNILLON, 1997; CIPOLLINI *et al.*, 1997) notou-se inconsistência entre o modelo linear e os resultados observados, levando a uma série de aperfeiçoamentos dos modelos teóricos (KILLWORTH *et al.*, 1997; SZOEKE; CHELTON, 1999; LACASCE; PEDLOSKY, 2004; MAHARAJ *et al.*, 2007). A adaptação dos modelos aos resultados foge ao escopo do presente trabalho, dando-se maior ênfase aos resultados observados. As discrepâncias médias entre as previsões teóricas e as obtidas através da análise dos dados variam entre 25 e 200%.

Duas regiões em particular serão tratadas a seguir. Primeiramente uma região no Atlântico Norte na latitude $32,5^\circ\text{N}$, próximo às ilhas Bermudas e posteriormente no Atlântico Sul, próximo à latitude do arquipélago de Abrolhos, $17,5^\circ\text{S}$.

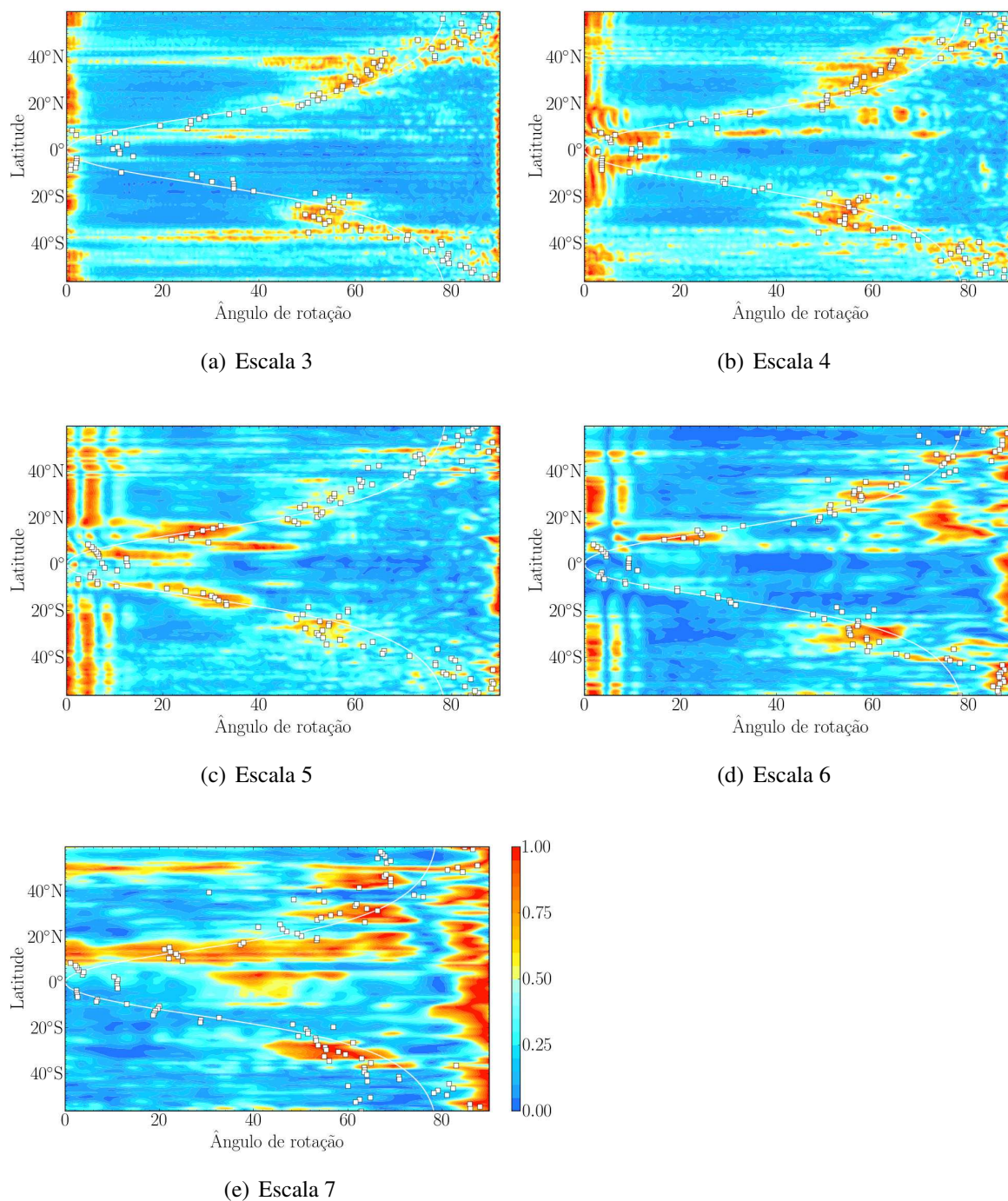


Figura 5.15: Mapas de autocorrelação horizontal normalizada no Oceano Atlântico em função do ângulo de rotação dos diagramas zonais-temporais pré-filtrados para diferentes escalas. Os pontos marcados são os ângulos de rotação calculados pelo algoritmo para cada latitude e as linhas contínuas indicam o ângulo de rotação estimado pela equação (5.1).

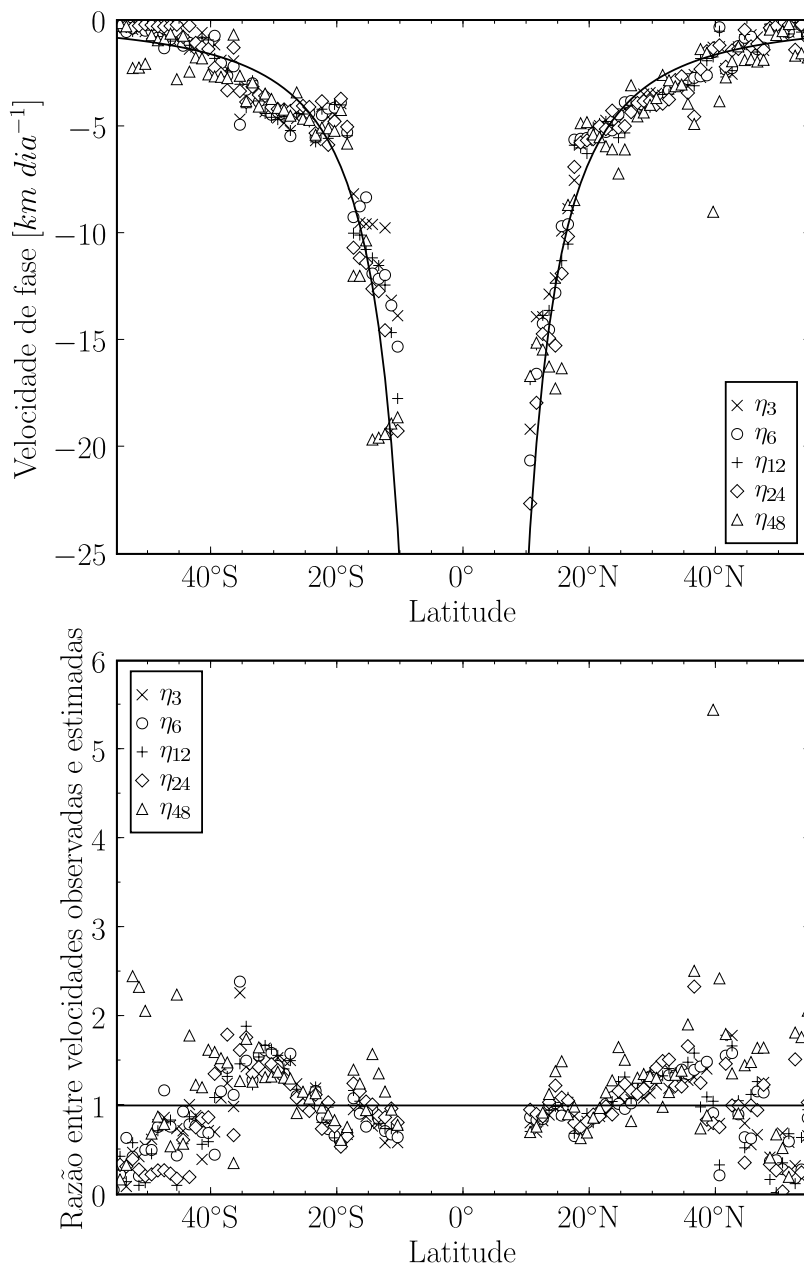


Figura 5.16: Distribuição das velocidades de propagação de ondas de Rossby de períodos trimestral, semi-anual, anual, bianual e tetra-anual no Oceano Atlântico para latitudes superiores a 10° (superior) obtidos pelo filtro de ondaletas. Razão entre as velocidades observadas e os valores estimados (inferior). As linhas contínuas referem-se às velocidades de propagação estimadas conforme a equação (5.1).

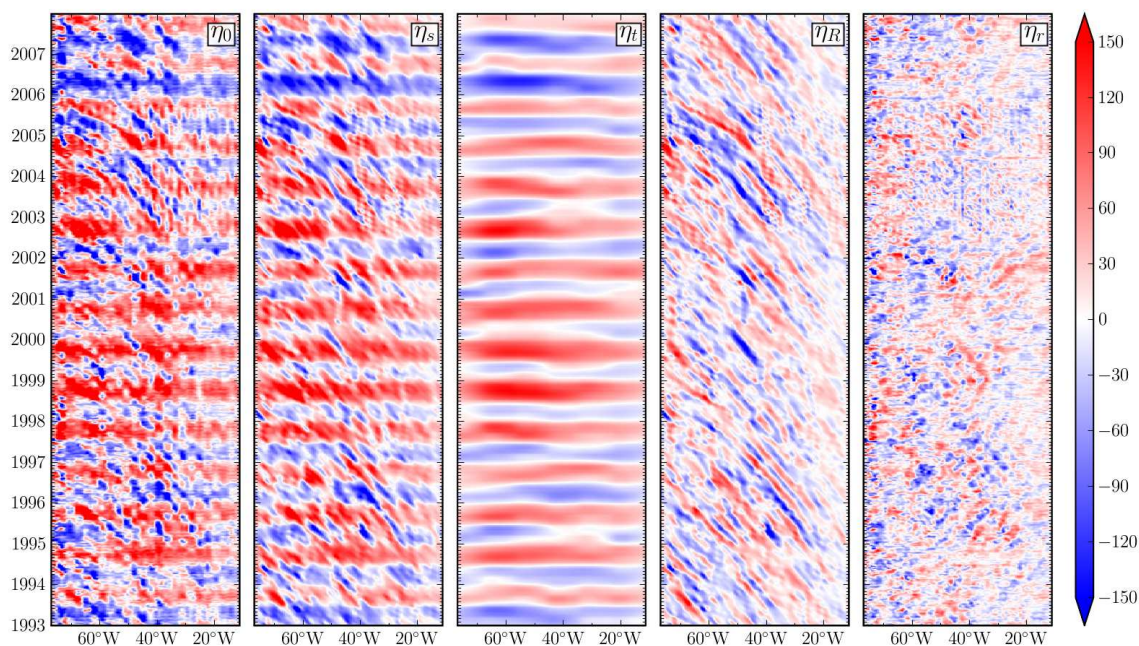


Figura 5.17: Decomposição do sinal original η_0 através do filtro de ondaletas em componentes sazonais η_t e propagantes η_R , a soma das duas componentes η_s e o resíduo η_r no Oceano Atlântico a $32,5^\circ\text{N}$.

5.3.1 Atlântico subtropical norte – Bermuda

Na latitude $32,5^\circ\text{N}$ os coeficientes de autocorrelação horizontal máxima como ilustrados na figura 5.15 são bem definidos. É uma região um pouco ao sul da Corrente do Golfo com variância considerável como pode ser visto na figura 5.4. O sinal decomposto pelo filtro de ondaletas é ilustrado na figura 5.17. A soma das componentes η_s não altera as principais características do sinal original η_0 . Ao contrário do caso no Oceano Pacífico a $28,5^\circ\text{N}$ da seção anterior, o resíduo η_R não apresenta indícios de qualquer tipo de propagação. O ciclo sazonal η_t apresenta, a partir do final de 1997, um aumento de variância na metade oeste da bacia que se estende até o final de 2005. O sinal propagante η_R também apresenta indícios de longitudes com maior variância principalmente no meio da bacia. A aproximadamente 60°W ocorre em diversos instantes (novembro de 1998, abril de 2002, abril de 2005, por exemplo) um aumento na velocidade de propagação das ondas de Rossby caracterizados por uma menor inclinação das frentes de onda observadas em comparação ao padrão de propagação geral.

Observando-se as componentes do ciclo sazonal ilustradas na figura 5.18 nota-se que a aproximação de menor resolução do sinal η_0 é relativamente homogênea, possuindo

Tabela 5.5: Ângulos de rotação e velocidades de propagação dos sinais de ondas de Rossby para o Oceano Atlântico a 32,5°N.

Escala	Ângulo [°]	Velocidade de propagação [$km\ dia^{-1}$]
3	63,1	-2,9
4	60,3	-3,3
5	59,0	-3,5
6	57,2	-3,7
7	64,0	-2,8
Média	60,7	-3,2

um pico a aproximadamente 55°W no final de 1998 e valores negativos a partir de abril de 2005 ao longo de toda a bacia. A componente η_{12} contribui com a maior variância no ciclo sazonal e com a região mais intensa a oeste de aproximadamente 50°W.

As componentes do sinal propagante estão ilustradas na figura 5.19. A componente η_6 é a componente de maior variância, de modo que pode-se supor que os principais períodos presentes no sinal de ondas de Rossby são os semi-anuais como será visto através da análise de ondaletas mais adiante. O aumento da velocidade de propagação pode ser notado tanto na componente η_6 quanto na componente η_{12} . As velocidades de propagação estão relacionadas na tabela 5.5 cuja média é de $-3,2\ km\ dia^{-1}$.

Nesta latitude no Oceano Atlântico, Chelton e Schlax (1996) relatam a ocorrência de velocidade de propagação da ordem de $-6,1\ km\ dia^{-1}$, quase o dobro da velocidade obtida pelo presente método. Por outro lado Polito e Liu (2003) obtém velocidade de aproximadamente $-3,4\ km\ dia^{-1}$, praticamente idêntica ao aqui observado.

Esta latitude corta o giro subtropical do Atlântico Norte. Os limites externos do giro coincidem com as regiões de máxima variância do sinal propagante como ilustra a média quadrática na figura 5.20. Assim como no caso do Oceano Pacífico a 28,5°, a variância das ondas de Rossby aumentam em direção a oeste. Observando-se a batimetria, uma relação entre a variância do sinal propagante e a profundidade local não é evidente, contrariando a idéia de Barnier (1988), que procurou relacionar a presença da Cordilheira Meso-Atlântica ao aumento da intensidade de ondas de Rossby. Como a região está localizada um pouco ao norte da metade do giro subtropical, é de se supor que fortes ventos soprem sobre a superfície da água. A tensão de cisalhamento do vento pode agir como principal forçante para o desencadeamento de ondas de Rossby e pode ser um motivo pelo qual ocorre maior variabilidade do sinal propagante nas bordas do giro subtropical.

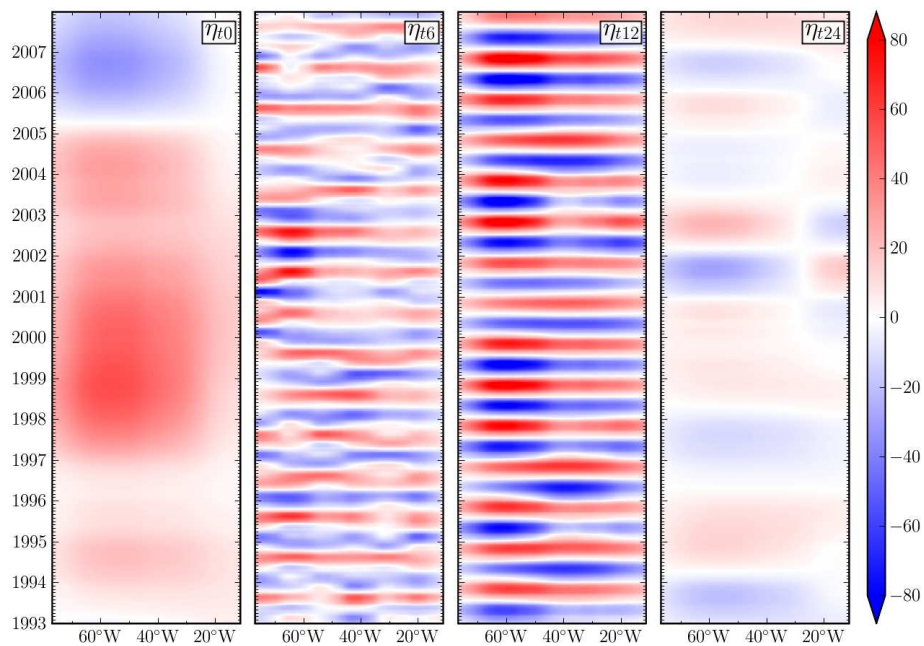


Figura 5.18: As componentes sazonais calculadas através do filtro de ondaletas no Oceano Atlântico a $32,5^\circ\text{N}$. A decomposição é feita em duas etapas. Primeiramente são obtidas a aproximação η_{t0} e as componentes anual e bianual η_{t12} e η_{t24} . A componente semi-anual η_{t6} é determinada após a filtragem das feições propagantes.

