
A MATEMÁTICA COMO ESTRUTURANTE DO CONHECIMENTO FÍSICO

*Maurício Pietrocola*¹
Depto de Física – UFSC
Florianópolis – SC

Resumo

As dificuldades enfrentadas no ensino das ciências muitas vezes acabam por induzir os professores a procurarem problemas onde eles não existem. Um caso particular disto ocorre quando professores de Física acabam por acreditar que seus alunos não aprendem os conteúdos ministrados por insuficiente formação matemática. A este tipo de raciocínio subjaz a idéia de que a Física se vale da Matemática enquanto instrumento para enunciar suas leis e princípios. O objetivo deste artigo é mostrar que existe uma relação muito mais complexa entre ambas disciplinas, que faz da Matemática estruturante do conhecimento físico. Esta relação possui profundas implicações para o ensino de Física.

I. Linguagem da ciência e dificuldades de ensino

Os conteúdos da ciência, quando comparados àqueles presentes na vida cotidiana, apresentam uma série de barreiras para seu ensino: os conceitos nela presentes são por demais abstratos, entretendo uma relação indireta com situações presentes no cotidiano; estão relacionados às situações de observação que invariavelmente requerem equipamentos sofisticados, presentes apenas nos laboratórios; envolvem um estilo de raciocínio muito diferente daquele vulgarmente empregado pelas pessoas. Tais características permitem dimensionar o quão distante se encontra o mundo da ciência daquele do cidadão comum. Alguns autores fazem menção a uma cultura científica muito diferente da cultura do senso comum (Joshua, 1993). Na comparação entre estas culturas, a linguagem utilizada é também uma fonte de diferenciação importante, pois, ao contrário do que ocorre no cotidiano, a ciência, normalmente, vale-se da Matemática como forma de expressar seu pensamento. Seu emprego torna-se critério de cientificidade, na física, na medida em que a incapacidade de expressar propriedades de sistemas em linguagem matemática inviabiliza mesmo a possibilidade de admiti-las como hipóteses para o debate científico.

No ensino da Física, a linguagem matemática é muitas vezes considerada como a grande responsável pelo fracasso escolar. É comum professores alegarem que

¹Com apoio parcial do CNPq.

seus alunos não entendem Física devido à fragilidade de seus conhecimentos matemáticos. Para muitos, uma boa base matemática nos anos que antecedem o ensino de Física é garantia de sucesso no aprendizado. Neste trabalho pretende-se analisar o que há de verdadeiro neste argumento. Para tanto, será necessário primeiramente precisar o papel desempenhado pela Matemática na constituição do conhecimento na Física, pois enquanto conhecimento constitutivo das ciências naturais vive, assim como o rochedo, o eterno dilema² de se colocar entre o *concreto* e o *abstrato*, entre a *razão* e a *experiência*. Muitos a consideram apenas como ferramenta do método empírico, este sim fonte de todo conhecimento possível sobre a realidade. Para outras, se coloca como a própria essência da realidade, sendo a Física o método de acessá-la.

É inegável que a Matemática está, hoje, mais do que nunca, alojada de forma definitiva no seio da Física. Isto fica claro quando nos voltamos para os produtos da sua atividade científica. Nos livros e artigos, vê-se que a Matemática enche a cena do discurso científico através de elementos como funções, equações, gráficos, vetores, tensores, inequações, geometrias, entre outros. Professores de todos os níveis não têm dúvidas de que sem conhecimentos em Matemática (e não se tratará de saberes simples à medida em que se aprofunda na área) não é possível *exercer* boa Física³. Boa parte dos cursos básicos é dedicada à formação de uma sólida base matemática sobre a qual os conhecimentos físicos possam ser assentados. Pensando nas primeiras fases dos cursos universitários tradicionais (bacharelado e licenciatura), disciplinas eminentemente físicas partilham o grosso dos currículos com disciplinas de Matemática. Apenas pela estruturação curricular é, muitas vezes, difícil saber se se trata de um legítimo curso de Física! Muitas vezes esta indiferenciação é responsável pela desmotivação de parte dos alunos que ingressam em tais cursos, por acharem que há pouca ênfase no conhecimento que elegeram como formação profissional. O “pedágio” pago em conteúdo matemático é, por vezes, demasiado alto para aqueles que pretendem fazer Física, contribuindo para os elevados índices de abandono do curso.

A formação para a pesquisa leva em conta o fato da Matemática estar alojada, em definitivo, no corpo das ciências, produzindo currículos universitários com forte ênfase em conteúdos matemáticos. A situação parece se encaminhar para soluções de pré-requisitos profissionais: para fazer Física há que se saber Matemática, então vamos ensiná-la! Porém, a questão colocada desta forma mascara o problema de saber como a Matemática deve ser ensinada e, portanto, aprendida no contexto da Física. As suas eventuais soluções devem se apoiar em uma análise mais profunda

² Paty afirma que isto se constitui num "*drama* entre o real e o abstrato simbólico". Paty (1989), pag. 234.

³ O mesmo poderia ser dito de outras disciplinas, como a economia, por exemplo, que hoje busca sua identidade entre as áreas das ciências sociais e das ciências ditas exatas.

sobre as relações que a Física entretém com a Matemática, que implicam em posturas didático-pedagógicas completamente diferentes.

No Ensino Médio, este problema assume contornos muito específicos, devido ao caráter não profissionalizante do ensino. Na perspectiva de uma educação geral e formativa do cidadão, os compromissos do ensino não se vinculam apenas com as necessidades intrínsecas da atividade profissional do físico ou do cientista. O ensino das ciências no Ensino Médio não pode e não deve, ser visto como estágio anterior a uma formação científica profissional. O pedagógico anteriormente citado torna-se fardo insuportável para os alunos do Ensino Médio, pois implica em pedir aos mesmos que se submetam ao ensino de algo sem justificativas a priori. É preciso encontrar formas de mostrar qual o papel desempenhado pela Matemática na aprendizagem da Física, pois o desinteresse é a resposta freqüentemente oferecida pelos alunos a um ensino de algo em que eles não vislumbram a pertinência.

Na organização curricular do Ensino Médio, há uma estrutura de pré-requisitos que faz com que os conteúdos presentes numa disciplina articulem-se com aqueles presentes em outras. Na Física, a relação com a Matemática é sintomática, e se coloca como quebra-cabeça de difícil solução. Os professores de Física gostariam que seus alunos chegassem à sala de aula com os pré-requisitos matemáticos completos. Em contrapartida, os professores de matemática não aceitam, com razão, que sua disciplina seja pensada apenas como instrumento para outras disciplinas, impondo uma programação que nem sempre se articula com aquela da Física. No primeiro ano, em particular, a cinemática se apóia fortemente em conhecimentos sobre funções que são ou anteriores ou dados em paralelo a esta. Não é incomum que os professores se esmerem na interpretação física de problemas, chegando a esboçar soluções num formalismo matemático e digam: "daqui para frente é só matemática e a solução completa disto vocês já aprenderam na outra disciplina". Isto sugere que, uma vez entendido o problema do ponto de vista físico, dali para frente as competências não são mais de responsabilidade daquele professor. A transformação do problema em um algoritmo matemático e sua solução passariam a depender de habilidades obtidas em outra disciplina. Muitas vezes, os professores de Física acabam por atribuir à Matemática a responsabilidade pelas dificuldades na aprendizagem e não naquilo que ensinam. Erros de alunos na resolução de equações do segundo grau, no cálculo de coeficientes angulares de curvas em gráficos, na solução de sistemas de equações etc, são comuns, reforçando a idéia de que se trata de falta de conhecimento matemático. Admitir que boa parte dos problemas do aprendizado da Física se localiza no domínio da Matemática reflete um posicionamento epistemológico ingênuo - acaba-se por atribuir à segunda função de *instrumento* da primeira!

