ANÁLISE DE FALHA EM POLÍMEROS DE ALTA DENSIDADE HDPE SUBMETIDOS A CARREGAMENTOS COMBINADOS DE FLUÊNCIA E FADIGA

Gabriel Tavares Silva
Orientador: Prof. Dr. Diego Felipe Sarzosa Burgos

Dezembro de 2022

Resumo

O Polietileno de Alta Densidade (HDPE) é um dos polímeros mais utilizados no mundo moderno devido a sua versatilidade e custo-benefício. Sua aplicação vai desde sacos plásticos, brinquedos e até tubulações, objeto que motivou a realização deste estudo. Nessa aplicação, carregamentos que involvam fadiga e fluência combinados são extremamente comuns e podem interagir entre si potencializando a falha de um componente. Neste trabalho serão analisada as interações entre fluência e fadiga no HDPE com duas técnicas de manufactura: modelagem por compressão (Virgem) e laminação (Laminado). As interações serão testadas para diferentes amplitudes de tensão, tensões médias, razões de tensão, frequências e temperaturas, e a modelagem do seu comportamento será validada junto à experimentos reportados na literatura.

Palavras-chaves: HDPE, Polietileno de Alta Densidade, Fadiga, Fluência, Interação Fadiga-Fluência.

1 Introdução

O Polietileno de Alta Densidade ou, HDPE, na sigla em inglês, é um dos polímeros mais utilizados no mundo devido a sua versatilidade e custo-benefício. A indústria de polietileno movimentou cerca de 164 bilhões de dólares em 2019 (1) e sua aplicação vai desde sacos plásticos e brinquedos, até tubulações de transporte de água.

Uma das possíveis aplicações desse polímero é na indústria do petróleo, mais especificamente na confecção de risers do tipo SWIR (Seawater Intake Riser), que tem como objetivo captar água do mar em grandes profundidades e, consequentemente, a baixas temperaturas para se usar nos sistemas de arrefecimento dos equipamentos usados no processamento do petróleo em plataformas, o que demanda um grande volume de água. Tal aplicação é a motivação inicial deste trabalho.

Nesse contexto, o artigo tem como objetivo descrever tais mecanismos de falha e verificar se os resultados obtidos na literatura estão de acordo com os modelos propostos. Em tubulações de HDPE utilizadas na indústria do petróleo, dois mecanismos de falha atuam de forma relevante: a fluência e a fadiga. Embora sejam dois mecanismos de falha diferentes, eles podem agir ao mesmo tempo e podem interagir entre si potencializando a falha. Por isso é extremamente importante entender as interações entre esses mecanismos.

Para isso, serão descritos o comportamento de cada um dos mecanismos e como eles interagem entre si, usando como base a Mecânica do Dano. Em seguida, utilizando os experimentos de carregamento combinado de fluência e fadiga realizados por Fatemi em (1), será feita uma verificação do modelo com base nos resultados experimentais e todos os demais parâmetros necessáios para a sua aplicação, da forma que foram reportados pelo autor. Em seguida, será feita uma calibração própria dos parâmetros com base na metodologia descrita no estudo e será verificada novamente sua aderência aos resultados experimentais.

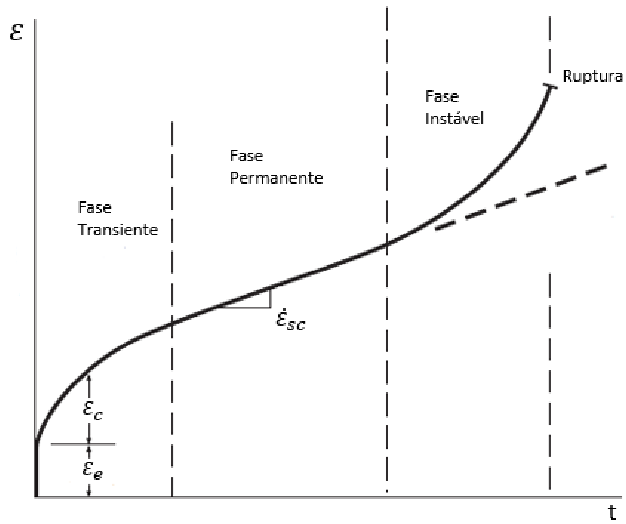
Nos experimentos realizados por Fatemi (1) foram utilizados dois tipos de HDPE que possuem processos de fabricação distintos: o tipo Virgem, moldado por compressão, e o tipo Laminado. Embora sejam o mesmo material, processos produtivos diferentes podem influenciar a microestrutura cristalina dos polímeros, além de deixar tensões resudais, que consequentemente podem influenciar suas propriedades mecânicas e serão analisadas ao longo deste trabalho.

2 Fluência

A fluência é um mecanismo de deformação que depende do tempo. Sob um carregamento de tensão constante, um material que sofre com fluência tem uma deformação que cresce com o passar do tempo mesmo sem nenhum aumento na tensão.

A origem física da fluência depende do tipo de material. Para polímeros, um dos mecanismos mais importantes de fluência consiste no deslizamento das cadeias carbônicas uma sobre as outras de forma similar a um escoamento de alta viscosidade. Esse processo é facilitado quando as cadeias carbônicas são lineares devido ao menor número de obstáculos no deslizamento. Além disso, como em todo escoamento viscoso, a temperatura é um fator que pode facilitar ou dificultar o escoamento. A Figura 1 ilustra o comportamento de um material sob efeito de fluência em temperatura constante.

Figura 1 – Comportamento usual de um material sob ensaio de fluência



Fonte: Adaptado de Mechanical Behavior of Materials (2), 2013

A deformação por fluência passa por três fases notáveis. Na primeira, chamada de fase transiente, a taxa de deformação, $\dot{\varepsilon}$, é inicialmente bem elevada, mas seu valor reduz ao longo do tempo até ficar praticamente constante, o que caracteriza a segunda fase, chamada de permanente, na qual $\dot{\varepsilon}$ permanece praticamente constante e por último, uma fase chamada de instável, caracterizada por um novo aumento na taxa de deformação, além da ocorrência do fenômeno de estricção e surgimento de poros.

Usualmente, o tempo de ruptura, t_r, de corpo submetido à fluência se relaciona com tensão aplicada σ através de uma lei de potência do tipo:

$$\sigma = At_r^B \tag{1}$$

Onde A e B são constantes que dependem do material e da temperatura.

Sob carregamentos de tensão variáveis, a vida útil de um componente em regime de fluência pode ser estimada a partir da seguinte equação, chamada de Regra de Fração de Tempo:

$$\sum \frac{\Delta t_i}{\Delta t_{ri}} = 1 \tag{2}$$

Onde Δt_i é o tempo que o componente ficou submetido à tensão σ_i e temperatura T_i; e Δt_{ri} é o tempo até a ruptura para o componente sob a mesma tensão σ_i e temperatura T_i. A razão $\Delta t_i/\Delta t_{ri}$ corresponde, portanto, à fração de vida útil consumida para o estágio i da análise.