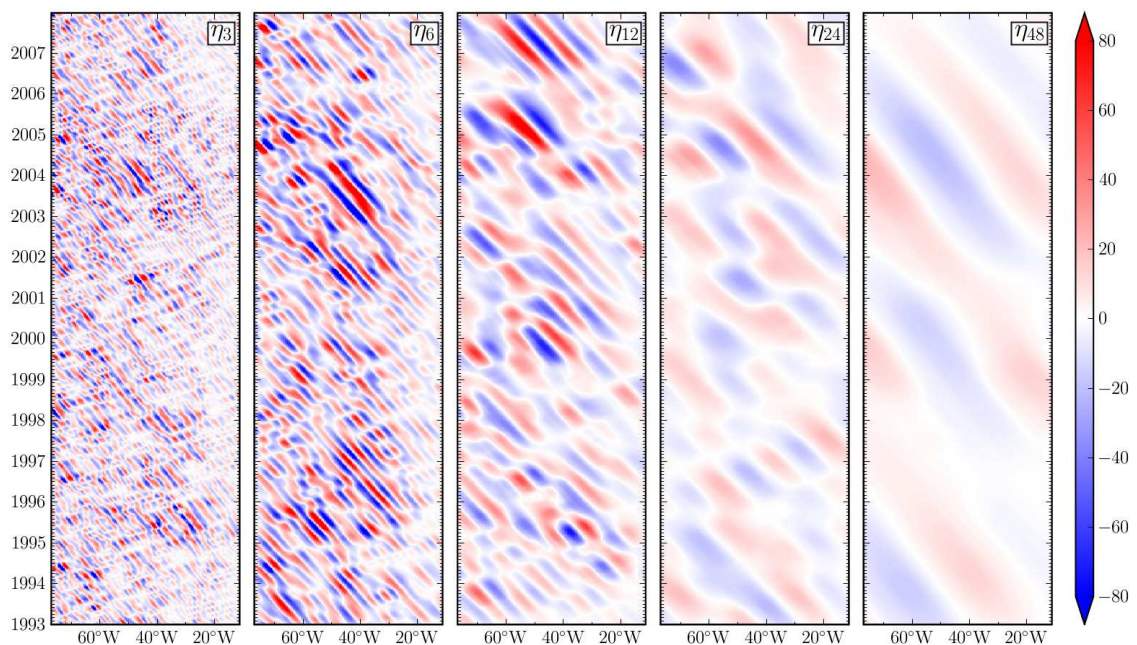


Figura 5.19: Componentes propagantes trimestrais, semi-anuais, anuais, bianuais e tetra-anuais no Oceano Atlântico a $32,5^\circ\text{N}$.

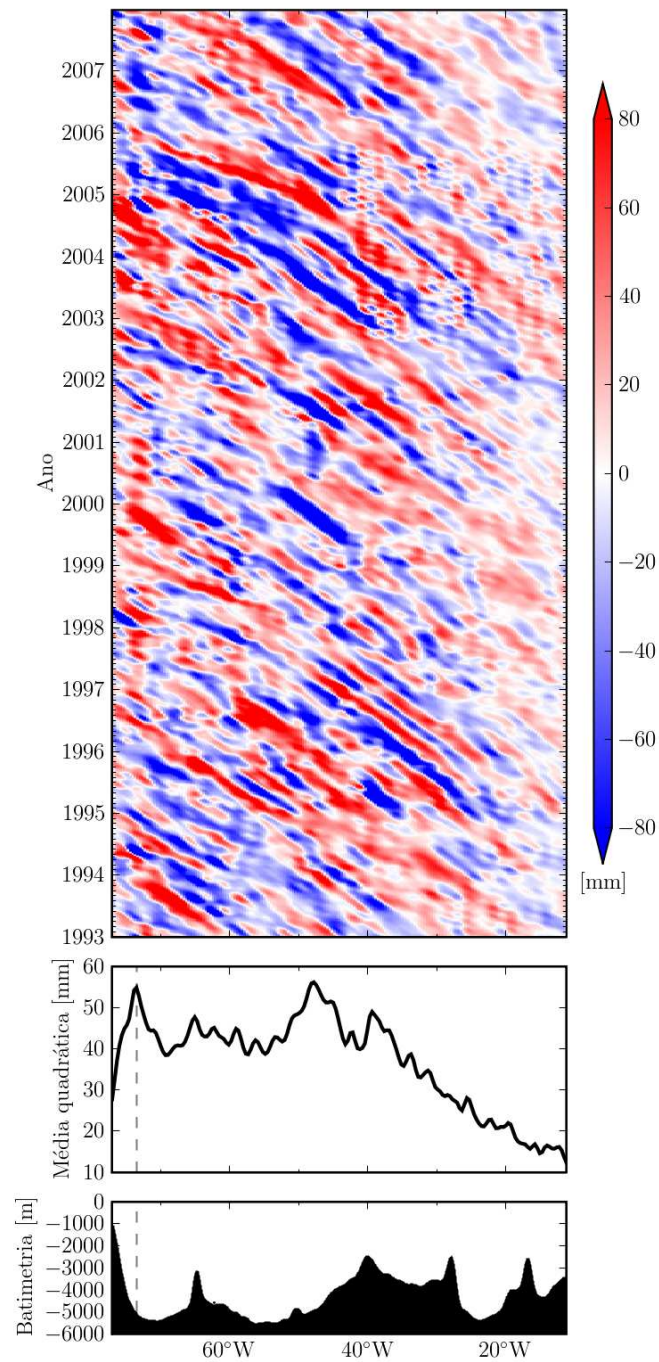
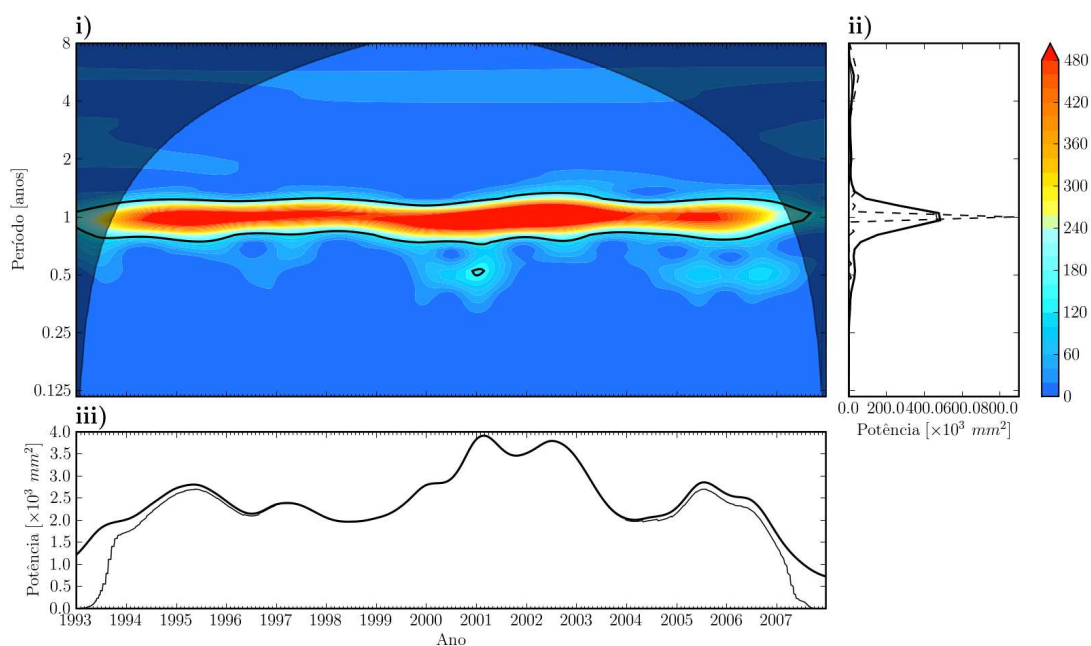


Figura 5.20: Componentes propagantes calculadas através do filtro de ondaletas no Oceano Atlântico a $32,5^{\circ}\text{N}$, média quadrática em função da longitude e a batimetria. Em destaque latitude de alta variância ($73,5^{\circ}\text{W}$).

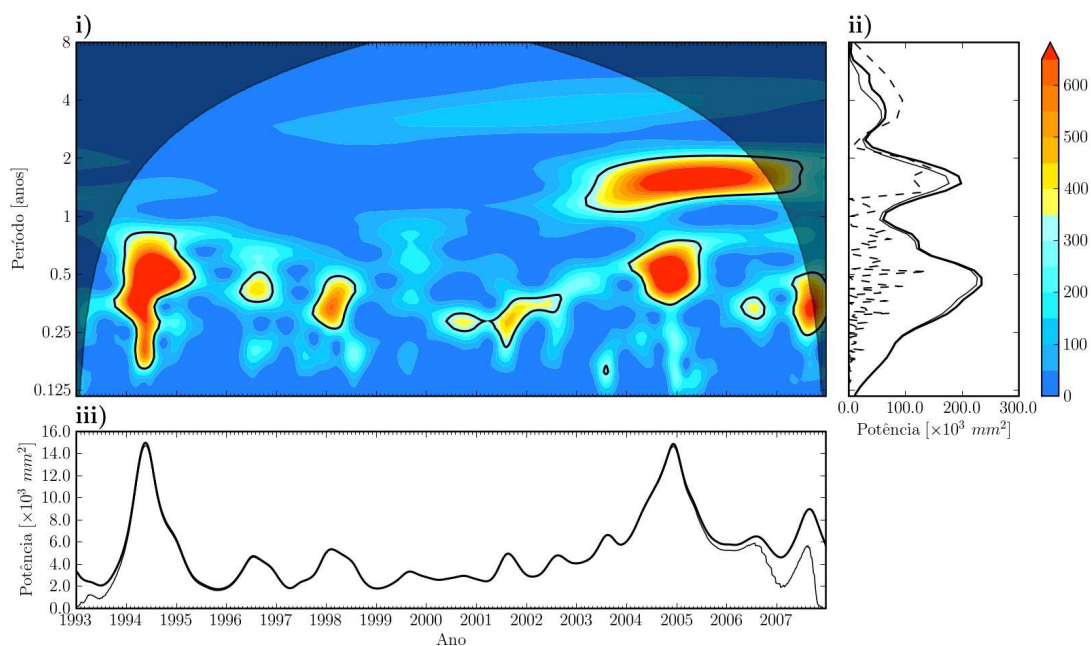
O sinal propagante no Oceano Atlântico a $32,5^{\circ}\text{N}$ possui alta variância em $73,5^{\circ}\text{W}$, sobre a Corrente do Golfo. Tomando-se as séries temporais compostas pelo ciclo sazonal e pelo sinal de ondas de Rossby nesta localidade e aplicando-se a análise de ondaletas, obtém-se a variação espectral como ilustrada na figura 5.21. Como na análise de ondaletas anterior, a ondaleta é a de Morlet com $\omega_0 = 6$ e nível de significância de 5% indicada pelas linhas de contorno. Como esperado, nota-se que o sinal sazonal nesta localidade possui praticamente apenas componente anual. No início de 2001, quando observa-se uma elevação na potência que se estende até o final de 2002, ocorre um breve evento significativo com período semi-anual. A comparação dos espectros de Fourier e de ondaleta global confirma a predominância do ciclo anual e ambos os métodos indicam potências equivalentes.

O sinal propagante possui nítida variação espectral. Aparentemente ocorre uma leve modulação entre os períodos trimestrais e semi-anuais. A partir de 2004 aproximadamente observa-se eventos com período de um ano e meio bastante energético. Em meados de 1994 e no fim de 2004 ocorrem dois eventos bem marcantes como indica o potenciógrama. O espalhamento destes eventos por faixas de frequência relativamente grandes dá indícios de descontinuidade no sinal. Neste caso observa-se que os espectros de Fourier e de ondaleta global possuem diferenças significativas. Para períodos maiores de um ano ambos os espectros são semelhantes. Entretanto, para os períodos menores, o espectro de ondaletas global é relativamente mais intenso e concentrado no período semi-anual que o espectro de Fourier. A energia do ciclo sazonal é praticamente o dobro da energia de cada um dos principais períodos observados no sinal propagante. No entanto, os picos isolados do sinal de ondas de Rossby são consideravelmente mais potentes que a média do ciclo sazonal.

Comparando-se os resultados do sinal de ondas de Rossby ilustrados na figura 5.21 (b) com os resultados obtidos no Oceano Pacífico a $28,5^{\circ}\text{N}$ e $134,3^{\circ}\text{E}$ ilustrados na figura 5.14, nota-se a existência de eventos significativos com períodos semi-anuais por volta de 2005 em ambos os casos. Por estar bem próxima à Corrente do Golfo, um fluxo médio para leste pode ser introduzido ao sistema. Assim a variação dos períodos observados pode ser causado por possível efeito Doppler causado pela corrente.



(a)



(b)

Figura 5.21: Escalogramas (i), espectros globais (ii) e potenciogramas (iii) adotando a ondaleta Morlet ($\omega_0 = 6$). A região sombreada demarca os limites do cone de influência, a linha de contorno delimita as regiões com potência significativa, a linha tracejada é o espectro de Fourier e as linhas contínuas finas são os espectros globais dentro dos limites do cone de influência. Em (a) o ciclo sazonal e em (b) o sinal propagante no Oceano Atlântico a $32,5^\circ\text{N}$ e $73,5^\circ\text{W}$.

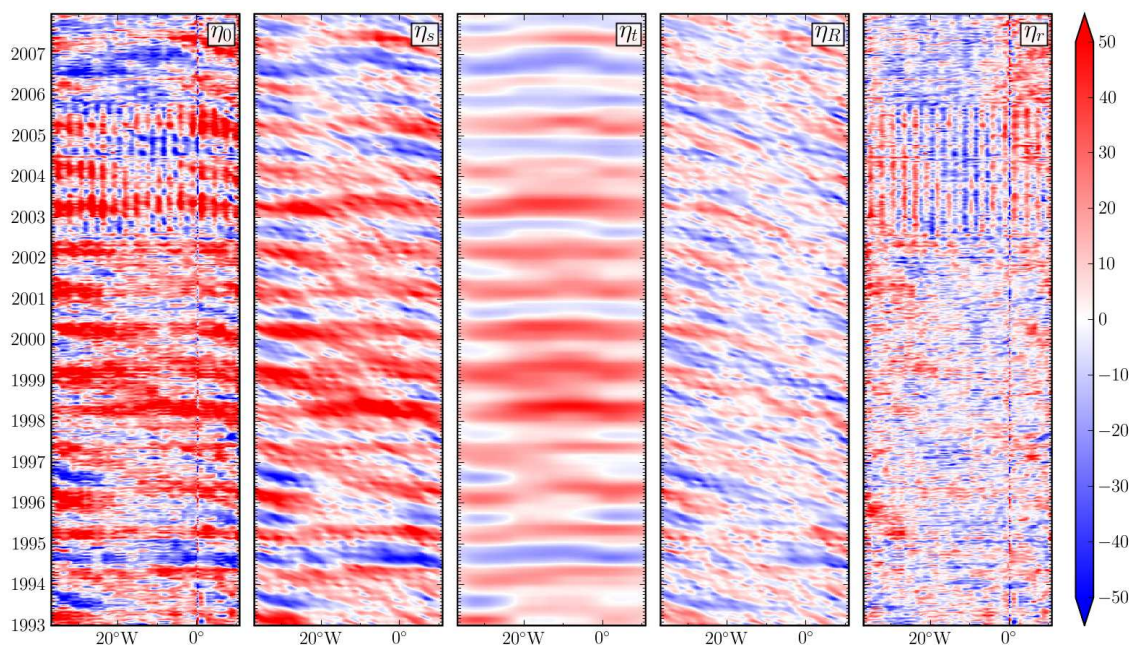


Figura 5.22: Decomposição do sinal original η_0 através do filtro de ondaletas em componentes sazonais η_t e propagantes η_R , a soma das duas componentes η_s e o resíduo η_r no Oceano Atlântico a $17,5^\circ\text{S}$.

5.3.2 Atlântico tropical sul – Abrolhos

Na latitude próxima à do arquipélago de Abrolhos e regiões adjacentes a intensidade do sinal de ASM é relativamente fraco. A amplitude do sinal é da ordem de três vezes menor que nas demais latitudes analisadas no presente trabalho como é evidenciado pelos sinais decompostos para a latitude de $17,5^\circ\text{S}$ ilustrados na figura 5.22. Entre meados de 2002 e final de 2006 o sinal original possui uma espécie de ruído. Como este período coincide com o período em que os satélites T/P e J-1 operaram simultaneamente e em órbitas paralelas, o sinal alterado indica possível interferência entre os dados de ambos os satélites. Além disso, observa-se uma pequena faixa ruidosa a aproximadamente 0° de longitude. Estes sinais ruidosos de alta frequência aparentemente não interferem no sinal sazonal e propagante obtidos pelo filtro de ondaletas como ilustram as respectivas componentes η_t e η_R e consequentemente a soma η_s . Como previsto, estes sinais ruidosos aparecem no resíduo η_r . Além disso o resíduo também parece possuir feições propagantes para oeste com velocidade de propagação um pouco menor em comparação com as componentes de ondas de Rossby filtradas. Chelton *et al.* (2007) sugere que mais da metade da variabilidade nos oceanos é devida a vórtices de diâmetros que variam entre 100 e

Tabela 5.7: Ângulos de rotação e velocidades de propagação dos sinais de ondas de Rossby para o Oceano Atlântico a 17,5°S.

Escala	Ângulo [°]	Velocidade de propagação [$km\ dia^{-1}$]
3	38,7	-8,1
4	35,3	-9,2
5	33,2	-10,0
6	31,5	-10,7
7	28,6	-12,0
Média	33,5	10,0

200 km e que se propagam com velocidade semelhante às ondas de Rossby. Nota-se que o sinal sazonal filtrado η_t possui principalmente com valores positivos e dois momentos de maior elevação, no início de 1998 e no início de 2003. Dada a sua relativa proximidade com o equador, a inclinação do sinal propagante em relação ao sinal sazonal é menor quando comparada às outras regiões analisadas, logo a velocidade de propagação é maior como será visto mais adiante.

As componentes do ciclo sazonal ilustradas na figura 5.23 possuem variações bastante regulares e curiosamente a aproximação de menor resolução do sinal η_{t0} é bastante semelhante com a mesma componente para a latitude de 32,5°N no Atlântico, onde ocorre um aumento na elevação aproximadamente no meio da bacia em 1998.

A figura 5.19 ilustra as componentes do sinal de ondas de Rossby. Aparentemente as componentes η_3 , η_6 , η_{12} e η_{24} possuem variâncias semelhantes, indicando que provavelmente a distribuição espectral neste caso seja mais uniforme. A velocidade de propagação média é $10,0 km\ dia^{-1}$. As velocidades de propagação e os respectivos ângulos de rotação estão relacionados na tabela 5.7. Segundo Chelton e Schlax (1996) a velocidade de fase de ondas de Rossby nesta latitude é em torno de $-20,2 km\ dia^{-1}$, praticamente o dobro do resultado obtido pelo filtro de ondaletas. Polito e Liu (2003) obtém valores da ordem de $-8,0 km\ dia^{-1}$.