Esta conclusão pode ser reforçada pela análise de algumas obras destinadas ao Ensino Médio (que abordaremos mais adiante) e nas colocações de alguns pro-

fessores, pois, para muitos a “Física é como a Matemática”⁴. Isto se explica em parte, pelo fato das atividades na disciplina Física do Ensino Médio se limitarem aos exercícios numéricos e aos problemas fechados⁵. Embora exista consciência por parte de alunos e professores de que a Física é uma ciência da natureza e que relatos de experiências, observações, laboratórios e dados empíricos, etc., abundam nos livros e nos discursos didáticos, as atividades escolares acabam por se restringir às aplicações de formalismos matemáticos e aos exercícios numéricos extraídos das teorias. Os exames vestibulares contribuem com este quadro, reforçando a imagem da Física como sinônimo de um operacionalismo matemático.⁶ Neste contexto, é difícil escapar à constatação ingênua de que Matemática é, por força de origem, *linguagem* da Física, sendo, pois, seu instrumento. No contexto escolar, dominá-la torna-se condição de sucesso.

É, no entanto, precipitado aderir a esta conclusão quando procuramos apoio numa análise epistemológica que busca entender a adequação entre conhecimento físico e conhecimento matemático, pois, para Lautman, “há um real físico e o milagre a ser explicado é que haja necessidade das teorias matemáticas mais desenvolvidas para explicá-lo”.⁷ Esta questão, quando avaliada no contexto da educação científica, parece induzir a uma conclusão preliminar: há necessidade de aprofundar a análise estrutural do conhecimento físico, para melhor avaliar a função da Matemática no seu ensino. Da forma como se apresenta, a Matemática configura-se como um *obstáculo-pedagógico*⁸. Colaborar para ultrapassá-lo passa a ser função deste trabalho.

II. Empiricismo, realismo ingênuo e Matemática como descrição

Aprendemos a ver as leis físicas expressas em linguagem matemática. Embora parece natural que isto seja assim, uma incursão pela história pode nos mostrar outras formas de expressar leis sobre o mundo. Na Antigüidade, na Idade Média e no Renascimento também se pensava sistematicamente sobre os fenômenos físicos levando à proposição de leis, sem que, no entanto, isto se fizesse em linguagem matemática. Se quisermos saber as leis do movimento propostas por Buridan e outros escolásticos devemos inferi-las a partir dos tratados que escreveram em latim. O mesmo acontece com a Física aristotélica, espalhada por uma dezena de textos em grego arcaico, que ainda hoje são objeto de investigação de filósofos e historiadores da ciência. Foi com o advento da ciência moderna, no século XVII, com Galileu entre

⁴ Testemunho de um professor do curso de Especialização em Ensino de Física.

⁵ Peduzzi, 2001.

⁶ Sobre os exames vestibulares, ver Pietrocola 1998 (mimeo)

⁷ Albert Lutman, apud Paty (1989), pag. 235.

⁸ Ver Astolfi 1994.

outros, que os fenômenos naturais começaram a ser sistematicamente expressos através de relações matemáticas, vindo a se tornar, tal prática, um critério de cientificidade. Esta prática configura-se como herança da tradição pitagórica. Nela, a natureza era concebida através de analogias entre os fenômenos e relações tiradas de formas idealizadas. A geometria era a linguagem da natureza por excelência, sendo o mundo seu campo de inspiração e aplicação das relações lá produzidas. A Matemática se colocava como o revestimento de formas ideais que se acreditava estariam na própria essência da natureza. Com Galileu, temos uma pequena modificação desta forma de conceber o papel da Matemática no processo de interpretação natural. Paty (1989) afirma que para Galileu a "Matemática era concebida como um conhecimento que permitia uma leitura direta da natureza, da qual, precisamente, era a língua".⁹ No contexto galileano, a geometria mantém seu status de linguagem preferencial do mundo, mas agora como recurso do pensamento para sua estruturação teórica. Este processo se configura como uma "tradução matemática", onde o cientista seria o tradutor pela sua capacidade de transitar entre os dois "idiomas": da natureza e da Matemática. A evolução nas relações entre Física e Matemática não termina com Galileu e, muito pelo contrário, este é apenas um dos primeiros episódios da longa história de construção da mesma. Com a formação da "Física-matemática", o papel de tradução passa a se constituir numa *mediação* propriamente física. Neste contexto, a matemática é concebida como inerente aos conceitos e suporte para a construção dos mesmos. Ampère (séc XIX) é um partidário desta nova forma de concepção, pois seu procedimento visava "escolher o modo mais radical de abordagem conceitual em vista da matematização (do saber experimental) ... de encurtar ao máximo a distância entre o discurso matemático e os dados concretos que ele está destinado a informar e esclarecer"¹⁰ Esta tradição se impôs na pesquisa física estabelecida pelo uso, mostrando o poder do simbólico que funciona por si próprio, chegando hoje ao seu maior requinte com as modernas teorias físicas, onde é impossível pensar o empírico sem auxílio de um simbolismo matemático altamente sofisticado.

Embora o papel da matemática no interior das pesquisas físicas tenha se modificado, os livros espelham ainda uma tradição muito próxima das antigas tradições pitagórica e galileana. Isto pode ser constatado em algumas obras didáticas destinadas ao Ensino Médio.

No livro *Física*, de Ramalho et al. (1979), encontramos no capítulo 1, a seção "Física e Matemática". No seu único parágrafo lemos o seguinte:

⁹ Paty 1989, pag. 234. O autor acrescenta, em nota, que para Galileu esta língua era basicamente a geometria. A evolução da ciência mostra que pouco a pouco a álgebra foi tomando o lugar da geometria, em particular com o advento da mecânica newtoniana baseada na idéia de ação instantânea a distância.

¹⁰ Merleau-Ponty, apud Paty 1989, pag. 234, nota 3.