3 Fadiga

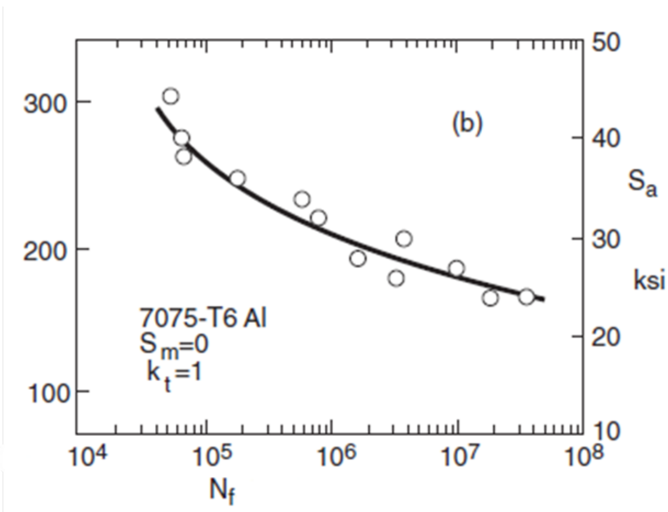
Do ponto de vista microscópico, todos os materiais são anisotrópicos e heterogêneos. Metais, por exemplo, são compostos inúmeros grãos microscópicos, que possuem cavidades e poros entre eles, além de haver impurezas. Polímeros, por sua vez, são compostos por cadeias carbônicas com geometrias que impedem um encaixe perfeito entre elas, além de possuir também impurezas.

Nesse sentido, mesmo quando aplicada uma força constante normal a um corpo de prova retilíneo, do ponto de vista microscópico, a distribuição de tensões não será uniforme. Assim, mesmo se a análise macroscópica da distribuição tensões de um corpo de provas não indicar nenhum ponto, no qual a tensão agente ultrapassa os limites de resistência mecânica do material, do ponto de vista microscópico, podem existir diversos pontos, nos quais os limites são ultrapassados, ocasionado falhas locais.

Caso o carregamento seja aplicado por um curto período, essa falha local não causará um efeito macroscópico perceptível. No entanto, no caso de um carregamento cíclico, essa falha local pode se acumular e se propagar, havendo assim, um efeito macroscópico perceptível, dando origem assim ao fenômeno da fadiga.

A representação da vida útil de um componente submetido à fadiga se dá através das chamadas Curvas S-N, onde no eixo y são representadas as amplitudes de tensão σ_a, enquanto no eixo x, elas representam o número de ciclos até a falha N_f. Um exemplo de curva S-N está representado na Figura 2.

Figura 2 – Exemplo de curva S-N



Fonte: Adaptado de Mechanical Behavior of Materials (2), 2013

Usualmente, o número de ciclos até a falha, N_f, de corpo submetido à fadiga se relaciona com a amplitude de tensão aplicada σ_a através de uma lei de potência do tipo:

$$\sigma_a = A^{'} N_f^{B^{'}} \tag{3}$$

Onde $A^{'}$ e $B^{'}$ são constantes que dependem do tipo de material, da temperatura, tensão média σ_m e eventualmente da frequência (alguns materais, como o em estudo, têm sua vida útil em fadiga influenciada pela frequência).

De forma a incorporar todas as condições de carregamento que influenciam a vida útil em fadiga de polímeros, tais como o em estudo, Epaarachi A. e Clausen P. propuseram em (3) um modelo de falha que incorpora todas essas condições (de forma direta ou não), através de uma tensão equivalente σ_{eq} dada pela seguinte equação:

$$\sigma_{eq} = A^{'} \left(\frac{\left(\sigma_u - \frac{\Delta\sigma}{1-R}\right) f^{\beta^{'}}}{\alpha^{'} \sigma_u^{1-\xi} \Delta\sigma^{\xi}} + 1 \right)^{\frac{B^{'}]}{\beta^{'}}} \tag{4}$$

Onde $\Delta\sigma$ é o intervalo de tensões, R é a razão de tensões, σ_u é o limite de resistência à tração, $\alpha^{'}$, $\beta^{'}$ e ξ são constantes do material, f é a frequência do carregamento e $A^{'}$ e $B^{'}$ são respectivamente a constante de proporcionalidade e o expoente de uma curva S-N para uma condição de referência. Assim, o número de ciclos até a falha será dado por uma lei de potência que utiliza a tensão equivalente no lugar da amplitude de tensão, tal como a seguinte equação:

$$\sigma_{eq} = A^{'} N_f^{B^{'}} \tag{5}$$

Para o caso no qual a amplitude de tensão aplicada em um corpo varia da seguinte forma: amplitude de tensão σ_{a1}, aplicada durante N_1 ciclos, amplitude de tensão σ_{a2} aplicada durante N_2 ciclos e assim sucessivamente até a amplitude de tensão σ_{aj}, aplicada durante N_j ciclos. Seja N_{f1}, N_{f2} e N_{fj} o número de ciclos até a falha para as amplitudes de tensão σ_{a1}, σ_{a2} e σ_{aj} respectivamente, o número de ciclos necessários até a falha pode ser obtido através da chamada Regra de Palmgren-Miner dada por:

$$\frac{N_1}{N_{f1}} + \frac{N_2}{N_{f2}} + ... + \frac{N_j}{N_{fj}} = \sum \frac{N_k}{N_{fk}} = 1 \tag{6}$$

A razão N_i/N_{fi} corresponde, portanto, à fração de vida útil consumida para o estágio i da análise.

4 Mecânica do dano

Dano, no sentido mecânico, é o surgimento e propagação de microporos, microcavidades ou microtrincas, que são descontinuidades do ponto de vista da teoria do contínuo.

Introduzindo o conceito de Volume Elementar Representativo (REV), que é um volume elementar no qual todas as propriedades são representadas por variáveis homogêneas, pode-se definir o dano da forma mais genérica, como a densidade superficial de microporos, microtrincas e microcavidades em um plano transversal que corta o REV. Assim, seja um REV de seção transversal de área inicial (antes do dano) A_0 e que uma área A é perdida devia ao dano, define-se o dano D como:

$$D = \frac{A}{A_0} \tag{7}$$

4.1 Dano em fluência

Para carregamentos uniaxiais sob tensão variável, como os que se deseja modelar nesse estudo, o dano causado por fluência pode ser obtido através de uma modificação da Lei de Kachanov proposta por Rabotnov, disponível em (4), representada pela seguinte equação:

$$dD = \left[\frac{\sigma}{A_D}\right]^{r_D} (1 - D)^{-K} dt \tag{8}$$

Onde A_D e r_D são parâmetros que dependem do tipo de material e da temperatura e K que depende do tipo de material, da temperatura e da tensão aplicada.