A região próxima ao arquipélago de Abrolhos é marcada pela bifurcação da Corrente Sul Equatorial (CSE) que, ao encontrar a margem continental, é dividida na Corrente do Brasil (CB) fluindo para o sul e na Corrente Norte do Brasil (CNB) fluindo para o norte. A variância das ondas de Rossby identificadas pelo filtro de ondaletas nesta região está ilustrada na figura 5.25. Nota-se como no meio da bacia a variância do sinal propagante é quase metade da do sinal próximo às bordas.

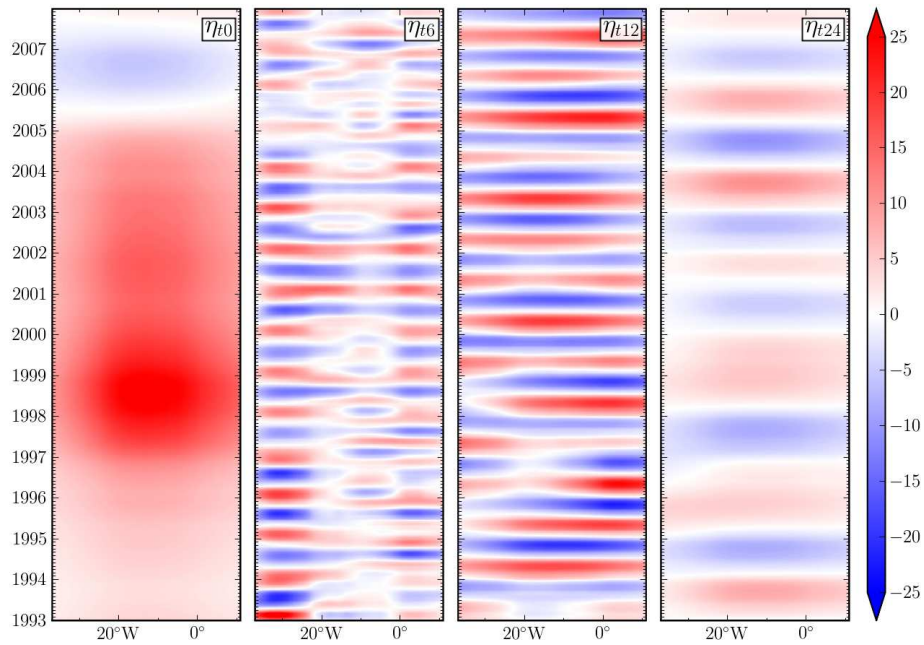


Figura 5.23: As componentes sazonais calculadas através do filtro de ondaletas no Oceano Atlântico a $17,5^{\circ}\text{S}$. A decomposição é feita em duas etapas. Primeiramente são obtidas a aproximação η_{t0} e as componentes anual e bianual η_{t12} e η_{t24} . A componente semi-anual η_{t6} é determinada após a filtragem das feições propagantes.

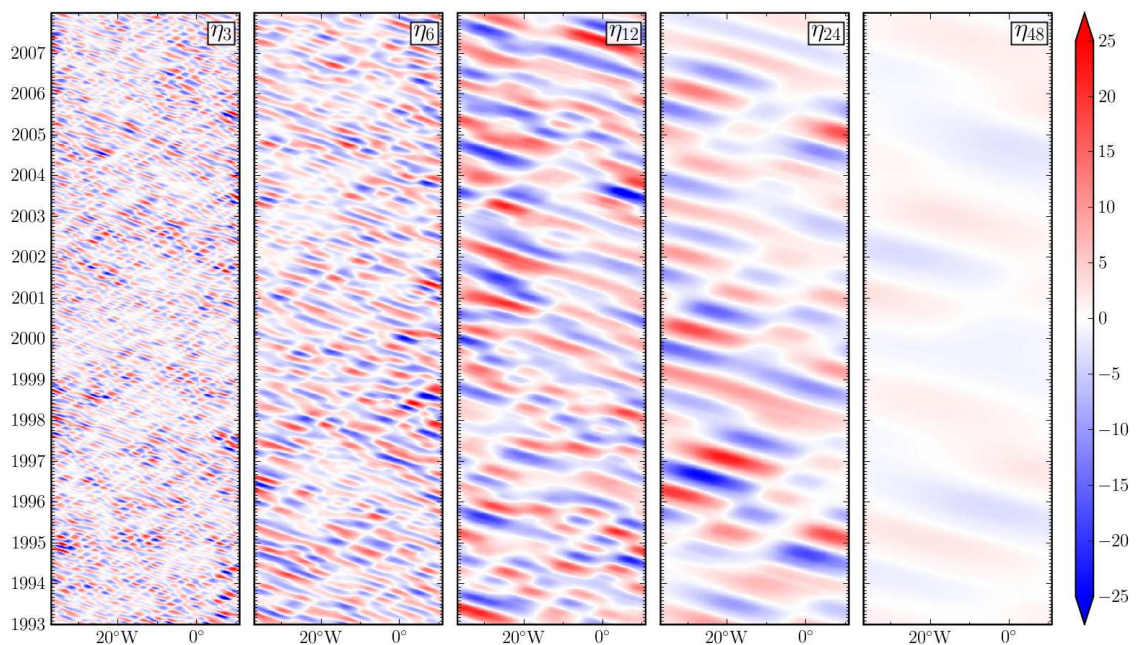


Figura 5.24: Componentes propagantes trimestrais, semi-anuais, anuais, bianuais e tetra-anuais no Oceano Atlântico a $17,5^{\circ}\text{S}$.

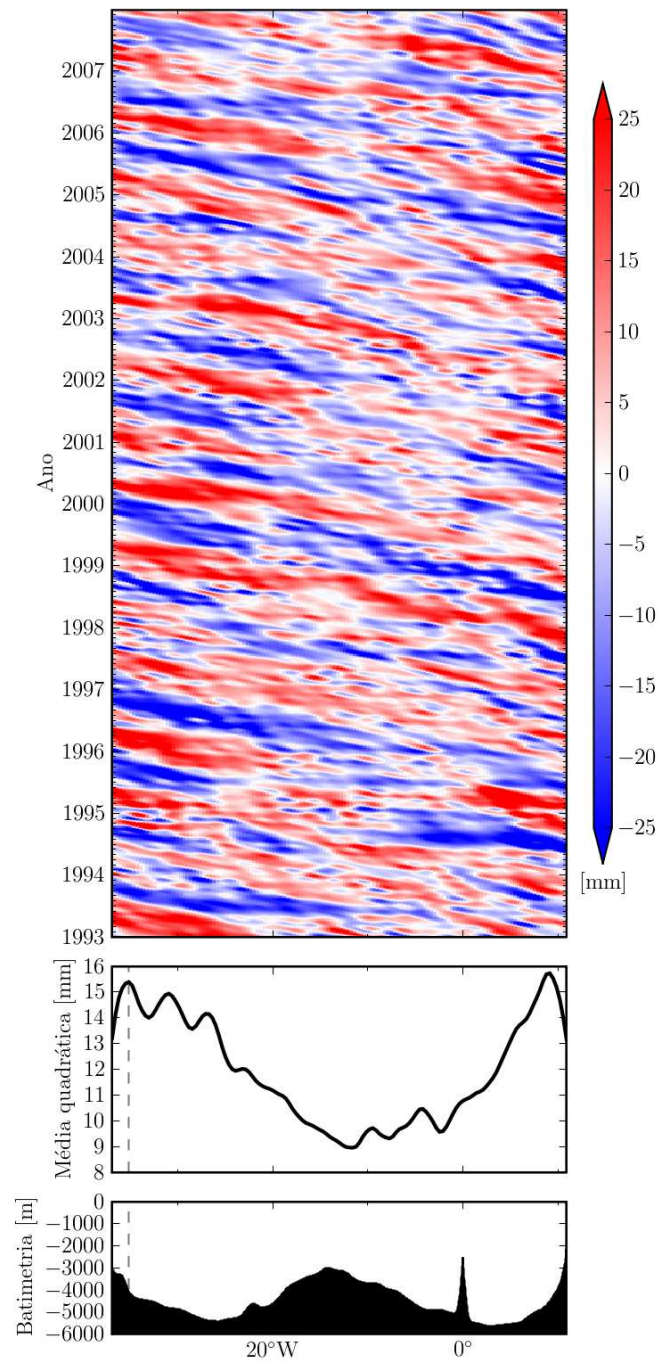


Figura 5.25: Componentes propagantes calculadas através do filtro de ondaletas no Oceano Atlântico a $17,5^{\circ}\text{S}$, média quadrática em função da longitude e a batimetria. Em destaque latitude de alta variância ($35,2^{\circ}\text{E}$).

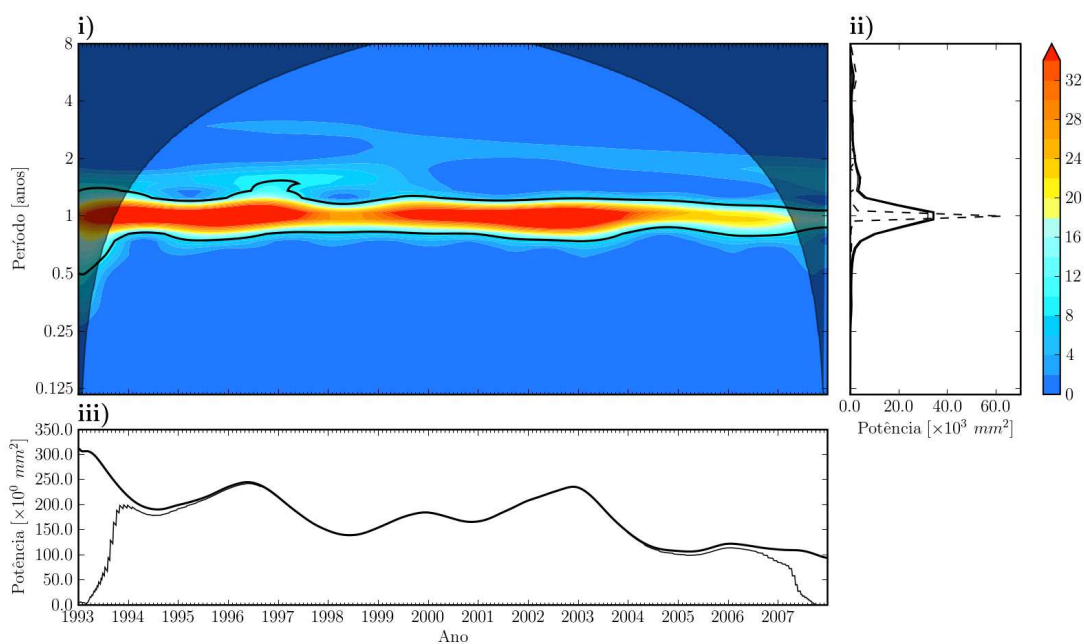
A análise de ondaletas do sinal de alta variância na borda oeste da bacia em $35,2^{\circ}\text{E}$ é ilustrada na figura 5.26. Nota-se que, como nas demais localidades estudadas, que no ciclo sazonal o período anual é dominante. No entanto nota-se que a potência do sinal varia quase harmonicamente com um período de aproximadamente quatro anos e com nítida tendência de diminuição de intensidade ao longo dos 15 anos. Esta observação é condizente com a tendência observada no mapa ilustrado na figura 5.4 na região próxima ao arquipélago de Abrolhos.

O espectrograma do sinal de ondas de Rossby apresenta um sinal com período anual persistente ao longo de toda a série. Esporadicamente ocorrem eventos significativos com períodos entre 1,5 e 3 meses e entre 3 e 6 meses. Em 1995 ocorre um evento intenso que se estende ao longo de três faixas de períodos. Curiosamente, em 1998 ocorre um evento relativamente intenso com período de aproximadamente 2 meses e ao mesmo tempo observa-se uma diminuição na intensidade do sinal anual. O potenciograma do sinal propagante também indica leve tendência de diminuição na potência do sinal de ondas de Rossby.

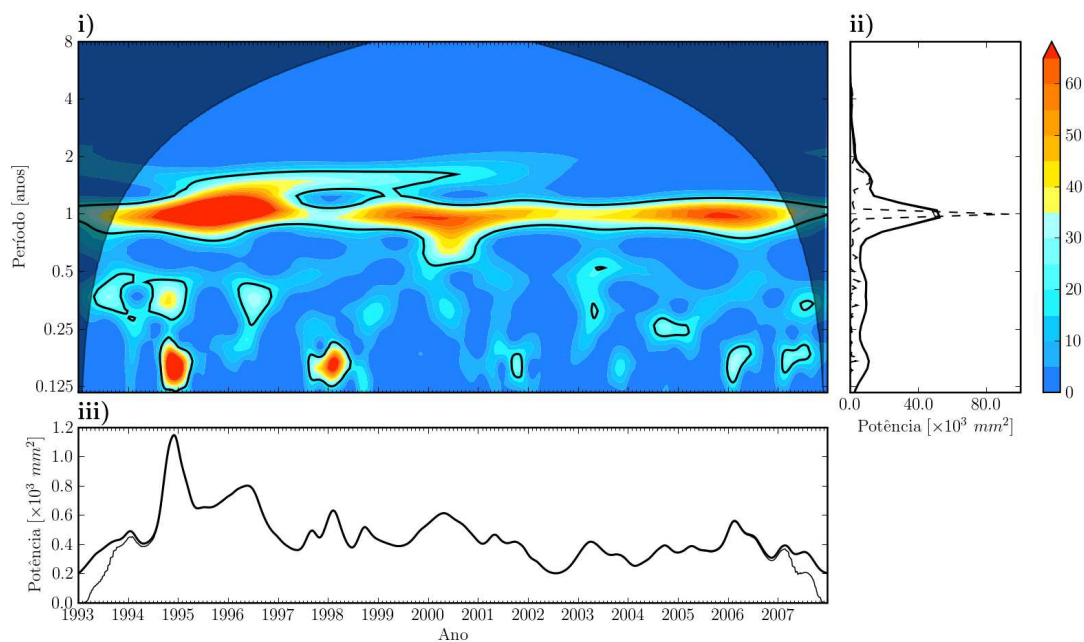
Para determinar a variabilidade espacial e temporal dos resultados filtrados em diferentes longitudes, é feita uma média dos espectrogramas em faixas de escala. A figura 5.27 apresenta diagramas zonais-temporais para o ciclo sazonal e para o sinal de ondas de Rossby para períodos trimestrais, semestrais, anuais e bianuais. Para cada longitude é calculado o respectivo espectrograma utilizando a ondaleta de Morlet ($\omega_0 = 6$) como descrito na metodologia. Em seguida é calculada a média nos períodos da faixa de escalas dada pelo período $\pm 25\%$, mantendo-se o nível de significância de 5% de cada longitude.

Os diagramas zonais-temporais de potência do sinal sazonal ilustrado na figura 5.27 (a) apresentam um sinal anual bem marcante, como seria esperado. Nota-se que entre 1996 e 1997 ocorre um núcleo de baixa potência aproximadamente no centro da bacia, praticamente dois anos antes do que na região análoga da aproximação η_{t0} ilustrada na figura 5.23. É bastante atraente relacionar-se eventos de larga escala que ocorram entre os anos de 1997 e 1998 ao *El Niño*, no entanto uma discussão mais aprofundada necessitaria da descrição de mecanismos de tele-conexão que poderiam estar envolvidos.

Fica evidente a partir do diagrama zonal-temporal de potência da componente anual do ciclo sazonal que a distribuição de energia não é uniforme. As regiões de maior energia estão concentradas nas bordas da bacia. Nota-se que a partir de 2004 ocorre uma queda considerável de aproximadamente 50% ao longo de toda a bacia.



(a)



(b)

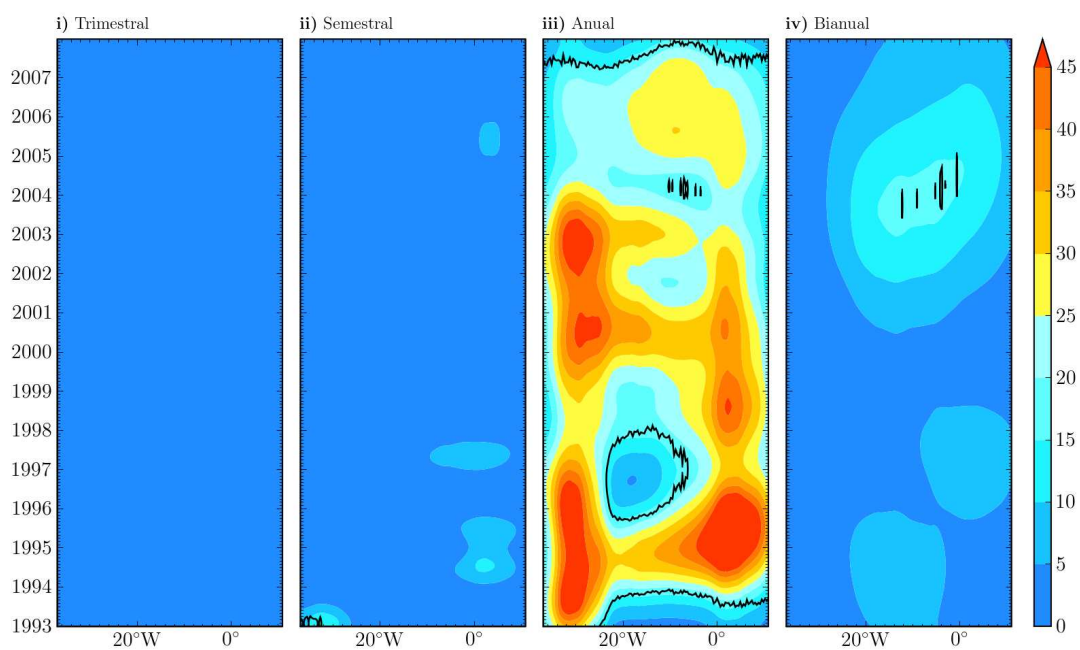
Figura 5.26: Escalogramas (i), espectros globais (ii) e potenciogramas (iii) adotando a ondaleta Morlet ($\omega_0 = 6$). A região sombreada demarca os limites do cone de influência, a linha de contorno delimita as regiões com potência significativa, a linha tracejada é o espectro de Fourier e as linhas contínuas finas são os espectros globais dentro dos limites do cone de influência. Em (a) o ciclo sazonal e em (b) o sinal propagante no Oceano Atlântico a $17,5^\circ\text{S}$ e $35,2^\circ\text{E}$.