A matemática **ajuda** muito a Física, simplificando a compreensão dos fenômenos. Uma fórmula matemática em um fenômeno físico é uma **ajuda** para sua compreensão e nunca deve ser assustadora para você. Uma longa explicação é necessária para chegarmos ao fato de que a energia de um corpo em movimento depende de sua massa e de sua velocidade; no entanto, recorrendo a Matemática, obtemos a fórmula:

$$v = \frac{m.v^2}{2}$$

Essa fórmula coloca que a energia E é diretamente proporcional à massa m e diretamente proporcional ao quadrado da velocidade v; coloca também, que a energia depende da massa m e da velocidade v. Assim, aos poucos você terá de aprender a ler uma fórmula e utilizá-la a seu favor.¹¹

O autor parece aderir à idéia de que a Matemática é a linguagem da natureza, substituindo com economia a linguagem comum (de palavras). Ao dizer que "a Matemática ajuda a Física, simplificando a compreensão dos fenômenos", o autor acaba sugerindo a existência de dois mundos: dos fenômenos e o nosso, que contém a Física. A Matemática seria um meio de acesso entre ambos, indicando uma tradução. Assim, o extrato parece se alinhar com uma posição galilena, onde a língua "natural" da natureza seria a Matemática e não outra.

Um pouco diferente é a colocação presente no volume 1 da coleção *Física*, de Bonjorno et al (1992). Na parte destinada à descrição da ciência, lê-se o seguinte:

Para estudar os fenômenos, a ciência procura, numa primeira etapa, estabelecer uma relação qualitativa entre eles. São as leis qualitativas...

O conhecimento destas leis não é suficiente e um estudo mais profundo sugere medidas quantitativas...

*Quando se pode medir aquilo de que se está falando e exprimi-lo por números, estabelecemos o que chamamos de **lei física**.*

Lei física é a relação matemática entre as grandezas que participam de um mesmo fenômeno (em destaque no texto).¹²

Aqui, o dilema entre real e abstrato parece receber solução mais radical pela identificação estrutural entre o domínio fenomenológico e aquele da matemática.

¹¹ Ramalho, 1979, pag.4. Os itálicos são do original, negritos foram acrescentados.

¹² Bonjorno, 1992, volume 1, pag. 14. Os negritos estão no original. O itálico foi acrescentado.

Ao mencionar a necessidade de aprofundamento visando o quantitativo, parece existir a intenção de inferir sobre a estrutura própria dos fenômenos estudados. Ao atingir esta meta chega-se a uma relação matemática, que é a lei física. Tal posição se aproxima da tradição pitagórica, acima apresentada, transformando, porém, a analogia dos pitagóricos entre realidade e linguagem matemática em expressão de uma identidade experimentalmente verificada. Interessante, ainda, é notar que, neste trecho, podemos fazer uma leitura do papel presumido para o método na produção da ciência. Ao passar do qualitativo ao quantitativo, seria preciso valer-se de técnicas especiais, estas presentes na observação, na experimentação e na descrição matemática precisa.

A posição expressa por estes autores sobre o papel desempenhado pela Matemática no conhecimento físico está longe de ser clara. No entanto, ela parece apontar para uma simplificação, que pretende identificar como *natural* que as leis físicas sejam expressas matematicamente, contrastando com a afirmação anterior de Lautmann. Existiria como que uma “adequação de origem” entre ambas seja pela da linguagem própria, seja pela essência da natureza. Quando procuramos entender a forma como tais autores concebem os modos de produção do conhecimento físico, torna-se mais fácil entender o papel atribuído por eles à Matemática. Nos mesmos livros encontramos em páginas seguintes, seções destinadas ao “Método Científico”, que em geral apresentam-no como um processo baseado na observação, medida e indução de leis,¹³ tributários de um empiricismo ingênuo. Não é raro que o empiricismo se associe a um realismo também ingênuo e isto aparece com frequência na concepção dos livros-textos. Na mesma obra, o item intitulado “Método da ciência” começa com a seguinte frase:

Na pesquisa de um fenômeno e das leis que o regem, deve-se obedecer a uma ordem progressiva, que constitui o método da ciência. A Física utiliza-se de dois processos: a observação e a experimentação...¹⁴.

Acredita-se na existência de uma estrutura real para além do que é percebido pelos nossos sentidos, estes capazes apenas de atingir as aparências. Esta estrutura seria a realidade última do mundo, sendo os conhecimentos verdadeiros aqueles que se referem a ela. O papel do cientista seria desvendar esta estrutura, formulando leis que se diferenciariam das demais leis possíveis de serem formuladas sobre o mundo, por se apoiarem num método seguro.

Este método especial, dito científico, se revestiria numa espécie de código de conduta a ser obedecido pelo pesquisador, com uma série de requisitos a serem

¹³ Ramalho pag. 5 e Bonjorno¹⁴. Os autores tomam o cuidado de dizer que se trata de uma apresentação simplificada, o que apenas minora a ingenuidade na apresentação do processo de produção de conhecimento físico.

¹⁴ Ramalho et al., op cit. pag. 14.

cumpridos ao longo de sua investigação: ser **isento** em suas observações (observador neutro), buscando não se influenciar por concepções prévias; tornar a parte do mundo a ser estudada em fenômenos científicos, de forma a que se possa estudá-los **sistematicamente**, se possível num laboratório; **diversificar** as condições de observação de uma dada relação buscando avaliar se se trata de uma relação verdadeira ou meramente fortuita; exprimir seus resultados de forma a que possam ser **universalizados** através de testes feitos por outros cientistas; **duvidar** sempre que possível das relações obtidas entre fenômenos, antes de transformá-las em conhecimento. Em relação à forma de se conhecer o mundo, a ciência se diferenciaria de outras formas de conhecimento pelo uso de um método especialmente desenvolvido para a produção de um conhecimento seguro. Ao contrário das impressões primeiras, passageiras e superficiais, o conhecimento obtido através da ciência seria absoluto, definitivo e fundamental, pois apoiado num método experimental. A base lógica de tal método repousa na possibilidade de obter *verdades gerais* a partir de *verdades particulares*, sendo esta a *lógica indutiva*.¹⁵

Dentro deste contexto, a importância da Matemática residiria na sua capacidade de descrição sintética, pela exatidão na apresentação dos resultados da investigação e pela possibilidade de comunicação universal sobre algo que se crê existir na própria realidade e pela *precisão* garantida pela sua estrutura lógico-formal. Estas funções lhe confeririam um papel muito importante no contexto das ciências experimentais, como ferramenta do método científico.

A precisão, por exemplo, estaria relacionada ao fato de podermos saber que a lei que descreve a interação elétrica entre dois corpos carregados ser expressa na forma $F=K.q.q'/4\pi r^2$ (lei de Colulomb) e não em outra qualquer. Apenas determinar que a força elétrica diminui com o aumento da separação entre os corpos não se configura como atividade científica, pois isto pode ser inferido diretamente pelos sentidos em várias situações. Por outro lado, para determinar a forma como esta diminuição ocorre, isto é, a lei precisa que determina a diminuição da força, necessita-se de métodos mais sofisticados. Isto seria possível por meio de experiências quantitativas bem conduzidas de laboratório, como também pela síntese destes resultados através de funções matemáticas entre os valores de F e r . Os textos de Física em particular dão a entender, neste caso, que se tratasse de uma lei verdadeira, pois expressa uma real dependência dos fenômenos elétricos, ou seja, característica da estruturação do mundo. Caso escrevêssemos outra lei semelhante como:

$$F = K q.q'/4\pi r^3$$

ela estaria *errada* pois não descreveria a verdadeira estruturação da realidade elétrica.

