

Passeios Aleatórios Quânticos

II Workshop em Modelagem de Sistemas Complexos da EACH-USP

Igor M. G. Cruz

`igor.cruz@usp.br`

José Ricardo Gonçalves de Mendonça

`jricardo@usp.br`

Março 2022

1 Introdução

Passeios aleatórios clássicos constituem uma ferramenta de modelagem estocástica bem estabelecida com aplicações em diversas áreas do conhecimento, das ciências naturais e sociais às ciências tecnológicas [1]. O emprego de passeios aleatórios em teoria da computação e no design de algoritmos é uma prática bem estabelecida [2].

A contrapartida quântica dos passeios aleatórios clássicos são chamados de passeios quânticos, ou QWs da sigla em inglês para *quantum walks*. Os QWs são importantes para a criação de algoritmos quânticos e desde o surgimento dos QWs houve grande interesse em compreender suas propriedades [3, 4], além de suas aplicações [5, 6].

2 Objetivos

O objetivo deste projeto é estudar os passeios quânticos QWs unidimensionais em tempo discreto, em particular seus aspectos matemáticos e principais resultados “canônicos”, além de simular computacionalmente os passeios quânticos através de computadores clássicos e computadores quânticos da IBM.

3 Métodos

O projeto envolve simulações em computadores clássicos e quânticos para ilustrar a implementação e o desempenho de alguns dos algoritmos investigados.

Nesses casos, as simulações foram executadas através de códigos escritos na linguagem de programação Python, em particular utilizando o Quantum Information Software Kit, da sigla *QISKit*[7].

4 Resultados e Discussão

Através de métodos numéricos, foi simulado um passeio aleatório quântico unidimensional de 100 rodadas.

A primeira simulação se deu sobre uma condição inicial em que o caminhante se encontra no estado $|\psi\rangle = |00\rangle$.

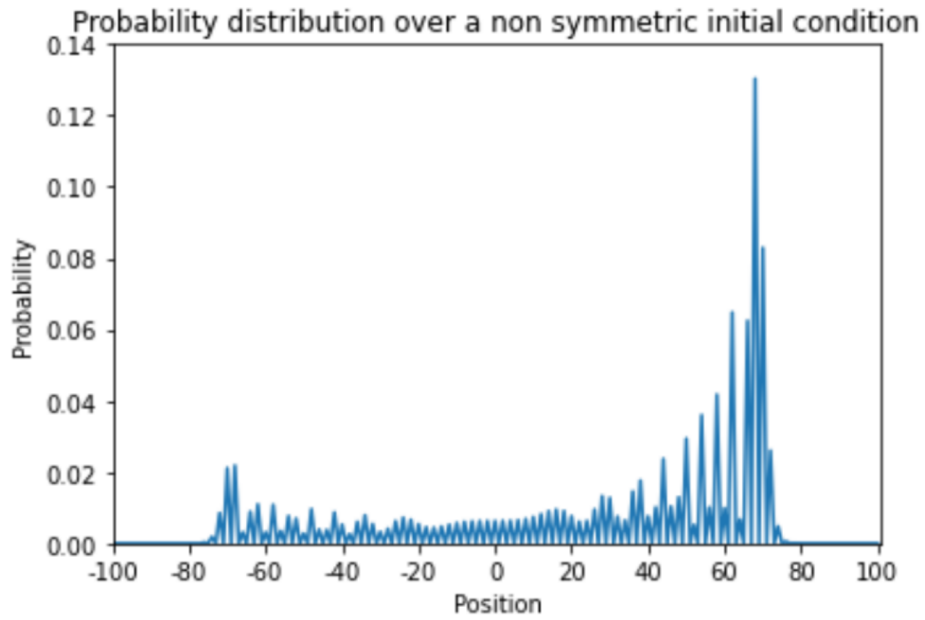


Figura 1: Distribuição de probabilidade sobre a condição inicial $|\psi\rangle = |00\rangle$.

A segunda simulação se deu sobre uma condição inicial em que o caminhante se encontra no estado $|\psi\rangle = |0\rangle \otimes \frac{|0\rangle + i|1\rangle}{\sqrt{2}}$.