Tabela 5.9: Velocidades de propagação dos sinais de ondas de Rossby nas principais bacias oceânicas a $17,5^{\circ}\text{S}$ em km dia^{-1} .

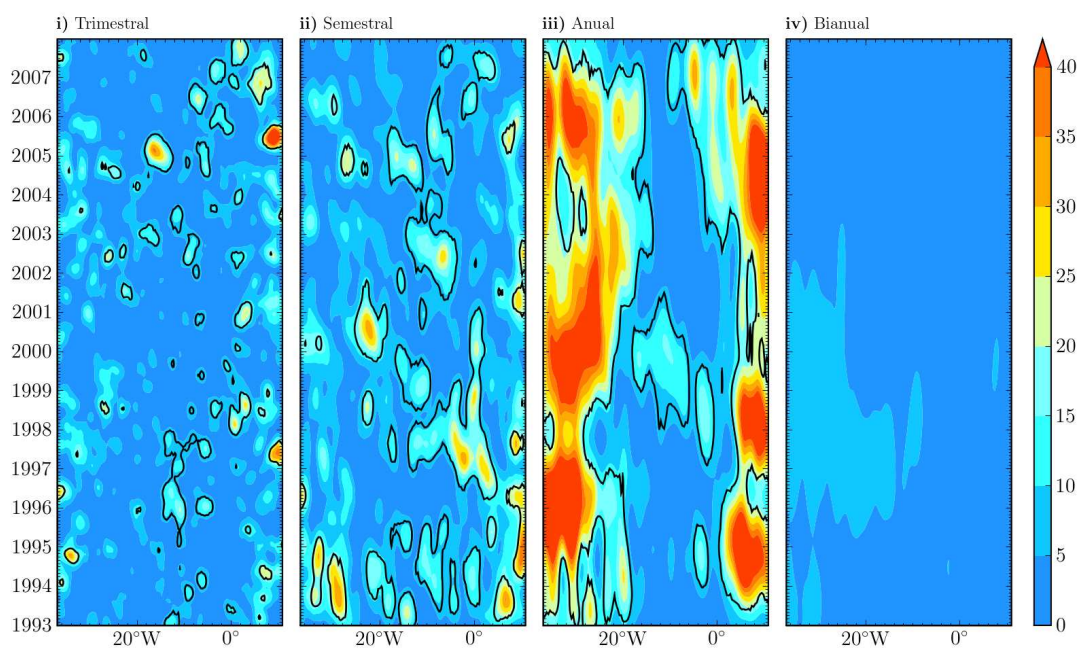
Escala	Oceano Índico	Oceano Pacífico	Oceano Atlântico
3	-9,2	-8,2	-8,1
4	-9,6	-7,3	-9,2
5	-10,3	-7,8	-10,0
6	-9,4	-5,2	-10,7
7	-11,1	-4,2	-12,0
Média	-9,9	6,5	10,0

No sinal propagante ilustrado na figura 5.27 (b), o sinal de ondas de Rossby anuais possui maior potência. Assim como evidenciado pela média quadrática zonal da figura 5.25, a energia concentra-se nas bordas. Apenas esporadicamente ocorre um aumento da potência no centro da bacia como entre 1999 e 2000, por exemplo. Contudo, nota-se que nos períodos trimestrais e semestrais a energia está mais concentrada no centro da bacia, porém não é persistente. É intuitivo afirmar, portanto, que quando um evento anual persistente, por exemplo, é interrompido, ocorrem uma sucessão de eventos de maior frequência e não persistentes.

Aplicando-se o filtro de ondaletas em cada uma das bacias na latitude próxima a Abrolhos, nota-se padrões de propagação bastante semelhantes em cada bacia como ilustrado na figura 5.28. O sinal propagante é significativamente mais intenso no Oceano Índico. Na metade oeste da bacia do Oceano Pacífico o sinal possui mais energia. A velocidade de propagação no Pacífico é mais baixa que nas demais bacias oceânicas. Comparando-se as velocidades de propagação relacionadas na tabela 5.9 nota-se que as velocidades no Atlântico e no Índico são praticamente idênticas. Isto dá indícios de que o campo de vorticidade potencial em ambas as bacias deve ser semelhante. Como a propagação de ondas planetárias está intrinsecamente ligada ao parâmetro β surge a dúvida de qual seria o mecanismo responsável pela variabilidade da dinâmica de ondas de Rossby.



(a)



(b)

Figura 5.27: Diagramas zonais temporais de potência para as médias (i) trimestrais, (ii) semestrais, (iii) anuais e (iv) bianuais adotando a ondaleta Morlet ($\omega_0 = 6$) de (a) o ciclo anual e (b) o sinal de ondas de Rossby no Oceano Atlântico a $17,5^\circ\text{S}$. As linhas de contorno indicam o nível de confiança de 95%. O espectrograma é calculado para cada longitude dos dados filtrados e para cada componente é calculada a média escalar na faixa determinada pelo período $\pm 25\%$.

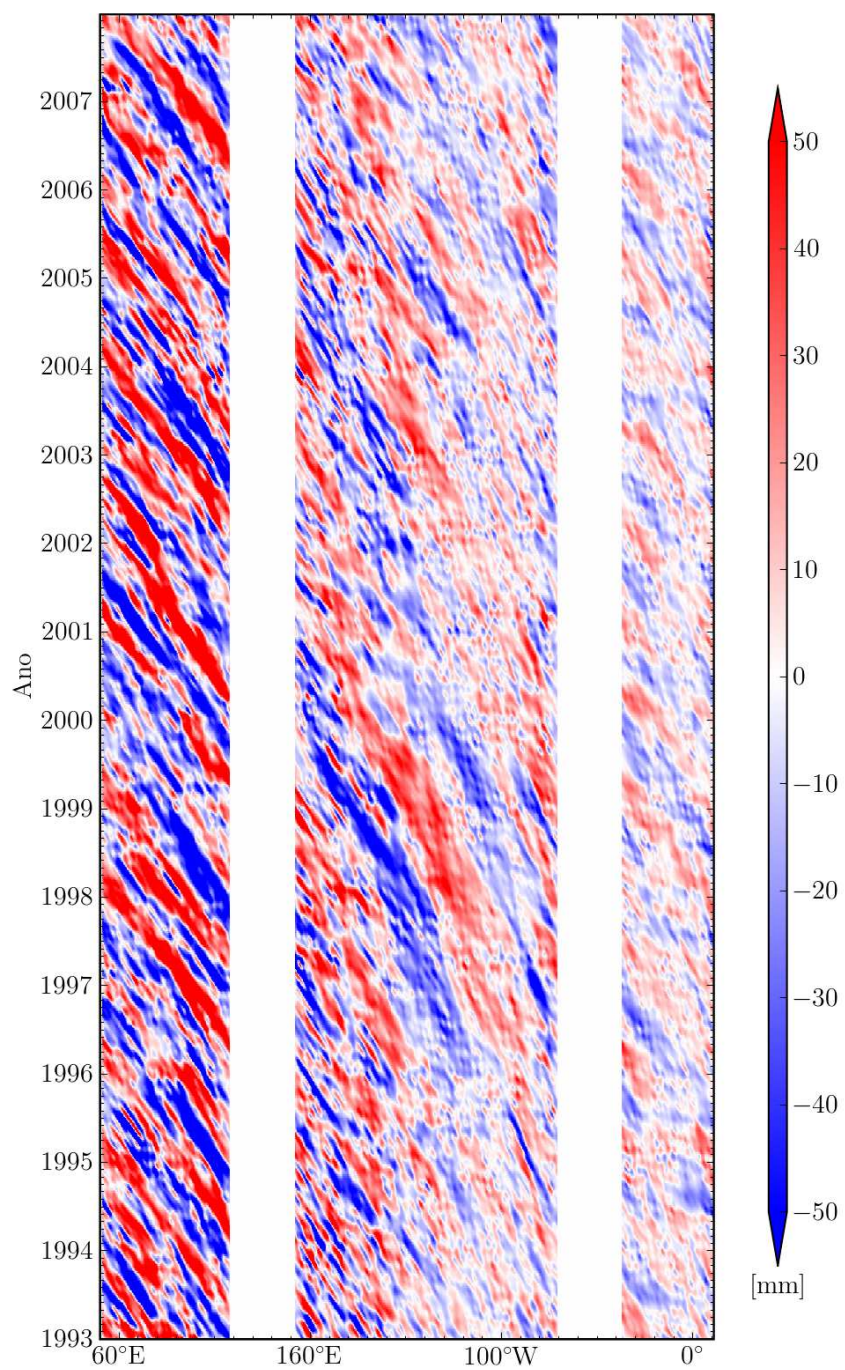


Figura 5.28: Componentes propagantes calculadas através do filtro de ondaletas nas três grandes bacias a $17,5^{\circ}\text{S}$, média quadrática em função da longitude e a batimetria.

6 *Conclusões*

O método de interpolação baseado na média ponderada pelos coeficientes de autocorrelação local utilizando até 50 dias de dados altimétricos mostrou ser (i) incondicionalmente estável, (ii) computacionalmente intensivo e (iii) eficaz no sentido de melhorar a relação sinal/ruído em relação ao método de Smith e Wessel (1990). O sinal, neste caso, se refere ao sinal propagante que é a base observacional deste trabalho. Por comparação direta (figura 5.3) nota-se que o campo das diferenças de altura pelos dois métodos é dominado por sinais de pequena escala. Estes sinais não estão diretamente associados com processos físicos conhecidos, portanto é razoável que sejam identificados como ruído.

Foi desenvolvido um método alternativo ao de Polito e Cornillon (1997) e Polito e Liu (2003) para a decomposição espectral do sinal altimétrico. Este método é baseado na decomposição por ondaletas bidimensionais. O formalismo matemático desta metodologia, descrito em detalhe no apêndice A, proporciona certas vantagens importantes em relação aos filtros de resposta impulsiva finita. A mais importante delas é o pequeno número de parâmetros ajustáveis, o que confere credibilidade e facilita a reprodução dos resultados pela comunidade científica.

A análise dos resultados filtrados em locais específicos foi encaminhada tanto através do método de ondaletas unidimensionais como por transformada de Fourier. Os resultados são compatíveis e evidenciam tanto a robustez do método das ondaletas como a necessidade de aplicação do mesmo, pois o conteúdo espectral dos sinais de anomalia da altura varia significativamente.

Diagramas zonais-temporais permitiram o cálculo de velocidades de fase e estas se mostraram consistentemente próximas de valores previamente obtidos e associados a ondas de Rossby do primeiro modo baroclínico. Em particular os valores de c_p obtidos nas escalas associadas à variabilidade nas latitudes $28,5^\circ\text{N}$ no Pacífico, a $32,5^\circ\text{N}$ e $17,5^\circ\text{S}$ no Atlântico são estatisticamente idênticos aos de Polito e Liu (2003) e Zang e Wunsch (1999). As principais discrepâncias ocorrem em relação ao trabalho de Chelton e Schlax

(1996). As possíveis causas desta discrepância podem ser (i) a remoção incompleta ou incorreta do ciclo sazonal, que acarretaria principalmente um viés nas ondas anuais e semi-anuais ou (ii) a utilização de uma metodologia para medir a velocidade de fase diferente da adotada aqui, descrita na seção 4.3.2.

Dada a diferença observada entre a velocidade de fase observada e a prevista pelos modelos teóricos adotados para explicar a dinâmica destas ondas, faz-se evidente a necessidade de um aperfeiçoamento destes estudos para melhorar a compreensão destes fenômenos.

As climatologias mensais determinadas a partir do conjunto dados de 15 anos de anomalia da superfície do oceano medidos pelos satélites altimétricos TOPEX/Poseidon e Jason-1 dão indícios da existência de ondas de Rossby persistentes e de períodos predominantemente anuais e semi-anuais em todas as bacias. Estas ondas manifestam-se principalmente na região equatorial, que não é bem resolvida pelo filtro de ondaletas adotado. O filtro utilizado para separar sinais com características sazonais de sinais com características propagantes baseia-se nas transformadas de ondaleta discreta bidimensionais. Através de certo formalismo matemático e procurando introduzir o mínimo de graus de liberdade, estas transformadas demonstraram ser uma ferramentas poderosas para a decomposição de sinais bidimensionais em espaços ortogonais, fazendo com que a reconstrução dos dados seja completa.

A principal vantagem da decomposição por ondaletas bidimensionais é a separação dos sinais em componentes ortogonais sensíveis à orientação de feições. O sinal é decomposto em parte não propagante (sazonalidade, *El Niño* etc), propagante para oeste (ondas de Rossby) e resíduo. Por serem ortogonais as componentes podem ser recombinadas de forma a reconstituir separadamente o ciclo sazonal e as ondas de Rossby como nas figuras 5.9, 5.17 e 5.22.

No Oceano Pacífico Norte observa-se predominantemente períodos de ordem semi-anual não persistentes e sinais anuais significativos. Eventos isolados podem ser identificados sugerindo relação com o fenômeno *El Niño* (figura 5.14).

No Oceano Atlântico Norte observa-se um espectro ainda mais variável com predominância de sinais trimestrais a semestrais e eventos com período de um ano e meio. Esta variabilidade no conteúdo espectral foi observada por Polito *et al.* (2000b) (5.21).

Próximo do arquipélago recifal de Abrolhos observa-se a predominância do período anual persistente e breves momentos de períodos variando entre dois a seis meses. Ainda

na região de Abrolhos nota-se uma leve tendência de diminuição de intensidade do espectro tanto para o ciclo sazonal quanto para o sinal de ondas de Rossby, que também pode ser identificada nos mapas de tendência global. A bacia do Oceano Atlântico a 17,5°S apresenta um espectro de ondas de Rossby em que períodos anuais estão mais presentes nas bordas e eventos de menor período, da ordem de 3 a 6 meses, concentram-se no meio da bacia.

Os resultados obtidos para a variabilidade espectral de ondas de Rossby do primeiro modo baroclínico confirmam a hipótese científica estabelecida para o presente trabalho. Nos três locais analisados, obtém-se padrões de distribuição espectral distintos. Como indicado nos escalogramas das figuras 5.14, 5.14 e 5.21 e na análise correspondente, há significativa variabilidade da composição espectral no tempo. Além disso, a composição espectral varia também ao longo da bacia, como mostram as figuras 5.27.

Referências Bibliográficas

- ANDERSON, D. L. T.; GILL, A. E. Spin-up of a stratified ocean, with applications to upwelling. *Deep-Sea Research*, v. 22, p. 583–596, 1975.
- BARNIER, B. A numerical study on the influence of the Mid-Atlantic ridge on nonlinear first-mode baroclinic Rossby waves generated by seasonal winds. *Journal of Physical Oceanography*, American Meteorological Society, v. 18, n. 3, p. 417–433, 1988.
- BERWIN, R. W. *Along-track gridded sea surface height anomaly for TOPEX/Poseidon and Jason-1, User's Reference Manual*. 2. ed. [S.l.], 2003. Disponível em: <ftp://podaac.jpl.nasa.gov/pub/sea_surface_height/topex_poseidon/tp_atg/doc/along_track_gridded_manual_v2.html>. Acesso em: 18/11/2006.
- BERWIN, R. W. *TOPEX/Poseidon sea surface height anomaly product, User's Reference Manual*. 2. ed. [S.l.], 2003. Disponível em: <ftp://podaac.jpl.nasa.gov/pub/sea_surface_height/topex_poseidon/tp_ssh/doc/tpssh_manual_v2.html>. Acesso em: 18/11/2006.
- BOYD, J. P. Equatorial solitary waves. Part I: Rossby solitons. *Journal of Physical Oceanography*, American Meteorological Society, v. 10, n. 11, p. 1699–1717, nov 1980.
- CALDERON, A. P. Intermediate spaces and interpolation, the complex method. *Studia Mathematica*, v. 24, n. 1, p. 13–190, 1964.
- CARTER, E.; ROBINSON, A. Analysis models for the estimation of oceanic fields. *Journal of Atmospheric and Oceanic Technology*, American Meteorological Society, v. 4, n. 1, p. 49–74, 1987.
- CHAMBERS, D.; TAPLEY, B.; STEWART, R. Long-period ocean heat storage rates and basin-scale heat fluxes from TOPEX. *J. Geophys. Res.*, v. 102, n. 10, p. 525–10, 1997.
- CHAMBERS, D. P. *et al.* New TOPEX sea state bias models and their effect on global mean sea level. *Journal of Geophysical Research*, v. 108, n. C10, p. 3305–3311, 2003.
- CHELTON, D. B.; SCHLAX, M. G. Global observations of oceanic Rossby waves. *Science*, v. 272, p. 234–238, 1996.
- CHELTON, D. B. *et al.* Global observations of large oceanic eddies. *Geophysical Research Letters*, v. 34, p. L15606, 2007.
- CHU, P. C. *et al.* On long baroclinic Rossby waves in the tropical North Atlantic observed from profiling floats. *Journal of Geophysical Research*, v. 112, n. C05032, p. 1–24, may 2007.

CIPOLLINI, P. *et al.* Remote sensing of oceanic rossby waves: New techniques and results. In: *Geoscience and Remote Sensing Symposium, 2000*. [S.l.: s.n.], 2000. v. 5, p. 1824–1826.

CIPOLLINI, P. *et al.* Rossby waves detected in global ocean colour data. *Geophysical Research Letters*, v. 28, n. 2, p. 323–326, jan 2001.

CIPOLLINI, P. *et al.* Concurrent altimeter and infrared observations of Rossby wave propagation near 34°N in the Northeast Atlantic. *Geophysical Research Letters*, v. 24, p. 889–892, 1997.