¹⁵ Chalmers 1993.

Numa concepção empírico-realista, o conhecimento é geralmente apresentado como o resultado de uma *inquisição* experimental à natureza, seguida de uma *confissão* em código matemático. Não bastaria ao cientista ser um bom inquiridor, pois caso não soubesse descrever aquilo que obteve da natureza, ainda assim não teria como formular leis verdadeiras sobre ela. A Matemática tomaria parte no processo de produção de conhecimento como uma *ferramenta/instrumento* a ser utilizado na transcrição das sínteses verdadeiras obtidas no trabalho científico. Seria como no caso de uma descrição verbal sobre algo que pode ser melhorado por uma fotografia. A técnica fotográfica é aqui entendida como ferramenta, pois apenas melhora o nível de informação da descrição, tornando-a mais fiel ao objeto. Desta forma, haveria dois momentos bem distintos na produção do conhecimento físico: a elaboração do questionamento via experimentação, seguido de uma *descrição* em linguagem matemática, buscando desvendar a estrutura do mundo.

Os empiricismo e realismo ingênuos como epistemologia implícita em muitos livros didáticos permite melhor entender a forma como é concebida em geral as relações entre a Matemática e a Física. Ela se revestiria em instrumento do método científico para a produção de conhecimento seguro.

III. Linguagem, comunicação e pensamento

O fato de conceber-se a Matemática como instrumento da Física, além da coerência com a tradição empírico-realista, recebe reforço da própria idéia espontânea que se tem da linguagem. Dizemos também que a Matemática é a linguagem da Física! E aqui linguagem parece exprimir o meio como os produtos da Física são apresentados/comunicados, pois, em geral, a linguagem está associada com códigos que empregamos na comunicação. Na linguagem matemática, símbolos, gráficos, equações, retas círculos, ângulos, entre outros são os códigos, diferentemente do que ocorre na linguagem falada onde têm-se palavras e sentenças.

Palavras nada mais são que sons codificados e partilhados por grupos. Se pensarmos nos demais habitantes deste planeta perceberemos que existem diversos tipos de códigos, partilhados pelos mais diversos grupos de seres vivos. Apesar de não se constituírem em falas à moda humana, estes códigos são formas de comunicação eficientes, pois transmitem mensagens que podem ser entendidas. Em situações mais comuns, sabemos que cães e gatos domésticos possuem meios de se comunicar. Não é difícil saber a mensagem enviada por um cão que rosna e eriça seus pêlos frente a um invasor. "Afaste-se!" diz ele, sem pronunciar nenhuma palavra. O mesmo ocorre com um gato que roça a perna de seu dono quando este chega a noite do trabalho, dizendo "estou com fome". A dança que as abelhas produzem ao encontrar uma região rica em pólen, ou o tocar de antenas das formigas, passando pela comunicação

química entre plantas¹⁶ são exemplos de formas de comunicação utilizadas por outras espécies. Os macacos Rhesus são tidos como possuidores dos sistemas mais complexos de comunicação entre os animais. Utilizam-se de cerca de 20 sons diferentes e sabem fazer 20 gestos para se comunicar, perfazendo um total de 40 palavras. Pássaros, peixes, insetos, plantas desenvolveram linguagens como estratégia de sobrevivência; linguagens que têm feito diferença na constante luta pela vida.

Em relação aos demais seres deste planeta, nossa linguagem é muito complexa. Um indivíduo conhece em média 4.000 palavras e as línguas (português, francês, inglês etc) podem conter centenas de milhares de verbetes. Nos comunicamos mais e com mais precisão do que os demais seres deste mundo. Mas podemos nos perguntar ao que se deve tamanha complexidade na nossa linguagem. Por um lado, poderíamos esperar que as dimensões das linguagens fossem semelhantes, pois partilhamos um mundo físico semelhante aos dos demais animais (chuvas, ventos, calor, frio e demais características físicas são comuns aos habitantes deste planeta), assim como, boa parte das sensações fisiológicas, como fome, sono, medo etc. Por outro lado, nossa estrutura social difere muito das deles: nosso cotidiano se assemelha muito pouco aos demais seres deste planeta. Para ter certeza disto, basta nos concentrarmos nas modificações que impomos ao meio ambiente para constituirmos nosso *habitat*. As cidades são construções humanas que acabam por ditar formas particulares de se viver.

A comunicação de animais e plantas se limita ao envio de ordens e a manifestação de necessidades imediatas. Para os insetos, animais e plantas, as palavras são formas de manifestar necessidades como "estou com fome", ou "não se aproxime", ou ainda "encontrei comida". Comunicação e linguagem, neste caso, são faces da mesma moeda, pois a última materializa a primeira. A linguagem vista desta forma, teria papel passivo na comunicação, se constituindo apenas no veículo codificado da informação. Vista desta forma, a linguagem se prestaria a meramente exprimir necessidades e desejos pré-existentes, configurando-se em um real instrumento de comunicação. Bronowski emprega a noção de *linguagem de ordens* para definir tal concepção de linguagem¹⁷.

No entanto, a função da linguagem para o ser humano é muito mais complexa do que aos demais seres vivos. Podemos nos comunicar sobre fatos e situações concretas e presentes do mundo, mas também sobre situações imaginadas, e acontecimentos passados, produzidos e armazenados em nossa mente. Ao empregarmos a palavra "bonito", e seus sinônimos, não estamos fazendo apenas a descrição de

¹⁶ Vegetais também possuem a capacidade de se comunicar entre si. Pesquisadores da Universidade de Kyoto, no Japão mostraram que feijão da espécie *Phaseolus lunatus* é capaz de informar quimicamente seus vizinhos sobre ataque de pragas. Trabalho publicado na revista *Nature*, agosto de 2000.

¹⁷ Bronowski 1983, pag. 23.

uma situação ou coisa. Produzimos uma avaliação sobre algo, que possui elementos presentes, mas também sobre diversos outros que não estão. Ao empregarmos a palavra “bonito” estamos lançando mão de uma idéia que não se encontra especialmente vinculada a objetos, situações ou sensações. Utilizamos tal palavra para designar tanto objetos, como a Monalisa de Da Vinci, ou a Catedral de Brasília, mas também sobre uma cena familiar, ou ainda sobre um gesto de afeto.

