GRANDEZAS FÍSICAS PARA EXEMPLIFICAR A FUNÇÃO AFIM

Ricardo Avelar Sotomaior Karam – rkaram@ced.ufsc.br
(Mestre em Educação Científica e Tecnológica – UFSC)

Introdução

Comecei minha carreira de professor lecionando Matemática para a 8ª série. Seis meses depois, devido a uma necessidade da escola em que trabalhava, assumi também a disciplina de Física em algumas turmas de Ensino Médio. Assim, há aproximadamente 10 anos, tenho lecionado simultaneamente essas duas disciplinas.

Como professor de Matemática, passei a utilizar exemplos da Física para contextualizar os conceitos matemáticos trabalhados em sala e, como professor de Física, sentia constantemente a necessidade de rever fundamentos da Matemática para que os alunos compreendessem a modelagem de fenômenos físicos. Essa experiência também me fez perceber que, tradicionalmente, os currículos dessas duas disciplinas são independentes fazendo com que os estudantes não percebam as relações entre elas. As funções matemáticas são essenciais para a representação de relações entre grandezas físicas, a trigonometria é extensamente utilizada na decomposição de vetores, a geometria é fundamental em várias áreas da Física como a Hidrostática e a Óptica, enfim, existem inúmeros exemplos.

Dessa forma, acredito ser possível e necessária uma maior integração entre a Física e a Matemática no Ensino Médio, pois penso que a utilização de grandezas e fenômenos físicos pode auxiliar na compreensão de objetos e conceitos matemáticos. Os parâmetros curriculares para o Ensino Médio, já apontam para esta integração:

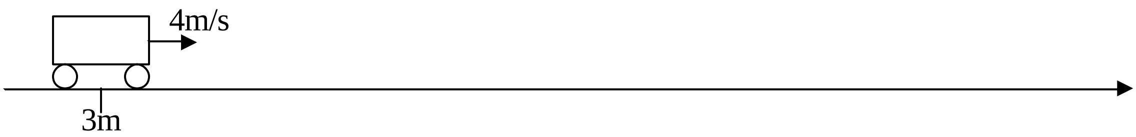
> As características comuns à Biologia, à Física, à Química e à Matemática recomendam uma articulação didática e pedagógica interna à sua área na condução do aprendizado, em salas de aula ou em outras atividades dos alunos. [...] Uma organização e estruturação conjuntas dos temas e tópicos a serem enfatizados em cada etapa também facilitarão ações integradas entre elas, orientadas pelo projeto pedagógico da escola (PCNEM+, 2002, p.23).

Alguns trabalhos têm apontado as dificuldades apresentadas pelos alunos em transitar nas diferentes formas de representação de funções [1] e outros têm buscado uma relação entre a noção de função e conceitos da Física, [2]. Neste artigo, apresento exemplos de como a abordagem de relações entre grandezas físicas pode auxiliar na construção do significado dos coeficientes de uma função afim.

Exemplo 1: Relação entre posição e instante de tempo

A Cinemática é a parte da Física que estuda a descrição matemática dos movimentos. Por não envolver leis físicas, a ênfase neste conteúdo tem sido alvo de críticas por parte dos pesquisadores em ensino de Física. Entretanto, trata-se de um conteúdo interessante para contextualizar o tema funções em Matemática.

Imaginemos uma situação: um carro encontra-se inicialmente na posição 3m de uma estrada retilínea e se desloca com velocidade constante de 4m/s. Podemos determinar posição em que ele se encontra a cada instante de tempo.

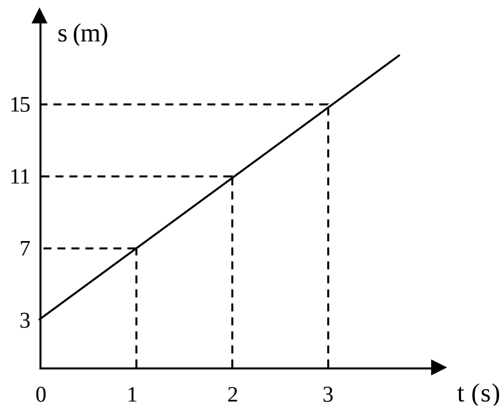


O que significa dizer que a velocidade do carro é sempre de 4m/s? Ora, interpretando o significado da unidade, sabemos que o móvel percorre uma distância de 4m **a cada segundo**. Assim, concluímos que no instante 1s sua posição será 7m (3 + 4), 2s será 11m (7 + 4) e assim sucessivamente. Podemos representar a relação entre a posição (s) do carro e o instante de tempo (t) de diversas maneiras:

Tabela

t (s)	**0**	**1**	**2**	**3**
s (m)	**3**	**7**	**11**	**15**

Gráfico



Função

s = 4t + 3

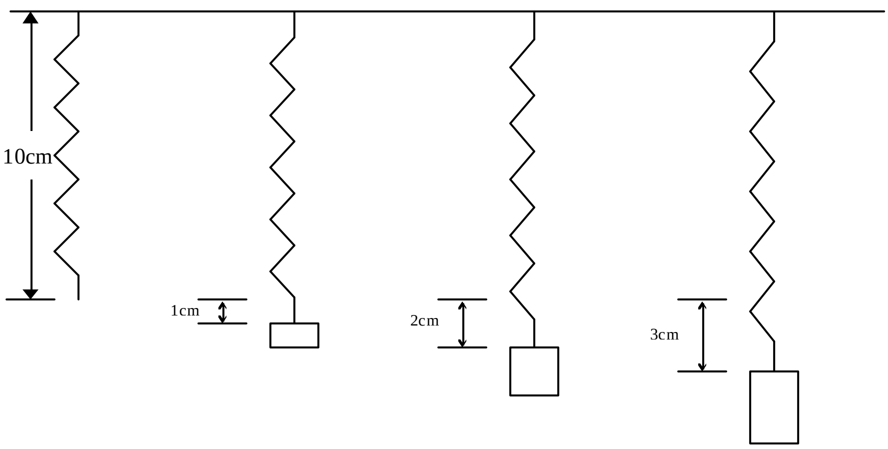
Trata-se, naturalmente, de uma função do afim (f(x) = ax + b). Evidencia-se assim, através de um exemplo concreto, que o termo independente (b) está associado à posição inicial do móvel, ou seja, é o valor de **s** para **t** = 0 e que o coeficiente (a) que multiplica a variável dependente representa a taxa de variação da posição, isto é, a velocidade do móvel (4m/s).

Este exemplo pode ser mais trabalhado. Variando os valores de velocidade e/ou posição inicial, utilizando inclusive valores negativos, pode-se interpretar a influência dos valores de *a* e *b*. O domínio e a imagem da função também podem ser debatidos; tem sentido um instante de tempo negativo? Um outro movimento estudado na Cinemática é o chamado Uniformemente Variado (MRUV), no qual a aceleração é constante. Uma relação entre velocidade e tempo pode ser feita de maneira semelhante neste caso. A velocidade inicial do móvel representa o termo independente, enquanto que a aceleração representa o coeficiente *a*. Montagens experimentais semelhantes ao chamado carrinho de Fletcher podem ser utilizadas como material concreto. Outras abordagens ficam por conta da imaginação do professor.

Exemplo 2: Relação entre deformação e força elástica

Um dos efeitos da aplicação de forças é a deformação. Em Estática, parte da Física que estuda as condições de equilíbrio dos corpos, a análise da relação força × deformação é fundamental para o dimensionamento de estruturas e para a escolha dos materiais mais adequados para os diversos tipos de esforços como tração, compressão, flexão ou torção. Em 1660, o físico inglês Robert Hooke (1635-1703) descobriu experimentalmente que, dentro de certos limites, a deformação de um corpo é diretamente proporcional à força exercida sobre ele.

Para entendermos melhor essa relação, que ficou conhecida como lei de Hooke, imaginemos a seguinte situação: uma mola de peso desprezível, que possui 10cm de comprimento quando relaxada, é presa verticalmente por uma de suas extremidades como ilustra a figura abaixo. Um bloco de 50g massa é preso na mola, fazendo com que seu comprimento aumente para 11cm, ou seja, deformando-a de 1cm. Considerando válida a lei de Hooke, qual é a deformação na mola, caso suspendêssemos um bloco de 100g de massa? Como a força que tenciona a mola dobrou, sua deformação também será duas vezes maior. Dessa forma, podemos prever que a deformação (x) da mola será de 2cm para um bloco de 100g, 3cm para um de 150g e assim sucessivamente (ver figura). A relação entre o peso do bloco suspenso e a deformação provocada por ele é denominada constante elástica da mola (K). Para o exemplo abaixo, a constante K vale 50gf/cm[1], o que significa que são necessários 50gf de peso **para cada centímetro** de deformação.