Para se obter o tempo até a ruptura t_r, basta integrar a Equação 8 de $D = 0$ a $D = 1$ e de $t = 0$ a $t = t_r$, o que resulta em:

$$t_r = \frac{1}{1 + K} \left[\frac{A_D}{\sigma}\right]^{r_D} \tag{9}$$

Convém também escrever a Equação 8 em função de t_r, o que resulta em:

$$dD = \frac{1}{t_r(1 + K)} (1 - D)^{-K} dt \tag{10}$$

4.2 Dano em fadiga

Para carregamentos uniaxiais sob amplitude de tensão constante, o dano provocado por fadiga pode ser expresso pela seguinte equação proposta por Lemaitre e Chaboche:

$$\frac{dD}{dN} = [1 - (1 - D)^{\beta+1}]^{\alpha} \left(\frac{\sigma_{max} - \sigma_m}{M(1 - D)}\right)^{\beta} \tag{11}$$

Onde β é uma constante que depende da temperatura, e α e M são funções que dependem das tensões e da temperatura dadas por:

$$\alpha = 1 - a \left\langle \frac{\sigma_{max} - \sigma_{l0} - (1 - b\sigma_e)\sigma_m}{\sigma_u - \sigma_{max}} \right\rangle \tag{12}$$

$$M = M_0(1 - b\sigma_m) \tag{13}$$

Onde a, b e M_0 são constantes que dependem da temperatura. Cabe ressaltar que o símbolo $<>$ corresponde ao Símbolo Föppl, em que $< x >= 0$ para $x < 0$ e $< x >= x$ para $x \geq 0$.

Para se obter o número de ciclos até a falha N_f, basta realizar procedimento similar ao utilizado para se obter a Equação 8, integrando a Equação 11 de $D = 0$ a $D = 1$, o que resulta em:

$$N_f = \frac{1}{(\beta + 1)(1 - \alpha)} \left(\frac{\sigma_{max} - \sigma_m}{M}\right)^{-\beta} \tag{14}$$

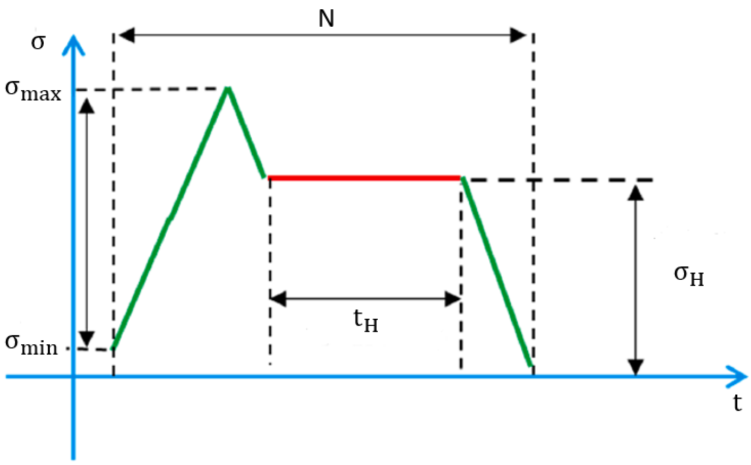
Convém também escrever a Equação 11 em função de N_f, o que resulta em:

$$\frac{dD}{dN} = [1 - (1 - D)^{\beta+1}]^{\alpha} \frac{1}{N_f(\beta + 1)(1 - \alpha)(1 - D)^{\beta}} \tag{15}$$

5 Modelo combinado de fadiga e fluência

Considerando um ensaio no qual um carregamento cíclico varia entre σ_{max} e σ_{min} sendo que entre essas duas tensões, o corpo de prova é mantido sob uma tensão constante σ_H durante um período t_H, tal como o exemplificado pela Figura 3.

Figura 3 – Ciclo de Carregamento



Fonte: Adaptado de Fatemi, 2020 (1).

Como, tanto a fadiga como a fluência são mecanismos de falha que dependem do tempo e que só ocorrem após longos períodos de ensaio, é natural inferir que em materiais, nos quais a ação de ambos os mecanismos é relevante, eles devem ocorrer simultaneamente. Dessa forma, um carregamento cíclico como o da Figiura 3 pode provocar uma falha numa material devido a ação de ambos fenômenos.

A abordagem mais simples e intuitiva para a interação entre fadiga e fluência é de que o dano total causado pela ação de ambos os mecanismos será a soma do dano provocado por cada um deles como se estivessem agindo individualmente. Para isso, soma-se as frações de vida útil da fluência e fadiga através da seguinte equação:

$$D_{Total} = D_{Fluência} + D_{Fadiga} = \sum \left(\frac{t_i}{t_{ri}} + \frac{N_i}{N_{fi}} \right) \tag{16}$$

No entanto, experimentos indicam que tal abordagem não é suficiente para tratar o problema com precisão, embora forneça uma boa aproximação para alguns casos. Isso acontece devido ao fato de que, para alguns casos, o dano por fluência inicia a formação de trincas e fissuras mais cedo do que seria inciado pelo mecanismo da fadiga, devido ao fenômeno de difusão de átomos e cadeia carbônicas (para o caso de polímeros), induzindo assim uma falha mais rápida do material (5).

Com base nisso, modelos mais complexos foram propostos para incorporar os fenômenos físicos descritos. Lemaitre e Chaboche propuseram um modelo novamente somando os danos causados pela fluência com os danos causados por fadiga. No entanto, ao invés de utilizar as frações de vida útil para descrever o dano de cada mecanismo, utilizou-se as equações de dano propostas no Item 4 (Equação 10 e Equação 15). Assim:

$$D_{Total} = D_{Fluência} + D_{Fadiga} \tag{17}$$

$$dD_{Total} = \frac{(1-D)^{-K}}{t_r(1+K)}dt + \frac{[1-(1-D)^{\beta+1}]^{\alpha}}{N_f(\beta+1)(1-\alpha)(1-D)^{\beta}}dN \tag{18}$$

Onde t_r é o tempo para a ruptura em fluência na temperatura do teste sob a tensão S_H e N_f é número de ciclos até a falha em fadiga para as condições de carregamento (S_a, R e f) e temperatura do teste.