DAUBECHIES, I. Orthonormal bases of compactly supported wavelets. *Communications on Pure and Applied Mathematics*, v. 41, n. 7, p. 909–996, oct 1988.

DAUBECHIES, I. *Ten lectures on wavelets*. Philadelphia, PA: Society for Industrial and Applied Mathematics (SIAM), 1992. 357 p. (CBMS-NSF regional conference series in applied mathematics, v. 61).

DICKINSON, R. E. Rossby waves – Long-period oscillations of oceans and atmospheres. *Annual Reviews in Fluid Mechanics*, Annual Reviews, v. 10, n. 1, p. 159–195, jan 1978.

FARGE, M. Wavelet transforms and their applications to turbulence. *Annual Review of Fluid Mechanics*, Annual Reviews, v. 24, n. 1, p. 395–457, 1992.

GILL, A. E. *Atmosphere-ocean dynamics*. [S.l.]: Academic Press Inc., 1982. 662 p. (International Geophysics Series, v. 30).

GOUPILLAUD, P.; GROSSMANN, A.; MORLET, J. Cycle-octave and related transforms in seismic signal analysis. *Geoexploration*, Elsevier, v. 23, n. 1, p. 85–102, 1984.

GROSSMANN, A.; MORLET, J. Decomposition of hardy functions into square integrable wavelets of constant shape. *SIAM Journal on Mathematical Analysis*, SIAM, v. 15, n. 4, p. 723–736, 1984.

HÄRDLE, W. *et al.* *Wavelets, approximation, and statistical applications*. New York: Springer, 1998.

HILL, K. L.; ROBINSON, I. S.; CIPOLLINI, P. Propagation characteristics of extratropical planetary waves observed in the ATSR global sea surface temperature record. *Journal of Geophysical Research*, v. 105, n. C9, p. 21927–21946, 2000.

JACOBS, G. A. *et al.* Decade-scale trans-Pacific propagation and warming effects of an El Niño anomaly. *Nature*, v. 370, p. 360–363, 1994.

KESSLER, W. S. Observations of long Rossby waves in the northern tropical Pacific. *Journal of Geophysical Research*, v. 95, n. C4, p. 5183–5217, apr 1990.

KILLWORTH, P. D.; CHELTON, D. B.; SZOEKE, R. A. de. The speed of observed and theoretical long extratropical planetary waves. *Journal of Physical Oceanography*, American Meteorological Society, v. 27, n. 9, p. 1946–1966, 1997.

- KILLWORTH, P. D. *et al.* Physical and biological mechanisms for planetary waves observed in satellite-derived chlorophyll. *Journal of Geophysical Research*, American Geophysical Union, v. 109, n. C7, p. C07002.1–C07002.18, jul 2004.
- KUMAR, P.; FOUFOULA-GEORGIU, E. Wavelet analysis for geophysical applications. *Reviews of Geophysics*, v. 35, n. 4, p. 385–412, 1997.
- KUNDU, P. *Fluid mechanics*. San Diego: Academic Press Inc., 1990. 638 p. ISBN 0-12-428770-0.
- LACASCE, J. H.; PEDLOSKY, J. The instability of Rossby basin modes and the oceanic eddy field. *Journal of Physical Oceanography*, American Meteorological Society, v. 34, n. 9, p. 2027–2041, 2004.
- LAU, K. M.; WENG, H. Climate signal detection using wavelet transform: How to make a time series sing. *Bulletin of the American Meteorological Society*, American Meteorological Society, v. 76, n. 12, p. 2391–2402, dec 1995.
- LEÃO, Z. M. A. N. Abrolhos, BA – O complexo recifal mais extenso do Atlântico Sul. In: Schobbenhaus, C. *et al.* (Ed.). *Sítios Geológicos e Paleontológicos do Brasil*. [S.l.]: DNPM/CPRM - Comissão Brasileira de Sítios Geológicos e Paleobiológicos (SIGEP), 2002. p. 345–359.
- LEBEN, R. R.; POWELL, B. S. Accuracy assessment of Jason-1 and TOPEX/POSEIDON along-track sea surface slope. *Marine Geodesy*, Taylor & Francis, v. 26, n. 3, p. 355–366, 2003.
- LEBLOND, P. H.; MYSAK, L. A. *Waves in the ocean*. Amsterdam: Elsevier Science Publishers B. V., 1978. 602 p. (Elsevier Oceanography Series, v. 20). ISBN 0-444-41926-8.
- LEULIETTE, E. W.; NEREM, R. S.; MITCHUM, G. T. Calibration of TOPEX/Poseidon and Jason altimeter data to construct a continuous record of mean sea level change. *Marine Geodesy*, Taylor & Francis, v. 27, n. 1, p. 79–94, 2004.
- LIN, X. *et al.* Explaining the global distribution of peak-spectrum variability of sea surface height. *Geophys. Res. Lett.*, v. 35, p. L14602, 2008.
- MAHARAJ, A. *et al.* An evaluation of the classical and extended Rossby wave theories in explaining spectral estimates of the first few baroclinic modes in the South Pacific Ocean. *Ocean Dynamics*, v. 57, n. 3, p. 173–187, 2007.
- MALLAT, S. G. Multiresolution approximations and wavelet orthonormal bases of $l^2(r)$. *Transactions of the American Mathematical Society*, JSTOR, v. 315, n. 1, p. 69–87, sep 1989.
- MALLAT, S. G. A theory for multiresolution signal decomposition: the wavelet representation. *Pattern Analysis and Machine Intelligence, IEEE Transactions on*, v. 11, n. 7, p. 674–693, jul 1989. ISSN 0162-8828.
- MALLAT, S. G. *A wavelet tour of signal processing*. 2. ed. [S.l.]: Academic Press Inc., 1999. 637 p. ISBN 0-12-466606-X.

MEYERS, G. On the annual Rossby wave in the tropical North Pacific Ocean. *Journal of Physical Oceanography*, American Meteorological Society, v. 9, n. 4, p. 663–674, jul 1979.

MEYERS, S. D.; KELLY, B. G.; O'BRIEN, J. J. An Introduction to wavelet analysis in oceanography and meteorology: With application to the dispersion of Yanai Waves. *Monthly Weather Review*, American Meteorological Society, v. 121, n. 10, p. 2858–2866, oct 1993.

MORETTIN, P. A. *Ondas e ondaletas: da análise de Fourier à análise de ondaletas*. São Paulo: Edusp, 1999. 272 p.

MORLET, J. *et al.* Wave propagation and sampling theory—Part I: Complex signal and scattering in multilayered media. *Geophysics*, Society of Exploration Geophysicists, v. 47, n. 2, p. 203–221, feb 1982.

MORLET, J. *et al.* Wave propagation and sampling theory—Part II: Sampling theory and complex waves. *Geophysics*, Society of Exploration Geophysicists, v. 47, n. 2, p. 222–236, feb 1982.

PEDLOSKY, J. *Geophysical fluid dynamics*. New York: Springer-Verlag, 1987. 710 p. ISBN 0-387-96387-1.

POLITO, P. S. Utilização de dados de altímetro em oceanografia. In: SOUZA, R. B. de (Ed.). *Oceanografia por Satélites*. [S.l.]: Oficina de Textos, 2005. p. 32–49.

POLITO, P. S.; CORNILLON, P. Long baroclinic Rossby waves detected by TOPEX/Poseidon. *Journal of Geophysical Research*, v. 102, p. 3215–3235, 1997.

POLITO, P. S.; LIU, W. T. Global characterization of Rossby waves at several spectral bands. *Journal of Geophysical Research*, v. 108, n. C1, p. 18–1, jan 2003.

POLITO, P. S.; LIU, W. T.; TANG, W. Correlation-based interpolation of NSCAT wind data. *Journal of Atmospheric and Oceanic Technology*, v. 17, n. 8, p. 1128–1138, aug 2000.

POLITO, P. S.; SATO, O. T.; LIU, W. T. Characterization and validation of the heat storage variability from TOPEX/Poseidon at four oceanographic sites. *Journal of Geophysical Research*, v. 105, n. C7, p. 16911–16922, 2000.

PRICE, J. M.; MAGAARD, L. Interannual baroclinic rossby waves in the midlatitude North Atlantic. *Journal of Physical Oceanography*, American Meteorological Society, v. 16, n. 12, p. 2061–2070, 1986.

QUARTLY, G. D. *et al.* Rossby waves: synergy in action. *Philosophical Transactions: Mathematical, Physical and Engineering Sciences*, The Royal Society, v. 361, n. 1802, p. 57–63, jan 2003.

ROSSBY, C.-G. *et al.* Relation between variations in the intensity of the zonal circulation of the atmosphere and the displacements of the semi-permanent centers of action. *Journal of Marine Research*, v. 2, n. 1, p. 38–55, 1939.

SATO, O. T.; POLITO, P. S. Influence of salinity on the interannual heat storage trends in the Atlantic estimated from altimeters and Pilot Research Moored Array in the Tropical Atlantic data. *Journal Of Geophysical Research*, v. 113, n. C02008, p. 1–11, feb 2008.

SMITH, W. H. F.; WESSEL, P. Gridding with continuous curvature splines in tension. *Geophysics*, SEG, v. 55, n. 3, p. 293–305, mar 1990.

SZOEKE, R. A. de; CHELTON, D. B. The modification of long planetary waves by homogeneous potential vorticity layers. *Journal of Physical Oceanography*, American Meteorological Society, v. 29, n. 3, p. 500–511, mar 1999.

TORRENCE, C.; COMPO, G. P. A practical guide to wavelet analysis. *Bulletin of the American Meteorological Society*, American Meteorological Society, v. 79, n. 1, p. 61–78, jan 1998.

WENG, H.; LAU, K. M. Wavelets, period doubling, and time–Frequency localization with application to organization of convection over the Tropical Western Pacific. *Journal of the Atmospheric Sciences*, American Meteorological Society, v. 51, n. 17, p. 2523–2541, sep 1994.

WHITE, W. B. Annual forcing of baroclinic long waves in the Tropical North Pacific Ocean. *Journal of Physical Oceanography*, American Meteorological Society, v. 7, n. 1, p. 50–61, 1977.

ZANG, X.; WUNSCH, C. The observed dispersion relationship for North Pacific Rossby wave motions. *Journal of Physical Oceanography*, American Meteorological Society, v. 29, n. 9, p. 2183–2190, sep 1999.

ZLOTNICKI, V.; BECKLEY, B. *TOPEX/Poseidon sea level grids description*. [S.l.], 2002. Disponível em: <http://woce.nodc.noaa.gov/woce_v3/wocedata_2/sat_sl/topex-docs/topex_doc.htm>. Acesso em: 26/08/2007.

APÊNDICE A – Ondas

A análise de ondas é uma técnica relativamente recente e um complemento importante a métodos de análise de sinais tradicionais. Em 1807 Fourier introduz a base para o processamento de sinais em seu trabalho pioneiro sobre a propagação de calor em corpos sólidos afirmando que qualquer função pode ser expandida como uma série de funções harmônicas. Este apêndice apresenta importantes propriedades da análise de Fourier, procura elucidar a análise de ondas e concluir ilustrando algumas aplicações através de exemplos.

A.1 Análise de Fourier

A análise de Fourier, ou análise harmônica, tem por objetivo aproximar uma função periódica $f(t)$ de período $P = 2L$ por uma combinação linear de funções harmônicas de frequências distintas. Desta forma, $f(t + P) = f(t)$, e, para qualquer f e primeira derivada f' seccionalmente contínuas no intervalo $[-L, L]$, a função pode ser expressa pela série de Fourier

$$f(t) = \frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} \left(a_n \cos\left(\frac{n\pi t}{L}\right) + b_n \sin\left(\frac{n\pi t}{L}\right) \right), \quad (\text{A.1})$$

onde

$$a_n = \frac{1}{L} \int_{-L}^L f(t) \cos\left(\frac{n\pi t}{L}\right) dt, \quad (\text{A.2})$$

$$b_n = \frac{1}{L} \int_{-L}^L f(t) \sin\left(\frac{n\pi t}{L}\right) dt. \quad (\text{A.3})$$

Note que, nos pontos de descontinuidade, a série de Fourier converge para $(f(t+0) + f(t-0))/2$.

A função $f(t)$ dada por A.1 é a soma ponderada das funções harmônicas cujos pesos são dados por a_n e b_n . Para $n = 0$, $\frac{a_0}{2} = \frac{1}{2L} \int_{-L}^L f(t) dt$ é o valor médio de $f(t)$ no intervalo

$[-L, L]$.

A.1.1 Transformada de Fourier

Utilizando-se a notação exponencial para as funções harmônicas e seja a função $f(t) \in L^1(\mathbb{R})$, a integral de Fourier

$$\hat{f}(\omega) = \int_{-\infty}^{+\infty} f(t) e^{-i\omega t} dt \quad (\text{A.4})$$

dá a medida da intensidade das oscilações $e^{i\omega t}$ de frequência angular ω na função f . Se \hat{f} for integrável, então a transformada inversa de Fourier é dada pelo teorema a seguir.

Teorema A.1 (Transformada Inversa de Fourier). *Seja $f \in L^1(\mathbb{R})$ e $\hat{f} \in L^1(\mathbb{R})$ então, em quase todo $t \in \mathbb{R}$,*

$$f(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \hat{f}(\omega) e^{i\omega t} d\omega. \quad (\text{A.5})$$

A transformada inversa A.5 decompõe f em uma soma de funções harmônicas $e^{i\omega t}$ de amplitude $\hat{f}(\omega)$. A hipótese de $\hat{f} \in L^1(\mathbb{R})$ implica que f deve ser contínua, motivando a extensão da transformada de Fourier para o espaço $L^2(\mathbb{R})$ de funções f de energia finita $\int_{-\infty}^{+\infty} |f(t)|^2 < +\infty$. Lembrando que no espaço de Hilbert $L^2(\mathbb{R})$ o produto interno de $f \in L^2(\mathbb{R})$ e $g \in L^2(\mathbb{R})$ é definido por

$$\langle f, g \rangle = \int_{-\infty}^{+\infty} f(t) g^*(t) dt, \quad (\text{A.6})$$

onde $g^*(t)$ é o complexo conjugado de $g(t)$. A norma em $L^2(\mathbb{R})$ é

$$\|f\|^2 = \langle f, f \rangle = \int_{-\infty}^{+\infty} |f(t)|^2 dt. \quad (\text{A.7})$$

O teorema a seguir indica que o produto interno e a norma no espaço $L^2(\mathbb{R})$ são conservados pela transformada de Fourier, salvo por um fator $\frac{1}{2\pi}$.

Teorema A.2. *Seja f e $g \in L^1(\mathbb{R}) \cap L^2(\mathbb{R})$, a identidade de Parseval é*

$$\int_{-\infty}^{+\infty} f(t) g^*(t) dt = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \hat{f}(\omega) \hat{g}^*(\omega) d\omega. \quad (\text{A.8})$$

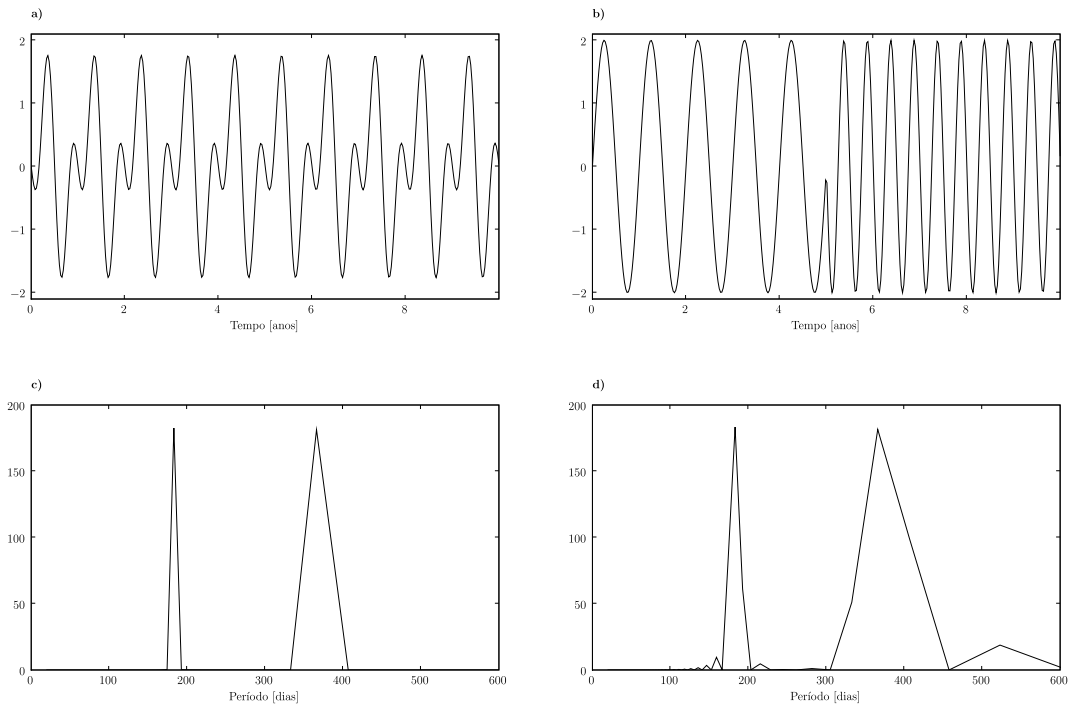


Figura A.1: Comparação entre a análise espectral de dois sinais periódicos com mesmas frequências. O sinal em (a) é composto pela soma de dois sinais harmônicos representando um fenômeno com um ciclo anual e um ciclo semi-anual defasado por π e em (b) pelos mesmos sinais harmônicos mas com ocorrência em intervalos distintos e o dobro da amplitude. Em (c) e (d) os respectivos espectros de potência normalizados.