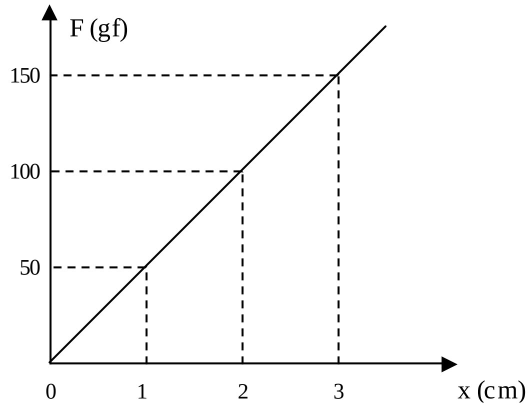
Representando a relação entre força (F) e deformação (x) da mesma forma que o exemplo anterior:

Tabela

x (cm)	**0**	**1**	**2**	**3**
F (gf)	**0**	**50**	**100**	**150**

[1] Massa e peso são grandezas distintas na Física. 1gf, por convenção, é o peso de um corpo de 1g de massa localizado no nível do mar e a 45° de latitude. Considerando a aceleração da gravidade igual a $10m/s^2$, a constante também pode ser de 0,5N/cm.

Gráfico



Função

F = 50x

Percebe-se que neste caso a função não possui termo independente (ou seja, trata-se de uma função linear), uma vez que se a mola não estiver deformada (x = 0), ela não estará sujeita a nenhuma força (F = 0). O coeficiente *a* (taxa de variação da função) é 50 indicando que são necessários 50gf de força para cada centímetro de deformação.

Esta atividade também permite uma abordagem mais ampla. A variação da constante elástica da mola evidencia a influência do valor de *a* para a função e permite relacioná-lo com a inclinação da reta no gráfico. Neste exemplo, utilizamos um esforço de tração, e valores negativos de **x** podem ser interpretados como se a mola estivesse sujeita a um esforço de compressão. Uma interessante atividade concreta também pode ser desenvolvida. Utilizando um copo de plástico, um elástico e uma escala graduada, os alunos podem construir uma balança (dinamômetro) rudimentar. Para isso, basta determinar a constante (K) do elástico colocando um peso conhecido no copo e medindo a deformação na escala (K = F/x). Assim, é possível determinar o peso de outros corpos relacionando com a deformação medida na escala (F = Kx). Vale ressaltar que a lei de Hooke é válida dentro de certos limites e que a partir daí, o dinamômetro não teria mais utilidade.

Exemplo 3: Relação entre quantidade de calor e temperatura

Embora muitas vezes considerados sinônimos na linguagem do dia-a-dia, calor e temperatura são conceitos cientificamente distintos. Temperatura é uma grandeza associada à energia interna de um corpo ou sistema; é uma forma de se medir macroscopicamente um comportamento microscópico. Através de um processo de comparação de estados fixos e interpolação, os físicos criaram as chamadas escalas termométricas que são utilizadas para a medição da temperatura. As mais conhecidas e utilizadas são as escalas Celsius, Kelvin e Fahrenheit[2].

Calor é uma forma de energia que pode ser transmitida entre dois corpos ou sistemas devido à diferença de temperatura entre eles. Para o mesmo estado físico, a

---

[2] A própria relação entre duas escalas termométricas também é representada por uma função afim, uma vez que a razão entre as variações de temperatura nas duas escalas se mantém constante para quaisquer intervalos. Por exemplo, $T_F = \frac{9}{5}T_C + 32$, onde T_F e T_C representam a temperatura em Fahrenheit e Celsius respectivamente.

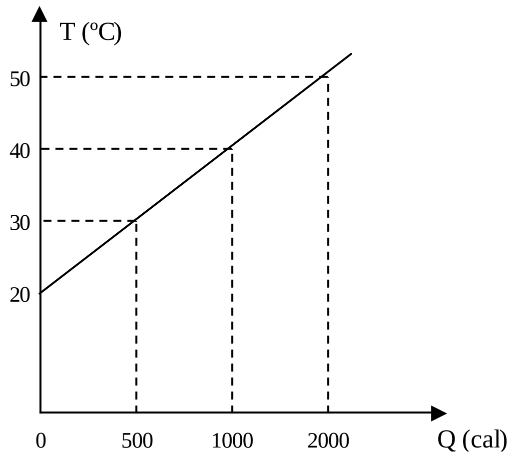
relação entre a quantidade de calor recebida ou cedida por um corpo e a variação de sua temperatura, denominada capacidade térmica (ou calorífica), é aproximadamente constante. Assim, também podemos representar a relação entre calor e temperatura por uma função afim.