Considerando um carregamento tal como o da Figura 3, pode-se deduzir que $dt = t_H dN$. Assim, o número de ciclos até a falha, N_R, é dado pela integral da Equação 18 de $D = 0$ a $D = 1$, ou seja:

$$N_R = \int_0^1 \left[\frac{t_H(1-D)^{-K}}{t_r(1+K)} + \frac{[1-(1-D)^{\beta+1}]^{\alpha}}{N_f(\beta+1)(1-\alpha)(1-D)^{\beta}}\right]^{-1} dD \tag{19}$$

Para facilitar a visualização dos resultados, pode-se utilizar a variável $N_c = t_r/t_H$, que representa o inverso da fração de vida útil em fluência para um único ciclo de carregamento. Pode-se assim, rearranjar a Equação 19 como:

$$\frac{N_R}{N_f} = \int_0^1 \left[\frac{N_f}{N_c}\frac{(1-D)^{-K}}{(1+K)} + \frac{[1-(1-D)^{\beta+1}]^{\alpha}}{(\beta+1)(1-\alpha)(1-D)^{\beta}}\right]^{-1} dD \tag{20}$$

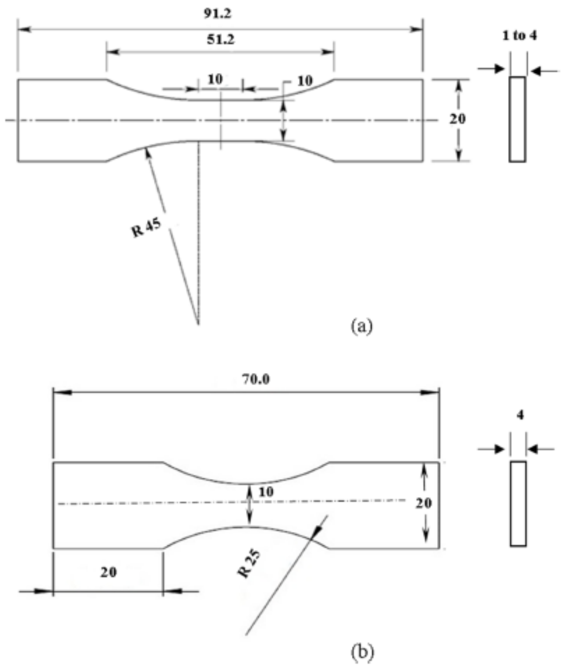
6 Descrição do experimento

O objetivo dessa seção é analisar a aplicabilidade do modelo de previsão de falha de polímeros HDPE descrito ao longo do texto, em um carregamento combinado de Fluência e Fadiga. Para isso é necessária a realização (direta ou indireta) dos seguintes ensaios:

- Ensaio de fluência em diferentes temperaturas;
- Ensaio de fadiga com $R = -1$ e $R \neq -1$ em diferentes temperaturas;
- Ensaio de fluência e fadiga combinados de acordo com o descrito na Seção 5;
- Ensaio de tração em diferentes temperaturas.

Como base de ensaios, será utlizado os experimentos realizados por Fatemi nas referências (1) e (6). O ensaio é constituído de um carregamento uniaxial como o descrito na Seção 5 em corpo de provas de HDPE dos tipos Virgem e Laminado, cujas as dimensões e geometria podem ser vistas na Figura 4. Os ensaios com $R = 0,1$ foram realizados com o corpo de provas a), enquanto os ensaios com $R = -1$ foram realizados com o corpo de provas b).

Figura 4 – Dimensões, em mm, do corpo de provas do ensaio



Fonte: Adaptado de Fatemi, 2020 (1).

6.1 Calibração das constantes de fluência

Para a equação do modelo combinado (Equação 19) é necessário a calibração de duas constantes provenientes da parcela de fluência: K e t_r. A calibração da constante K depende de um único ensaio de fluência e fadiga combinados na temperatura em que se deseja calculá-la e será discutida na Seção 6.3.

Para se calibrar a constante t_r parte-se dos resultados de um ensaio de fluência. Como discutido, na Seção 2 eles podem ser representados através de uma lei de potência, tal como a Equação 1. A Tabela 1 indica os valores das constantes A e B para os materiais ensaiados em diferentes temperaturas.

Tabela 1 – Resultados do ensaio de fluência para diferentes tipos de HDPE

Tipo	T (°C)	A	B
Virgem	23	16,04	-0,078
Virgem	53	9,79	-0,034
Virgem	83	6,65	-0,020
Laminado	23	15,04	-0,061
Laminado	53	9,60	-0,023
Laminado	82	6,45	-0,010

Fonte: Adaptado de Fatemi (6), 2021.

6.2 Calibração das constantes de fadiga

Da parcela de fadiga, é necessário a calibração de três constantes: α, N_f e β. A calibração da constante α depende de um único ensaio de fluência e fadiga combinados na temperatura em que se deseja calculá-la e será discutida na Seção 6.3.

Para se calibrar a constante N_f utiliza-se a Equações 4 e 5 propostas por Epaarachi A. e Clausen P. em (3), capazes de prever efeitos de tensão média, temperatura e frequência. Em (1), Fatemi reporta que os valores das constantes $\alpha^{'}$, $\beta^{'}$ e ξ para o HDPE, tanto do tipo Virgem, como do Laminado, são dados por $\alpha^{'} = 0,0017S_u$, $\beta^{'} = 0,2$ e $\xi = R$. Além disso, o autor utiliza como condição de referência a curva S-N do HDPE tipo Virgem à 23°C com $R = -1$. A Tabela 2 mostra os valores de $A^{'}$ e $B^{'}$ reportados por Fatemi em (1). O autor não reporta para quais frequências os resultados foram obtidos.

Tabela 2 – Valores de $A^{'}$ e $B^{'}$ para diferentes condições

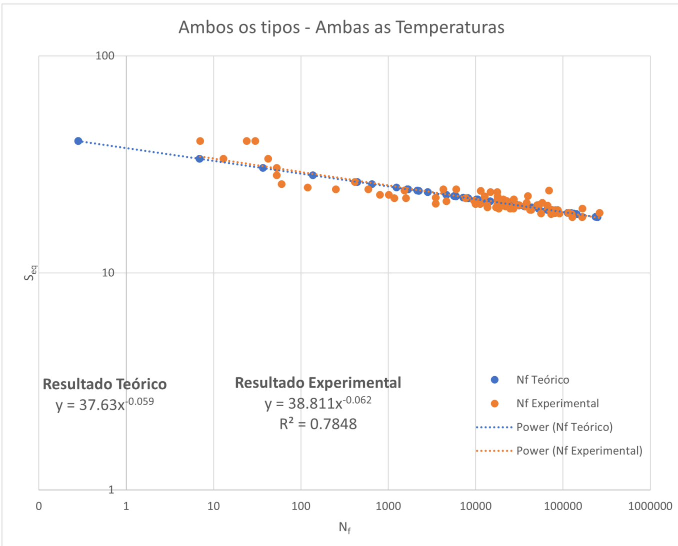
Tipo	T (°C)	R	$A^{'}$ (MPa)	$B^{'}$
Virgem	23	-1	37,63	-0,059
Virgem	23	0,1	11,56	-0,037
Virgem	82	-1	10,29	-0,012
Virgem	82	0,1	4,54	-0,0102
Laminado	23	-1	38,23	-0,065
Laminado	23	0,1	10,56	-0,026
Laminado	82	0,1	4,11	-0,01

Fonte: Adaptado de Fatemi (1), 2020.