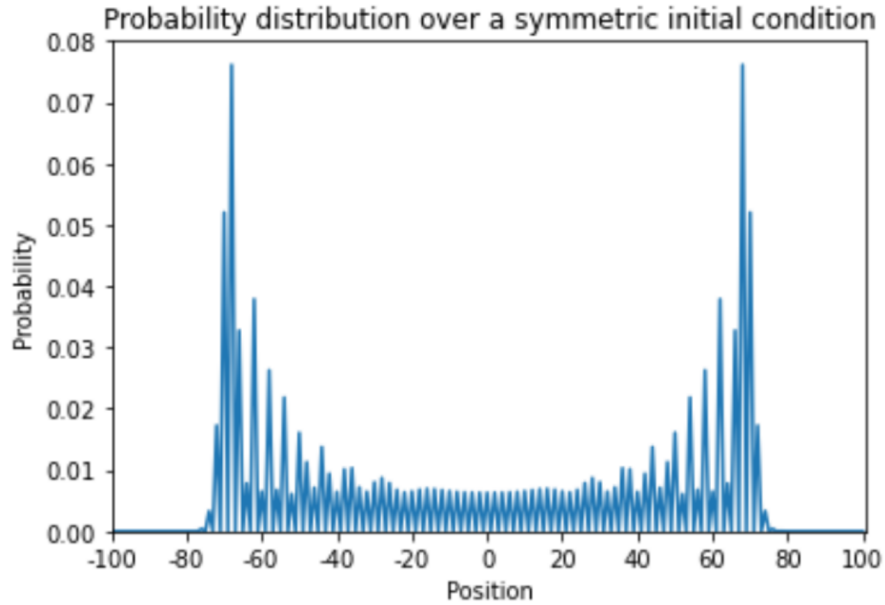


Figura 2: Distribuição de probabilidade sobre a condição inicial $|\psi\rangle = |0\rangle \otimes \frac{|0\rangle + i|1\rangle}{\sqrt{2}}$.

Observamos que em contrapartida ao caso do passeio aleatório clássico que apresenta uma distribuição de probabilidade normal, o QW não apresenta uma distribuição de probabilidade normal. Além disso, o desvio padrão do QW é proporcional ao número de passos, enquanto o passeio aleatório clássico o desvio padrão é dado pela raiz quadrada do número de passos.

Utilizando o QISKit, foi possível efetuar uma simulação computacional de um QW de dois qubits, em um grafo de quatro nodos.

O circuito quântico[8] correspondente para um passo do QW de dois qubits é ilustrado abaixo:

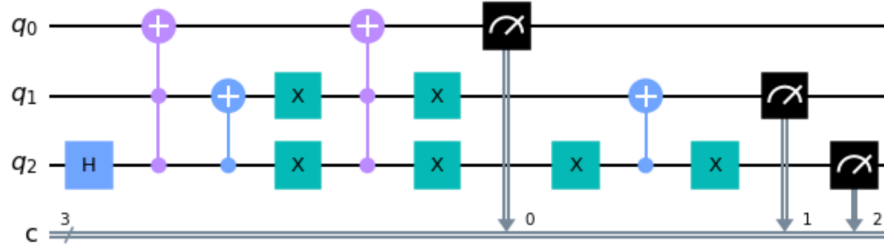


Figura 3: Circuito quântico de um passo para o QW de dois qubits.

Os primeiros dois qubits q_0 e q_1 são referentes ao estado posição no grafo, enquanto o qubit q_2 se refere ao estado da moeda. Todos os qubits iniciam-se no estado $|0\rangle$.

Utilizando o simulador *QASM*, um simulador de um computador quântico de 32 qubits, obtemos o seguinte resultado:

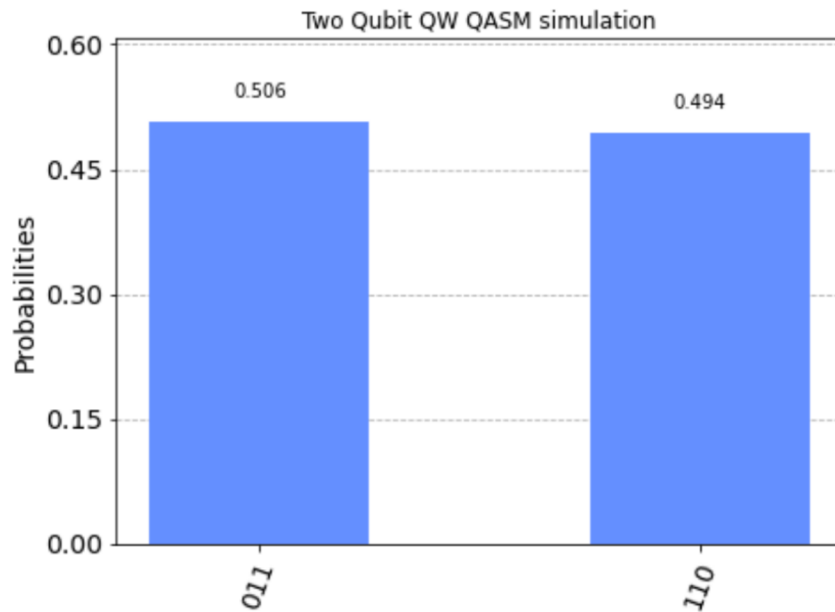


Figura 4: Simulação de um passo do QW de dois qubits.