Para o caso particular $g = f$ obtém-se a fórmula de Plancherel

$$\int_{-\infty}^{+\infty} |f(t)|^2 dt = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} |\hat{f}(\omega)|^2 d\omega. \quad (\text{A.9})$$

A figura A.1 ilustra dois exemplos nos quais a análise de Fourier obtém espectros de potência praticamente idênticos para séries temporais distintas. No primeiro caso, o sinal é composto pela soma de dois sinais harmônicos de período anual e semi-anual defasados por π . No segundo caso, o sinal é composto pelos mesmos sinais harmônicos, no entanto o primeiro ocorre na primeira metade do intervalo e o segundo na segunda metade e com amplitudes duas vezes maiores. As potências espectrais das duas séries são praticamente idênticas, salvo a observação de frequências espúrias no segundo caso, provavelmente decorrentes devido à abrupta mudança de regime. Este exemplo simplificado mostra como a transformada de Fourier possui limitações para a caracterização de eventos variantes no tempo.

A.1.2 Convolução

Em análise funcional, a convolução é um operador sobre duas funções f e g definida por

$$(f \star g)(u) = \int_{-\infty}^{+\infty} f(t) g(u-t) dt. \quad (\text{A.10})$$

A convolução retorna uma terceira função que, de certo modo, quantifica a sobreposição entre f e uma versão de g invertida e transladada por u . Este operador é amplamente utilizado em análise de sinais e aplicação de filtros.

Teorema A.3 (Convolução). *Seja $f \in L^1(\mathbb{R})$ e $h \in L^1(\mathbb{R})$. A função $g = f \star h \in L^1(\mathbb{R})$ então*

$$\hat{g}(\omega) = \hat{f}(\omega) \hat{h}(\omega). \quad (\text{A.11})$$

Demonstração.

$$\begin{aligned} \hat{f}(\omega) \hat{h}(\omega) &= \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} f(u) h(v) e^{-i\omega u} e^{-i\omega v} du dv \\ &= \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} f(u) h(v) e^{-i\omega(u+v)} du dv \\ &\quad u = x, u + v = y, du = dx, dv = dy \\ &= \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} f(x) h(y-x) e^{-i\omega y} dx dy \\ &= \int_{-\infty}^{+\infty} \left(\int_{-\infty}^{+\infty} f(x) h(y-x) dx \right) e^{-i\omega y} dy \\ &= \int_{-\infty}^{+\infty} (f \star h) e^{-i\omega y} dy \\ &= \widehat{f \star h}(\omega). \end{aligned}$$

□

Esta é uma propriedade importante para o cálculo da convolução de duas séries pois o processamento numérico de séries longas pode ser acelerado com a adoção do algoritmo da transformada rápida de Fourier (FFT, *fast Fourier transform*) e da transformada inversa rápida de Fourier (IFFT, *inverse fast Fourier transform*).

A.1.3 Filtro de resposta impulsiva

Operações de processamento de sinais como remoção de ruído estacionário ou transmissão por exemplo, são implementados através de operadores lineares temporalmente invariantes. Seja o operador invariante no tempo denotado por L aplicado a uma função de entrada $f(t)$ cujo resultado é dado pela saída $g(t)$, então para um atraso τ tem-se

$$g(t) = Lf(t) \Rightarrow g(t - \tau) = Lf(t - \tau). \quad (\text{A.12})$$

Sistemas invariantes no tempo são caracterizados por sua resposta a um impulso de Dirac. Um impulso de Dirac é definido pelas seguintes relações:

$$\delta(t) = \begin{cases} +\infty & \text{se } t = 0 \\ 0 & \text{se } t \neq 0, \end{cases}$$

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \delta(t) dt = 1.$$

A integração simbólica sobre um impulso de Dirac é uma notação bastante útil pois possui as mesmas propriedades de uma integral usual, como mudança de variáveis e integração por partes. Assim, um delta de Dirac transladado $\delta(t - u)$ possui conteúdo centrado em u e para uma função $f(t)$ real e contínua

$$f(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} f(u) \delta(t - u) du. \quad (\text{A.13})$$

A continuidade e linearidade do operador L implica em

$$Lf(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} f(u) L\delta(t - u) du = g(t). \quad (\text{A.14})$$

Seja h a resposta a um impulso de L , então

$$h(t) = L\delta(t).$$

A invariância temporal mostra que $L\delta(t - u) = h(t - u)$ e portanto

$$Lf(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} f(u) h(t - u) du = \int_{-\infty}^{+\infty} h(u) f(t - u) du = h \star f(t). \quad (\text{A.15})$$

Assim, um filtro linear temporalmente invariante é equivalente a uma convolução com a *função resposta de impulso* $h(t)$.

No espaço das frequências, um *filtro passa-baixa ideal* pode ser construído multiplicando-se $\hat{f}(\omega)$ pela função indicadora $\mathbf{1}_{[-\xi, \xi]}(\omega)$, onde ξ é a frequência de operação do filtro. Relembrando que a função indicadora é definida por

$$\mathbf{1}_{[-\xi, \xi]} = \begin{cases} 1 & \text{se } \omega \in [-\xi, \xi] \\ 0 & \text{se } \omega \notin [-\xi, \xi]. \end{cases}$$

O espectro de saída filtrado é então

$$\hat{g}(\omega) = \hat{h}(\omega) \hat{f}(\omega) = \mathbf{1}_{[-\xi, \xi]} \hat{f}(\omega)$$

e, pelo teorema da convolução A.11 e pela equação A.15, a saída do filtro é

$$g(t) = h \star f(t).$$

Portanto, a função resposta de impulso para um filtro de passa-baixa é calculado através da transformada inversa de Fourier A.5:

$$h(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\xi}^{+\xi} e^{i\omega t} d\omega = \frac{\sin(\xi t)}{\pi t}. \quad (\text{A.16})$$

A.1.4 Propriedades importantes

A tabela A.1 apresenta um resumo das principais propriedades da transformada de Fourier (MALLAT, 1999). A maioria destas fórmulas é demonstrada por mudança de variáveis na integral de Fourier.

Tabela A.1: Propriedades importantes da transformada de Fourier.

Propriedade	Função	Transformada de Fourier
	$f(t)$	$\hat{f}(\omega)$
Inversa	$\hat{f}(\omega)$	$2\pi f(-\omega)$
Convolução	$f_1 \star f_2(t)$	$\hat{f}_1(\omega) \hat{f}_2(\omega)$
Multiplicação	$f_1(t) f_2(t)$	$\frac{1}{2\pi} \hat{f}_1 \star \hat{f}_2(\omega)$
Translação	$f(t - t_0)$	$e^{-it_0\omega} \hat{f}(\omega)$
Modulação	$e^{i\omega_0 t} f(t)$	$\hat{f}(\omega - \omega_0)$
Escalonamento	$f\left(\frac{t}{s}\right)$	$ s \hat{f}(s\omega)$
Derivadas temporais	$f^{(p)}(t)$	$(i\omega)^p \hat{f}(\omega)$
Derivadas frequenciais	$(-it)^p f(t)$	$\hat{f}^{(p)}(\omega)$
Complexo conjugado	$f^*(t)$	$\hat{f}^*(-\omega)$

A.2 Análise de ondaletas

De maneira análoga à análise de Fourier, procura-se aproximar uma função $f(t)$ por uma combinação linear de funções localizadas e em diferentes escalas, chamadas ondaletas. A ondaleta-mãe é uma função $\psi \in L^2(\mathbb{R})$ de média nula,

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \psi(t) dt = 0 \quad (\text{A.17})$$

e norma um,

$$\|\psi(t)\| = \langle \psi, \psi \rangle^{1/2} = \left(\int_{-\infty}^{+\infty} \psi(t) \psi^*(t) dt \right)^{1/2} = 1, \quad (\text{A.18})$$

centralizada na vizinhança de $t = 0$. O sinal original pode ser expandido por funções periódicas com propriedades temporais e de frequência adaptadas à estrutura local do sinal através de um conjunto de funções transladadas e escalonadas da ondaleta-mãe,

$$\psi_{u,s}(t) = \frac{1}{\sqrt{s}} \psi\left(\frac{t-u}{s}\right) \quad s > 0, \quad (\text{A.19})$$

que também são normalizadas ($\|\psi_{u,s}\| = 1$). Ondaletas $\psi_{u,s}$ dilatadas possuem $s > 1$ enquanto que ondaletas contraídas possuem $s < 1$. A transformada de ondaleta contínua (CWT, *continuous wavelet transform*) de uma função $f(t) \in L^2(\mathbb{R})$ na escala s e no tempo

u é

$$Wf(u, s) = \langle f, \psi_{u,s} \rangle = \int_{-\infty}^{+\infty} f(t) \psi_{u,s}^*(t) dt. \quad (\text{A.20})$$

A transformada de ondaleta pode ser reescrita na forma de produto de convolução

$$Wf(u, s) = \int_{-\infty}^{+\infty} f(t) \frac{1}{\sqrt{s}} \psi^* \left(\frac{t-u}{s} \right) dt = f \star \bar{\psi}_s(u) \quad (\text{A.21})$$

onde

$$\bar{\psi}_s(t) = \frac{1}{\sqrt{s}} \psi^* \left(-\frac{t}{s} \right), \quad (\text{A.22})$$

cuja transformada de Fourier é

$$\hat{\bar{\psi}}_s(\omega) = \sqrt{s} \hat{\psi}^*(s\omega). \quad (\text{A.23})$$

Utilizando-se o teorema da convolução A.11 e a definição da transformada inversa de Fourier A.5, a expressão A.21 pode ser reescrita na forma

$$Wf(u, s) = \int_{-\infty}^{+\infty} \hat{f}(\omega) \hat{\bar{\psi}}_s(\omega) e^{i\omega u} d\omega. \quad (\text{A.24})$$

A transformada expressa por A.21 e A.24 mostra que as ondaletas operam como filtros de passa-banda dilatados sobre o sinal original.

Uma transformada de ondaletas real é completa e conserva a energia contanto que a ondaleta satisfaça uma condição fraca segundo o teorema a seguir.

Teorema A.4 (Calderon (1964), Grossmann e Morlet (1984)). *Seja $\psi \in L^2(\mathbb{R})$ uma função real de modo que*

$$C_\psi = \int_0^{+\infty} \frac{|\hat{\psi}(\omega)|^2}{\omega} d\omega < +\infty. \quad (\text{A.25})$$

Qualquer função $f \in L^2(\mathbb{R})$ satisfaz

$$f(t) = \frac{1}{C_\psi} \int_0^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} Wf(u, s) \frac{1}{\sqrt{s}} \psi \left(\frac{t-u}{s} \right) du \frac{1}{s^2} ds \quad (\text{A.26})$$

e

$$\int_{-\infty}^{+\infty} |f(t)|^2 dt = \frac{1}{C_\psi} \int_0^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} |Wf(u, s)|^2 du \frac{1}{s^2} ds. \quad (\text{A.27})$$

A hipótese A.25 é chamada de *condição de admissibilidade*. Para garantir que esta

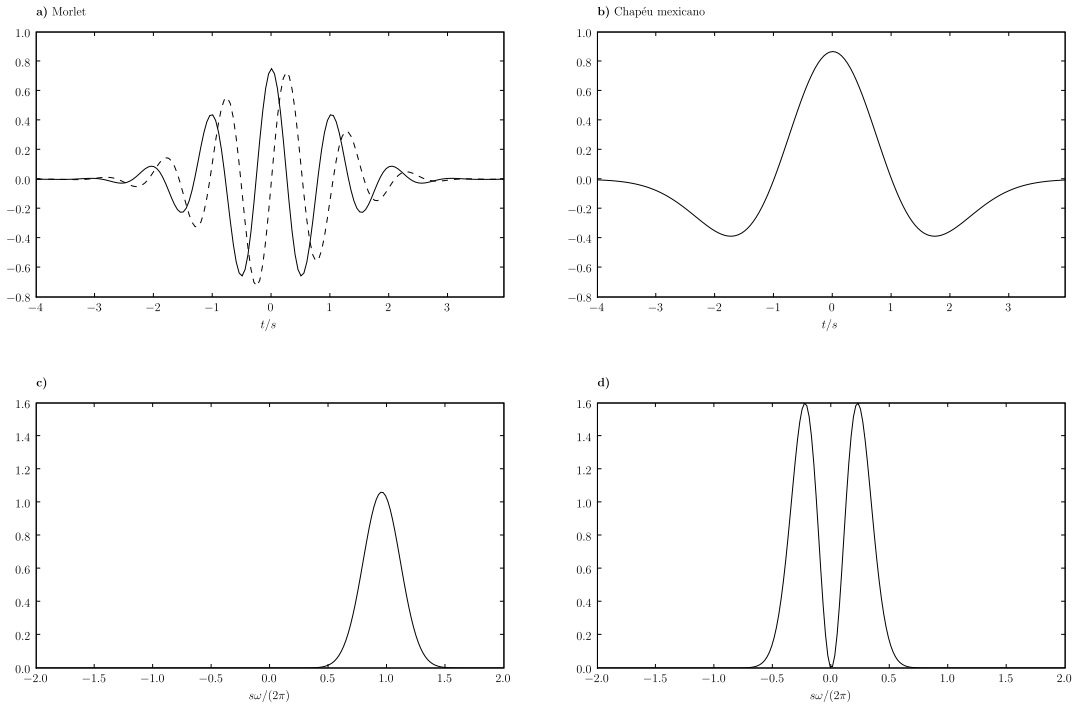


Figura A.2: Parte real (linha contínua) e imaginária (linha tracejada) da ondaleta de Morlet com $\omega_0 = 6$ (a), ondaleta Chapéu mexicano com $\sigma = 1$ (b) e suas respectivas transformadas de Fourier (c) e (d).

integral seja finita, $\hat{\psi}(0) = 0$. A condição de ondaleta de média nula é quase suficiente. Se $\hat{\psi}(\omega)$ também for continuamente diferenciável, então a condição de admissibilidade é satisfeita. A equação A.27 mostra que a condição de admissibilidade também garante a conservação de energia da transformada. Qualquer função f pode ser bem aproximada por uma superposição de ondaletas como indica a equação A.26.

A escolha da ondaleta-mãe $\psi(t)$ não é única tampouco arbitrária. Além de possuir média nula e norma um, a ondaleta-mãe deve ser de suporte compacto ou de decaimento suficientemente rápido para garantir localização temporal adequada. Duas ondaletas populares são a *Morlet* e a *Chapéu mexicano* ilustradas na figura A.2. A ondaleta de Morlet e sua transformada de Fourier são expressas por:

$$\psi^{Mo}(t) = \pi^{-\frac{1}{4}} e^{i\omega_0 t} e^{-\frac{t^2}{2}}, \quad (\text{A.28})$$

$$\hat{\psi}^{Mo}(\omega) = \pi^{-\frac{1}{4}} e^{-\frac{(\omega - \omega_0)^2}{2}}. \quad (\text{A.29})$$

Esta ondaleta é complexa e, apesar da maioria das aplicações envolverem funções reais, ela é capaz de extrair informação sobre a amplitude e a fase de processos. A ondaleta Chapéu mexicano é a segunda derivada da função Gaussiana normalizada. Ela e sua

transformada de Fourier são dadas por:

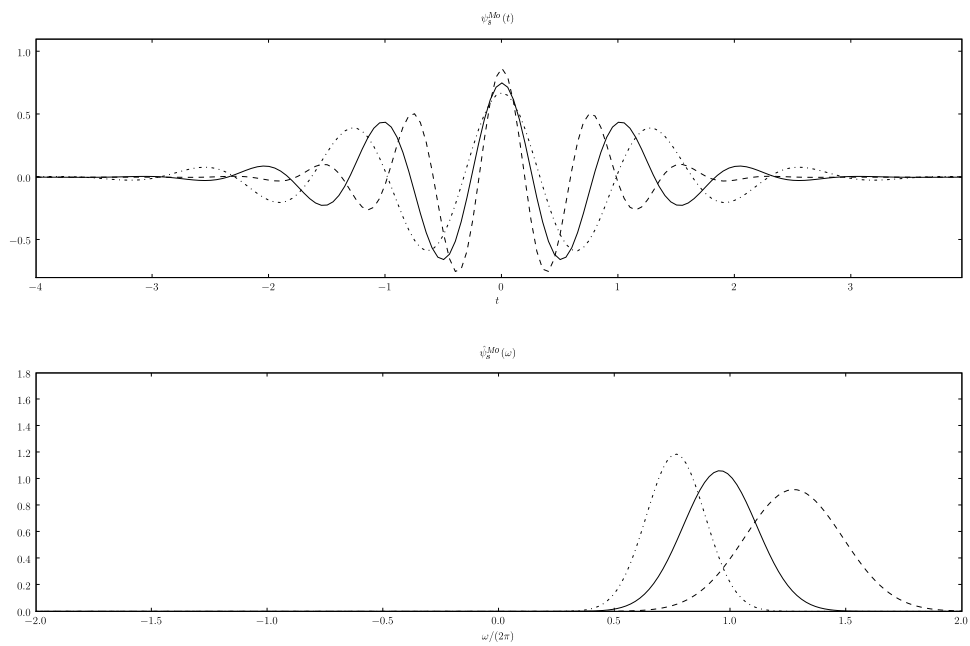
$$\psi^{Me}(t) = \frac{2}{\sqrt{3}\sigma} \pi^{-\frac{1}{4}} \left(1 - \frac{t^2}{\sigma^2}\right) e^{-\frac{t^2}{2\sigma^2}}, \quad (\text{A.30})$$

$$\hat{\psi}^{Me}(\omega) = \sqrt{\frac{8}{3}} \sigma^{\frac{5}{2}} \pi^{\frac{1}{4}} \omega^2 e^{-\frac{\sigma^2 \omega^2}{2}}. \quad (\text{A.31})$$

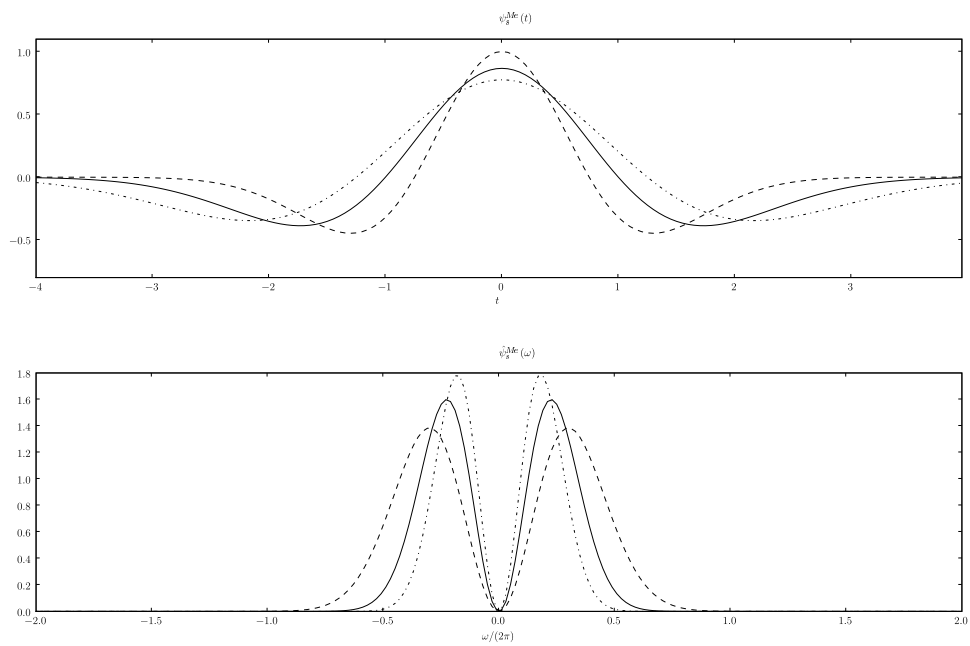
A.2.1 Frequência e escala

Frequência é uma propriedade física de um processo ou de um sinal bem definida e dada pela quantidade de observações durante um certo período de tempo. No entanto, a escala de um processo deve ser tratada de forma diferente. A escala indica uma faixa temporal (ou espacial), a resolução nos quais determinados processos de um fenômeno ocorrem. Escala e frequência são conceitos independentes e estão relacionadas pelo fato de a escala fornecer limites para o comprimento de onda. Portanto, em uma escala específica por exemplo, pode haver ocorrência de bandas de frequências limitadas pela dimensão da escala. Nota-se pela figura A.2 que as transformadas de Fourier das ondaletas Morlet e Chapéu mexicano são bastante diferentes. A ondaleta de Morlet possui espectro apenas nas frequências positivas ($\omega > 0$), característica de uma *ondaleta analítica*. Por outro lado, a ondaleta Chapéu mexicano possui tanto frequências positivas quanto negativas. Os picos de frequência são diferentes para cada ondaleta e, em ambos os casos apresentados, o valor máximo do espectro $\hat{\psi}$ não está em $s\omega/(2\pi) = 1$, o que seria esperado caso a escala s fosse equivalente à frequência angular ω .