Em (1) Fatemi realiza uma série ensaios de fadiga, tanto para o HDPE tipo Virgem, como para o tipo Laminado, para diferentes amplitudes de tensão, tensões médias, temperaturas e frequências. Dos ensaios originais realizados pelo autor, selecionou-se apenas aqueles cujo aumento de temperatura do corpo de provas se estabilizou e foi menor do que 5,5 °C, pois os demais ensaios indicaram um mecanismo de falha diferente do esperado. Para a temperatura de ensaio de 82 °C, não foi reportado o aumento da temperatura do corpo de provas, assim a avaliação da aderência ou não ao modelo de falha esperado foi feita de forma qualitativa. Por fim, selecionou-se apenas os corpos de prova com espessura, e, de 4 mm para o tipo Virgem, de forma a padronizar os efeitos de dissipação térmica. O mesmo não foi possível para o tipo Laminado, pois estes apresentavam variação de espessura notável.

Traçou-se então um gráfico para se verificar a aderência do modelo aos resultados experimentais reportados. A Figura 5 mostra a comparação dos resultados teóricos previstos pelas Equações 4 e 5 com os resultados experimentais.

Figura 5 – Resultado do ensaio de fadiga para o HDPE de ambos os tipos nas temperaturas de 23 °C e 82 °C



Fonte: Elaboração própria

Como pode ser visto, o modelo se adere aos resultados experimentais de forma satisfatória. Os valores da constante de proporcionalidade e do expoente estão suficientemente próximos do resultado teórico previsto. A adoção de mesmas constantes A' e B' para ambos os tipos de materiais não afetou de forma significativa a aderência dos resultados. Dessa maneira, este será método utilizado na calibração prórpia de constantes.

A outra constante que deve ser calibrada através de uma ensaio de fadiga é a constante β. Para tal, parte-se dos resultados do ensaio para $R = -1$ em uma dada temperatura. Nessas condições a Equação 14 pode ser escrita da seguinte forma:

$$N_f = \frac{1}{(\beta+1)a\left\langle \frac{S_a - S_{l0}}{S_u - S_a} \right\rangle} \left(\frac{S_a}{M_0} \right)^{-\beta} \tag{21}$$

Pode-se rearranjar a Equação 21 como:

$$\log\left[N_f \left\langle \frac{S_a - S_{l0}}{S_u - S_a} \right\rangle\right] = \log\left(\frac{1}{aM_0^{-\beta}}\right) - \beta \log(S_a) \tag{22}$$

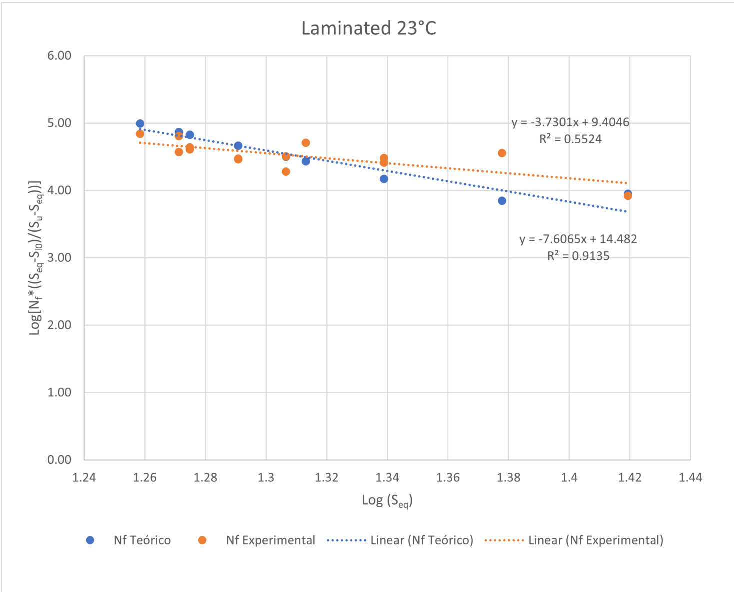
De forma a incorporar os efeitos de frequência, reescreve-se a Equação 22 com S_{eq} no lugar de S_a, assim:

$$\log\left[N_f \left\langle \frac{S_{eq} - S_{l0}}{S_u - S_{eq}} \right\rangle\right] = \log\left(\frac{1}{aM_0^{-\beta}}\right) - \beta \log(S_{eq}) \tag{23}$$

Em (1) Fatemi reporta ter utilizado o valor $S_{l0} = 14,5$ MPa e $S_u = 26,85$ MPa tanto para o HDPE tipo Virgem, como para o tipo Laminado à 23 °C. No entanto, ele não reporta o valor de S_{l0} para a temperatura de 82 °C. Estudos indicam que $S_{l0} \approx 0,5S_u$ (2). De fato, para o HDPE tipo Virgem à 23 °C, segundo os valores reportados, $S_{l0} = 0,54S_u$. Assim, para poder dar prosseguimento ao estudo será considerado que $S_{l0} = 0,54S_u$ para a temperatura de 82 °C.

Dessa forma, pode-se plotar os resultados do ensaio de fadiga para uma dada temperatura em um gráfico de $\log\left[N_f \left\langle \frac{S_{eq}-S_{l0}}{S_u-S_{eq}} \right\rangle\right]$ vs $\log(S_{eq})$ e aproximando os resultados a uma reta, pode-se achar o valor das constantes β e aM_0. A Figura 6 mostra um exemplo de calibração de β para o HDPE tipo Laminado à 23 °C.

Figura 6 – Calibração de beta para o HDPE tipo Laminado à 23 °C



Fonte: Elaboração própria

Em (1) Fatemi reporta ter utilizado o valor $\beta = 4,65$ tanto para o HDPE tipo Virgem, como para o tipo Laminado à 23 °C, o que mostra uma certa divergência dos valores experimentais obtidos.

Como o objetivo deste estudo é justamente validar a metodologia descrita, após recuperado o resultado obtido pelo referido autor, será utilizado um valor de β exclusivo para cada um dos tipos de material em uma dada temperatura, obtido através dos resultados do ensaio de fadiga para a condição correspondente. Além disso, a condição de referência adotada será a curva S-N para o HDPE tipo Virgem com $R = -1$ em cada uma das temperaturas testadas. Caso fosse possível, seria utilizada como condição de referência a curva S-N de cada um dos tipos de material com $R = -1$ em cada temperatura testada, no entanto, Fatemi não reporta as constantes da curva S-N do HDPE tipo Laminado com $R = -1$ na temperatura de 82 °C. Assim, optou-se por padronizar a condição de referência com o tipo Virgem.

Por fim, embora as constantes $A^{'}$ e $B^{'}$ não alterem o valor de N_f, elas alteram o valor de S_{eq} que consequentemente altera o valor de β. A manutenção da condição de referência reportada em (1) para a temperatura de 82 °C acarretaria em resultados teóricos completamente distoados do experimental. A Tabela 3 mostra os valores de β obtidos com a metologia descrita.