Sendo **Q** a quantidade de calor recebida ou cedida por um corpo e **?T** a variação de temperatura nele provocada, sua capacidade térmica **C** é a quantidade de calor necessária para variar de um grau a sua temperatura, ou seja, $C = \frac{Q}{\Delta T}$. Essa mesma capacidade térmica pode ser obtida multiplicando a massa pelo calor específico da substância que constitui o mesmo. Imaginemos que um corpo, cuja temperatura inicial seja de 20ºC, receba calor de uma fonte térmica. Supondo que sua capacidade térmica seja de 50cal/ºC, podemos representar matematicamente uma relação entre a quantidade de calor absorvida por ele e sua temperatura.

Tabela

Q (cal)	**0**	**500**	**1000**	**1500**
T (ºC)	**20**	**30**	**40**	**50**

Gráfico



Função

$$T = \frac{1}{50}Q + 20$$

O termo independente é 20 uma vez que esta é a temperatura inicial do corpo. À medida que este recebe calor, sua temperatura aumenta de 1ºC para 50cal fornecidas. Assim, o inverso da capacidade térmica representa a taxa de variação da função, ou seja, a temperatura varia de 0,02ºC **por caloria** de energia. Quanto maior a capacidade térmica, e isso significa mais massa e/ou substância de maior calor específico, menor será o ângulo da reta, pois o corpo precisará de mais energia para a mesma variação de temperatura. Valores negativos de **Q** significam que o corpo perdeu calor e, conseqüentemente, sua temperatura deverá diminuir.

Conhecendo a potência da fonte térmica, pode ser feita uma relação entre a temperatura e o tempo de aquecimento. Supondo que a fonte tenha uma potência constante de 100cal/s, a função descrita anteriormente fica T = 2t + 20 significando que a temperatura aumentaria de 2ºC a cada segundo. Com um termômetro e um relógio esta experiência poderia ser simulada em sala.

Considerações Finais

Tradicionalmente a função afim é apresentada da forma y = ax + b. O coeficiente *a* representa a variação de y (variável dependente) quando x (variável independente) varia de uma unidade, porém isso nem sempre fica claro para o estudante. As relações deduzidas nos três exemplos permitem uma interpretação do significado deste coeficiente a partir da análise das unidades de grandezas físicas. Em s = 4t + 3, a velocidade do móvel de 4**m/s** indica a variação de **s** quando **t** varia de uma unidade, da mesma forma em F = 50x, a constante elástica de 50**gf/cm**, representa a variação de **F** quando **x** varia de uma unidade e no terceiro exemplo 0,02ºC/cal e 2ºC/s têm o mesmo significado. Assim, ao propor uma função genérica como y = 2x + 3, o 2 é encarado como a variação de y quando x varia de uma unidade. O termo independente representa o valor de y quando x = 0 e foi representado nos exemplos como sendo a posição inicial do móvel, a deformação da mola quando relaxada ou a temperatura inicial do corpo.

Os modelos matemáticos são essenciais para a descrição de fenômenos físicos. A Matemática fornece um conjunto de estruturas dedutivas, por meio das quais se expressam as leis empíricas ou os princípios teóricos da Física [3]. Entretanto, quando os modelos são confrontados com a experiência, como nos exemplos práticos sugeridos, fatores como a imprecisão de instrumentos ou a própria incerteza, inerente a todo processo de medida, evidenciam a incapacidade dos mesmos em descrever a realidade. Para Bunge [4], todo modelo é parcial, já que a observação, a intuição e a razão, que são componentes do trabalho científico, não permitem, por si mesmas, o conhecimento do real.

Apesar de reconhecer as diferenças entre o fazer matemático, que não necessita de vínculo imediato com a realidade, e o fazer científico, que se utiliza de modelos matemáticos para obter representações de realidade, penso que a integração dessas duas áreas no contexto escolar pode trazer bons resultados para prática didático-pedagógica.

[1] SIERPINSKA, A. On understanding the notion of function. In: **The concept of function: aspects of epistemology and pedagogy**. Guershon Harel and Ed. Tubinsky, Mathematical Association of America, v.95, 25-58, 1992.

[2] LOPES, J. P. Fragmentações e aproximações entre matemática e física no contexto escolar: problematizando o conceito de função afim. 2004. Dissertação (Mestrado em Educação Científica e Tecnológica) - Universidade Federal de Santa Catarina.

[3] PINHEIRO, T.F.; PIETROCOLA, M.; PINHO-ALVES, J. Modelização de variáveis: uma maneira de caracterizar o papel estruturador da Matemática no conhecimento científico. In: **Ensino de Física: conteúdo, metodologia e epistemologia numa concepção integradora**. Florianópolis: Editora da UFSC, 2001.

[4] BUNGE, M. **Teoria e realidade**. São Paulo: Perspectiva, 1974.