A figura A.3 ilustra o comportamento das ondaletas de Morlet e Chapéu mexicano em diferentes escalas. O pico do espectro de Fourier das ondaletas é deslocado conforme a escala s muda. Nota-se que o espectro da ondaleta de Morlet responde mais rapidamente a mudanças de escala que a ondaleta Chapéu mexicano. A dilatação da ondaleta age como um filtro de frequências mais baixas e banda de frequências mais estreita e vice-versa. Esta observação ilustra um aspecto importante da análise de ondaletas: a incerteza entre localização temporal (ou espacial) e determinação de frequências. Eventos de alta frequência podem ser bem localizados no tempo, pois a ondaleta é contraída, no entanto, com grande incerteza de frequência, pois a banda de frequências é mais larga. Eventos de pequena-escala, como regiões de descontinuidade, são bem resolvidos no domínio do tempo e com grande incerteza no domínio das frequências. Por outro lado, eventos de larga-escala são bem resolvidos no espaço de frequências, mas com grande incerteza na localização.



(a) Morlet



(b) Chapéu Mexicano

Figura A.3: (a) Parte real da ondaleta de Morlet ($\omega_0 = 6$) e sua transformada de Fourier e (b) ondaleta Chapéu mexicano ($\sigma = 1$) e sua transformada de Fourier em diferentes escalas: $s < 1$ (linha tracejada), $s = 1$ (linha contínua), $s > 1$ (linha traço-ponto). Note o efeito da dilatação e contração da ondaleta sob seu espectro de Fourier.

A resolução de tempo e frequência depende da distribuição temporal e frequencial da ondaleta $\psi_{u,s}$. Supondo que a ondaleta ψ seja analítica e centrada em 0, então $\psi_{u,s}$ está centrada em $t = u$. Seja

$$\sigma_t^2 = \int_{-\infty}^{+\infty} t^2 |\psi(t)|^2 d\omega, \quad (\text{A.32})$$

verifica-se que

$$\int_{-\infty}^{+\infty} (t-u)^2 |\psi_{u,s}(t)|^2 d\omega = s^2 \sigma_t^2. \quad (\text{A.33})$$

Seja η a frequência central de $\hat{\psi}$,

$$\eta = \frac{1}{2\pi} \int_0^{+\infty} \omega |\hat{\psi}(\omega)|^2 d\omega \quad (\text{A.34})$$

e a transformada de Fourier de $\psi_{u,s}$ igual a

$$\hat{\psi}_{u,s}(\omega) = \sqrt{s} e^{-iu\omega} \hat{\psi}(s\omega), \quad (\text{A.35})$$

sua frequência central é portanto η/s . A distribuição de energia de $\hat{\psi}_{u,s}$ em torno de η/s é

$$\frac{1}{2\pi} \int_0^{+\infty} (\omega - \eta)^2 |\hat{\psi}_{u,s}(\omega)|^2 d\omega = \frac{\sigma_\omega^2}{s^2}, \quad (\text{A.36})$$

onde

$$\sigma_\omega^2 = \frac{1}{2\pi} \int_0^{+\infty} (\omega - \eta)^2 |\hat{\psi}(\omega)|^2 d\omega. \quad (\text{A.37})$$

A distribuição de energia da ondaleta $\psi_{u,s}$ corresponde a uma caixa de Heisenberg centrada em $(u, \frac{\eta}{s})$ com tamanho $s\sigma_t$ ao longo do tempo e $\frac{\sigma_\omega}{s}$ ao longo da frequência. Assim, a área do retângulo é $\sigma_t \sigma_\omega$ para qualquer escala mas, tanto a resolução no tempo quanto na frequência dependem da escala s como ilustra a figura A.2.1. A relação entre as incertezas nos domínios do tempo e da escala (ou frequência) é regulada pelo princípio da incerteza de Heisenberg, oriundo da mecânica quântica. Assim, não é possível determinar-se localização temporal e frequência com resolução arbitrária.

O efeito de um evento local sob a ondaleta $\psi_{u,s}$ em função da escala s é limitado pelo chamado *cone de influência*. O cone de influência pode ser interpretado como a região em que um evento local se estende nos planos da escala e do tempo (ou espaço) da transformada de ondaletas. Supondo que o suporte da ondaleta ψ é limitado no intervalo

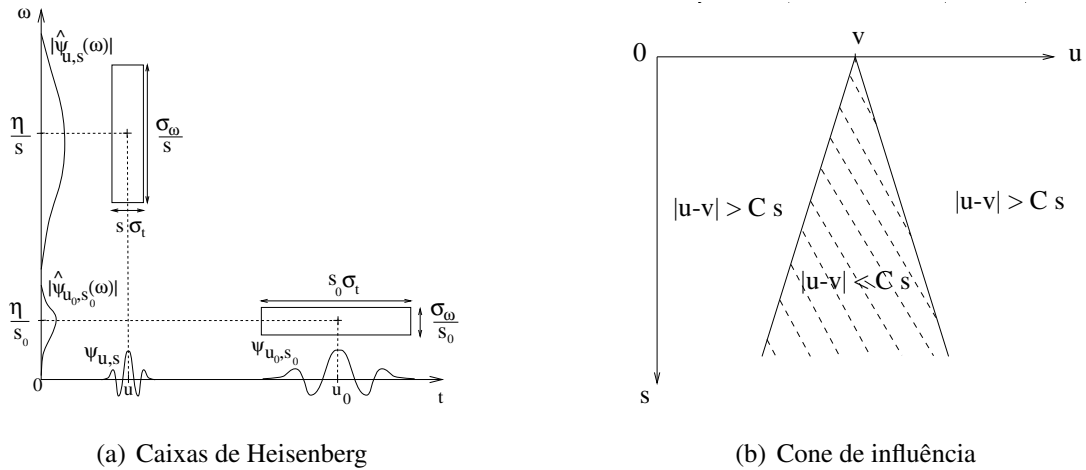


Figura A.4: (a) Caixas de Heisenberg de duas ondaletas. Note como em escalas menores (ondaleta contraída) a extensão temporal diminui mas a frequencial aumenta e desloca-se para frequências mais altas. (b) O Cone de influência de v é o conjunto de pontos (u, s) no espaço das escalas cujo suporte de $\psi_{u,s}$ intersecta $t = v$. Por Mallat (1999).

$[-C, C]$ então o cone de influência em $t = v$ no plano da escala e do tempo (ou espaço) é um conjunto de pontos (u, s) de modo que v esteja dentro do suporte de $\psi_{u,s}(t)$. Como o suporte de $\psi\left(\frac{t-u}{s}\right)$ é igual a $[u - Cs, u + Cs]$, o cone de influência em v é definido por

$$|u - v| \leq Cs \quad (\text{A.38})$$

e ilustrado na figura A.2.1. Como u está contido no cone de influência de v , $Wf(u, s) = \langle f, \psi_{u,s} \rangle$ depende do valor de f na vizinhança de v . Assim, toda transformada em v cujo cone de influência estiver fora do domínio da função possui erros devido aos efeitos de borda.

É usual limitar o suporte de uma ondaleta contínua no intervalo dado pelo decaimento exponencial de sua amplitude. Ou seja, C é tal que $\psi(C) = \frac{1}{e}\psi(0)$. No caso das ondaletas de Morlet e Chapéu Mexicano os limites são respectivamente $C^{Mo} = \sqrt{2}$ e $C^{Me} \approx \sqrt{2}\sigma$.

A.2.2 Função Escala

Seja a transformada $Wf(u, s)$ conhecida apenas para $s < s_0$. Para recuperar f completamente é preciso informação complementar correspondente a $Wf(u, s)$ para $s > s_0$. Este complemento obtém-se com a introdução da *função escala* ϕ . O módulo de sua

transformada de Fourier é definido por:

$$|\hat{\phi}(\omega)|^2 = \int_1^{+\infty} |\hat{\psi}(s\omega)|^2 \frac{1}{s} ds = \int_{\omega}^{+\infty} \frac{|\hat{\psi}(\xi)|^2}{\xi} d\xi, \quad (\text{A.39})$$

e a fase complexa de $\hat{\phi}(\omega)$ pode ser escolhida arbitrariamente. Verifica-se que $\|\phi\| = 1$ e que da condição de admissibilidade A.25 tem-se

$$\lim_{\omega \rightarrow 0} |\hat{\phi}(\omega)|^2 = C_{\psi}. \quad (\text{A.40})$$

A função escala pode então ser interpretada como a resposta de impulso de um filtro de passa-baixa. Seja

$$\phi_s(t) = \frac{1}{\sqrt{s}} \phi\left(\frac{t}{s}\right) \quad \text{e} \quad \bar{\phi}_s = \phi_s^*(-t).$$

A aproximação em baixa frequência de f na escala s é

$$Lf(u, s) = \left\langle f(t), \frac{1}{\sqrt{s}} \phi\left(\frac{t-u}{s}\right) \right\rangle = f \star \bar{\phi}_s(u).$$

Então, de forma equivalente ao teorema A.4,

$$f(t) = \frac{1}{C_{\psi}} \int_0^{s_0} Wf(\cdot, s) \star \psi_s(t) \frac{1}{s^2} ds + \frac{1}{C_{\psi}s_0} Lf(\cdot, s_0) \star \phi_{s_0}(t). \quad (\text{A.41})$$

A função escala pode ser utilizada para obter-se uma aproximação da função f para escalas maiores que s_0 . Este conceito torna-se mais importante com na aplicação de filtros de ondaletas ortogonais como é abordado mais adiante.

A.2.3 Transformada de ondaletas discreta

Para implementar a transformada de ondaletas em sinais amostrados é necessário discretizar os parâmetros de localização u e escala s . A discretização da escala pode ser feita ao longo de uma sequência exponencial $\{a^j\}_{j \in \mathbb{Z}}$ com um passo de dilatação suficientemente pequeno $a > 1$. A translação temporal (ou espacial) é amostrada uniformemente em intervalos proporcionais à escala a^j de modo que $u = nu_0 a^j$, onde u_0 depende da ondaleta $\psi(t)$ e n é um número inteiro. Seja

$$\psi_{j,n}(t) = \frac{1}{\sqrt{a^j}} \psi\left(\frac{t - nu_0 a^j}{a^j}\right) = a^{-\frac{j}{2}} \psi(a^{-j}t - nu_0), \quad (\text{A.42})$$

a transformada de ondaleta discreta é

$$Wf(j, n) = a^{-\frac{j}{2}} \int f(t) \psi^*(a^{-j}t - nu_0) dt. \quad (\text{A.43})$$

Utilizando a ondaleta discreta $\psi_{j,n}$ e escolhendo os coeficientes a e u_0 apropriadamente é possível caracterizar completamente $f(t)$. Sob certas condições amplas da ondaleta-mãe $\psi(t)$ e dos incrementos de discretização a e u_0 , é possível reescrever $f(t)$ como uma expansão em série na forma

$$f(t) = \frac{2}{A+B} \sum_j \sum_n Wf(j, n) \psi_{j,n} + \gamma.$$

As constantes A e B são características da ondaleta e das escolhas de a e u_0 e γ é o termo de erro na expansão. Maiores detalhes podem ser encontrados em Daubechies (1992, capítulo 3).

A.2.4 Escalograma

Uma transformada de ondaleta analítica determina a densidade de energia local $P_W f$ que é uma medida para a energia de f na caixa de Heisenberg de cada ondaleta $\psi_{u,s}$ centrada em $(u, \frac{\eta}{s})$. Seja $\xi = \frac{\eta}{s}$, esta densidade de energia, chamada *escalograma*, é dada por

$$P_W f(u, \xi) = |Wf(u, s)|^2 = \left| Wf\left(u, \frac{\eta}{\xi}\right) \right|^2. \quad (\text{A.44})$$

Um escalograma desdobra as características de um processo no plano da escala (ou frequência) e do tempo (ou espaço). Ele pode revelar a estrutura de um processo em particular ou sobre a interação entre processos.

As figuras A.5 (a) e (b) apresentam o escalograma para as funções periódicas ilustrativas introduzidas na apresentação da análise de Fourier e ilustradas na figura A.1. O algoritmo utilizado faz uso do produto de convolução para o cálculo da transformada de ondaletas dado pela equação A.24. Fica clara a presença de estruturas multi-escalares e sua localização temporal. No primeiro caso observa-se os ciclos anual e semi-anual durante todo o intervalo. No segundo caso observa-se um espectro mais intenso, devido à amplitude mais elevada do sinal. A descontinuidade no espectro é evidente na metade do intervalo. Nas escalas de maior período nota-se o maior detalhamento no gradiente na transformada de ondaleta quando comparado às escalas de período menor. Relembrando que a frequência é o inverso do período, isto ilustra a menor incerteza no espaço

das frequências de escalas maiores. Por outro lado, nota-se no segundo caso que a localização temporal em escalas menores é mais evidente que em escalas maiores, onde no domínio do tempo ocorre um gradiente que se estende por aproximadamente dois anos devido ao efeito do cone de influência.

Para o caso de ondaletas complexas, é possível determinar-se a fase de processos através do arco tangente da razão entre a parte imaginária e a parte real da transformada de ondaletas:

$$\theta(u, s) = \arctan \left(\frac{\Im(Wf(u, s))}{\Re(Wf(u, s))} \right). \quad (\text{A.45})$$

As figuras A.5 (c) e (d) mostram a fase nas séries adotadas para ilustração. Nota-se nitidamente, no primeiro caso, a diferença de fase entre as escalas e como, dentro da mesma escala, as fases alternam-se periodicamente entre $-\pi$ e π . Ao longo das escalas, as linhas de fase constante convergem para singularidades em particular. A presença de descontinuidade espectral fica bastante clara no segundo caso, onde as linhas de fase convergem para um ponto na metade do intervalo, instante em que o sinal periódico muda de frequência. O efeito das bordas também fica evidente nas linhas de fase convergentes no início e no final do intervalo. Além disso, também é possível determinar o comprimento de onda de cada componente a partir destes diagramas de forma bastante intuitiva.

As partes real e imaginária das transformadas são ilustradas nas figuras A.5 (e) a (h). No caso da segunda série, tanto na parte real quanto na imaginária, nota-se na metade do intervalo o efeito do cone de influência entre os níveis. Nesta região destaca-se o aumento da incerteza sobre a localização em função da escala. O efeito do sinal harmônico anual é observado para além da metade do intervalo devido à dilatação da ondaleta. Assim como no escalograma, ocorre distorção da transformada nas bordas, causada pelo efeito dos cones de influência que se estendem para fora do domínio da função. Nestas regiões, a transformada de ondaletas pode induzir periodicidade nos espectros, introduzindo eventos com períodos que não estão presentes no sinal original.

Integrando-se o espectrograma ao longo do tempo para cada escala determina-se o espectro de ondaleta global

$$G_W f(\xi) = \int_{-\infty}^{+\infty} P_W f(u, \xi) du. \quad (\text{A.46})$$

Ele pode ser comparado ao espectro de Fourier como ilustra a figura A.6. Nota-se que ambos os espectros para cada caso são bastante semelhantes, podendo-se dizer que os espectros são equivalentes no segundo caso.