Tabela 3 – Valores de β calculados segundo a metodologia descrita

Tipo	T (°C)	β
Virgem	23	3,6877
Virgem	82	70,29
Laminado	23	4,269
Laminado	82	36,78

Fonte: Elaborção própria

6.3 Calibração das demais constantes

Nessa seção serão analisadas as calibrações das constantes que dependem da realização de um ensaio combinado de fluência e fadiga, são elas: K, vide Equação 8, proveniente da parcela de fluência e α, vide Equação 14, proveniente da parcela de fadiga.

Segundo Fatemi, em (1) e (7), para a calibração dessas constantes, deve-se partir do resultado de um único ensaio de fadiga e fluência combinados para a temperatura na qual deseja-se calibrar as constantes. A partir do resultado, múltiplas iterações devem ser feitas em K e α de forma achar os valores que prevêem com maior precisão o resultado obtido. Tais valores podem então, serem utilizados para a previsão de falha em situações com carregamentos distindos, mas com mesma temperatura. Como tanto K, como α são constantes que dependem da temperatura, o mesmo processo deve ser feito, caso se queira se prever os resultados em uma nova temperatura.

Cabe ressaltar que, embora a formulacão original da modificação da Lei de Kachanov proposta por Rabotnov (Equação 8) pressupõe que a constante K depende da tensão aplicada no estágio de fluência (4), Fatemi trata este parâmetro em (1) e (7) como indepedendente da tensão e obteve resultados satisfatórios. Assim, a constante K também será tratada como independente da tensão nesse estudo.

Fatemi reporta em (1) valores de $\alpha = -0,7$ para o HDPE tipo Virgem e $\alpha = -7,51$ para o tipo Laminado. Além disso, ele reporta um valor de $K = 7,8$ para ambos os tipos do material.

Como o autor usa um mesmo valor de K para ambos os tipos de material, será testada a viabilidade de se usar um valor de K exclusivo para cada material em cada temperatura. Para isso foi utilizada a função de otimização *fmincon* do *Matlab* para se encontrar os valores de α e K que maximizam a aderência aos resultados exprimentais. Além disso, embora Fatemi reporte que um único ensaio é suficiente para a calibração de K, para se evitar o viés de um único experimento, utilizou-se ensaios para duas condições de carregamento diferentes quando possível.

7 Resultados

Como explicado ao longo do texto, inicialmente serão comparados os resultados experimentais do ensaio combinado reportados em (1) utilizando os valores das constantes e demais parâmetros reportados. Depois, serão comparados os resultados experimentais com a modelagem desenvolvida utilizando a calibração das constantes conforme o descrito no artigo.

7.1 Validação dos resultados da literatura

Partindo dos ensaios combinados reportados por Fatemi em (1), com as constantes e demais valores reportados é possível comparar apenas os resultados experimentais na temperatura de 23 °C, uma vez que o autor não reporta os valores das constantes na temperatura de 82 °C. Assim, aplicando a Equação 20 chega-se nos resultados mostrados na Tabela 4.

Tabela 4 – Comparação entre os valores de N_R experimentais e teóricos com bases nas constantes e demais valores reportados

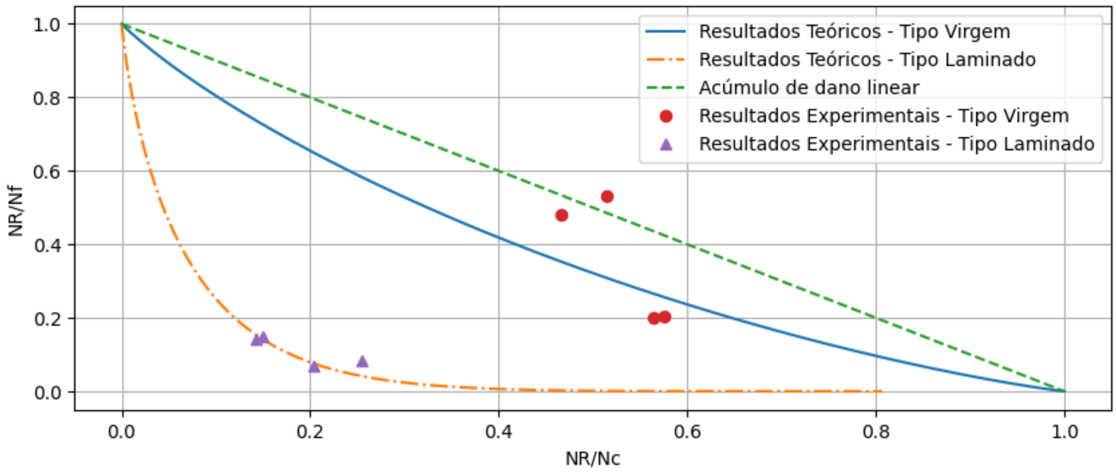
Ensaio	**Tipo**	T **(°C)**	S_a **(MPa)**	R	f **(Hz)**	N_f **Report**	S_H **(MPa)**	t_r **(h) Report**	t_H **(s)**	N_R **Exp**	N_R **Teo**	**Diferença %**
1	Virgem	23	20	-1	1	84.846	13	14,7	1,75	62.090	18.666	-69,94%
2	Virgem	23	20	-1	1	84.846	13	14,7	1,75	67.721	18.666	-72,44%
3	Virgem	23	23	-1	0,1	5.100	14	5,7	3,6	18.359	2.193	-88,05%
4	Virgem	23	23	-1	0,4	15.673	14	5,7	3,6	9.830	3.448	-64,92%
5	Virgem	23	23	-1	0,4	15.673	14	5,7	3,6	10.692	3.448	-67,75%
6	Virgem	23	23	-1	0,4	15.673	14	5,7	16,38	10.919	1.097	-89,95%
7	Laminado	23	21	-1	0,4	11.000	13,5	4,7	1,8	14.875	1.430	-90,39%
8	Laminado	23	21	-1	0,4	11.000	13,5	4,7	1,8	10.500	1.430	-86,38%
9	Virgem	23	8	0,1	1	23.452	13	14,7	2,18	11.310	9.615	-14,98%
10	Virgem	23	8	0,1	1	23.452	13	14,7	2,18	12.494	9.615	-23,04%
11	Virgem	23	8	0,1	1	23.452	13	14,7	6,35	4.793	5.159	7,65%
12	Virgem	23	8	0,1	1	23.452	13	14,7	6,35	4.700	5.159	9,78%
13	Laminado	23	8	0,1	1	40.000	13	10,93	0,98	5.700	6.000	5,26%
14	Laminado	23	8	0,1	1	40.000	13	10,93	0,98	6.018	6.000	-0,30%
15	Laminado	23	8	0,1	1	40.000	13	10,93	2,95	2.726	2.800	2,71%
16	Laminado	23	8	0,1	1	40.000	13	10,93	2,95	3.400	2.800	-17,65%

Fonte: Elaboração própria

Nota-se que aplicando-se os valores reportados, obtém-se uma aproximação satisfatória para os resultados experimenatais realizados com $R = 0,1$, tanto para o tipo Virgem, como para o Laminado. No entanto, a diferença se torna mais acentuada para os ensaios com $R = -1$.

