

ANÁLISE DE CONCORDÂNCIA EM RANKINGS INCOMPLETOS COM EMPATES POR MEIO DE REDES COMPLEXAS

Antonio Carlos dos Santos Junior

Prof. Dr. Esteban Fernandez Tuesta

1. Introdução

O problema do estudo de sequências de rankings é conhecido na literatura. Alguns exemplos conhecidos são o estudo dos rankings fornecidos por clientes de acordo com a preferência de certos produtos, os rankings de n juízes para m objetos, os rankings dinâmicos de sequências de classificações em disputas esportivas, ou rankings de avaliação de performance esportiva ou performance artística.

Há uma série de trabalhos que tem como objetivo modelar matematicamente alguns aspectos dos rankings ou sequências de rankings, tais como competitividade (CRIADO et al., 2013), limiares de separação entre objetos na construção de rankings, especialmente quando a pontuação atribuída é contínua e de pouca diferença entre os objetos (PEDROCHE et al., 2015), uso do coeficiente de Kendall para ordenamentos parciais e incompletos (FRANCHESCHINI; MAISANO, 2020), formas gráficas para facilitação da análise de concordância (VIDMAR e RODE, 2007), entre outros.

A principal medida de concordância foi apresentada por Kendall e Babington-Smith (1939) e é definida observando-se o julgamento de n juízes sobre m objetos.

Neste trabalho, é feito um estudo, com base em conceitos relativos a redes complexas, sobre a análise de concordância em rankings incompletos, nos quais podem haver lacunas de julgamento, isto é, subconjunto de elementos que não são classificados (pontuados) ou não estão presentes em alguns dos rankings devido a, por exemplo, falta de conhecimento adequado sobre objetos ou assuntos, ou também, quando o conjunto a ser classificado é tal que não permite que um mesmo indivíduo classifique ou construa um ranking com todos os objetos. Os rankings incompletos podem também existir nos casos em que o conjunto de n objetos é muito grande, não possibilitando a avaliação de todos os objetos por todos os juízes, ou quando um juiz não se considera habilitado para avaliar algum objeto.

2. Objetivos

Os objetivos deste trabalho de pesquisa são:

- Desenvolver um modelo para análise da concordância em rankings incompletos, os quais podem incluir empates;
- Elaborar uma forma de visualização gráfica para essa concordância.

A possibilidade de aplicação da metodologia de avaliação de concordância, tanto no aspecto prático como no desafio científico, são os principais elementos de motivação para a realização deste projeto.

3. Métodos

Neste trabalho, investigamos o problema dos rankings incompletos com empates. Considere uma classificação formada por n juízes $\{j_1, j_2, \dots, j_n\}$ que avaliam m objetos $\{o_1, o_2, \dots, o_n\}$.

Tabela 1 – Exemplo de ranking incompleto com empates

	o_1	o_2	o_3	o_4	o_5	o_6	o_7	o_8	o_9	o_{10}
j_1	1	2	3	4	4	5	6	7	8	9
j_2	4	1	-	-	5	2	6	8	3	7
j_3	5	2	3	4	7	6	10	9	8	1
j_4	-	4	5	6	-	7	3	2	1	-
j_5	3	4	-	2	1	5	6	7	-	8
j_6	2	2	9	1	7	6	3	5	4	5
j_7	1	3	2	5	4	7	6	10	9	8
j_8	2	-	1	5	-	3	-	4	-	6

Dependendo da quantidade de objetos, como observado no exemplo da Tabela 1, é possível que os n juízes não emitam algum tipo de avaliação para todos os m objetos. Nesse caso, faz-se necessário um processo de unificação dos elementos em uma classificação ordenada, seja por pontuação ou por posição. No primeiro caso, os valores dos pontos (ou ponderações) atribuídas gerarão uma classificação em que será possível estabelecer a distância entre dois objetos quaisquer na classificação. Para o segundo caso, o processo de classificação será o de unir um conjunto de classificações nominais para os objetos, resultando em uma classificação geral ordinal.

Para buscar soluções possíveis para esse problema, propõe-se modelá-lo a partir do conceito de rede de afiliação, conforme apresentado por Borgatti e Halgin (2011). Nesse modelo, é elaborado um grafo bipartido $G(V_1, V_2, E)$, com V_1 representando o conjunto de avaliadores ou juízes $\{j_1, j_2, \dots, j_n\}$, V_2 o conjunto de objetos avaliados $\{o_1, o_2, \dots, o_n\}$ e E , arestas ponderadas (dependendo do tipo de avaliação dada) que indicam a classificação de cada avaliador sobre cada objeto, cujos pesos se referem às posições (ou concordância das posições para o objeto o_i pelos diferentes juízes). Um exemplo simples pode ser visto na Figura 2, com $|V_1| = 4$ e $|V_2| = 5$ (ou seja, 4 avaliadores e 5 objetos avaliados). Todos os avaliadores $\{j_1, j_2, j_3, j_4\}$ avaliaram todos os objetos $\{o_1, o_2, o_3, o_4, o_5\}$, tratando-se de um grafo bipartido regular $K_{4,5}$, com as ponderações indicadas pelas posições dadas pelos juízes. Na Figura 3, não aparecem essas ponderações, pois, nessa representação, considera-se apenas se um juiz avaliou um objeto ou não.