Devemos, pois, entender que existe uma aplicação do senso comum acerca do uso das palavras, dando a impressão a procedermos a descrições de objetos e situações. Isto acontece quando existe consenso no emprego das palavras, induzindo-nos a acreditar que se trata de características ou propriedades das coisas. Mas, determinadas situações são fortemente influenciadas pelo contexto, tornando-se resultado de julgamentos pessoa ou coletivo. Porém, as palavras são mais que características das coisas. Elas se constituem em idéias intencionalmente elaboradas e que ganham sentido dentro de contextos definidos. Muitas das coisas consideradas belas na sociedade ocidental de hoje, não o seriam em outras civilizações, e vice-versa. Por exemplo, a Vênus de Milus, modelo de perfeição para os antigos gregos, seria considerada “gordinha” para os dias de hoje!

Na verdade, melhor seria referirmo-nos ao uso das palavras como processo de julgamento, envolvendo diversos elementos presentes em minha mente. Algumas vezes, tais julgamentos são mais conscientes, outras vezes, menos! Estes julgamentos se tornam idéias que se materializam em palavras como bonito, feio e lindo. A linguagem humana vai além da comunicação direta e da descrição de coisas, servindo para dar forma às nossas idéias e permitindo-nos lidar com elas.¹⁸ Em nossos pensamentos podemos refletir sobre idéias e modificá-las. Alteramos a idéia de beleza quando introduzimos novos critérios em nosso julgamento. Assim, um mesmo objeto pode ser bonito numa situação e não em outra, ou para determinada pessoa e não para outra. Podemos inserir a idéia de beleza dentro de um tratado sobre estética, construindo desta forma uma teoria sobre seu significado. De posse deste tratado poderíamos, inclusive, entender melhor as diferenças culturais no seu uso. O contexto no qual a palavra é inserida constitui-se num mundo de idéias que não tem uma relação exclusiva com as informações obtidas do mundo. Isto reflete nossa capacidade de imaginação, e é isto o que nos diferencia dos demais seres vivos deste planeta. Segundo Bronowski:

A existência de palavras ou símbolos para coisas ausentes, desde 'dia bonito' a 'impedimento definitivo', permite que os seres humanos pensem em si mesmos em situações que não existem realmente. Este dom é a imaginação, e é simples e forte, porque não

¹⁸ Bronowski, 1983.

*é senão a capacidade humana de criar imagens no espírito e de as utilizar para construir situações imaginárias.*¹⁹

A linguagem humana estrutura o mundo imaginário das idéias. Nela é possível formular novas idéias a partir de idéias anteriores, pois nem todas as idéias estão diretamente associadas a objetos e situações visualizadas num dado momento. Podemos nos referir aos hábitos dos antigos egípcios mesmo sabendo que sua civilização desapareceu a mais de 1500 anos. Podemos falar sobre a atmosfera do Sol sem que nenhum artefato humano jamais tenha lá estado. Com auxílio de um bom livro de história, podemos reconstituir parte do cotidiano de um egípcio do reinado de Amon-Rá. Da mesma forma, podemos imaginar a constituição da atmosfera solar a partir de idéias elaboradas aqui na Terra, sobre átomo, moléculas e reações nucleares. Enquanto os animais são prisioneiros do mundo que os cerca e de suas sensações fisiológicas, o homem utiliza suas palavras para se referir a coisas que estão em sua mente. Um animal, por mais complexa que seja sua linguagem, não é capaz de se referir à comida do dia anterior; saber se ela foi saborosa ou se saciou completamente sua fome. Estes são atos que requerem a construção de idéias como comida, fome, dia etc, é capacidade exclusiva da espécie humana.

Bronowski emprega a noção de *linguagem de idéias* em contraste com aquele de *linguagem de ordens*.²⁰ Esta serve para comunicações imediatas no nosso cotidiano e de uso corrente pela maioria dos seres vivos. Já a linguagem de idéias é exclusiva dos seres humanos e cria um universo diferente. Instalado em nossas mentes, este universo da imaginação não tem limites e ultrapassa em muito o número de palavras utilizadas no mundo das ordens. Para termos uma idéia disto, basta constatar que um conjunto de palavras empregadas pela humanidade é da ordem do milhão, sendo o que podemos encontrar nos dicionários em geral. O mais incrível é que o processo de produção de palavras não tem fim. O emprego de gírias e neologismos indica que este universo está em eterna modificação, sendo que mudanças no nosso estilo de vida geram o aparecimento de novas palavras e o desuso de outras.

Desta forma, o que nos separa dos demais seres vivos não é a linguagem em si como forma de comunicação entre indivíduos, mas a capacidade que temos de criar um mundo de idéias através da linguagem. Ou seja, o nosso pensamento articula-se através das palavras que construímos e passamos a nos comunicar por meio delas. O universo de palavras de um ser humano é dez mil vezes maior do que o de um macaco Rhesus e isto é o resultado da nossa capacidade de imaginação, que nos permite construir um rico mundo de idéias.

As palavras são idéias codificadas e são a matéria prima do nosso pensamento. Integrando palavras em frases, expressamos idéias e pensamentos. A lin-

¹⁹ Bronowski 1983, pag 33

²⁰ Bronowski 1983, pag. 23.

guagem humana é o testemunho da maneira como nosso pensamento lida com as idéias, articulando-as umas às outras na construção de significados. Nem sempre existe uma correlação direta entre os significados presentes no mundo das idéias com aqueles do mundo real. Neste caso, estamos no domínio exclusivo da imaginação. Imaginação ou realidade, a linguagem deve ser entendida como a forma que temos de **estruturar nosso pensamento**.

IV. Matemática, linguagem do mundo da ciência

Ao dizer que a Matemática se constitui na linguagem da ciência, devemos analisá-la como expressão de nosso próprio pensamento, e não apenas como instrumento de comunicação. A Matemática é a maneira de estruturarmos nossas idéias sobre o mundo físico, embora possa em determinados momentos se assemelhar a uma simples descrição de objetos. Neste sentido, pode-se pensar num uso *descritivo* p/ a linguagem matemática (próxima da idéia de linguagem de ordens de Bronowsk). Neste caso, admite-se um mundo físico previamente estruturado, descrito através de resultados anteriores da pesquisa científica. No entanto, sua maior importância está no papel *estruturante* que ela pode desempenhar quando do processo de produção de objetos que irão se constituir nas interpretações do mundo físico. Ao buscar entender as mudanças na nossa visão de mundo produzidas pelas modernas teorias científicas, somos levados a crer que não há uma estruturação tão rígida no mundo, a ponto de conferir solidez absoluta às nossas tentativas de interpretá-lo. Ou seja, todos os produtos da pesquisa científica são frutos de tentativas de estruturas de representações sobre o mundo e sofrem modificações de tempos em tempos. As epistemologias realistas devem deixar margem para que parte da estruturação do mundo seja obra da imaginação científica. A realidade não é ponto de partida, mas de chegada das interpretações científicas.²¹ () Neste processo, a Matemática, enquanto linguagem, empresta sua própria estruturação ao pensamento científico para compor os modelos físicos sobre o mundo. Estas são em última instância, estruturas conceituais que se relacionam ao mundo, mediadas pela experimentação. (Bunge, 1974) A escolha da Matemática enquanto veículo estruturador da ciência reside, entre outras coisas, nas suas características de **precisão**, **universalidade** e principalmente **lógica dedutiva** (possibilidade de previsibilidade). Bachelard já afirmava que a força da Matemática reside no fato dela ser "um pensamento seguro de sua linguagem"²².