Para visualização dos resultados, cabe também plotar um gráfico de N_R/N_f vs N_R/N_C, como o mostrado na Figura 7, uma vez que N_R/N_f corresponde à fração da vida útil em fadiga consumida ao longo do ensaio e N_R/N_C corresponde à fração da vida útil em fluência consumida ao longo do ensaio. Caso o acúmulo do dano ocorresse de forma linear, a soma desses valores seria igual à 1. Para isso basta utilizar novamente a Equação 20.

Figura 7 – Resultados teóricos e experimentais com constantes e demais parâmetros da literatura para R = 0,1



Fonte: Elaboração própria

Os ensaios 3, 7 e 8, apresentaram um valor de N_R experimental maior do que o valor de N_f reportado, o que significa que o tempo estático no ciclo de carragmento teve um efeito positivo na vida útil do componente. Fatemi reporta em (1) que isso pode ser causado pela formação de redes fibrilares devido ao fenômeno da fluência durante o período de carregamento estático. Tais redes reduzem a velocidade de propagação de trincas e aumentam a vida útil até um certo limite, pois a perda de seção transversal causada pela fluência reduz o tamanho necessário para que a trinca cause a ruptura do corpo de provas (como nos ensaios 9 a 16). Pelo gráfico, percebe-se que o modelo não é de capaz de prever os casos nos quais $N_R/N_f > 1$ (onde a formação de redes fibrilares é acentuada), pois N_R/N_C teria valores negativos.

Além disso, pode-se notar que a vida útil do corpo de provas é significativamente maior para os ensaios com $R = -1$, do que para os ensaios com $R = 0,1$. Isso se deve ao fato de que a velocidade de propagação de trincas é menor para menores valores de razão de tensões (razões de tensão com tendência compressiva). Para os ensaios 1 e 2, nos quais a formação de rede de fibrilar não foi muito acentuada, pode ser levado em consideração uma nova calibração de α e K, uma vez que, embora não aplicado nesse trabalho e como já citado, na formulção orginal da Equação 8 a constante K depende da tensão.

Por fim, nos casos onde a formação de redes fibrilares não é tão acentuado como os plotados na Figura 7, pode ser visto que o modelo de acúmulo de dano não linear é mais conservador do que o modelo linear e apresenta uma maior aderência aos resultados teóricos reportados.

7.2 Resultados da metodologia descrita

Nessa seção serão avaliados os resultados obtidos utilizando a metodogia descrita ao longo do texto. Os valores necessários para a a resolução da Equação 20 foram obtidos da seguinte forma:

- β - obtido através dos resultados experimentais do ensaio de fadiga utilizando como condição de referência a curva S-N do HDPE tipo Virgem com $R = -1$. Foi utilizado um valor de β específico para cada tipo de HDPE em cada uma das temperaturas ensaiadas.
- t_r - obtido através da lei de potência (Equação 1) para uma dada temperatura.
- N_f - obtido através da aplicação da Equação 5
- K - calibrado conforme o descrito na Seção 6.3 utilizando como base o resultados experimentais reportados

- α - calibrado conforme o descrito na Seção 6.3 utilizando como base o resultados experimentais reportados

Conforme discutido na Seção 7.1 são elegíveis para a aplicação do modelo apenas os ensaios 9 a 16 e 21 a 24. Dessa forma, foram calibradas as constantes α e K apenas para essas condições. A Tabela 5 lista todos os valores das constantes necessárias para a aplicação da Equação 20.

Tabela 5 – Valores de β, K e α para cada condição de ensaio

Tipo	T (°C)	R	β	α	K
Virgem	23	0,1	3,6877	-7,0197	1,3493
Laminado	23	0,1	4,269	-3,8565	9,9535
Laminado	82	-1	36,78	0,0026	36,8431

Fonte: Elaborção própria

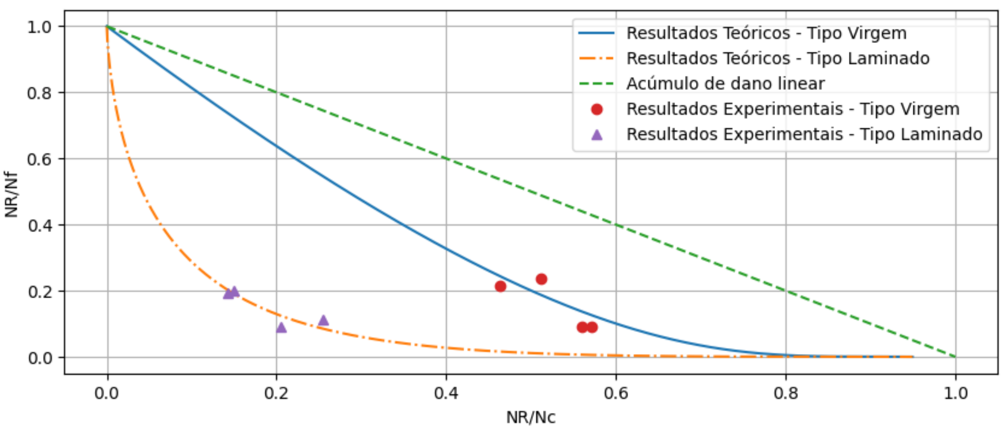
Finalmente, a Tabela 6 mostra a comparação entre os resultados experimentais e teóricos obtidos, enquanto as Figuras 8 e 9 mostram os gráficos de N_R/N_f vs N_R/N_C.