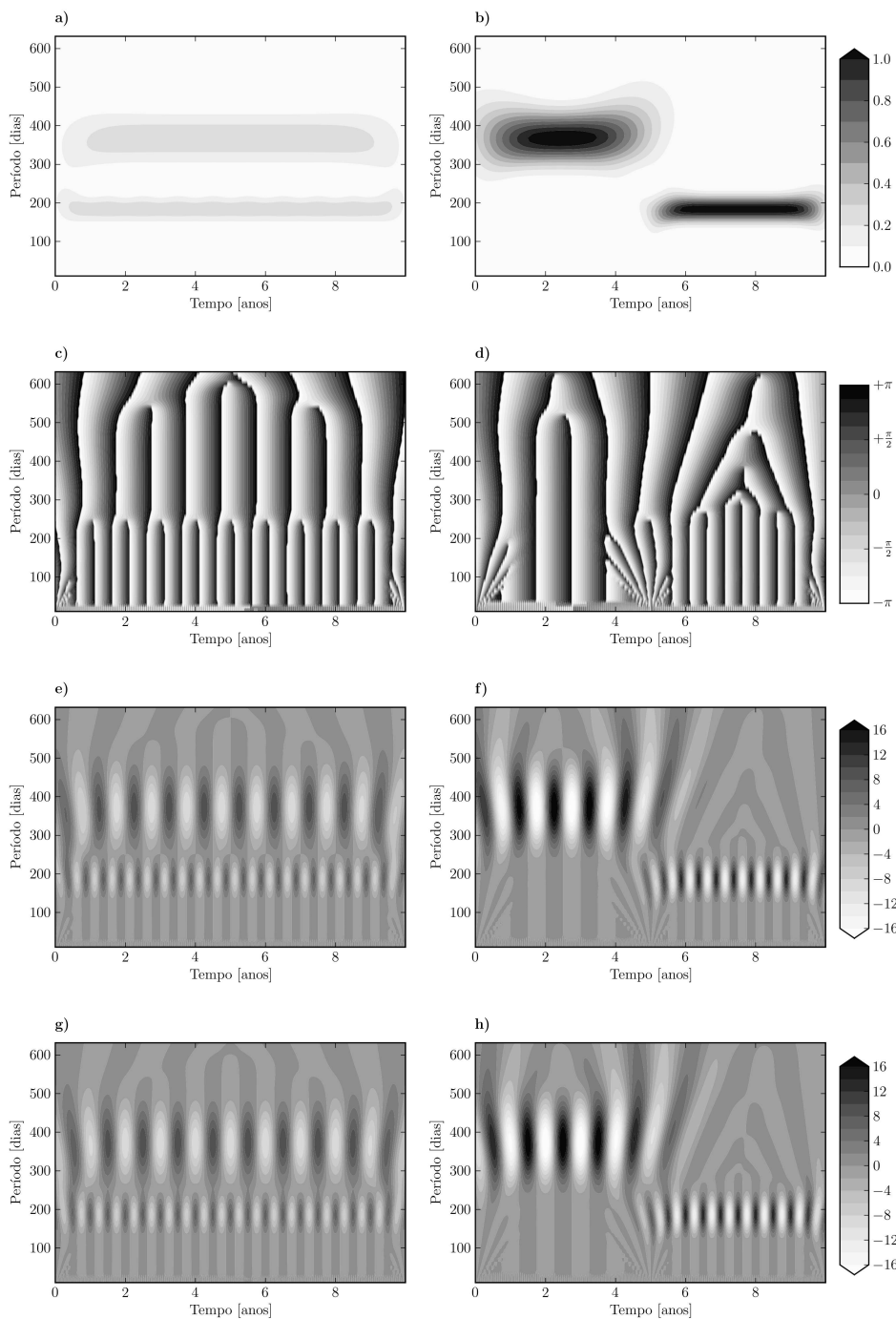


Figura A.5: (a) e (b) escalogramas normalizados $\frac{1}{s}P_W f(u, \xi^{-1})$ dos mesmos sinais periódicos da figura A.1 adotando a ondaleta Morlet ($\omega_0 = 6$). Em (a) as frequências dominantes ocorrem durante todo o intervalo e em (b) as frequências ocorrem em intervalos distintos e com intensidade consideravelmente maior. Em (c) e (d) os respectivos diagramas de fase. Note em (d) como, na metade do intervalo, as fases convergem, indicando um ponto de discontinuidade. Em (e) e (f) a parte real $\Re(Wf(u, \xi^{-1}))$ e em (g) e (h) a parte imaginária $\Im(Wf(u, \xi^{-1}))$ das transformadas de ondaleta dos sinais.

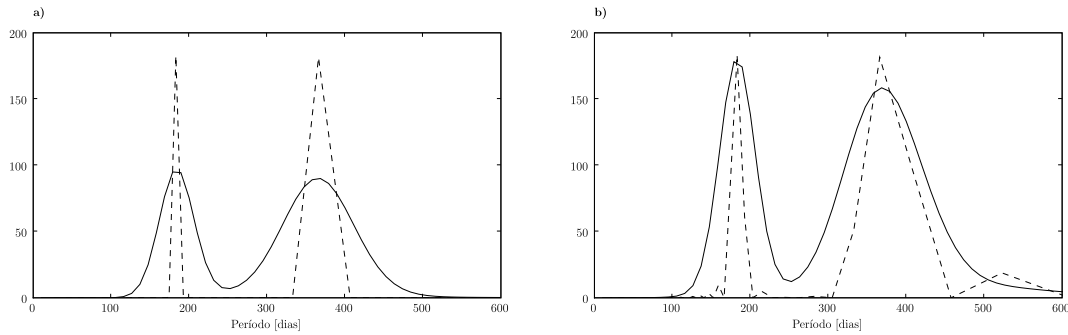


Figura A.6: Espectro de ondaleta global (linha contínua) e espectro de potência de Fourier (linha tracejada) normalizados dos sinais periódicos ilustrados na figura A.1. Note na ausência de frequências espúrias no espectro de ondaleta global no segundo caso.

A.2.5 Ondaletas ortogonais

As ondaletas tratadas até o momento trazem representações redundantes de eventos, principalmente nas escalas mais altas, onde há alta correlação nos espectros de ondaleta adjacentes. Isto motiva a construção de um conjunto de ondaletas ψ discretizadas, dilatadas e transladadas

$$\left\{ \psi_{j,n}(t) = \frac{1}{\sqrt{2^j}} \psi \left(\frac{t - 2^j n}{2^j} \right) \right\}_{(j,n) \in \mathbb{Z}^2} \quad (\text{A.47})$$

que formem uma base ortonormal de $L^2(\mathbb{R})$. Assim qualquer função $f \in L^2(\mathbb{R})$ pode ser aproximada pela seguinte combinação linear

$$f(t) = \sum_{j=-\infty}^{\infty} \sum_{n=-\infty}^{\infty} \langle f(t), \psi_{j,n}(t) \rangle \psi_{j,n}(t). \quad (\text{A.48})$$

Ondaletas ortogonais dilatadas por 2^j possuem informação a respeito da projeção do sinal original no espaço de resolução 2^{-j} . Assim a construção destas bases pode ser relacionada a aproximações de multi-resolução de sinais.

Análise de multi-resolução

A aproximação de uma função a uma resolução 2^{-j} é definida como a projeção ortogonal $P_V f$ sob um espaço $V_j \subset L^2(\mathbb{R})$. Para que o conjunto fechado $\{V_j\}_{j \in \mathbb{Z}}$ de subespaços de $L^2(\mathbb{R})$ seja uma aproximação de multi-resolução, as seguintes propriedades devem ser satisfeitas (MALLAT, 1989a):

- Invariância em relação a qualquer translação proporcional à escala 2^j

$$\forall (j, k) \in \mathbb{Z}^2, f(t) \in V_j \Leftrightarrow f(t - 2^j k) \in V_j.$$

- Uma aproximação na resolução 2^{-j} possui toda informação necessária para determinar uma aproximação de menor resolução 2^{-j-1}

$$\forall j \in \mathbb{Z}, V_{j+1} \subset V_j.$$

- Dilatando-se funções em V_j por 2 equivale a aumentar os detalhes por 2 e deve ser garantida a definição de uma aproximação na menor resolução 2^{-j-1}

$$\forall j \in \mathbb{Z}, f(t) \in V_j \Leftrightarrow f\left(\frac{t}{2}\right) \in V_{j+1}.$$

- Quando a resolução 2^{-j} tende a zero não existem mais detalhes em f

$$\lim_{j \rightarrow \infty} V_j = \bigcap_{j=-\infty}^{\infty} V_j = \{0\}.$$

- No entanto, quando a resolução 2^{-j} tende ao infinito, o sinal aproximado converge para o sinal original

$$\lim_{j \rightarrow -\infty} V_j = \left(\bigcup_{j=-\infty}^{\infty} V_j \right) = L^2(\mathbb{R}).$$

Para calcular a projeção é preciso definir uma base ortonormal de V_j . Uma base ortonormal pode ser obtida por dilatação e translação de uma única função $\phi(t)$, a *função escala*, de modo que o conjunto $\{\phi_{j,n}(t)\}_{n \in \mathbb{Z}}$, onde

$$\phi_{j,n}(t) = \frac{1}{\sqrt{2^j}} \phi\left(\frac{t-n}{2^j}\right),$$

seja base ortonormal de V_j para todo $j \in \mathbb{Z}$. Logo a projeção ortogonal de f em V_j é obtida através da expansão na base ortogonal

$$P_{V_j} f = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \langle f, \phi_{j,n} \rangle \phi_{j,n}. \quad (\text{A.49})$$

Seja, por exemplo, a função escala dada pela função indicadora, $\phi(t) = \mathbf{1}_{[0,1]}$, a aproximação de multi-resolução de um sinal em diferentes escalas é ilustrada na figura A.7 a).

Calculando-se a aproximação de $f(t)$ na resolução 2^{-j} informação é perdida. Da equação A.48, a soma parcial $\sum_{n=-\infty}^{\infty} \langle f, \psi_{j,n} \rangle \psi_{j,n}$ pode ser interpretada como a diferença entre as aproximações de f nas resoluções 2^{-j+1} e 2^{-j} . Esta observação abre espaço para introduzir os espaços W_j para todo $j \in \mathbb{Z}$ como o complemento de V_j em V_{j-1} . Assim,

$$V_{j-1} = V_j \oplus W_j. \quad (\text{A.50})$$

Desta forma, a projeção ortogonal de f em V_{j-1} pode ser decomposta como a soma de projeções em V_j e W_j ortogonais,

$$P_{V_{j-1}}f = P_{V_j}f + P_{W_j}f.$$

O complemento $P_{W_j}f = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \langle f, \psi_{j,n} \rangle \psi_{j,n}$ dá os detalhes de f que ocorrem na escala 2^{j-1} , mas que desaparecem na escala grosseira 2^j . Portanto a função escala ϕ e a ondaleta-mão ψ estão intimamente ligadas. A ondaleta-mãe correspondente à função escala $\phi(t) = \mathbf{1}_{[0,1]}$ é a ondaleta de Haar que é definida por

$$\psi^{Haar}(t) = \begin{cases} 1 & 0 \leq t < \frac{1}{2} \\ -1 & \frac{1}{2} \leq t < 1 \\ 0 & t \notin [0, 1]. \end{cases}$$

A ondaleta de Haar é o exemplo mais simples de uma ondaleta ortogonal. Por não ser contínua tampouco diferenciável, a ondaleta de Haar possui uma gama de aplicações reduzida, sendo principalmente utilizada para fins ilustrativos.

Filtros conjugados

Talvez a forma mais simples de ilustrar como um sinal discreto é decomposto seja através de um exemplo. Utilizando a ondaleta de Haar, uma série com quatro elementos $x(0), x(1), x(2), x(3)$ é filtrado por um filtro decimador, de modo que dois novos sinais sejam criados, o sinal de aproximação A_j e de detalhe D_j . Neste caso,

$$\begin{aligned} A_1(0) &= \frac{1}{2}(x(0) + x(1)), & A_1(1) &= \frac{1}{2}(x(2) + x(3)), \\ D_1(0) &= \frac{1}{2}(x(0) - x(1)), & D_1(1) &= \frac{1}{2}(x(2) - x(3)). \end{aligned}$$

O conceito de aproximação e detalhe neste contexto é bastante intuitivo pois a aproximação é a média de dois pontos consecutivos na série e o detalhe é a metade da diferença

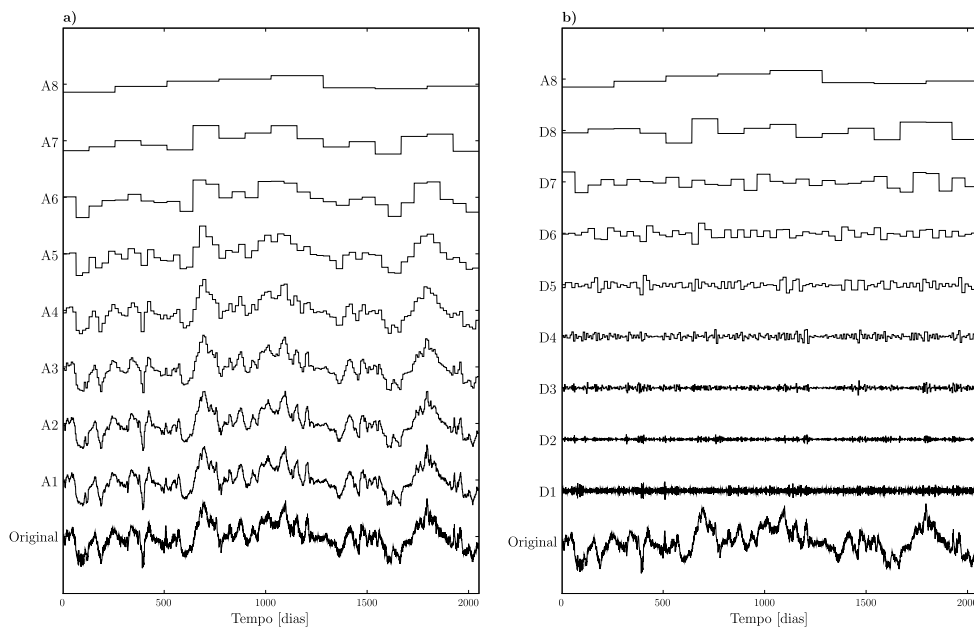


Figura A.7: Sinal em diferentes resoluções (a) e decomposto pela análise de multi-resolução (b) utilizando a ondaleta de Haar em diferentes escalas 2^j . A_j e D_j indicam respectivamente a aproximação e o detalhe na resolução 2^{-j} .

entre dois pontos consecutivos na série. Um sinal decomposto pela ondaleta de Haar utilizando o conceito de multi-resolução é ilustrado na figura A.7 b).

Ondaleta de Daubechies

A ondaleta de Daubechies D4 é um exemplo de ondaleta discreta bastante utilizada em análise de sinais. Ela e sua função de escala estão ilustradas na figura A.8. A forma para determinação das aproximações e dos detalhes é análoga à da ondaleta de Haar. Uma descrição completa de suas propriedades é dada por Daubechies (1988). O mesmo sinal anterior decomposto pela ondaleta de Haar é decomposto pela ondaleta de Daubechies D4 e ilustrado na figura A.9.

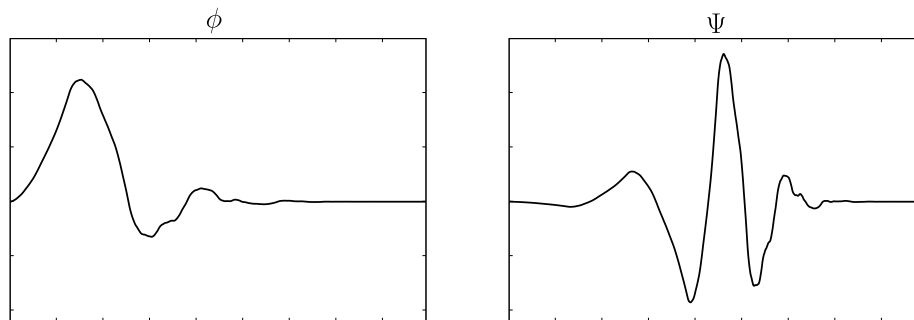


Figura A.8: Ondaleta de Daubechies D4: função escala ϕ e ondaleta-mãe ψ .

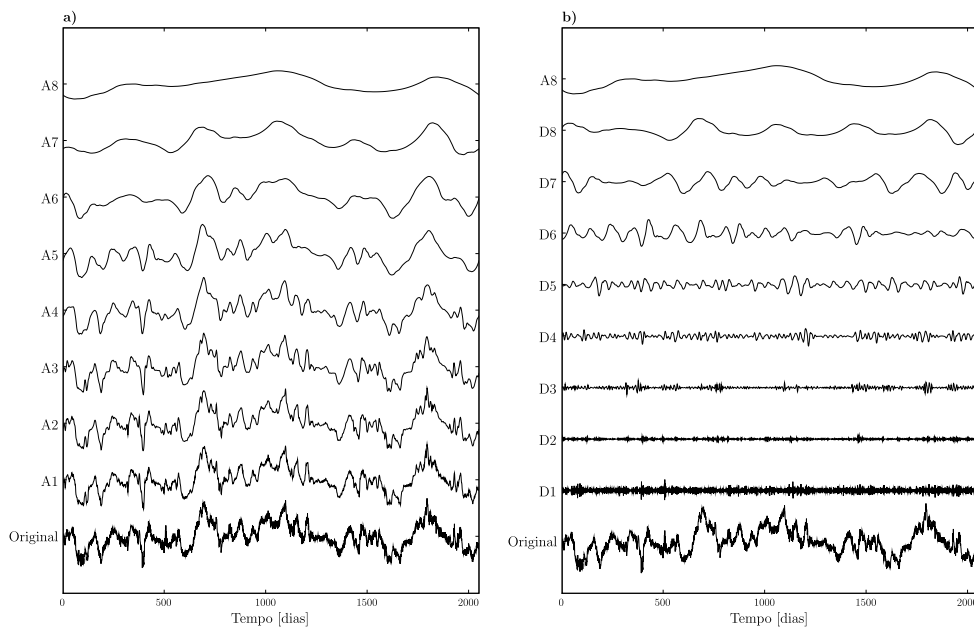


Figura A.9: Mesmo sinal ilustrado na figura A.7 em diferentes resoluções (a) e decomposto pela análise de multi-resolução (b) utilizando a ondaleta de Daubechies D4 em diferentes escalas 2^j . A_j e D_j indicam respectivamente a aproximação e o detalhe na resolução 2^{-j} .