O trabalho do cientista é melhor entendido como o de elaborador de estruturas conceituais adequadas a representar a realidade. Se pudermos comprovar, por meio de experiências, a adequação de uma estrutura conceitual, então estamos de posse de conhecimentos *verdadeiros* sobre o mundo e em condições de discorrer so-

²¹ Paty 1993, cap. IX.

²² Citado por Paty 1989, pag. 236, nota 17.

bre a sua realidade. Reavaliações são sempre necessárias, pois a adequação de tais estruturas é sempre parcial. As insuficiências das estruturas conceituais criadas pela ciência se configuram como projetos de pesquisa a serem executados.

Um *realista* pode até conjecturar sobre a existência de uma estruturação própria para o mundo. Mas será prova de bom senso admitir que não lhe é possível apreendê-la de forma neutra, sem uma participação ativa de seu espírito²³. Não há sentido em se atribuir à linguagem, seja ela matemática, seja qualquer outra, papel descritivo. Ela se constituirá num meio de dar forma às idéias que poderão, eventualmente, tornar o mundo compreensível. No caso geral da linguagem empregada pelo homem, as palavras são idéias; nas ciências os conceitos têm esta função. A gramática, ortografia, sintaxe e outras características da análise lingüística são formas de se articular palavras para exprimir nosso pensamento. Na ciência precisamos de regras equivalentes, pois de outra forma ser-nos-ia impossível elaborar e exprimir nossos pensamentos de forma clara, para nós mesmos e para os outros. A Matemática, por ser uma linguagem, dispõe de tais "regras" que permitem vincular os conceitos. A geometria euclidiana, com seus axiomas e teoremas, é um exemplo de linguagem matemática amplamente utilizada na Física clássica. A álgebra vetorial é outra linguagem matemática de muito uso na Física atual. A diversidade de linguagens matemáticas leva os franceses a se referirem a ela no plural (Matemáticas). Cada uma delas se estrutura de forma diferente, com gramática, sintaxe e ortografia próprias. Aqui cabe uma analogia entre as diversas línguas existentes no mundo. Todas se prestam a expressar o pensamento, mas quem fala mais de uma língua sabe que algumas idéias melhor se exprimem numa língua do que em outras. Em Português exprime-se, com precisão o sentimento de "saudade" através de uma única palavra. Em Francês, deve se usar uma expressão para o mesmo fim (*Elle me manque* - sinto falta dela). Não há em Francês, nem em Inglês, uma palavra que possa englobar tal significado. Isto nos leva a pensar que algumas idéias são mais facilmente constituídas numa língua do que em outras. Isto talvez revele uma importância relativa de tais idéias, assunto que se encontra fora dos propósitos deste trabalho.

Outro exemplo lingüístico, mais próximo do uso científico, se refere à forma como nos expressamos sobre propriedades de coisas no mundo. Não deve existir, em português, mais de 10 significados associados à cor branca²⁴. Dizemos branco neve, branco gelo, branco pérola. Os Esquimós, por sua vez, definem mais de 70 tipos de branco. Com certeza está característica se relaciona ao meio em que vivem. Seu pensamento e linguagem tiveram de se adaptar ao mundo gelado que habitam; no Ártico, estruturar idéias de forma a lidar com vários tipos de "brancos" separa a vida da morte, pois gelo fino pode ser diferenciado de gelo grosso pela cor! Poderíamos

²³ Ver Pietrocola 1999.

²⁴ Talvez hoje com o advento das máquinas de produção de tintas por computador haja mais do que isto. Mas as cores neste caso são expressas em código e não em palavras.

discorrer inclusive sobre a questão da percepção visual e sua vinculação com o contexto. Deste exemplo, fica claro que a observação neutra é um mito, ou melhor, uma construção da ciência, fruto da busca pela universalidade.

Para se ter idéia de como a linguagem matemática se adapta aos objetivos da ciência tomemos um exemplo particular. Os fenômenos do mundo físico podem ser entendidos como manifestação de interações entre os corpos. Esta constatação dá origem a uma série de perguntas, do tipo "por que" e "como" interagem. Parte das respostas se apóiam no conceito força. A princípio poderíamos pensar se tratar de uma constatação direta, pois esta parece ser uma idéia construída com base na experiência diária do homem, nos esforços exercidos sobre os objetos que o cercam.²⁵ Mas o conceito físico de força não é apenas uma tradução de algo presente no mundo como os esforços realizados no cotidiano. Força é uma idéia muito mais complexa, pois envolve características específicas, como direção e sentido, submetendo-se a princípios como o de ação-e-reação. Tais características não estão presentes nos *esforços musculares* feitos pelo homem sobre os objetos materiais. Não há, de fato, nenhuma situação tirada do mundo que possa representá-la perfeitamente. O conceito de força habita nossa mente na forma de uma idéia e aí reside a dificuldade em exprimi-la. Isto é tanto verdade, que temos dificuldade em ensinar este conceito nos cursos. Apelamos para metáforas e analogias, aplicações e exemplos. Em geral, a diferenciação formal se torna eficiente quando já se tem alguma idéia sobre este conceito e pode-se utilizá-lo para interpretações de situações. A idéia de força só fica clara usando outras idéias. Fazendo conexões com outros conceitos posso dar forma a esta idéia e com ela produzir entendimento sobre características dos corpos no mundo físico. Assim, digo que numa interação gravitacional entre corpos há o aparecimento de duas forças, de mesma direção e sentidos contrários. A direção é aquela que liga os centros de massa dos dois corpos. A intensidade da força é inversamente proporcional ao quadrado da distância entre eles. A idéia "força", para ter sentido, precisou explicitamente do auxílio de outras idéias, como *massa*, *direção*, *sentido*, *intensidade*, *distância*, além de várias outras implícitas, como tempo, espaço, simetria etc.

O valor de um pensamento conceitual reside no fato de que as idéias por ele criadas podem ser articuladas entre si formando teorias. (Bunge, 1974) Da mesma forma, a linguagem constitui-se justamente na capacidade de inter-relacionar idéias de modo a dar-lhes significados individuais muito precisos. A linguagem permite que, ao nos depararmos com determinada situação do mundo, possamos produzir um entendimento sobre elas através do bom uso das idéias. Neste sentido, toda linguagem é um conjunto articulado de idéias.