Na figura acima, os dois primeiros qubits são referentes à posição no grafo, enquanto o último qubit é referente ao estado da moeda. Portanto, após um passo no nosso QW temos probabilidade 0.506 de estarmos no nodo $|01\rangle$ com a moeda no estado $|1\rangle$, e probabilidade 0.494 de estarmos no nodo $|11\rangle$ com a moeda no estado $|0\rangle$.

O mesmo circuito quântico foi utilizado para simulação do QW em um computador quântico real de 5 qubits, utilizando o backend *ibmq_belem*.

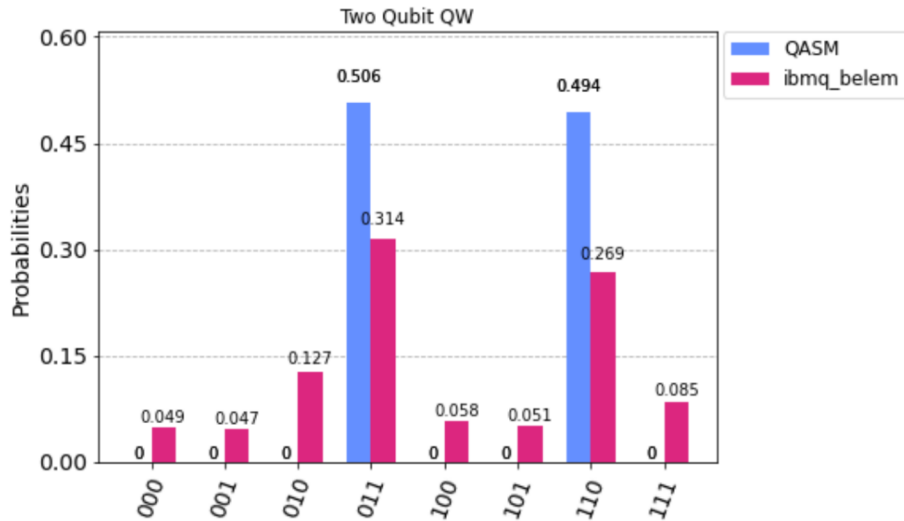


Figura 5: Simulação de um passo do QW de dois qubits em um computador quântico real de 5 qubits.

Observamos que utilizando o computador quântico real, obtemos muito ruído apesar de os estados $|011\rangle$ e $|110\rangle$ serem os estados com maior probabilidade.

Os ruídos observados, resultantes de um fenômeno chamado decoerência, são um obstáculo a serem superados nos dias de hoje para os computadores quânticos reais afim de exercerem de maneira mais eficiente suas tarefas[9].

5 Conclusão

O estudo de QW é uma tarefa bastante interessante, tanto do ponto de vista teórico quanto do ponto de vista computacional.

Do ponto de vista teórico, é possível compreender as propriedades que tornam os QW importantes, como exemplo a distribuição de probabilidade e o desvio padrão.

Do ponto de vista computacional, foi possível utilizar métodos numéricos para constatar os resultados teóricos, além de nos possibilitar o uso de computadores quânticos reais para realizar as simulações de interesse.

No momento nossa pesquisa está concentrada em simular um QW de três qubits em um grafo de 8 nodos em um computador quântico.

Referências

- [1] G. H. Weiss, *Aspects and Applications of the Random Walk*, North-Holland, New York, 1994.
- [2] R. Motwani e P. Raghavan, *Randomized Algorithms*, Cambridge, Cambridge University Press, 1995.
- [3] Y. Aharonov, L. Davidovich e N. Zagury, *Quantum random walks* Physical Review A **48**(2), 1687–1690 1993.
- [4] R. Portugal, *Quantum Walks and Search Algorithms, 2a ed.* Springer, Cham, 2018.
- [5] M. Karski, L. Forster, J.-M. Choi, A. Steffen, W. Alt, D. Meschede e A. Widera, *Quantum walk in position space with single optically trapped atoms*, Science **325**(5937), 174–177 2009.
- [6] A. M. Childs, R. Cleve, E. Deotto, E. Farhi, S. Gutmann e D. A. Spielman, *Exponential algorithmic speedup by quantum walk*, in Proceedings of the 35th Annual ACM Symposium on Theory of Computing – STOC '03 (ACM, New York, 2003), pp. 59–68.
- [7] Quantum Information Software Kit, *QISKit* <https://www.qiskit.org/>.
- [8] B. L. Douglas, J. B. Wang, *Efficient quantum circuit implementation of quantum walks*, Physical Review A, 2009 - APS.
- [9] Radhakrishnan Balu, Daniel Castillo, George Siopsis, *Physical realization of topological quantum walks on IBM-Q and beyond*, Quantum Science and Technology, 2018 - iopscience.iop.org.