Figura 2 – Exemplo de rede de afiliação com grafo ponderado

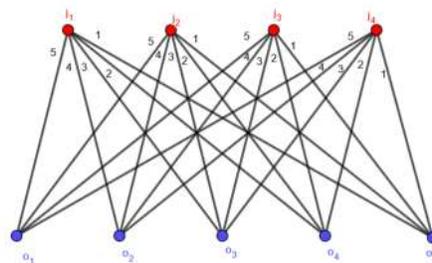
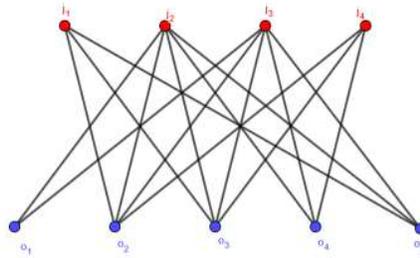


Figura 3 – Exemplo de rede de afiliação com grafo não ponderado



A partir dessa modelagem, métricas adequadas para caracterização dessa rede de afiliação estão sendo estudadas. Para se validarem essas métricas, tornou-se necessária a simulação de rankings (referência) com valores de coeficiente de concordância ou de correlação conhecidos.

Algumas métricas em fase de estudo dizem respeito aos conceitos relativos à complexidade econômica. Hidalgo e Hausmann (2009) estabelecem um método (Método das Reflexões) para caracterizar a estrutura de grafos bipartidos, cujos conjuntos de nós são formados por países e produtos exportados por esses países. A base para esse método envolve a avaliação de níveis observados de diversificação de um país (número de produtos exportados por aquele país) e a ubiquidade de um produto (número de países que exportam o produto).

Originalmente, como o próprio nome diz, esse método se refere majoritariamente à área socioeconômica, sendo aplicado em questões sobre crescimento econômico, desigualdade de renda, sustentabilidade e saúde e desenvolvimento humano, entre outras (HIDALGO, 2021). No entanto, busca-se uma devida adaptação desse método ao problema proposto trabalho, partindo, basicamente, das relações países – avaliadores e produtos – objetos avaliados.

Principais referências

BORGATTI, S.; HALGIN, D. Analyzing affiliation networks. In: *The Sage Handbook of Social Network Analysis*. Sage, 2011. p. 417–439. Disponível

em: https://www.researchgate.net/publication/238797464_Analyzing_Affiliation_Networks.

CRIADO, R.; GARCÍA, E.; PEDROCHE, F.; ROMANCE, M. A new method for comparing rankings through complex networks: model and analysis of competitiveness of major european soccer leagues. *Chaos: An Interdisciplinary Journal of Nonlinear Science*, v. 23, p. 043114–1 – 043114–10, 2013. Disponível em: <https://aip.scitation.org/doi/pdf/10.1063/1.4826446>.

FRANCHESCHINI, F.; MAISANO, D. A. F. Decision concordance with incomplete expert rankings in manufacturing applications. In: *Research in Engineering Design*. [s.n.], 2020. p. 471–490. Disponível em: <https://link.springer.com/article/10.1007/s00163-020-00340-x>.

HIDALGO, César A.; HAUSMANN, Ricardo. The building blocks of economic complexity. *Proceedings of the national academy of sciences*, v. 106, n. 26, p. 10570-10575, 2009. Disponível em: <https://www.pnas.org/doi/abs/10.1073/pnas.0900943106>.

HIDALGO, César A. Economic complexity theory and applications. *Nature Reviews Physics*, v. 3, n. 2, p. 92-113, 2021. Disponible em: <https://www.nature.com/articles/s42254-020-00275-1>.

KENDALL, M. G.; BABINGTON-SMITH, B. The problem of m rankings. *The Annals Of Mathematical Statistics*, p. 275–287, 1939. Disponible em: <https://www.jstor.org/stable/2235668?seq=1>.

PEDROCHE, F.; CRIADO, R.; GARCÍA, E.; ROMANCE, M.; SÁNCHEZ, V. E. Comparing series of rankings with ties by using complex networks: an analysis of the Spanish stock market (ibex-35 index). *Networks and heterogeneous media*, v. 10, n. 1, p. 101–125, 2015. Disponible em: <https://www.aims sciences.org/article/doi/10.3934/nhm.2015.10.101>.

VIDMAR, G.; RODE, N. Visualising concordance. *Computational statistics*, v. 22, n. 4, p. 499–509, 2007. Disponible em: <https://link.springer.com/article/10.1007/s00180-007-0057-9>.