Os conceitos são idéias estabilizadas pelo uso e "tijolos" do pensamento científico. Carga, massa, distância, força, campo, potencial, energia, além de espaço,

²⁵ Isabelle Stengers se refere ao processo de produção de conceitos científicos como metáforas que se estabilizaram ao longo dos anos. Ver Stengers, apud Fourez 1994, cap. 4.

tempo, velocidade são conceitos muito importantes do pensamento físico. Todavia, esses conceitos sozinhos nada podem e só ganham sentido quando vinculados uns aos outros, ou seja, quando presentes no interior de uma teoria. No interior delas encontramos as leis físicas. Nas teorias, os conceitos se entrelaçam formando verdadeiras *redes conceituais*.²⁶ Devido à sua organização interna, lógica e coerente, as teorias são mais que simples agrupamentos de conceitos, constituindo-se em estruturas. As estruturas conceituais têm propriedades específicas: são **autoconsistentes**, isto é, estão livres de contradição internas; são **autocontidas**, isto é as definições de elementos nelas contidas começam e sempre terminam em seu interior e não fora dele, desta forma bastando-se a si mesma; **são coerentes**, isto é, não permitem contradições no seu domínio de validade.²⁷ As estruturas se caracterizam por definirem contexto de explicação para os conceitos. O sentido de um conceito não está nele próprio, mas na sua relação com os demais conceitos pertencentes à estrutura.²⁸ Robilotta exemplifica o aspecto cíclico das definições ao dizer que "... para se saber eletrostática é preciso se conhecer bem o campo elétrico, o que só é possível ao se saber eletrostática".²⁹ Nesse sentido, é impossível definir um conceito físico qualquer sem ultrapassar o seu limite individual de significado e passar a considerar as relações que ele estabelece com os demais conceitos pertencentes à estrutura teórica.

A evolução da ciência resultou na expressão dos conceitos em linguagem Matemática. As idéias da ciência ganham significado se interconectando em estruturas matemáticas. A linguagem matemática, com suas regras e propriedades, tornam as teorias científicas capazes de pensar o mundo. Toda teoria científica é, desta forma, um conjunto de conceitos, cuja estruturação é eminentemente matemática. Neste sentido, ela não tem como função apenas melhorar a precisão das definições da ciência, como se poderia crer. A linguagem dos vetores empresta ao conceito de força sua estruturação para que ele possa ser definido enquanto conceito físico. A flecha colocada acima da letra \vec{F} indica que se trata de uma grandeza com direção e sentido. A linguagem vetorial dispõe de uma gramática, sintaxe e ortografia próprias que são os axiomas, teorema, lemas, regras de aplicação etc. Um conceito físico como a Força, ao ser identificado à grandeza vetorial \vec{F} , passa a se submeter a todas as suas regras de linguagem. Torna-se difícil expressá-lo de outra forma, por exemplo, através da linguagem escrita comum. Os livros didáticos refletem as dificuldades desta empreitada, sendo uma espécie de dicionário entre a linguagem comum e a linguagem dos vetores.

A Matemática se constitui numa linguagem dentre várias outras linguagens a nossa disposição para estruturar nosso pensamento. Ela provou, ao longo dos

²⁶ Robilotta 1985, 1988.

²⁷ Robilotta 1988, Pietrocola, 1993.

²⁸ Giordan 1983.

²⁹ Robilotta 1988.

séculos, sua excepcional capacidade de dar suporte ao nosso pensamento sobre o mundo. Na ciência atual, nos domínios do muito rápido, do muito pequeno e do grande, do muito antigo (universo primordial) ou do muito futuro (da evolução do universo), nossa linguagem comum é impotente para interpretar o mundo. Segundo Paty, "...a Física passou a substituir as determinações do real dado na experiência por esses conceitos "abstratos-construídos" que se impunham explicitamente nas teorias da Relatividade, na Mecânica Quântica e nas teorias atuais da matéria elementar"³⁰. Nestes domínios, a Matemática impera solitária, amparando nosso pensamento para atingir o entendimento do mundo. Sem ela seríamos como cegos tateando num mundo repleto de cores.

V. Implicações didáticas e considerações finais

Iniciamos esse trabalho pela análise da tendência em atribuir os fracassos no ensino de Física à falta ou deficiência de formação Matemática dos alunos. Como procuramos argumentar no início deste texto, esta forma de conceber o conhecimento matemático coloca-se como algo preliminar à aprendizagem da Física, atribuindo-lhe implicitamente o papel de mero descritor do real. O que parece importante extrair como implicações didático-pedagógicas deste trabalho diz respeito a uma mudança de postura epistemológica dos educadores científicos em geral com respeito à forma de apresentar a Matemática nos cursos de Física. Se a matemática é a linguagem que permite ao cientista estruturar seu pensamento para apreender o mundo, o ensino da ciência deve propiciar meios para que os estudantes adquiram esta habilidade. Não parece que um mero domínio operacional dos conteúdos matemáticos seja capaz de permitir a incorporação de tal habilidade.

Nessa direção de muito pouco ou de quase nada, interessa a vivência isolada do aluno no contexto próprio da Matemática, sem um esforço específico de introduzi-lo na "arte" da estruturação do pensamento através da Matemática. Esse tipo de habilidade não é "inata" nos indivíduos, mesmo para aqueles que já operam a Matemática enquanto ferramenta. Vale lançar mão mais uma vez da história da ciência para chamar a atenção para o fato de que muitos sábios da Antigüidade e da Idade Média, apesar de bons matemáticos, não utilizaram-na sistematicamente na interpretação dos fenômenos. Eles apreenderam-nos valendo-se de outras formas de linguagem. As teorias científicas, da forma como as conhecemos hoje, só vieram a ocorrer por volta do século XVII, com Galileu, Kepler e outros. Historiadores e epistemólogos mostraram a dificuldade que foi aceitar o papel da Matemática como mediador de nosso pensamento na apreensão dos fenômenos, constituindo-se em um *obstáculo epistemológico* a ser ultrapassado no desenvolvimento das ciências experimentais.³¹

³⁰ Paty 1989, pag. 235.

³¹ Neste sentido, ver Paty 1989 e Kuhn, 1976.

Os cientistas modernos incorporaram essa prática como um valor de base nos padrões que guiam a pesquisa. Desde então, gerações de cientistas, físicos em particular, têm se submetido a um processo de formação que inclui a modelização matemática cuja consciência, muitas vezes, só ocorre quando se iniciam nas pesquisas.

A minha experiência como professor de Física do Ensino Médio e universitário tem me mostrado que não basta ao aluno conhecer a Matemática no seu campo próprio de validade para obter um bom desempenho em Física. Isto é, não é suficiente conhecê-la enquanto “ferramenta” para poder utilizá-la como estruturante das idéias físicas sobre o mundo. Este fato parece exemplificar a conclusão extraída da análise epistemológica realizada anteriormente. Ao concebermos a apreensão do real como fruto de um processo de interação dialética entre abstrato e concreto, entre teórico e empírico, não há como evitar o tratamento da Matemática como elemento que participa, com sua especificidade própria, do contexto da construção do conhecimento. Assim, um dos atributos essenciais ao educador com relação a esta questão é perceber que *não se trata apenas de saber Matemática para poder operar as teorias Físicas que representam a realidade, mas de saber apreender teoricamente o real através de uma estruturação matemática.*

Está fora dos objetivos deste trabalho discutir as alternativas metodológicas para revestir a matemática de uma função estruturante no ensino da Física. Porém, podemos fornecer alguns indicadores neste sentido.