Tabela 6 – Comparação entre os valores de N_R experimentais e teóricos com bases nas constantes e demais valores alculados segundo a metodogia do estudo

Ensaio	**Tipo**	T **(°C)**	S_a **(MPa)**	R	f **(Hz)**	N_f	S_H **(MPa)**	t_r **(h)**	t_H **(s)**	N_R **Exp**	N_R **Teo**	**Diferença %**
9	Virgem	23	8	0,1	1	52.646	13	14,8	2,18	11.310	11.745	3,84%
10	Virgem	23	8	0,1	1	52.646	13	14,8	2,18	12.494	11.745	-6,00%
11	Virgem	23	8	0,1	1	52.646	13	14,8	6,35	4793	5.076	5,90%
12	Virgem	23	8	0,1	1	52.646	13	14,8	6,35	4.700	5.076	8,00%
13	Laminado	23	8	0,1	1	29.806	13	10,91	0,98	5.700	5.856	2,74%
14	Laminado	23	8	0,1	1	29.806	13	10,91	0,98	6.018	5.856	-2,69%
15	Laminado	23	8	0,1	1	29.806	13	10,91	2,95	2.726	3.061	12,29%
16	Laminado	23	8	0,1	1	29.806	13	10,91	2,95	3.400	3.061	-9,97%
21	Laminado	82	8,1	-1	0,2	43.674	6,3	10,5	2,7	13.583	9.663	-28,86%
22	Laminado	82	8,1	-1	0,2	43.674	6,3	10,5	2,7	11.726	9.663	-17,59%
23	Laminado	82	8,1	-1	0,2	43.674	6,3	10,5	8,11	3.220	4.038	25,40%
24	Laminado	82	8,1	-1	0,2	43.674	6,3	10,5	8,11	4.347	4.038	-7,11%

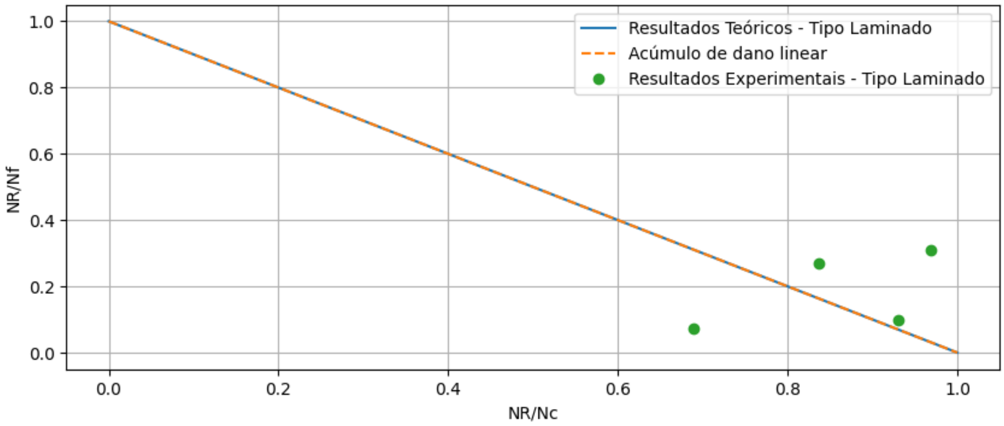
Fonte: Elaboração própria

Figura 8 – Resultados teóricos e experimentais com constantes e demais parâmetros calculados segundo a metodogia do estudo para os ensaios 9 a 16



Fonte: Elaboração própria

Figura 9 – Resultados teóricos e experimentais com constantes e demais parâmetros calculados segundo a metodogia do estudo para os ensaios 21 a 24



Fonte: Elaboração própria

Na Figura 8, nota-se que o caráter não linear tornou-se mais acentuado para o HDPE tipo Virgem com os valores t_r e N_f calculados através da metodologia descrita, uma vez que previu-se um valor de N_f consideravelmente maior para as condições do ensaio do que o que foi reportado. Além disso, o tipo Virgem tem uma vida útil maior do que o tipo Laminado, mas para ambos os casos o modelo teve boa aderência aos resultados experimentais reportados.

Na Figura 9, nota-se que os resultados experimentais estão próximos a uma lei de acúmulo de dano linear e que foi possível recuperar esse fenômeno através da metodologia descrita, uma vez que na calibragem das constantes, K tendeu ao valor de β e α tendeu a zero, assim as linhas aparecem quase sobrepostas no gráfico.

8 Conclusão

Com base nos resultados encontrados é possível concluir que o modelo de previsão de falha em fadiga proposto por Epaarachi A. e Clausen P. em (3) pôde prever de forma satisfatória os resultados do ensaio de fadiga para diferentes condições de temperatura, amplitudes de tensão, tensões médias, razões de tensão e frequências. Assim, ele pode ser utilizado na calibração das variáveis N_f e β na equação de dano Lemaitre e Chaboche (Equação 20). Além disso, é importante ressaltar que as propriedades mecânicas do HDPE tipo Virgem e Laminado são diferentes, o que lhes confere desempenhos distintos tanto no ensaio de fadiga, quanto no ensaio combinado. Caso se tenha os dados necessários, não há motivos para tratá-los com mesmas constantes de calibração.

Quanto a calibração das constantes α e K, os procedimentos adotados mostraram-se satisfatórios, podendo prever com precisão as situações nas quais a modelagem de Lemaitre e Chaboche mostrou-se aplicável, principlamente usando mais de um ensaio de calibração. Embora os experimentos sejam e custosos e demorados (alguns ensaios tiveram duração de dias), seria muito enriquecedor a realização de mais ensaios em condições de carragemento distintas, mas na mesma condição de aplicabilidade de um conjunto de constantes. Assim, poderia-se, por exemplo, calibrar as constantes utilizando dois resultados de carregamento distintos e verificar a precisão da previsão do resultado de um terceiro ensaio numa condição de carregamento distinta dos dois primeiros.

Já para o ensaio combinado, notou-se que fadiga e fluência podem interagir tanto de forma a se piorar a vida a vida útil do componente, como a melhorá-la. Nesse contexto, a modelagem de Lemaitre e Chaboche pôde prever com precisão as situações nas quais a interação entre ambos os fenômenos resultou numa redução a vida útil, mas não pôde fazer o mesmo para as situações cujo resultado foi uma maior vida útil, atrubuída a formação de rede fibrilar, o que indica uma limitação do modelo na previsão desse fenômeno.

Por fim, o desempenho do HDPE tipo Virgem foi superior ao Laminado nas condições de carregamento estudadas, o que indica que a técnica de moldagem por compressão traz melhores desempenhos para o HDPE nesse tipo de carregamento.

Referências

1 AMJADI, A. F. M. Creep and fatigue behaviors of high-density polyethylene (hdpe): Effects of temperature, mean stress, frequency, and processing technique. International Journal of Fatigue, 2020.

2 DOWLING, N. E. *Mechanical Behavior of Materials: Engineering Methods for Deformation, Fracture and Fadigue*. [S.l.]: Pearson, 2013.

3 EPAARACHCHI, J. A.; CLAUSEN, P. D. An empirical model for fatigue behavior prediction of glass fibre-reinforced plastic composites for various stress ratios and test frequencies. Elsevier, 2003.

4 LEMAITRE, J.; CHABOCHE, J.-L. *Mechanics of Solid Materials*. [S.l.]: Cambridge University Press, 1990.

5 TAKAHASHI, Y. Creep-fatigue interaction: Its mechanism and predictability. Asian Pacific Conference for Materials and Mechanics, 2009.

6 AMJADI, A. F. M. Creep behavior and modeling of high-density polyethylene (hdpe). Polymer Testing, 2021.

7 AMJADI, A. F. M. Creep-fatigue interaction and thermo-mechanical fatigue behaviors of thermoplastics and their composites. International Journal of Fatigue, 2016.