Máximo e Alvarenga (1992) num texto didático parecem preocupados com este ponto, permitindo entrever uma função estruturadora para a linguagem matemática no pensamento físico nos termos mencionados neste trabalho. O segundo capítulo desta obra é dedicado ao estudo das relações entre grandezas físicas e as funções passíveis de representá-las através de tabelas, gráficos e expressões algébricas. São tratadas diversas funções matemáticas, como a proporção direta, variação linear entre outras. Na justificativa para o professor, lemos o seguinte trecho:

Para um desenvolvimento satisfatório de qualquer curso de Física, os conhecimentos apresentados neste capítulo são indispensáveis. Por esse motivo ressaltamos que ele não pode ser omitido da programação. Embora as idéias aqui analisadas sejam habitualmente estudadas pelos alunos em cursos de Matemática, nossa experiência tem demonstrado que, geralmente, a abordagem usada em tais cursos não é apropriada às necessidades de um curso de Física. Assim, é necessário que o estudante tenha uma visão do conteúdo deste capítulo, sob o enfoque aqui apresentado.³²

³² Máximo e Alvarenga 1992, pag. 34.

Os autores parecem ter consciência da importância de bem estabelecer o papel da matemática na aprendizagem da Física, embora isto fique apenas claramente colocado neste capítulo inicial da obra. Em termos das pesquisas atuais diríamos que os autores realizam uma discussão sobre *modelização matemática*.³³

Para o contexto do ensino de Física, uma modelização matemática precisa incorporar de forma explícita o domínio empírico, ou seja, envolver atividades experimentais. Uma boa atividade modelizadora deveria necessariamente se preocupar na passagem dos dados brutos contidos numa observação, até uma representação conceitual de um fenômeno focado. Nesta direção, Pinheiro (1996) apresenta propostas de atividades para introduzir os estudantes do Ensino Básico na prática de modelização matemática de fenômenos naturais através de atividades experimentais.³⁴ Este tipo de proposta enfrenta dificuldades para ser implementada no contexto escolar, pois esbarram na rigidez dos currículos e na excessiva ênfase colocada no conteúdo a ser transmitido nas disciplinas e na forma tradicional de conceber o ensino de Física neste nível, como seqüências de problemas fechados de solução única. Passar a estruturar nosso pensamento com base nas linguagens que a Matemática oferece passa a ser um *objetivo-obstáculo*³⁵, a ser enfrentado pela didática da Física.

Será objetivo de outro trabalho avaliar a efetividade de propostas que incorporem o caráter estruturante da matemática no ensino de Física e indicar os melhores caminhos para ultrapassar as dificuldades decorrentes das relações entre o conhecimento matemático e físico.

Bibliografia

- ASTOLFI, J. P. 1994, “El trabajo didático de los obstáculos en el corazón de los aprendizajes científicos”, *Enseñanza de las ciencias*, 1994, 12(2), 206 – 216, 1994.
- BACHELARD, G. 1938, *La formation de l'esprit scientifique*. Paris: Vrin, 1989.
- BASSANEZI, R.C. 1994, A modelagem matemática. *Dynamis Revista tecnocientífica*, Furb, Blumenau, 1994, 1(7).
- BRONOWSKI, J. 1983, *Arte e Conhecimento*, edit. Martins Fontes, 1983.
- BONJORNO, R., BONJORNO, J. R., BONJORNO, V. E RAMOS, C. 1992, *Física*, editora FTD, São Paulo, SP, 1992.
- BUNGE, M. 1974, *Teoria e Realidade*, Perspectiva, São Paulo, 1974.

³³ Ver Bassanezi, 1994.

³⁴ Pinheiro 1996.

³⁵ Ver Martinand 1986 e Astolfi 1994

- CHALMERS, A. 1993, *O que é a ciência afinal?* Brasiliense, São Paulo, 1993.
- CHEVALLARD, Y. 1985, *La transposition didactique: du savoir savant au savoir enseigné*, La pensée Sauvage, Grenoble, 1985.
- GIORDAN, A. 1983, *L'élève et/ou les connaissances scientifiques*, Peter Lang, Paris, 1983.
- FOUREZ, G. 1994 *Alfabetização científica e técnica. Essai sur les finalités de l'enseignement des sciences*. Belgica, De Boeck Université, 1994.
- JOSHUA, S., DUPIN, J.J. 1993, *Introduction à la didactique des sciences et des mathématiques*, PUF, Paris, 1993.
- KNELLER, G., *A ciência como atividade humana*, Rio de Janeiro, Zahar, São Paulo, Edusp, 1980.
- KUHN, T. 1976, "Matemática vs tradição experimental no desenvolvimento da Física", *Journal of Interdisciplinary History*, 7, 1-31, 1976.
- LAKATOS, E. 1970, *Criticism and the growth of knowledge*, Cambridge University Press, Cambridge, 1970.
- MARTINAND, J. L. 1986, "Enseñanza y aprendizaje de la modelización". *Enseñanza de las Ciencias*, 4(1), pag. 45, 1986.
- MATTHEWS, M. 1994, *Science teaching: the role of history and philosophy of science*, Routledge, New York and London, 1994.
- MÁXIMO, A., ALVARENGA, B. 1992, *Curso de Física*, 3 volumes, editora Harbra, SP, 3ª edição, 1992.
- PATY, M. 1989, *Matéria roubada*, Edusp, SP, 1995.
- _____ 1993, *Einstein Philosophe*, PUF, Paris, 1993.
- PEDUZZI, L. e PEDUZZI, S. (2001) "Sobre o papel da resolução literal de problemas no ensino da Física: exemplos em Mecânica", in Pietrocola (org.), *Ensino de Física: conteúdo, metodologia e epistemologia numa abordagem integradora*, INEP, Editora da UFSC, SC, 2001.
- PIETROCOLA, M. 1993, *A história e a epistemologia no ensino da Física: aspectos individual e coletivo na construção do conhecimento científico*, Mimeo, 1993.

PIETROCOLA, M, 1999, "Construção e Realidade: o realismo científico de Mário Bunge e o ensino de ciências através de modelos", *Investigações Científicas*, Instituto de Física, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, Brasil Vol. 4, N. 3, dezembro de 1999.

PINHEIRO, T. 1996, Aproximação entre a ciência do aluno na sala de aula da primeira série do segundo grau e a ciência dos cientistas: uma discussão, Dissertação de Mestrado, CED, UFSC, 1996.

RAMALHO, F., SANTOS, J.I.C., FERRARO, N.G. SOARES, P.A. T: 1979, *Os Fundamentos da Física*, Editora Moderna, 1979, 3ª edição, São Paulo.

ROBILOTTA, M. 1985, *Construção e realidade no ensino de física*. Mimeo, IFUSP, São Paulo, Brasil.

_____ 1988, "O Cinza, O Branco e o Preto - da Relevância da História da Ciência no Ensino da Física". *Caderno Catarinense de Ensino de Física*, 5 (especial).